

04.1;12

## Критерии убегания электронов в газовом диоде с игольчатым катодом

© Н.М. Зубарев<sup>1,2</sup>, О.В. Зубарева<sup>1</sup>, М.И. Яландин<sup>1,2</sup><sup>1</sup>Институт электрофизики УрО РАН, Екатеринбург, Россия<sup>2</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия

E-mail: nick@ier.uran.ru

Поступило в Редакцию 17 мая 2023 г.

В окончательной редакции 17 мая 2023 г.

Принято к публикации 20 июля 2023 г.

Теоретически исследуются условия убегания электронов в газовом диоде с катодом в виде иглы. Демонстрируется, что условия убегания качественно различаются для игл со сравнительно большими и малыми радиусами острия, т.е. фактически для различной степени неоднородности электрического поля. В слабонеоднородном поле переход электронов в режим убегания определяется локальным распределением поля вблизи места их старта — вершины иглы. В сильнонеоднородном поле условие убегания носит нелокальный характер: оно определяется поведением электронов в прианодной области. Такое различие приводит к немонотонной зависимости порогового напряжения убегания от радиуса острия.

**Ключевые слова:** убегающие электроны, игольчатый катод, газовый диод, импульсный пробой.

DOI: 10.21883/PJTF.2023.18.56173.19630

В достаточно сильном электрическом поле свободные электроны в газе начинают непрерывно ускоряться — переходят в режим убегания [1–4]. Убегающие электроны (УЭ), образуемые при воздействии на газовый зазор сантиметрового масштаба импульса напряжения амплитудой в десятки-сотни киловольт, пересекают его со скоростями, сопоставимыми со скоростью света. При этом УЭ осуществляют предварительную ионизацию газа, определяя динамику его субнаносекундного пробоя (см. работы [2–7] и ссылки в них). В условиях однородного и слабонеоднородного поля для убегания электронов достаточно, чтобы напряженность поля в месте их рождения превышала определенное критическое значение ( $E_c$ ), зависящее от сорта газа и его давления. В сильнонеоднородном поле, обусловленном использованием острых катодов (см., например, работы [8–11]), это оказывается недостаточным для непрерывного ускорения электронов во всем промежутке [12]. Поле быстро падает при удалении от острия, и ускорившийся в прикатодной области электрон может начать тормозиться на периферии.

В настоящей работе анализируется зависимость условий убегания электронов в газовом диоде с игольчатым катодом от радиуса вершины иглы. Демонстрируется, что варьирование радиуса острия, т.е. фактически степени неоднородности распределения электрического поля в промежутке, приводит к качественному изменению условий убегания и, как следствие, к немонотонной зависимости порогового напряжения убегания от радиуса.

Рассмотрим катод в виде иглы с радиусом скругления острия  $R$ . Аппроксимируем ее форму параболоидом вращения  $r^2 = -2Rz$  (используются цилиндрические координаты с началом в вершине иглы, см. вставку на

рис. 1). Для описания распределения электрического поля в промежутке будем использовать следующее решение уравнения Лапласа для его потенциала ( $D$  — межэлектродное расстояние вдоль оси  $z$ ,  $U$  — приложенное напряжение):

$$\varphi(r, z) = \frac{U}{\ln(1 + 2D/R)} \times \ln \left( \frac{z + R/2 + \sqrt{r^2 + (z + R/2)^2}}{R} \right). \quad (1)$$

Определим минимальное значение напряжения  $U$ , при котором стартующие с катода электроны будут непрерывно ускоряться во всем межэлектродном промежутке, т.е. убегать. Понятно, что направление  $z$  является преимущественным для движения УЭ. Тогда достаточно рассматривать одномерное движение электронов в газе (для определенности возьмем атмосферный воздух). Абсолютное значение напряженности поля  $E$  на оси  $z$  задается выражением

$$E(z) \equiv \left| \frac{\partial \varphi(0, z)}{\partial z} \right| = \frac{U}{(z + R/2) \ln(1 + 2D/R)}. \quad (2)$$

Соответствующее (2) распределение поля для  $D = 10$  mm,  $R = 50$   $\mu$ m и  $U = 50$  kV показано на рис. 1 (на вставке представлена геометрия электродов). Видно, что поле резко неоднородное. Его величина снижается при удалении от катода в 400 раз.

Движение электрона с кинетической энергией  $\varepsilon$  описывается уравнением [2–4]:

$$d\varepsilon/dz = eE(z) - F(\varepsilon), \quad (3)$$

где  $e$  — элементарный заряд,  $F$  — сила трения свободного электрона в газе. Как известно [1,3,4], зависимость этой силы от энергии электрона немонотонная. В нерелятивистском диапазоне энергий ( $\varepsilon < 510 \text{ keV}$ ) в ней имеется максимум  $F_{\max}$ , приходящийся на некоторую энергию  $\varepsilon_c$  порядка  $100 \text{ eV}$ . В случае однородного поля электрон будет ускоряться при любых  $\varepsilon$ , если его напряженность превысит критическое значение  $E_c \equiv F_{\max}/e$ . Для атмосферного воздуха можно принять  $\varepsilon_c = 110 \text{ eV}$  [13] и  $E_c = 270 \text{ kV/cm}$  [3,4]. Далее в расчетах будут использоваться следующие аппроксимации (здесь  $e$  — основание натурального логарифма):

$$F(\varepsilon) = eE_c \sqrt{4e\varepsilon/(9\varepsilon_c)}, \quad \varepsilon < \varepsilon_0 \equiv e^{-1/3}\varepsilon_c,$$

$$F(\varepsilon) = eE_c \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon} \ln\left(\frac{e\varepsilon}{\varepsilon_c}\right), \quad \varepsilon > \varepsilon_0 \quad (4)$$

Эти выражения представляют собой сшивку в точке  $\varepsilon = \varepsilon_0$  степенной зависимости  $F \propto \varepsilon^{1/2}$  (сила трения пропорциональна скорости при низких энергиях) с нерелятивистской формулой Бете  $F(\varepsilon) = 2\pi Ze^4 n \varepsilon^{-1} \ln(2\varepsilon/I)$ , где  $Z$  — число электронов в нейтральной молекуле,  $n$  — концентрация молекул,  $I$  — средняя энергия неупругих потерь [1–4].

Уравнение (3) решалось численно с начальным условием  $\varepsilon(0) = 0$ , т.е. электроны запускались с вершины иглы с нулевой скоростью. Межэлектродное расстояние бралось равным  $D = 10 \text{ mm}$ . В широком диапазоне варьировался радиус скругления острия  $R$ . Для каждого  $R$  определялось напряжение убегания  $U_c$ . Понятно, что изменение  $R$  при фиксированном  $D$  можно интерпретировать как изменение степени неоднородности распределения электрического поля в промежутке. В пределе  $R \gg D$  поле становится однородным. При  $R \ll D$  распределение поля резко неоднородное. Так, из рис. 1 видно, что поле превышает критическое значение  $E_c$  лишь в малой окрестности катода — в области  $z < 280 \mu\text{m}$ .

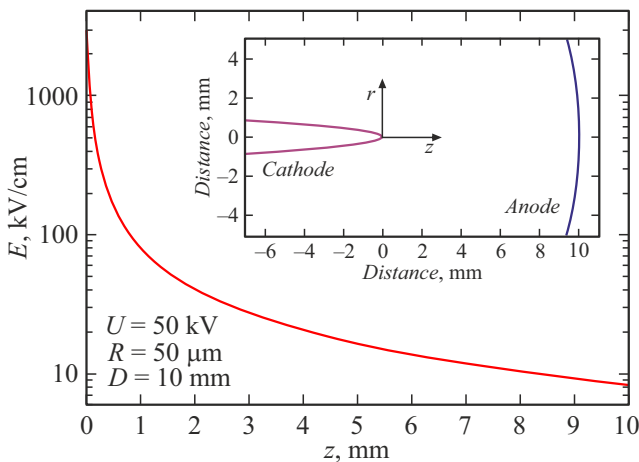


Рис. 1. Распределение напряженности электрического поля  $E$  вдоль оси  $z$  ( $D = 10 \text{ mm}$ ,  $R = 50 \mu\text{m}$ ,  $U = 50 \text{ kV}$ ). На вставке — модельная геометрия электродов.

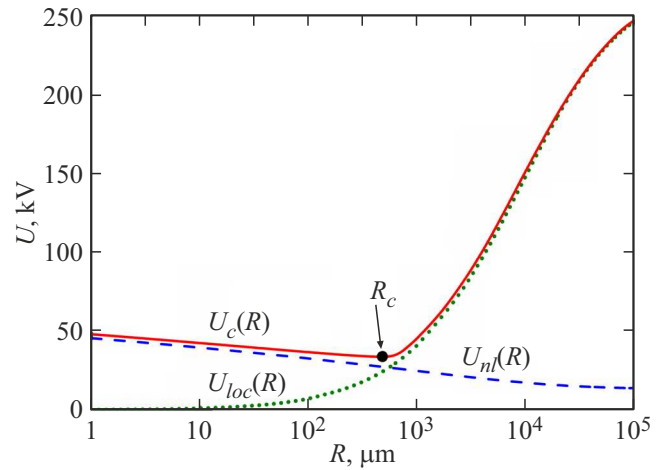


Рис. 2. Численно рассчитанная зависимость порогового напряжения убегания  $U_c$  от радиуса вершины иглы  $R$  ( $D = 10 \text{ mm}$ , газ — атмосферный воздух) (сплошная линия). Пунктирная и штриховая линии — задаваемые формулами (5) и (6) зависимости  $U_{loc}$  и  $U_{nl}$  от  $R$ , отвечающие локальному и нелокальному критериям убегания соответственно.

В остальной части промежутка  $E < E_c$ , а убегание возможно вследствие того, что, согласно (4), сила трения быстро падает с ростом  $\varepsilon$ . Правая часть уравнения (3) будет положительной, а электрон будет ускоряться, если в прикатодной области он успеет набрать достаточно высокую энергию.

Результаты расчетов показаны на рис. 2 сплошной линией. Видно, что зависимость  $U_c$  от  $R$  оказалась немонотонной. В ней имеется минимум, приходящийся на  $R_c \approx 475 \mu\text{m}$ . При этом значении резко изменяется характер зависимости порогового напряжения от степени неоднородности распределения электрического поля. Рассмотрим, в чем причина такого поведения, которое не соответствует интуитивным ожиданиям: естественно было бы предположить, что увеличение степени неоднородности поля (т.е. уменьшение  $R$ ) облегчает переход электронов в режим убегания и, как следствие, приводит к монотонному снижению  $U_c$ .

Рассмотрим условия убегания электронов аналитически. Понятно, что для того, чтобы стартующий с катода электрон начал убегать, необходимо его попадание в закритическое поле. Это приводит к простому условию на катоде:  $E(0) > E_c$ . В терминах напряжения, как легко получить из (3), его можно записать как

$$U > U_{loc}(R) \equiv E_c R \ln(1 + 2D/R)/2. \quad (5)$$

Соответствующий критерий убегания в силу того, что он определяется полем в месте старта электрона, носит локальный характер.

Выполнения условия (5) может быть недостаточно для убегания электрона во всем промежутке, в основной части которого поле ниже  $E_c$ . Рассмотрим поведение электрона в формальном пределе  $z \rightarrow \infty$ . Для потенциа-

ла и напряженности электрического поля имеем  $\varphi \propto \ln z$  и  $E \propto 1/z$  соответственно. Предположим, что электрон непрерывно ускоряется, что происходит, если электрическая сила  $eE$  при больших  $z$  доминирует над силой трения  $F$ . В этом случае можно приближенно считать, что энергия электрона будет определяться пройденной им разностью потенциалов:  $\varepsilon \approx e\varphi \propto \ln z$ . Тогда сила трения (4) оценивается как  $F \propto \varepsilon^{-1} \propto 1/\ln z$ . С другой стороны, ускоряющая электрон сила оценивается как  $eE \propto 1/z$ . Согласно таким оценкам, при  $z \rightarrow \infty$  будет  $F \gg eE$ , и, следовательно, наше предположение об ускорении электрона на периферии неверно. На достаточно большом расстоянии от катода электрон начнет тормозиться и станет тепловым. Для ускорения в промежутке конечной длины требуется, чтобы торможение началось уже „за анодом“. Тогда порог ускорения соответствует условию  $d\varepsilon/dz|_{z=D} = 0$  — энергия электрона достигает максимума на аноде или, что то же самое, действующая на него сила обращается в нуль:  $eE(D) = F(\varepsilon(D))$ . Для определения энергии электрона у анода необходимо учитывать всю предысторию его движения в промежутке  $0 < z < D$ . В этом смысле описанный критерий ускорения является нелокальным.

Оценку  $U_{nl}$  для порогового напряжения по нелокальному критерию можно получить, приближенно полагая энергию УЭ на аноде равной  $eU$ , т.е. используя условие  $eE(D) = F(eU)$ . С учетом (2) и (4) это дает следующее трансцендентное уравнение для нахождения  $U_{nl}$ :

$$\frac{eU_{nl}^2}{(D + R/2)E_c \varepsilon_c} = \ln \left( 1 + \frac{2D}{R} \right) \ln \left( \frac{eU_{nl}}{\varepsilon_c} \right). \quad (6)$$

Задаваемые формулами (5) и (6) зависимости  $U_{loc}$  и  $U_{nl}$  от  $R$ , отвечающие локальному и нелокальному критериям ускорения, показаны на рис. 2 пунктирной и штриховой линиями соответственно. Видно, что они прекрасно аппроксимируют рассчитанную численно зависимость  $U_c$  от  $R$  (сплошная линия). При  $R > R_c \approx 475 \mu\text{m}$  локальный критерий ускорения сильнее нелокального. Если поле вблизи катода превышает критическое значение  $E_c$ , то электрон будет непрерывно ускоряться во всем промежутке. Напротив, при  $R < R_c$  более сильным оказывается нелокальный критерий, основанный на рассмотрении поведения электрона в области слабого поля — у анода. Именно он определяет наблюдаемый аномальный характер зависимости порогового напряжения от степени неоднородности поля.

Фактически порог  $R_c$  отделяет области сильнонеоднородного ( $R < R_c$ ) и слабонеоднородного ( $R > R_c$ ) полей, в которых переход электронов в режим ускорения регулируется различными критериями ускорения: нелокальным и локальным соответственно. Границу этих областей можно определить из условия  $U_{nl}(R_c) = U_{loc}(R_c)$ . Полагая  $D \gg R_c$ , а также пренебрегая слабыми логарифмическими зависимостями в (5) и (6), приходим к простому соотношению, связывающему параметры задачи:

$$eE_c R_c^2 \propto \varepsilon_c D.$$

Для практических целей можно пользоваться следующим выражением для определения порога:

$$R_c \approx 2.4 \sqrt{\varepsilon_c D / (eE_c)}.$$

Итак, мы показали, что при пороговом значении  $R_c$  радиуса вершины иглы происходит радикальное изменение характера зависимости  $U_c$  от  $R$ . Оно обусловлено сменой критерия ускорения. При  $R > R_c$  (слабонеоднородное распределение поля в промежутке) порог ускорения определяется локальным распределением поля вблизи катодного острия. При  $R < R_c$  (сильнонеоднородное распределение) условие ускорения носит нелокальный характер: все определяется динамикой электрона на периферии, в области слабого поля.

### Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00053 (<https://rscf.ru/project/23-19-00053/>).

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] А.В. Гуревич, ЖЭТФ, **39** (5), 1296 (1960). [A.V. Gurevich, Sov. Phys. JETP, **12** (5), 904 (1961). <http://jetp.ras.ru/cgi-bin/e/index/e/12/5/p904?a=list>].
- [2] Г.А. Месяц, Ю.И. Бычков, В.В. Кремнев, УФН, **107** (6), 201 (1972). DOI: 10.3367/UFN.0107.197206b.0201 [G.A. Mesyats, Yu.I. Bychkov, V.V. Kremnev, Sov. Phys. Usp., **15** (3), 282 (1972). DOI: 10.1070/PU1972v015n03ABEH004969].
- [3] Л.П. Бабич, Т.В. Лойко, В.А. Цукерман, УФН, **160** (7), 49 (1990). DOI: 10.3367/UFN.0160.199007b.0049 [L.P. Babich, T.V. Loiko, V.A. Tsukerman, Sov. Phys. Usp., **33** (7), 521 (1990). DOI: 10.1070/PU1990v033n07ABEH002606].
- [4] L.P. Babich, *High-energy phenomena in electric discharges in dense gases* (Futurepast, Arlington, USA, 2003).
- [5] N.M. Zubarev, V.Yu. Kozhevnikov, A.V. Kozyrev, G.A. Mesyats, N.S. Semeniuk, K.A. Sharypov, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, Plasma Sources Sci. Technol., **29** (12), 125008 (2020). DOI: 10.1088/1361-6595/abc414
- [6] G.V. Naidis, V.F. Tarasenko, N.Yu. Babaeva, M.I. Lomaev, Plasma Sources Sci. Technol., **27** (1), 013001 (2018). DOI: 10.1088/1361-6595/aaa072
- [7] S.N. Ivanov, V.V. Lisenkov, Yu.I. Mamontov, Plasma Sources Sci. Technol., **30** (7), 075021 (2021). DOI: 10.1088/1361-6595/abf31f
- [8] Д.В. Белоplotов, В.Ф. Тарасенко, Д.А. Сорокин, В.А. Шкляев, ЖТФ, **91** (4), 589 (2021). DOI: 10.21883/JTF.2021.04.50621.292-20 [D.V. Beloplotov, V.F. Tarasenko, D.A. Sorokin, V.A. Shklyaev, Tech. Phys., **66** (4), 548 (2021). DOI: 10.1134/S1063784221040046].
- [9] G.A. Mesyats, E.A. Osipenko, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, M.I. Yalandin, N.M. Zubarev, IEEE Electron Dev. Lett., **43** (4), 627 (2022). DOI: 10.1109/LED.2022.3155173

- [10] В.Ф. Тарасенко, Д.В. Белоplotов, Д.А. Сорокин, *ЖТФ*, **92** (5), 694 (2022).  
DOI: 10.21883/JTF.2022.05.52373.317-21 [V.F. Tarasenko, D.V. Beloplotov, D.A. Sorokin, *Tech. Phys.*, **67** (5), 586 (2022). DOI: 10.21883/TP.2022.05.53674.317-21].
- [11] N.M. Zubarev, M.I. Yalandin, G.A. Mesyats, S.A. Barenholts, A.G. Sadykova, K.A. Sharypov, V.G. Shpak, S.A. Shunailov, O.V. Zubareva, *J. Phys. D: Appl. Phys.*, **51** (28), 284003 (2018). DOI: 10.1088/1361-6463/aac90a
- [12] Н.М. Зубарев, Г.А. Месяц, М.И. Яландин, *Письма в ЖЭТФ*, **105** (8), 515 (2017).  
DOI: 10.7868/S0370274X17080124 [N.M. Zubarev, G.A. Mesyats, M.I. Yalandin, *JETP Lett.*, **105** (8), 537 (2017). DOI: 10.1134/S002136401708015X].
- [13] L.R. Peterson, A.E.S. Green, *J. Phys. B*, **1** (6), 1131 (1968).  
DOI: 10.1088/0022-3700/1/6/317