Влияние ультразвуковых волн на возникновение разряда в жидкости

© А.С. Барышников [1], А.А. Груздков [2], М.А. Захаров [1]

[1] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия
[2] Санкт-Петербургский государственный технологический институт (Технический университет), Санкт-Петербург, Россия
E-mail: al.bar@mail.ioffe.ru, gruzdkov@mail.ru

Поступило в Редакцию 19 мая 2023 г.
В окончательной редакции 28 сентября 2023 г.
Принято к публикации 30 октября 2023 г.

Получено уравнение, аналогичное уравнению Рэлея, описывающее колебание одиночного пузырька малого размера в жидкости с учетом сжимаемости жидкости при воздействии на него звуковой волны. Расчеты динамики пузырька показывают, что возможны два результата такого воздействия: схождение пузырька или его резкое расширение в зависимости от частоты звуковой волны. Изменение поведения происходит скачкообразно при небольшом изменении частоты. Теоретически это может приводить к неожиданным физическим эффектам, например к образованию высокотемпературного ионизованного газа, что в электрическом поле вызывает появление разряда.

Ключевые слова: пузырек в жидкости, ультразвук, кавитация, резонанс, электрический разряд.

DOI: 10.61011/PJTF.2023.24.56878.197A

Кавитационные явления в жидких средах оказывают существенное влияние на физические свойства сред. Это связано с изменением структуры среды при кавитации, а также с тем, что кавитация приводит к резкому схождению пузырька, когда при росте пузырек достигает некоторого максимального размера. Как показал Забабахин [1], этот размер определяется вязкими свойствами. Схождение пузырька, „схлопывание“, сопровождается кумулятивными явлениями: возрастанием температуры и давления в центре пузырька. Это приводит к таким физическим явлениям, как люминесценция, химическое разложение молекул жидкости и даже ионизация [2].

Влияние ультразвука на кавитационные явления общепризнано, кавитация жидкости при расширении в звуковом поле называется инерционной кавитацией [2]. Для описания динамики одиночного пузырька в несжимаемой жидкости используется уравнение Рэлея, которое при учете ультразвука преобразуется в уравнение Нолтинга–Неппайреса добавлением в свободный член периодического давления звуковой волны [3]. Если учитывать сжимаемость, то внутри жидкости вне пузырька решение имеет вид бегущей волны, так как уравнение сохранения материи преобразуется в волновое уравнение. В жидкости скорость распространения звуковой волны намного больше скорости звука в газе (в воде — 1500 m/s). Поэтому задержка появления волны на расстоянии много больше размера пузырька не скажется на скорости течения, которое и интегрируется при выводе уравнения Рэлея. Таким образом, на этих расстояниях решение нужно искать в виде гармонического колебания. При этом скорость движения жидкости вне пузырька должна иметь вид $V = V_0\cos(\omega t)$, так как скорость V должна непрерывно переходить в скорость несжимаемой жидкости V_0, поскольку решение в несжимаемой жидкости соответствует нулевой частоте ультразвукового поля ω. Гармоническое решение является упрощением решения в виде бегущей волны: $V = V_0\cos((d - at)/\lambda)$. Здесь d — расстояние от центра пузырька, a — скорость звука в среде, λ — длина волны звукового возмущения, частота звука $\omega = 2\pi a/\lambda$.

Если не учитывается распространение бегущей волны, волновое уравнение превращается в уравнение для несжимаемой жидкости: $\mathrm{div}\mathbf{V} = 0$. Значит, выражение для амплитуды скорости V_0 при условии сферической симметрии будет таким же, как и для несжимаемой жидкости: $V_0 = U(R/d)^2$, где U — скорость границы пузырька.

В представляемой постановке предполагается малая концентрация пузырьков, что снижает вероятность механизма их слияния. Изучается динамика одиночного пузырька. Учитывается также вязкость жидкости. Процессы диффузии и испарения на поверхности пузырька в этой постановке не учитываются. Делается тот же самый вывод широко известного уравнения Рэлея для одиночного пузырька с процедурой интегрирования трех интегралов по всему пространству, окружающему пузырек. По существу, уравнение Рэлея есть баланс давления в пузырьке и давления за счет инерционных сил окружающей массы. Тогда уравнение Рэлея для радиуса пузырька R (см. [4], уравнение (1)) принимает вид

$$\cos(\omega t)\left(\frac{R}{R_0}\right)\left(\frac{\ddot{R}}{\omega^2 R_0}\right) + \left[2\cos(\omega t) - \frac{1+\cos(2\omega t)}{4}\right] \times \left(\frac{\dot{R}}{\omega R_0}\right)^2 + \sin(\omega t)\left(\frac{\dot{R}}{\omega R_0}\right) + \left\{\frac{p_0 - p_{vap}}{\omega^2\rho R_0^2} + \frac{2\sigma}{\omega^2\rho R_0^3}\left(\frac{R_0}{R}\right) - \left[\frac{p_0 - p_{vap}}{\rho R_0^2\omega^2} + \frac{2\sigma}{\omega^2\rho R_0^3}\right]\left(\frac{R}{R_0}\right)^{-3\gamma}\right\} + \frac{4\nu}{\omega R_0^2}\cos(\omega t)\left(\frac{R_0}{R}\right)\left(\frac{\dot{R}}{\omega R_0}\right) = 0. \tag{1}$$

Здесь точка над литерой означает дифференцирование по времени, R_0 — начальный радиус пузырька, $\omega = 2\pi f$ (f — частота), ρ — плотность жидкости, p_0 — внешнее давление (атмосферы), p_{vap} — давление паров в пузырьке, σ — поверхностное натяжение среды, γ — отношение удельных теплоемкостей газа внутри пузырька. Заметим, что уравнение непрерывно переходит в уравнение Рэлея при $\omega = 0$. Третий член в (1) является новым дифференциальным членом. Последний член в (1) описывает влияние кинематической вязкости среды ν. Именно уравнение (1) в дальнейшем численно решается. В уравнении Нолтинга–Неппайреса не учитываются колебания границы пузырька, поэтому появляется член $p_m \sin(\omega t)$ в члене баланса статического давления снаружи и внутри пузырька (фигурные скобки). В предлагаемой постановке колебания учитываются, и в процессе вывода этот член сокращается.

Для выяснения пределов применения такого подхода подставим выражение для скорости V в волновое уравнение. Получим уравнение для амплитуды скорости v

$$v'' + \frac{4}{d}v' + \left[\frac{2}{d^2} + \frac{\omega^2 R_0^2}{a^2}\right]v = 0. \qquad (2)$$

Если второе слагаемое в квадратных скобках пренебрежимо мало, то амплитуда скорости v не будет зависеть от частоты, и зависимость остается только во втором множителе в выражении для V, т. е. применение упрощенного вида решения возможно, если рассматривать радиус пузырька R_0 намного меньше длины звуковой волны a/ω (для воды при частоте 20 kHz —14 cm). Таким образом, для малых пузырьков (10^{-2}, 10^{-3} cm) уравнение (1) можно применять, так как интегрирование до бесконечности можно считать обоснованным. Предлагаемая постановка означает, что пузырьки, находящиеся в жидкости, испытывают колебания вместе со всей толщей жидкости, „дышат“ вместе со средой. В ряде случаев эти колебания, совершаемые вместе со средой, могут входить в некоторый „резонанс“ с собственными колебаниями пузырька, происходит не схождение, а резкое увеличение размеров пузырька.

Внешнее растяжение или сжатие (начальная скорость границы пузырька) являются вынуждающей силой колебаний пузырька в рамках выбранной постановки вместо периодического члена давления в уравнении Нолтинга–Неппайреса. Для возникновения динамических эффектов, как показывают расчеты, необходимо задавать начальную скорость границы u_0.

Однако в звуковой волне начальная скорость границы u_0 возникает вместе с самим растяжением или сжатием жидкости в звуковом поле. Скорость границы связана с интенсивностью волны, так как объемная энергия растяжения и сжатия жидкости на границе пузырька $\rho u_0^2/2$ должна быть равна амплитуде давления в звуковой волне p_m. Так в предлагаемой постановке учитывается интенсивность звуковой волны.

В уравнении (1) перед старшей производной второго порядка стоит множитель $\cos(\omega t)$, который обращается

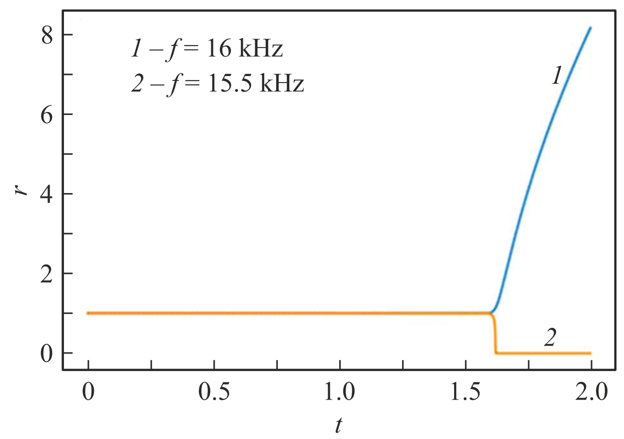

Рис. 1. Качественно разное поведение безразмерного радиуса пузырька в зависимости от частоты ультразвука при достижении критического безразмерного времени $\pi/2$.

в нуль при $\omega t = \pi/2$. Налицо классическая задача с множителем перед старшей производной, обращающимся в нуль.

Действительно, при большом шаге (пятьсот шагов на единичном безразмерном времени) демонстрируется неустойчивость: численное решение (1) при одинаковых условиях дает качественно разные результаты. При уменьшении шага в 2 раза решение стабилизируется, но обнаруживает различное поведение в зависимости от частоты ультразвука. В некоторых диапазонах частот имеет место только схождение при $\omega t = \pi/2$, а в других — только резкое возрастание радиуса пузырька R. Но в отдельных случаях происходит резкое изменение поведения решения при $\omega t = \pi/2$. Так, для безразмерной скорости растяжения $u_0 = 10^{-4}$ и размера пузырька $R_0 = 10^{-5}$ m при частоте $f = 15.5$ kHz происходит резкое схождение. При частоте же $f = 16$ kHz пузырек резко расширяется (рис. 1). Обнаружено критическое значение частоты 15.674 kHz, при прохождении которого поведение кардинально меняется. Для пузырька на порядок большего размера за точкой $\omega t = \pi/2$ расчеты показывают колебания. Для меньшего размера пузырька (10^{-5} m) падение размера до нуля вызвано тем, что скорость падения столь велика, что программа проходит „разрыв“ решения экстраполяцией за „разрывом“ предельным значением. Возможно, поэтому колебания не наблюдаются.

Расчеты вблизи критического момента (рис. 2) показывают только собственные колебания пузырька с частотой $\omega_0^2 = [3\gamma p + 2\sigma(3\gamma - 1)/R_0]/(\rho R_0^2)$ [5] малой амплитуды. В сам критический момент, который показан вертикальной линией, для расширяющегося пузырька ускорение границы направлено вовне, а для схлопывающегося пузырька — внутрь его. Для выполнения этого условия необходимо, чтобы частота звука была кратной учетверенной частоте собственных колебаний. Это и является критерием резонанса.

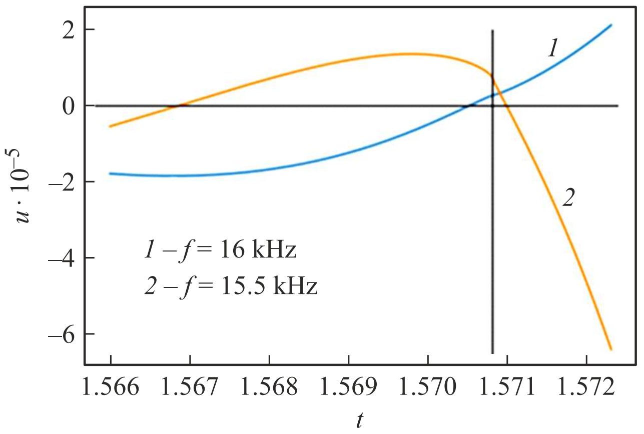

Рис. 2. Расчеты вблизи критического момента. В критический момент (показан вертикальной линией) поведение решений различается знаком ускорения границы: для схлопывающегося пузырька ускорение направлено внутрь его, а для расширяющегося — вовне.

Аналитические исследования вблизи критического времени проводились для трех малых параметров: δr — малого отклонения радиуса от единицы; $\tau = \pi/2 - t$ — малого времени до критического момента; $\dot{u}$ — малого ускорения границы (считается постоянной величиной). Результаты расчетов подтверждаются: $\delta r = \dot{u}t/\Delta_\sigma p$, где $\Delta_\sigma p = 2\sigma(3\gamma - 1) + 3\gamma(p_0 - p_{vap})$ (здесь величины имеют безразмерный вид). Знак отклонения радиуса пузырька δr равен знаку производной скорости по времени, т.е. ускорению границы пузырька. Следует отметить, что нарастание размеров пузырька или его схлопывания пропорционально второй степени частоты, так как и поверхностное натяжение σ, и статическое давление p при возвращении к размерным величинам обратно пропорциональны второй степени частоты.

Таким образом, на основании уравнения, аналогичного уравнению Рэлея, но выведенного для сжимаемой вязкой жидкости для пузырька малого размера (10^{-5}–10^{-4} m), удалось обнаружить в расчетах и теоретически объяснить новый эффект. Он проявляется в том, что действие ультразвука при расширении или сжатии образца в зависимости от частоты может кардинально меняться при очень малом критическом изменении частоты вблизи критического значения времени. Происходит своеобразный резонанс колебаний звука и собственных колебаний пузырька. Этот резонанс относится к классу гидродинамических неустойчивостей, которые используются для объяснения астрофизических явлений [6]. Его можно назвать инерционным, так как он связан с расширением и сжатием среды в звуковой волне. Поскольку звуковые волны представляют собой набор волн с близкими частотами, возможно неустойчивое поведение: или одновременное сжатие и расширение пузырьков разных размеров (от размера сильно зависит собственная частота колебаний пузырька), или резкие колебания пузырька с большой амплитудой (скорость изменения размера, как показано, пропорциональна квадрату частоты ультразвука). Одновременные расширение и разогрев газа внутри сходящихся пузырьков приводят к образованию газообразных веществ с высокой температурой — ионизованных газов. При наложении электрического поля в такой среде возникает электрический разряд, который обусловлен именно ультразвуковым воздействием. Имеются сведения, что такие эксперименты проводились, хотя и не были объяснены [7].

Финансирование работы

Финансирование осуществлялось ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Е.И. Забабахин, Прикладная математика и механика, **24** (6), 1129 (1960).
[2] К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. тер Хаар, *Ультразвук в медицине. Физические основы применения*, пер. с англ. (Физматлит, М., 2008). [*Physical principles of medical ultrasonics*, ed. by C.R. Hill, J.C. Bamber, G.R. ter Haar (John Wiley and Sons, 2004).].
[3] B.E. Noltingk, E.A. Neppiras, Proc. Phys. Soc. B, **63** (9), 674 (1950). DOI: 10.1088/0370-1301/63/9/305
[4] В.А. Акуличев, Акуст. журн., **13** (2), 170 (1967).
[5] С.М. Горский, А.Ю. Зиновьев, П.К. Чичагов, Акуст. журн., **34** (6), 1023 (1988).
[6] Г.Ю. Котова, К.В. Краснобаев, Физико-химическая кинетика в газовой динамике, **20** (3) (2019). http://chemphys.edu.ru/issues/2019-20-/articles/814/
[7] Н.А. Булычев, М.А. Казарян, Е.С. Гриднева, Э.Н. Муравьев, В.Ф. Солинов, К.К. Кошелев, О.К. Кошелева, В.И. Сачков, С.Г. Чен, Крат. сообщ. по физике ФИАН, **39** (7), 39 (2012). [N.A. Bulychev, M.A. Kazaryan, E.S. Gridneva, E.N. Murav'ev, V.F. Solinov, K.K. Koshelev, O.K. Kosheleva, V.I. Sachkov, S.G. Chen, Bull. Lebedev Phys. Inst., **39** (7), 214 (2012). DOI: 10.3103/S1068335612070056].