

03

## Минимизация потерь энергии электромагнитного импульса при прохождении через разреженные среды

© А.А. Гладкий, Н.Н. Розанов

ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН,  
194021 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: gladkij.aa@edu.spbstu.ru

Поступила в редакцию 12.05.2023 г.

В окончательной редакции 03.08.2023 г.

Принята к публикации 30.10.2023 г.

Проведен анализ распространения электромагнитных импульсов с различными формами профиля в среде с астрофизическими параметрами. Рассчитаны потери энергии импульсов из-за рассеяния. Выявлена форма импульса, при которой распространение импульса происходит с наименьшими потерями энергии.

**Ключевые слова:** солитон самоиндуцированной прозрачности, двухуровневая среда.

DOI: 10.61011/OS.2023.11.57004.5084-23

### Введение

Эффект самоиндуцированной прозрачности заключается в том, что электромагнитный импульс определенной формы распространяется с минимальными потерями энергии в среде со значительными концентрациями атомов. В случае двухуровневой среды [1] (среды, состоящей из атомов, в которых излучению резонансен только один переход между двумя энергетическими состояниями — основным и возбужденным, с известной частотой перехода) этот механизм заключается в следующем. Передний фронт такого электромагнитного импульса переводит атомы в возбужденное состояние, передавая свою энергию среде, тогда как дальнейшее распространение импульса снимает возбуждение, и энергия возвращается из среды обратно в импульс, восстанавливая его первоначальную форму. Форма такого импульса была определена С. Мак-Коллом и Э. Ханом [2–4]. Возникает вопрос, проявляется ли этот эффект в разреженных средах, таких как астрофизические [5], концентрация атомов в которых значительно ниже, чем в случае [2–4]. Мы найдем, что при фиксированных энергии и несущей частоте импульс обладает наименьшими потерями, если его форма совпадает с указанной Мак-Коллом и Ханом. Мы покажем это компьютерным моделированием с вариацией формы импульса.

### Система уравнений

Распространение импульса излучения с фиксированной (линейной) поляризацией в среде описывается следующим из уравнений Максвелла волновым уравнением:

$$\nabla^2 E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (E + 4\pi P) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $E$  это напряженность электрического поля с фиксированной (линейной) поляризацией,  $P$  — поля-

ризация среды,  $c$  — скорость света в вакууме,  $t$  — время. Мы рассматриваем двухуровневую среду, поэтому поляризация записывается в следующем виде  $P = Nd_{21}(\rho_{21} + \rho_{21}^*)$ , здесь  $N$  — концентрация атомов,  $d_{21}$  — дипольный матричный элемент перехода между первым и вторым уровнями,  $\rho_{21}$  — недиагональный элемент матрицы плотности, описывающей отдельный атом среды. Состояние атома при прохождении импульса описывается уравнениями для матрицы плотности [1,6] которые вместе с волновым уравнением (1) составляют систему

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tilde{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\tilde{E} + 4\pi \tilde{P}) &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial t} &= -i\omega_{21} \tilde{\rho}_{21} - \gamma_{21} \tilde{\rho}_{21} - i \frac{d_{21}}{\hbar} \tilde{E} (\rho_{22} - \rho_{11}), \\ \frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} &= -\gamma_2 \rho_{22} - i \frac{d_{21}}{\hbar} \tilde{E} (\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{21}^*), \\ \frac{\partial \rho_{11}}{\partial t} &= \gamma_2 \rho_{22} + i \frac{d_{21}}{\hbar} \tilde{E} (\tilde{\rho}_{21} - \tilde{\rho}_{21}^*), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\gamma_{21}$  и  $\gamma_2$  — скорости релаксации,  $\rho_{11}$  и  $\rho_{22}$  — диагональные элементы матрицы плотности. Верхней волнистой линией отмечены быстро меняющиеся величины. Мы будем использовать приближение медленно меняющейся амплитуды с фиксацией несущей частоты. Введем

$$\tilde{E} = \frac{1}{2} E \exp(i\phi) + \text{к.с.},$$

$$\tilde{\rho}_{21} = \rho_{21} \exp(i\phi),$$

где  $E$  и  $\rho_{21}$  — медленно меняющиеся амплитуды, а  $\phi = kz - \omega t$  — быстро меняющаяся фаза. Будем обозначать  $\Delta\omega = \omega_{21} - \omega$ . Если не учитывать эффекты дифракции, то в уравнении для поля пропадут слагаемые с  $\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ . Пусть

$$\tilde{z} = \frac{\omega R z}{c},$$

$$\bar{t} = \omega_R t,$$

$$\bar{E} = \frac{E}{E_0},$$

где  $E_0 = \frac{\hbar\omega_R}{d_{21}}$  и  $\omega_R$  — частота Раби. Также введем обозначение

$$\alpha = \frac{2\pi N d_{21}^2 \omega}{\hbar c}, \quad \bar{\alpha} = \frac{c\alpha}{\omega_R^2}, \quad \Delta\bar{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\omega_R}, \quad \bar{\gamma}_{21} = \frac{\gamma_{21}}{\omega_R}, \quad \bar{\gamma}_2 = \frac{\gamma_2}{\omega_R}.$$

Далее черточки над безразмерными переменными будут опускаться, и все переменные в уравнениях будут подразумеваться безразмерными. Запишем элементы матрицы плотности через компоненты вектора Блоха  $\mathbf{R} = (R_1, R_2, R_3)$ :

$$\rho_{21} = \frac{R_1 + iR_2}{2}, \quad \rho_{11} = \frac{1 + R_3}{2}, \quad \rho_{22} = \frac{1 - R_3}{2}.$$

Тогда  $\rho_{22} - \rho_{11} = -R_3$ ,  $\rho_{22} + \rho_{11} = 1$ . Также запишем напряженность электрического поля через мнимую и вещественную части:  $E = E_1 + iE_2$ . Таким образом получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_1}{\partial t} &= -\frac{\partial E_1}{\partial z} - \alpha R_2, \\ \frac{\partial E_2}{\partial t} &= -\frac{\partial E_2}{\partial z} + \alpha R_1, \\ \frac{\partial R_1}{\partial t} &= \Delta\omega R_2 - \gamma_{21} R_1 - E_2 R_3, \\ \frac{\partial R_2}{\partial t} &= -\Delta\omega R_1 - \gamma_{21} R_2 + E_1 R_3, \\ \frac{\partial R_3}{\partial t} &= \gamma_2(1 - R_3) - (E_1 R_2 - E_2 R_1). \end{aligned} \quad (3)$$

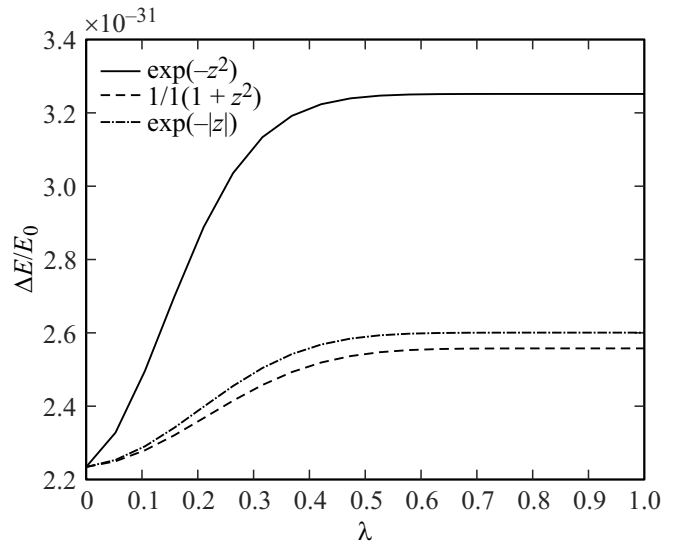
Самосогласованная система уравнений (3) отражает процесс распространения электромагнитного импульса в двухуровневой среде. Солитонное решение возможно в отсутствие релаксации и оно имеет вид

$$E(z, t) = \frac{2}{t_p} \operatorname{sech} \left( \frac{t - z/V}{t_p} \right),$$

где  $t_p$  — свободный параметр, задающий ширину импульса, а  $V^{-1} = c^{-1} + \alpha t_p^2 (1 + t_p^2 \Delta\omega^2)^{-1}$  является обратной скоростью солитона самоиндуцированной прозрачности [7]. Когда площадь под графиком такого импульса равна  $2\pi$ , его называют  $2\pi$ -импульс [8,9].

### Минимизация потерь энергии

Проходя сквозь среду, импульс возбуждает атомы, т.е. его энергия переходит в среду, однако эта энергия не возвращается обратно в импульс в средах с низкой концентрацией, как это происходит в эффекте самоиндуцированной прозрачности. Возбужденные атомы через некоторое время вернуться в основное состояние и излучаемая ими энергия будет потерянной импульсом

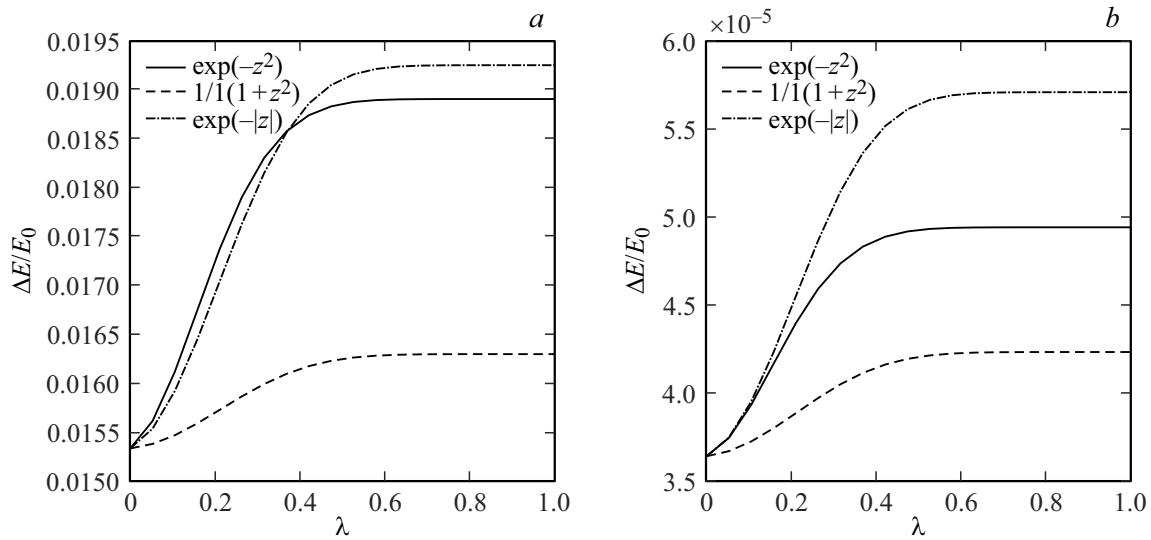


**Рис. 1.** Зависимости потерь энергии различных импульсов с максимальной амплитудой энергии  $E_0 = \frac{\hbar\omega_R}{d_{21}}$  и  $\omega_R = 10^{15} \text{ s}^{-1}$  от параметра  $\lambda$  при распространении в среде на длину  $z = 30c/\omega_R$ . Сплошной линией показаны потери энергии для импульса с  $f(z) = \exp(-z^2)$ , штриховой линией —  $\frac{1}{1+z^2}$ , штрихпунктирной —  $\exp(-|z|)$ .

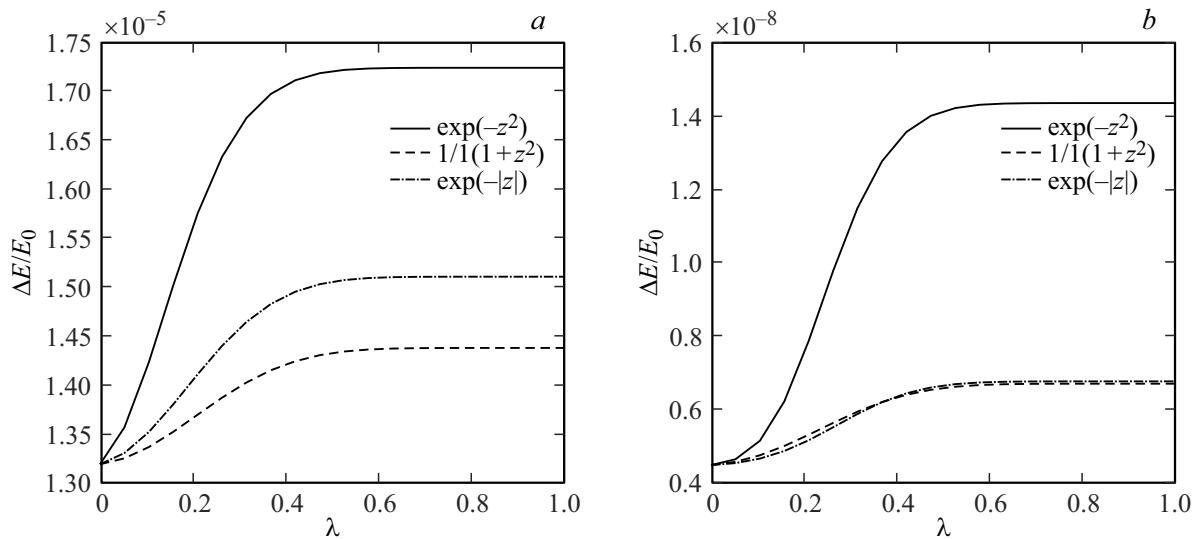
энергией. Мощность излучения атома во все стороны  $S = \frac{2|\ddot{d}|^2}{3c^3}$ , где  $d = d_{21}(\rho_{21} + \rho_{21}^*)$ . В нашем приближении  $S \approx \frac{4d_{21}^2 |\rho_{21}^*|^2 \omega^4}{3c^3}$ . Проинтегрировав это выражение по времени, получим энергию, излучаемую атомом. Солитон самоиндуцированной прозрачности распространяется в среде со значительной концентрацией атомов с минимальными потерями энергии. Для низких концентраций,  $N \approx 10^3 - 10^4 \text{ cm}^{-3}$ , соответствующих плотным астрономическим средам, эффект самоиндуцированной прозрачности трансформируется в некий эффект, при котором импульс такой формы претерпевает также наименьшие потери энергии. В этой работе рассматривается эволюция различных форм начальных профилей электромагнитного импульса с разными площадями. При этом рассматривались различные параметры среды. В работе [5] есть информация о межзвездной среде между Солнцем и различными источниками. Мы можем оценить среднюю концентрацию водорода как  $N = (4.7 - 6.2) \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3}$ . При распространении импульса через такую среду он может поглощаться в линии Ly- $\alpha$  с частотой перехода  $\omega_{21} = 15.5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$ . Дипольный момент такого перехода  $d = 1.5D$ . Представим напряженность импульса в начальный момент времени в следующем виде:

$$E(z) = (1 - \lambda) \frac{2}{t_p} \operatorname{sech} (z/Vt_p) + \lambda f(z),$$

где  $f(z)$  — произвольная функция, а  $\lambda$  — параметр для варьирования. С помощью компьютерного моделирования будем запускать импульсы с определенной энергией, варьируя форму изменением значения параметра  $\lambda$  от нуля до единицы, и будем смотреть



**Рис. 2.** Зависимости потерь энергии различных импульсов с максимальной амплитудой энергии  $E_0 = \frac{\hbar\omega_R}{d_{21}}$  и  $\omega_R = 10^4 \text{ s}^{-1}$  (a),  $\omega_R = 10^5 \text{ s}^{-1}$  (b) от параметра  $\lambda$  при распространении в среде на длину  $z = 30c/\omega_R$ . Концентрация среды  $N = 10^2 \text{ cm}^{-3}$  (a) и  $N = 10^3 \text{ cm}^{-3}$  (b). Сплошной линией показаны потери энергии для импульса с  $f(z) = \exp(-z^2)$ , штриховой линией —  $\frac{1}{1+z^2}$ , штрихпунктирной —  $\exp(-|z|)$ .



**Рис. 3.** Зависимости потерь энергии различных импульсов с максимальной амплитудой энергии  $E_0 = \frac{\hbar\omega_R}{d_{21}}$  и  $\omega_R = 10^6 \text{ s}^{-1}$  (a),  $\omega_R = 10^7 \text{ s}^{-1}$  (b) от параметра  $\lambda$  при распространении в среде на длину  $z = 30c/\omega_R$ . Концентрация среды  $N = 10^3 \text{ cm}^{-3}$  (a) и  $N = 10^4 \text{ cm}^{-3}$  (b). Сплошной линией показаны потери энергии для импульса с  $f(z) = \exp(-z^2)$ , штриховой линией —  $\frac{1}{1+z^2}$ , штрихпунктирной —  $\exp(-|z|)$ .

на потери импульсом энергии. В качестве функции  $f(z)$  возьмем, например,  $\exp(-z^2)$ ,  $\frac{1}{1+z^2}$  и  $\exp(-|z|)$ . Для импульса с напряженностью  $E_0 = 2.1 \cdot 10^{10} \text{ V/m}$  потери энергии практически не возрастают при изменении параметра  $\lambda$  (рис. 1). Однако для импульсов с меньшей напряженностью потери энергии становятся значительными при отклонении от необходимой формы импульса. По рис. 2a, b видно, что импульс с невозмущенной формой претерпевает наименьшие потери. Напряженность поля здесь  $E_0 = 21 \text{ V/m}$ . При этом чем выше энергия

импульса, тем меньше его относительные потери энергии, но даже в этом случае при невозмущенной форме импульса потери энергии минимальны (рис. 3).

### Заключение

Для импульсов с малой напряженностью поля при прохождении через среду с малыми концентрациями очень важна его форма. Расчеты проводились для случая, когда частота перехода в двухуровневой сре-

де  $\omega_{21}$  была близка к частоте импульса  $\omega$ , а именно  $\Delta\omega \sim \omega_R$ . Показано, что эффект самоиндуцированной прозрачности в разреженных средах трансформируется в следующий эффект: при распространении электромагнитного импульса через межзвездную среду с профилем, имеющим форму гиперболического секанса, происходят наименьшие потери энергии.

### Финансирование работы

Исследование поддержано Российским научным фондом, грант 23-12-00012.

### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов

### Список литературы

- [1] Л. Аллен, Дж. Эберли. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (Мир, М., 1978).
- [2] S.L. McCall, E.L. Hahn. *Phys. Rev.*, **183**, 457 (1969). DOI: 10.1103/PhysRev.183.457
- [3] И.А. Полуэктов, Ю.М. Попов, В.С. Ройтберг. *УФН*, **114** (1), 97 (1974). DOI: 10.3367/UFNr.0114.197409e.0097
- [4] А.И. Маймистов. *Квант. электрон.*, **40** (9), 801 (2010). DOI: 10.1070/QE2010v040n09ABEH014396
- [5] C. Pinto, J.S. Kaastra, E. Costantini, C. de Vries. *Astronomy & Astrophysics*, **551**, A25 (2013). DOI: 10.1051/0004-6361/201220481
- [6] Н.Н. Розанов. *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-* (ФИЗМАТЛИТ, М., 2011).
- [7] A.I. Maimistov, A.M. Basharov. *Nonlinear Optical Waves* (Springer Science+Business Media B.V., Dordrecht, 1999). DOI: 10.1007/978-94-017-2448-7
- [8] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50** (9), 801 (2020). DOI: 10.1070/QEL17348
- [9] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. *УФН*, **188** (12), 1347 (2018). DOI: 10.3367/UFNr.2018.07.038386