

Блоховские колебания в сверхрешетках. Проблема терагерцового генератора

© Ю.А. Романов[¶], Ю.Ю. Романова

Институт физики микроструктур Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

(Получена 1 июня 2004 г. Принята к печати 14 июня 2004 г.)

Исследованы возможности создания терагерцового генератора на блоховских колебаниях электронов в полупроводниковых сверхрешетках. Показано, что сверхрешетки с высокодобротными блоховскими колебаниями могут быть использованы для генерации терагерцового излучения в импульсных электрических полях со скважностью, обеспечивающей остывание разогреваемых полем электронов. Терагерцовый генератор с непрерывно перестраиваемой электрическим полем частотой предлагается создавать на ангармонизме блоховских осцилляций электронов в полупроводниковых сверхрешетках со специальным характером минизоны, в значительной части которой эффективная масса электрона положительная и уменьшается с ростом его энергии. Это позволяет исключить развитие нежелательной доменной неустойчивости (эффекта Ганна).

1. Введение

В полупроводниковых сверхрешетках (СР) квазиимпульсные зоны Бриллюэна и разрешенные энергетические зоны электрона однородных исходных материалов разбиваются на совокупность относительно узких (10^5 – 10^7 см⁻¹) минизон Бриллюэна и узких (10^{-3} – 10^{-1} эВ) разрешенных и запрещенных энергетических минизон. Из-за малых размеров минизон Бриллюэна в электрических характеристиках СР сильно проявляются брэгговские отражения электрона от их границ уже в сравнительно слабых электрических полях (10^2 – 10^4 В/см). В статических полях эти отражения создают достаточно высокочастотные периодические блоховские осцилляции (БО) [1] и соответствующие ванье-штарковские лестницы энергетических уровней [2]. Например, в СР с периодом $d = 100$ Å и шириной минизоны $\Delta = 20$ мэВ в статическом поле $E_C = 4$ кВ/см частота БО $f_C \equiv \Omega_C/2\pi \equiv eE_C d/2\pi\hbar \approx 1$ ТГц, амплитуда колебаний координаты электрона $Z_C \approx 10^{-5}$ см $\gg d$, а расстояние между уровнями Ванье–Штарка $\hbar\Omega_C \approx 4$ мэВ $\ll \Delta$. Для краткости и отличия от БО колебания электрона в переменном электрическом поле будем называть блоховскими колебаниями (БК). В периодических электрических полях (без статической составляющей) БК периодичны с периодом поля. В поле, содержащем постоянную и гармоническую составляющие с несоизмеримыми частотами Ω_C и ω ($n_1\Omega_C \neq n_2\omega$, $n_{1,2}$ — целые числа, не имеющие общего множителя), БК не периодичны. В случае соизмеримых частот ($n_1\Omega_C = n_2\omega$) БК вновь периодичны, но уже с периодом $2n_1\pi/\omega$ (который в n_1 раз больше периода поля). Подобная ситуация возникает в бигармоническом поле.

Брэгговские отражения являются (при наличии рассеяния электронов) основной причиной возникновения статической и высокочастотной (динамической) отрицательных дифференциальных проводимостей (ОДП)

сверхрешеток. Существование БО, БК и ОДП делает весьма привлекательной идею создания на полупроводниковых СР терагерцового блоховского генератора. Исследованию возможностей реализации этой идеи и посвящена данная работа. Статья построена следующим образом. В разд. 2 обсуждены основные отличительные свойства БО и БК, сформулированы пути их использования для генерации терагерцового излучения. В разд. 3 приведены основные соотношения для электрического транспорта и разогрева электронов СР с произвольным законом дисперсии в сильных переменных полях. В разд. 4 исследованы переходные токи и разогрев электронов в СР при резком включении статического электрического поля. В разд. 5 изучены колебания тока в периодическом поле меандроподобной формы. Обсуждено влияние разогрева электронов электрическим полем на амплитуду колебаний тока. В разд. 6 исследована генерация тока периодическими импульсными полями со скважностью, обеспечивающей остывание разогретых полем электронов. В разд. 7 исследована динамическая дифференциальная проводимость СР в зависимости от закона дисперсии минизоны и характера рассеяния электронов в них. В разд. 8 сформулированы основные результаты работы.

2. Свойства БО и БК в СР

БО и БК существенно отличаются от обычного осциллятора и друг от друга. При их исследовании будем исходить (для простоты) из аддитивного закона дисперсии электрона:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon_3(k_3) + \varepsilon_\perp(k_\perp), \quad \varepsilon_\perp(k_\perp) = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m}, \quad (1)$$

где $\varepsilon(\mathbf{k})$ и \mathbf{k} — энергия и квазиволновой вектор электрона, $\varepsilon_3(k_3)$, k_3 и $\varepsilon_\perp(k_\perp)$, k_\perp — их продольные и поперечные относительно оси СР компоненты соответственно, m — эффективная поперечная масса электрона.

[¶] E-mail: romanov@ipm.sci-nnov.ru

Продольную энергию $\varepsilon_3(k_3)$ представим в виде ряда Фурье (в виде совокупности парциальных синусоидальных минизон):

$$\varepsilon_3(k_3) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \Delta_n [1 - \cos(nk_3d)], \quad (2)$$

где Δ_n — ширина парциальной синусоидальной минизоны. Она может быть как положительной, так и отрицательной, спин электрона не учитывается, поэтому закон дисперсии симметричен по k_3 , N — целое число. Электрическое поле будем считать направленным вдоль оси СР. В дальнейшем там, где это не вызовет недоразумений, индекс „3“ у продольной энергии будем опускать.

Рассмотрим сначала БО. Известно, что в статическом поле E_C любой величины электрон с любым начальным квазиимпульсом локализуется в координатном пространстве в направлении поля и совершает периодические колебания, описываемые скоростью

$$V(k_0, t_0, t) = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon(k_3)}{\partial k_3} = \sum_{n=1}^N V_n^m \sin[n(k_0d + \Omega_C(t - t_0))], \quad (3)$$

где \mathbf{k}_0 — квазиволновой вектор электрона в начальный момент времени t_0 , $V_n^m = \Delta_n d / 2\hbar$ — максимальная (по модулю) парциальная скорость электрона (она может быть больше максимальной скорости в минизоне). Важно отметить, что частота БО, $\Omega_C = eE_C d / \hbar$, не зависит от закона дисперсии электрона, а полностью определяется лишь величиной электрического поля и периодом СР. С другой стороны, амплитуда скорости и форма (спектральный состав в единицах Ω_C) БО полностью определяются законом дисперсии электрона и не зависят от величины электрического поля. В общем случае БО ангармоничны, и только в синусоидальной минизоне они гармонические. Амплитуды гармоник БО не зависят и от начальных условий. Начальный квазиимпульс определяет лишь начальную фазу БО.

При столкновениях энергия БО (средняя по времени кинетическая энергия электрона) не меняется, изменяется лишь фаза и центр их колебаний, что и приводит к дрейфу электронов, т. е. к статическому току. При выключении поля колебания электрона мгновенно прекращаются, а при его изменении — меняется их частота. Существование БО и соответствующих уровней Ванье–Штарка в СР убедительно подтверждено рядом экспериментальных работ [3].

Рассмотрим свойства БК. Для простоты рассуждений ограничимся случаем гармонической минизоны. Пусть в СР на электрон действует многочастотное поле вида

$$E(t) = E_C + \sum_{\alpha=1}^N E_\alpha \cos(\omega_\alpha t - \delta_\alpha), \quad (4)$$

содержащее постоянную составляющую E_C и N гармоник с произвольными частотами ω_α и начальными

фазами δ_α . В этом поле электрон совершает колебания, описываемые скоростью:

$$V(k_0, t_0, t) = V_m \sin \left\{ k_0 d + \Omega_C(t - t_0) + \sum_{\alpha=1}^N g_\alpha [\sin(\omega_\alpha t - \delta_\alpha) - \sin(\omega_\alpha t_0 - \delta_\alpha)] \right\} = V_m [C_S(k_0, t_0) \Psi_S(t) + C_A(k_0, t_0) \Psi_A(t)], \quad (5)$$

где

$$\Psi_S(t) = \cos \left[\Omega_C t + \sum_{\alpha=1}^N g_\alpha \sin(\omega_\alpha t - \delta_\alpha) \right], \quad \Psi_A(t) = \sin \left[\Omega_C t + \sum_{\alpha=1}^N g_\alpha \sin(\omega_\alpha t - \delta_\alpha) \right], \quad (6)$$

$$C_S^2(k_0, t_0) + C_A^2(k_0, t_0) = 1,$$

$$\Psi_S^2(t) + \Psi_A^2(t) = 1, \quad g_\alpha = eE_\alpha d / \hbar \omega_\alpha, \quad (7)$$

$\Psi_S(t)$ и $\Psi_A(t)$ — волновые пакеты скорости, имеющие разные, не зависящие от начальных условий симметрию и спектральный состав, $C_S(k_0, t_0)$ и $C_A(k_0, t_0)$ — амплитуды этих волновых пакетов. Возможность разделения БК на два „ортогональных“ волновых пакета создает аналогию поведения СР с поведением двухуровневой системы.

В случае чисто гармонического поля

$$E(t) = E \cos \omega t$$

из (5), (6) имеем:

$$\Psi_S(t) = \cos(g \sin \omega t) = J_0(g) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(g) \cos 2n\omega t, \quad \Psi_A(t) = \sin(g \sin \omega t) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(g) \sin[(2n-1)\omega t], \quad (8)$$

$$C_S(k_0, t_0) = \sin(k_0 d - g \sin \omega t_0),$$

$$C_A(k_0, t_0) = \cos(k_0 d - g \sin \omega t_0), \quad (9)$$

$J_n(g)$ — функции Бесселя, т. е. $\Psi_S(t)$ содержит только четные гармоники поля, а $\Psi_A(t)$ — только нечетные. Приведем для этого важного случая свойства БК, отличающие их от БО.

1. Движение электрона в квазиимпульсном пространстве (не зависящее от его закона дисперсии) периодически во времени с периодом поля. Брэгговские отражения от границ минизоны не создают своего периода колебаний (как в случае статического поля), но сильно модулируют колебания электрона на его периоде [4]. Модулируются также ширины соответствующих квазиэнергетических минизон [5]. Это отражается в существовании в спектре БК только гармоник с частотами, кратными частоте поля, и в сильно немонотонных зависимостях их амплитуд от амплитуды поля. При больших амплитудах

поля ($eEd \gg \hbar\omega$) БК содержат гармоники очень высокого порядка ($n > eEd/\hbar\omega$), что является прямым следствием большого числа брэгговских отражений на периоде поля. Например, n -я ($n \gg 1$) гармоника БК, пропорциональная $J_n(eE_1d/\hbar\omega_1)$, максимальна в поле $E \approx \hbar\omega/ed$. Частным проявлением немонотонного поведения спектрального состава БК от амплитуды поля является экспериментально наблюдаемая электромагнитная прозрачность СР [4,6].

2. Локализация электрона в координатном пространстве (обращение в 0 постоянной составляющей скорости электрона вне зависимости от его начального импульса) возникает только при дискретных значениях безразмерной амплитуды поля, определяемых нулями нулевой функции Бесселя $J_0(eEd/\hbar\omega) = 0$. В литературе это явление получило название „динамическая локализация электрона“ [7]. Финитность движения электрона приводит к коллапсу его квазиэнергетических минизон [5], т. е. квазиэнергетический спектр электрона в гармоническом поле (в отличие от статического) становится дискретным только при определенных дискретных значениях его относительной амплитуды $g = eEd/\hbar\omega$.

3. Начальный импульс \mathbf{k}_0 определяет не фазу БК, а амплитуды его волновых пакетов и, следовательно, в том числе, средние по времени энергию и скорость электрона. Фазы гармоник БК с точностью до π детерминированы фазой поля. Столкновения изменяют амплитуды волновых пакетов $C_{S,A}(\mathbf{k}_0, t)$ (включающих в себя знак), среднюю кинетическую энергию, центр БК. При $\omega\tau \gg 1$ БК можно рассматривать как долгоживущую квазичастицу (спин) с двумя колебательными степенями свободы.

Если СР находится в поле

$$E(t) = E_C + E \cos \omega t,$$

содержащем статическую и одну гармоническую компоненты, то скорость электрона определяется соотношением

$$V(\mathbf{k}_0, t) = V_m \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(g) \sin[\mathbf{k}_0 d + \Omega_C(t - t_0) + n\omega t - g \sin \omega t_0]. \quad (10)$$

Из (10) видно, что статическое поле сдвигает как целое спектр БК на блоховскую частоту Ω_C с сохранением амплитуд гармоник (здесь для большей наглядности положительные и отрицательные частоты не считаются эквивалентными). Этот сдвиг можно рассматривать и как амплитудную модуляцию БК в гармоническом поле блоховскими осцилляциями. При произвольном E_C периодичность БК отсутствует, их спектр содержит только гармоники с несоизмеримыми частотами $\Omega_C \pm n\omega$. Однако из-за отсутствия у статического поля своей фазы шарковский сдвиг частот в стационарном макроскопическом токе исчезает, приобретая при столкновениях случайную фазу (амплитудная модуляция со случайной

фазой). Этот сдвиг может существовать только в переходных характеристиках. При нелинейном шарковском резонансе, $n_1\Omega_C = n_2\omega$, БК периодичны с периодом $2n_1\pi/\omega$ (в n_1 раз большим периода поля). Однако столкновения и эту периодичность разрушают, сохраняя в стационарном токе лишь гармоники с частотами, кратными частоте поля. Тем не менее отмеченные резонансы проявляются в особенностях проводимости СР [8].

Приведенные свойства БО и БК позволяют указать на три пути использования СР для генерации терагерцового излучения:

1. Высокодобротные БО и БК ($\Omega_C, \omega \gg \tau^{-1}$). Возбуждение импульсными полями (или реализация квазибаллистического пролета в коротких СР).

2. Низкодобротные БО и БК. Использование динамической ОДП.

3. Использование немонотонной сильно нелинейной проводимости для эффективного умножения или смешения частот как в случае высокодобротных, так и низкодобротных БО и БК. В этой работе мы обсудим первые два пути.

3. Транспорт электронов. Общие соотношения

Исследуем проявление БО и БК в электрических характеристиках СР. Будем исходить из уравнения Больцмана в приближении постоянного времени релаксации τ :

$$\frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial t} + \frac{eE(t)}{\hbar} \frac{\partial f(\mathbf{k}, t)}{\partial \mathbf{k}} = -\frac{f(\mathbf{k}, t) - f_0(\mathbf{k})}{\tau},$$

$$f(\mathbf{k}, t_0) = f_0(\mathbf{k}), \quad (11)$$

где $f(\mathbf{k}, t)$, $f_0(\mathbf{k})$ — возмущенная полем и равновесная функции распределения электронов, t_0 — момент включения электрического поля. Используя периодичность в \mathbf{k} -пространстве, функцию распределения электронов представим в виде ряда Фурье:

$$f(\mathbf{k}, t) = \sum_{v=-\infty}^{\infty} F_v(k_{\perp}) \exp(ivk_3d) \Phi_v(t), \quad (12)$$

где

$$F_v(k_{\perp}) = \frac{d}{2\pi} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} f_0(\mathbf{k}) \exp(-ivk_3d) dk_3. \quad (13)$$

Согласно (11)–(13) многокомпонентная функция распределения (в v -пространстве) $\Phi_v(t)$ удовлетворяет кинетическому уравнению

$$\tau \frac{d\Phi_v(t)}{dt} + [1 + iv\tau\Omega(t)]\Phi_v(t) = 1, \quad \Omega(t) = \frac{edE(t)}{\hbar} \quad (14)$$

с начальными условиями

$$\Phi_v(t_0) = 1. \quad (15)$$

Его решение имеет вид

$$\Phi_{\nu}(t) = \left[\exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) \Psi_{\nu}^*(t_0) + \int_{t_0}^t \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \Psi_{\nu}^*(t_1) \frac{dt_1}{\tau} \right] \Psi_{\nu}(t), \quad (16)$$

где

$$\Psi_{\nu}(t) = \exp\left(-i\nu \int_0^t \Omega(t_1) dt_1\right) = [\Psi_S(t) - i\Psi_A(t)]^{\nu} \quad (17)$$

— собственная функция БК, являющаяся решением кинетического уравнения (14) без интеграла столкновений и описывающая динамическую (т.е. бесстолкновительную) модуляцию полем функции распределения электронов; функции $\Psi_{S,A}(t)$ определены соотношениями (6).

Легко показать, что парциальные ток и средняя энергия электрона связаны с функциями $\Phi_{\nu}(t)$ соотношениями:

$$j_{\nu}(t) = j_{0\nu} \text{Im} \Phi_{\nu}(t), \quad (18)$$

$$\varepsilon_{\nu}(t) = \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0 + \left(\frac{\Delta_{\nu}}{2} - \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0 \right) [1 - \text{Re} \Phi_{\nu}(t)], \quad (19)$$

где

$$j_{0\nu} = \frac{\nu \Delta_{\nu} e d}{\hbar} \int f_0(\mathbf{k}) \cos(\nu k_3 d) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = \frac{e n d}{\hbar} \left(\frac{\Delta_{\nu}}{2} - \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0 \right), \quad (20)$$

$\langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0$ и $\varepsilon_{\nu}(t)$ — средние парциальные равновесные и неравновесные энергии электрона соответственно, n — концентрация электронов. Следовательно, ток и относительный разогрев электронов, возникающие в СР с произвольным законом дисперсии (2) в произвольном поле $E(t)$, определяются соотношениями:

$$j(t) = \sum_{\nu=1}^N j_{\nu}(t), \quad (21)$$

$$B(t) \equiv \frac{\varepsilon(t) - \langle \varepsilon \rangle_0}{\frac{\Delta}{2} - \langle \varepsilon \rangle_0} = \sum_{\nu=1}^N \frac{\frac{\Delta_{\nu}}{2} - \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0}{\frac{\Delta}{2} - \langle \varepsilon \rangle_0} B_{\nu}(t), \quad (22)$$

где

$$j_{\nu}(t) = j_{\nu 0} \left\{ \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) \sin\left[\nu \int_{t_0}^t \Omega(t_1) dt_1\right] + \int_{t_0}^t \frac{dt_1}{\tau} \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \sin\left[\nu \int_{t_1}^t \Omega(t_2) dt_2\right] \right\}, \quad (23)$$

$$B_{\nu}(t) \equiv \frac{\varepsilon_{\nu}(t) - \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0}{\frac{\Delta_{\nu}}{2} - \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0} = 1 - \exp\left(-\frac{t-t_0}{\tau}\right) \cos\left[\nu \int_{t_0}^t \Omega(t_1) dt_1\right] - \int_{t_0}^t \frac{dt_1}{\tau} \exp\left(-\frac{t-t_1}{\tau}\right) \cos\left[\nu \int_{t_1}^t \Omega(t_2) dt_2\right], \quad (24)$$

$\langle \varepsilon \rangle_0$ и $\varepsilon(t)$ — средние равновесная и неравновесная продольные энергии электрона.

4. Статическая вольт-амперная характеристика. Переходные процессы

Брэгговские отражения электронов от границ минизоны Бриллюэна являются основной причиной существования у СР статической ОДП [9,10]. Согласно (21)–(24) соответствующие вольт-амперные характеристики (ВАХ) и разогрев электронов в статическом поле E_C определяются соотношениями:

$$j_C = \sum_{\nu=1}^N j_{0\nu} \frac{\nu \Omega_C \tau}{1 + (\nu \Omega_C \tau)^2}, \quad (25)$$

$$\langle \varepsilon \rangle - \langle \varepsilon \rangle_0 = \sum_{\nu=1}^N \left[\frac{\Delta_{\nu}}{2} - \langle \varepsilon_{\nu} \rangle_0 \right] \frac{(\nu \Omega_C \tau)^2}{1 + (\nu \Omega_C \tau)^2} \equiv \left(\frac{\Delta}{2} - \langle \varepsilon \rangle_0 \right) B(E_C). \quad (26)$$

В СР с гармонической минизонной ($N = 1$) электрический ток принимает максимальное значение, равное $j_0/2$ в поле $E_C = E^*$, где $E^* = \hbar/e d \tau$ — эффективное поле, в котором электрон за время $2\pi\tau$ пролетает всю минизону Бриллюэна. Обсуждение характера ВАХ в зависимости от закона дисперсии электрона проведено в работе [10]. Важно отметить, что в сильном поле электрический ток стремится к 0, а средняя энергия электрона — к большой постоянной величине $\Delta/2$ ($B(E_C) \rightarrow 1$), соответствующей равномерному распределению электронов по минизоне, т.е. к сильному их разогреву при почти нулевом токе.

Выражением для статической ВАХ можно пользоваться лишь при выполнении условий медленного изменения поля:

$$\omega\tau \ll 1, \quad \tau dE(t)/dt \ll E^*. \quad (27)$$

Для нас наиболее важным будет второе условие. Если это условие не выполняется, например, при резком изменении поля, то в СР могут возникнуть переходные когерентные колебания электронов, создающие макроскопические токи.

Рассмотрим эволюцию тока и средней энергии электрона при резком включении поля $E(t) = E_C \theta(t)$, $\theta(t)$ — функция Хэвисайда. Используя формулы (21)–(24), получим

$$j(t) = \sum_{\nu=1}^{\infty} j_{0\nu} \frac{\nu \Omega_C \tau}{1 + (\nu \Omega_C \tau)^2} \times \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) (\cos \nu \Omega_C t - \nu \Omega_C \tau \sin \nu \Omega_C t) \right], \quad (28)$$

$$B_{\nu}(t) = \sum_{\nu=1}^N \frac{(\nu \Omega_C \tau)}{1 + (\nu \Omega_C \tau)^2} \times \left[\nu \Omega_C \tau - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) (\nu \Omega_C \tau \cos \nu \Omega_C t + \sin \nu \Omega_C t) \right]. \quad (29)$$

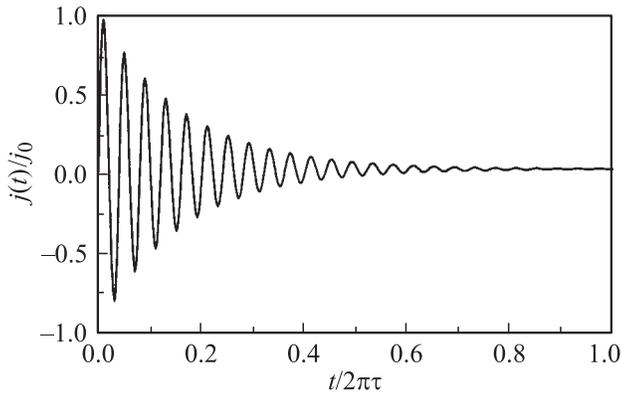


Рис. 1. Осциллограмма тока в сверхрешетке при мгновенном включении статического поля с $\Omega_C \tau = 25$.

На рис. 1 приведена соответствующая осциллограмма тока СР с синусоидальной минизоной ($N = 1$) в статическом поле с $\Omega_C \tau = 25$. Обратим внимание, что $\max[j(t)/j_0] = 1$, в то время как для статического тока $\max(j_C/j_0) = 0.5$. Аналогично ведет себя и средняя энергия электрона — $\max[B(t)] \approx 2$, в то время как статическое значение $B(E_C) < 1$. Значениям $B(t) = 0, 1$ и 2 соответствуют энергии $\varepsilon(t) = \langle \varepsilon \rangle_0, \Delta/2$ и $(\Delta - \langle \varepsilon \rangle_0)$. При $t > \pi\tau$ в СР устанавливается стационарное распределение электронов, электрический ток и средняя энергия электрона выходят на значение, соответствующее статической ВАХ (25). Однако несмотря на малый установившийся ток, электроны остаются сильно разогретыми ($B(t) \rightarrow 1$), именно из-за сильного разогрева электронов ток в СР и мал. Отметим, что по спектру колебаний тока в переходном процессе можно восстановить закон дисперсии минизоны.

5. Осцилляции тока и разогрев электронов в гармоническом и меандроподобном полях

Казалось бы, что для получения эффективной генерации излучения на БК можно использовать гармоническое или меандроподобное поле большой амплитуды при $\max[\Omega(t)\tau] \gg 1$ с периодом $T \approx 2\pi\tau$. На рис. 2 приведены соответствующие осциллограммы тока и средней энергии электрона в поле меандроподобного вида

$$E(t) = E_C \theta(t) \text{th}(10 \sin \omega t) \quad (30)$$

с $\omega\tau = 1$, $\Omega_C \tau = 25$, рассчитанные по формулам (23), (24). Такой же вид имеют соответствующие осциллограммы и в гармоническом поле. Из рисунка видно, что амплитуда колебаний тока велика лишь в первом полупериоде поля, а затем резко (в приведенном примере примерно в 5 раз) падает. Причина — сильный разогрев электронного газа и отсутствие возможности

его остывания между всплесками поля. Сильно разогретый электронный газ в СР из-за узости ее минизоны Бриллюэна создает малые токи в любом поле, если отсутствует межминизонное туннелирование. В этом недостаток СР по сравнению с объемными полупроводниками. С другой стороны, в этом и их преимущество, так как величина внутриминизонного тока ограничена значением j_0 , что повышает стойкость СР к высоким полям. Итак, разогрев электронного газа отрицательно сказывается на излучательных характеристиках СР.

Расчеты показывают (что очевидно из физических соображений), что электронный газ остывает за время $\sim \pi\tau$ после выключения поля. Нужно, однако, иметь в виду, что здесь роль τ играет время релаксации энергии, которое обычно превышает время релаксации скорости. Кроме того, времена релаксации скорости и энергии электрона в СР в отсутствие поля могут быть

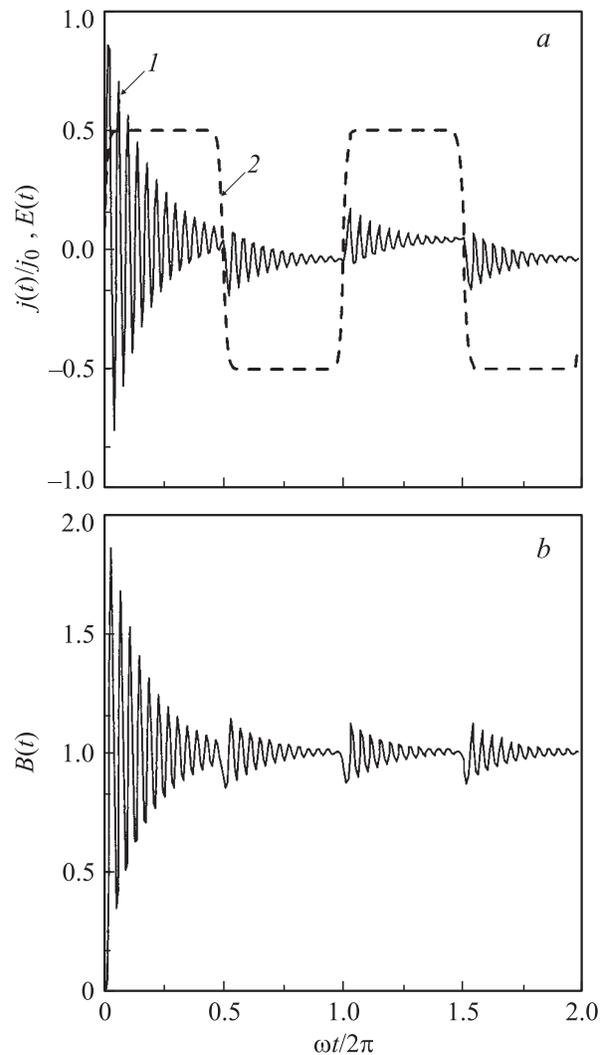


Рис. 2. Осциллограммы тока (a) и средней энергии электрона (b) в меандроподобном поле с $\Omega_C \tau = 25$, периодом $T = 2\pi\tau$ при мгновенном его включении. 1 — безотносительный ток, 2 — безотносительное электрическое поле.

существенно меньше, чем в сильном поле. В частности, такая ситуация существует в СР из ансамбля квантовых точек [11]. Поэтому в СР остывание электронного газа может происходить за более короткое время, чем его разогрев и затухание колебаний тока, обусловленные БО и БК.

6. Генерация колебаний тока импульсными полями

Результаты предыдущего раздела позволяют надеяться, что БО и БК могут быть использованы для генерации терагерцового излучения в периодических импульсных электрических полях со скважностью, обеспечивающей остывание электронов. Для выявления этой возможности мы исследовали временную эволюцию тока и

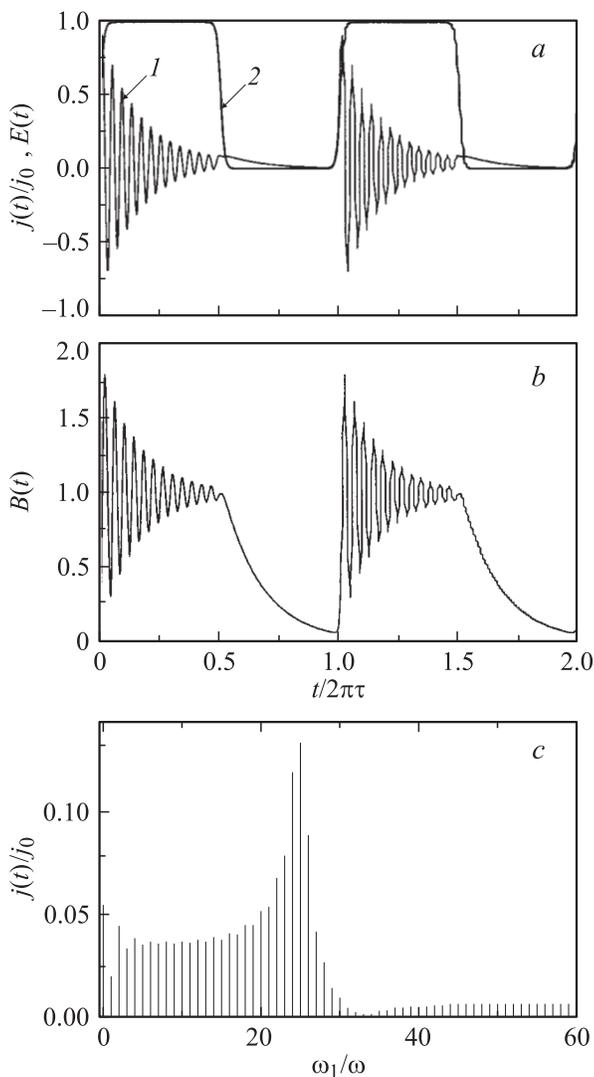


Рис. 3. Осциллограммы тока (а), энергии электрона (б) и спектр тока (с) в периодическом импульсном поле (31) с $\Omega_C/\omega = 25$, $\omega\tau = 1$. 1 — безотносительный ток, 2 — безотносительное поле, ω_1 — частота гармоники тока.

средней энергии электрона в периодических полях трех типов.

1. Однополярные прямоугольные импульсы („обрезанный“ снизу меандр):

$$E(t) = (E_C/2)[1 + \text{th}(10 \sin \omega t)]. \quad (31)$$

2. Обрезанная снизу синусоида:

$$E(t) = (E_C/2)[1 + \text{th}(10 \sin \omega t)] \sin \omega t. \quad (32)$$

3. „Приподнятая“ синусоида:

$$E(t) = (E_C/2)(1 + \sin \omega t). \quad (33)$$

На рис. 3 приведены осциллограммы тока, энергии электрона и спектр тока в периодическом поле (31) с $\Omega_C/\omega = 25$, $\omega\tau = 1$. В этом случае переменный ток имеет значительную величину (как на первом полупериоде на рис. 2), так как перед очередным всплеском поля электроны успевают остывать. Как и следовало ожидать, спектральные линии тока наиболее интенсивны на гармониках $n_0 \approx \Omega_C/\omega$. В поле (32) переменный ток того же порядка, что и в предыдущем случае, но его спектр почти однородный до гармоники n_0 , после чего резко обрывается. В поле (33) переменные токи малы, так как электроны не успевают остывать за время, в течение которого поле в СР слабое, т.е. когда $|E(t)| < E^*$. Отметим, что в приведенном примере период БК в 2 раза больше периода поля.

Таким образом, СР с высокочастотными БО и БК могут быть использованы для терагерцовой генерации в периодических импульсных полях со скважностью, обеспечивающей остывание разогреваемых полем электронов. Импульсное поле можно аппроксимировать совокупностью статического и бигармонического полей (поле (4) с $N = 2$, $E_2 = E_1/3$, $\delta_1 = 0$, $\delta_2 = \pi$). В связи с указанным отличием времен релаксации распределения электронов в сильном поле и без него скважность в периодических импульсных полях может составлять малую часть их периода.

7. Блоховский генератор на динамической отрицательной дифференциальной проводимости в сверхрешетке

Брэгговские отражения являются основной причиной существования не только статической (низкочастотной) [9,10], но и динамической (высокочастотной) [12] ОДП СР. На основе статической ОДП СР уже созданы гигагерцовые (до 150 ГГц) генераторы ганновского типа [13]. А вот генератора непосредственно на БО все еще нет.

Основная причина неудач в создании блоховского генератора (БГ), на наш взгляд, — использование неоптимальных структур СР. Действительно, обычно

исследуется СР с синусоидальной минизоной ($N = 1$ в формуле (2)), в которых БО — гармонические. В таких СР статическая ОДП возникает в полях с блоховской частотой $\Omega_C > \tau^{-1}$ (см. (25)), а динамическая ОДП на частоте ω — в поле с $\Omega_C > \sqrt{\omega^2 + \tau^{-2}}$ [12], т.е. обязательно только на участках ВАХ со статической ОДП. Поэтому генерация терагерцовых колебаний в них подавляется развитием относительно низкочастотной доменной неустойчивости (эффектом Ганна) [14]. Для создания БГ требуется СР, обладающая высокочастотной ОДП на участках ВАХ с положительной статической дифференциальной проводимостью. С целью выявления такой возможности нами были исследованы (см. также [15,16]) статическая и динамическая дифференциальные проводимости СР в зависимости от закона дисперсии минизоны и характера рассеяния электрона в них. В качестве пробного использован „сверхпараболический“ (конечно, идеализированный) закон дисперсии:

$$\varepsilon_3(k_3) = \frac{\hbar^2}{2} \times \begin{cases} \frac{k_3^2}{m_1}, & 0 < |k_3| < k_i, \\ \frac{k_3^2}{m_2} - 2k_i \left(\frac{1}{m_2} - \frac{1}{m_1} \right) \left(|k_3| - \frac{k_i}{2} \right), & k_i < |k_3| < \frac{\pi}{d}, \end{cases} \quad (34)$$

состоящий из двух парабол, „сшитых“ в точках $k_3 = \pm k_i$, $0 < k_i < \pi/d$. При $m_2 = m_1$ или $k_i = 0$ (π/d) соотношение (34) переходит в „параболический“ закон дисперсии, оборванный на границах зоны Бриллюэна, а при $m_2 = -m_1 < 0$ и $k_i = \pi/2d$ удовлетворительно аппроксимирует синусоидальный закон дисперсии. БО для этого закона дисперсии ангармоничны. Характер ангармонизма зависит от положения точки „сшивки“ $\beta \equiv k_i d$ и отношения масс $\eta \equiv m_1/m_2$. Ширина минизоны выбиралась приблизительно равной энергии оптического фонона, вероятность испускания которого на границе минизоны считалась постоянной величиной, равной α ($0 \leq \alpha \leq 1$). В зависимости от значения α в СР реализуется односторонний ($\alpha = 1$), либо двусторонний ($0 < \alpha < 1$) стриминг [15,16].

Исследования показали следующее.

1. Создавая ангармонизм БО, можно области статической и динамической ОДП в СР разнести по статическому электрическому полю. Перспективными при этом являются СР с минизонами, в значительной части которых эффективная масса электрона положительна и уменьшается с ростом его энергии („антiganновский“ вариант). В таких СР одновременно область статической ОДП сдвигается (по сравнению с СР с синусоидальной минизоной) в сторону сильных полей, а область динамической ОДП — в сторону слабых. Это и позволяет отстроиться от конкурирующей низкочастотной доменной неустойчивости в условиях генерации терагерцового излучения. В качестве примера на рис. 4 приведены динамические дифференциальные проводимости СР с

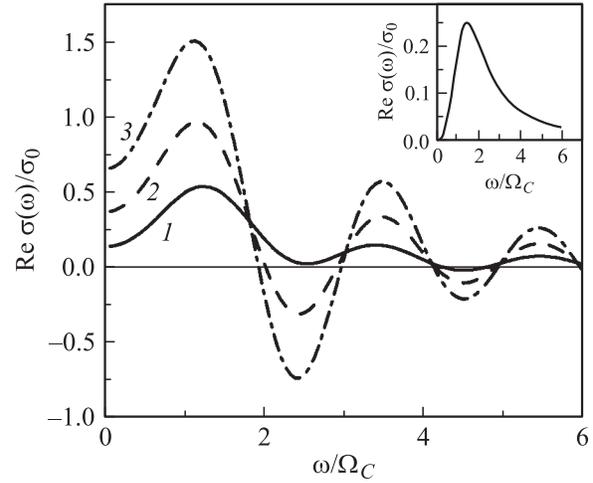


Рис. 4. Динамические дифференциальные проводимости сверхрешеток с синусоидальной (на вставке) и „сверхквадратичными“ минизонами ($c\beta = 0.5$ и величиной η , равной: 1 — 1, 2 — 5, 3 — 10) при $\alpha = 0$ в поле с $\Omega_C \tau = 1$.

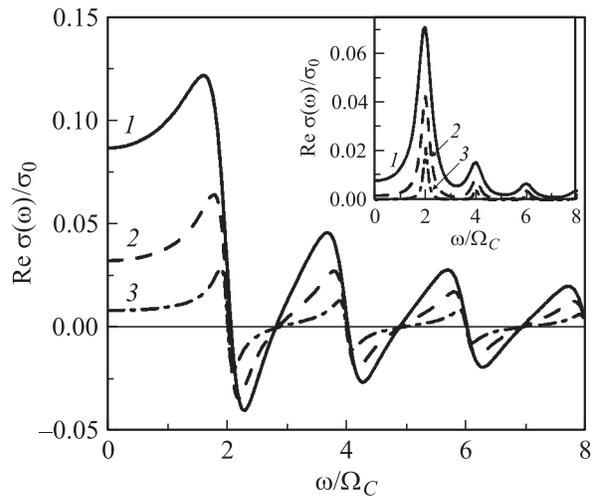


Рис. 5. Динамические дифференциальные проводимости сверхрешеток с синусоидальной (на вставке) и параболической минизонами при одностороннем стриминге ($\alpha = 1$) в поле с $\Omega_C \tau$: 1 — 3, 2 — 5, 3 — 10.

синусоидальной и „сверхквадратичной“ минизонами при отсутствии рассеяния на оптических фононах ($\alpha = 0$).

2. В СР с шириной минизоны порядка энергии оптического фонона возникает двойной резонанс на четных гармониках БО (так как в таких СР время набора электроном энергии оптического фонона составляет примерно половину времени пролета им минизоны Бриллюэна), а низкочастотная ОДП может отсутствовать во всей области статического поля. И здесь предпочтительнее (с целью повышения величины высокочастотной ОДП) является указанный выше тип СР с большими значениями η . На рис. 5 приведены динамические дифференциальные проводимости СР с синусоидальной и

„параболической“ минизонами при сильном рассеянии электронов на оптических фонах ($\alpha = 1$). Видно, что в СР с синусоидальной минизонной динамическая ОДП отсутствует, а в СР даже с „параболической минизонной“ — довольно велика. Исследования показывают, что наличие в минизоне областей с отрицательной эффективной массой негативно сказывается на величине высокочастотной ОДП при больших α .

3. Для получения больших значений высокочастотной ОДП БО должны быть не очень добротными ($\omega \approx \Omega_C \approx \tau^{-1}$), т.е. нет необходимости в очень чистых СР.

Предлагаемый к использованию характер минизон можно реализовать в электронных СР со сложной элементарной ячейкой и в дырочных СР со сложной валентной зоной исходного материала.

8. Заключение

Приведенные результаты исследований позволяют сделать следующие выводы.

1. СР с высокочастотными БО и БК могут быть использованы для генерации терагерцового излучения при возбуждении их сильными импульсными электрическими полями со скажностью, обеспечивающей остывание электронов.

2. Терагерцовый генератор с непрерывно перестраиваемой электрическим полем частотой можно построить на ангармонических БО полупроводниковых СР. Целесообразно для этого использовать СР со специальным характером минизоны, в значительной части которой эффективная масса электрона (дырки) положительная и уменьшается с ростом его (ее) энергии, что позволяет исключить развитие нежелательной доменной неустойчивости (эффекта Ганна) в условиях генерации терагерцового излучения.

Для создания терагерцового генератора могут быть также использованы следующие объекты.

1. СР, имеющие две близко расположенные (или частично перекрывающиеся) электронные (дырочные) минизоны, верхняя из которых значительно шире нижней и поэтому имеет меньшую эффективную массу электрона (дырки), а испускание оптического фона происходит на потолке верхней минизоны. Роль нижней минизоны может выполнять и примесная минизона, в которой подвижность электронов (дырок) относительно мала.

2. Отдельные дырочные слои на основе полупроводника с „жесткой фонной крышей“ (при продольном транспорте). В таких слоях имеются двумерные подзоны, в которых эффективная масса дырки уменьшается с ростом ее энергии [17]. В этом случае возникновение динамической ОДП обусловлено теми же механизмами, что и в объемных полупроводниках [18], т.е. стримингом (но пониженной размерности) и автомодуляцией распределения электронов в двумерном квазиимпульсном пространстве.

3. Двойные квантовые ямы и точки при резонансном воздействии на них гармоническими полями. В этом случае роль блоховской частоты будет играть частота Раби — преобразование инфракрасного излучения в терагерцовое.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 04-02-17154), программы „Низкоразмерные квантовые структуры“ РАН и Министерства промышленности, науки и технологий РФ.

Список литературы

- [1] F. Bloch. *Z. Phys.*, **52**, 555 (1928); C. Zener. *Proc. Royal Soc. (London) Ser. A*, **145**, 523 (1934).
- [2] G.H. Wannier. *Phys. Rev.*, **117**, 432 (1950); G.H. Wannier. *Rev. Mod. Phys.*, **34**, 645 (1962).
- [3] J. Feldmann, K. Leo, J. Shah, D.A.B. Miller, J.E. Cunningham, T. Meier, G.V. Plessen, A. Schulze, P. Thomas, S. Schmitt-Rink. *Phys. Rev. B*, **46**, 7252 (1992); M. Sudzius, V.G. Lyssenko, F. Löser, K. Leo, M.M. Dignam, K. Köhler. *Phys. Rev. B*, **57**, R12693 (1998); F. Löser, Y.A. Kosevich, K. Köhler, K. Leo. *Phys. Rev. B*, **61**, R13373 (2000).
- [4] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. *ФТТ*, **43**, 520 (2001).
- [5] M. Holthaus. *Z. Phys. B*, **89**, 251 (1992); M. Holthaus. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, 351 (1992); M. Holthaus, D. Hone. *Phys. Rev. B*, **47**, 6499 (1993); M. Holthaus, D. Hone. *Phys. Rev. B*, **49**, 16605 (1994).
- [6] M.C. Wanke, A.G. Markelz, K. Unterrainer, S.J. Allen, R. Bhatt. In: *Physics of Semiconductors*, ed. by N. Scheffter, R. Zimmerman (World Scient., Singapore, 1996) p. 1791.
- [7] O.N. Dunlap, V.M. Kenkre. *Phys. Rev. B*, **34**, 3625 (1986); O.N. Dunlap, V.M. Kenkre. *Phys. Lett. A*, **127**, 438 (1988).
- [8] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. *ЖЭТФ*, **118**, 1193 (2000).
- [9] В.А. Яковлев. *ФТТ*, **3**, 1983 (1961).
- [10] Ю.А. Романов. *ФТТ*, **45**, 529 (2003).
- [11] И.А. Дмитриев, Р.А. Сурис. *ФТП*, **36**, 1449 (2002).
- [12] С.А. Ктиторов, Г.С. Симин, В.Я. Синдаловский. *ФТТ*, **13**, 2230 (1971).
- [13] E. Schomburg, R. Scheuerer, S. Brandl et al. *Electron. Lett.*, **35**, 12 (1999).
- [14] H. Kroemer, cond-mat/0007482; cond-mat/0009311.
- [15] Yu.A. Romanov, L.G. Mourokh, N.J.M. Horing. *J. Appl. Phys.*, **93**, 4696 (2003).
- [16] Ю.А. Романов, Ю.Ю. Романова. *ФТТ*, **46** (1), 162 (2004).
- [17] Y.C. Chang, R.B. James. *Phys. Rev. B*, **39**, 12672 (1989).
- [18] А.А. Андронов, В.А. Козлов. *Письма ЖЭТФ*, **17**, 124 (1973); Л.Е. Воробьев, С.Н. Данилов, В.Н. Тулупенко, Д.А. Фирсов. *Письма ЖЭТФ*, **73**, 263 (2001).

Редактор Т.А. Полянская

Superlattice Bloch oscillations. Problem of terahertz oscillator

Yu.A. Romanov, J.Yu. Romanova

Institute for Physics of Microstructures,
Russian Academy of Sciences,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract The opportunities of creating a terahertz oscillator on Bloch electron oscillations in semiconductor superlattices were investigated. It was shown that the superlattices with high quality Bloch oscillations can be used for generation of terahertz radiation in pulsed electric fields if the off-duty ratio of the latter ensures cooling of electrons heated by an electric field. We suggested creating terahertz oscillator with a field controlled continuously tunable frequency, based on the anharmonicity of electron Bloch oscillations in semiconductor superlattices with a specific type of minizone in which the effective electron mass is positive and decreases with a decrease in the electron energy. This would prevent development of undesirable domain instabilities (Gunn effect).