Влияние нелинейной электромагнитной волны на плотность тока в поверхностной сверхрешетке в сильном электрическом поле

© Д.В. Завьялов, С.В. Крючков¶, Н.Е. Мещерякова

Волгоградский государственный педагогический университет,
400131 Волгоград, Россия

(Получена 14 апреля 2004 г. Принята к печати 23 апреля 2004 г.)

Исследована плотность тока в электронном $2D$-газе со сверхрешеткой в сильном электрическом поле под влиянием кноидальной электромагнитной волны и при явном учете электрнно-фононного взаимодействия. Постоянное электрическое квантующее поле направлено вдоль оси сверхструктуры, а вектор напряженности поля нелинейной волны перпендикулярен этой оси.

Выявлен осцилляционный характер зависимости постоянной составляющей плотности тока, текущего вдоль оси сверхрешетки, от напряженности постоянного электрического поля.

В последнее время уделяется особое внимание исследованию транспорта в двумерных ($2D$) системах со сверхструктурой [1–5]. Так, в [6] рассмотрены осцилляции Шубникова–де-Гааза электронного газа в двумерной системе антиточек. В [7] подробно рассмотрены электрические свойства сверхрешеток, созданных в инверсионных слоях на высокоиндексных поверхностях кремния. Периодический потенциал, описанный в [7], создает сверхтешетку (СР) с узкими запрещенными минизонами, которые описываются зонным спектром в приближении слабой связи. В [8] предложены методы получения СР в $2D$-электронном газе со спектром, хорошо описываемым приближением сильной связи. В [9] исследована возможность распространения в подобных структурах электромагнитных солитонов. Известно [10], что в материалах с непараболическим спектром линейные электромагнитные волны трансформируются в нелинейные (кноидальные). В этой связи в [11] рассмотрено влияние поля кноидальной волны, поляризованной вдоль оси СР, на проводимость СР в сильном электрическом поле. Отмечен ряд особенностей, отличающих данную задачу от аналогичной задачи в поле линейной волны. Расчеты в [11] проводились с использованием классического уравнения Больцмана в приближении постоянного времени релаксации τ.

В настоящей работе исследована плотность электрического тока, текущего вдоль оси СР, в $2D$-электронном газе при условии воздействия поля кноидальной электромагнитной волны и явном учете взаимодействия электронов с фононами. Ось x параллельна оси СР, постоянное электрическое поле $\mathbf{E}$ приложено вдоль оси x. В этом же направлении распространяется кноидальная электромагнитная волна, так что вектор напряженности электрического поля волны $\mathbf{E}_1$ перпендикулярен оси x (в отличие от [11], где вектор $\mathbf{E}_1$ параллелен оси x). Будем считать постоянное поле сильным, так что выполняется условие $\Omega\tau \gg 1$, $\Omega = eEd/\hbar$ — штарковская частота, $\mathbf{E}$ — напряженность постоянного электрического поля, d — период СР, τ — время релаксации. Если, кроме того, $\hbar\Omega \ll Eg$, $\hbar\omega \ll E_g$ (E_g — ширина запрещенной минизоны, ω — частота электромагнитной волны), то можно воспользоваться одноминизонным приближением и записать энергетический спектр электронов в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}_\perp, \nu) = \frac{p_\perp^2}{2m} + \nu\hbar\Omega, \tag{1}$$

где m — эффективная масса носителей тока в направлении, перпендикулярном оси СР, $p_\perp$ — проекция квазиимпульса электрона на ось y, ν — целое число. В (1) учтено, что наложение сильного электрического поля вдоль оси СР приводит к эффекту штарковского квантования [12], в силу чего энергетический спектр становится квазидискретным.

Будем считать, что к СР приложено также электрическое поле кноидальной волны

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0\,\mathrm{cn}[ut, k], \quad 0 < k < 1, \tag{2а}$$

$$\mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_0\,\mathrm{dn}[ut, k^{-1}], \quad k > 1, \tag{2б}$$

где $\mathbf{E}_0 \perp x$, E_0 — амплитуда нелинейной волны, u — константа размерности частоты, $\mathrm{cn}(x, k)$ и $\mathrm{dn}(x, k)$ — эллиптические функции Якоби, k — модуль эллиптических функций (модуль нелинейности волны). Характерной особенностью кноидальных волн является зависимость частоты $\omega(k) = 2\pi/T_{cw}(k)$ ($T_{cw}(k)$ — период волны) от модуля нелинейности k

$$\omega(k) = \frac{\pi u}{2\mathrm{K}(k)}, \quad 0 < k < 1, \tag{3а}$$

$$\omega(k) = \frac{\pi u}{2\mathrm{K}(k^{-1})k}, \quad k > 1, \tag{3б}$$

$\mathrm{K}(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода.

В выражениях (2а) и (2б) пренебрежено пространственной дисперсией, что возможно, если длина электромагнитной волны велика по сравнению с длиной свободного пробега электронов.

Волновая функция электрона в описанной выше ситуации в силу аддитивности электронного энергетического спектра в отсутствие внешних воздействий является

¶ E-mail: sed@fizmat.vspu.ru

произведением двух функций $\Psi = \Psi_1 \cdot \Psi_2$, соответствующих состоянию штарковской лестницы Ψ_1 [12] и состоянию, точно учитывающему влияние поля кноидальной волны Ψ_2 [13]:

$$\Psi_1(p_\perp, \nu) = d^{-1/2}\,\mathrm{J}_{\nu - x/d}\left(\frac{\Delta}{\hbar\Omega}\right), \tag{4а}$$

$$\Psi_2(p_\perp, \nu) = \sqrt{\frac{1}{L_y}}\exp\left[\frac{i}{\hbar}\left(p_\perp y - \frac{p_\perp^2}{2m}t + \frac{p_\perp \hbar}{md(k)}\int_0^t \varphi(t')dt' - \frac{\hbar^2}{2m\big(d(k)\big)^2}\int_0^t \varphi^2(t')dt' - \nu\hbar\Omega t\right)\right], \tag{4б}$$

где Δ — полуширина минизоны проводимости, L_y — размер нормировочной площади S вдоль оси y, $\mathrm{J}_n(x)$ — функция Бесселя n-го порядка,

$$d(k) = \frac{2u\hbar k}{eE_0}, \quad k < 1, \tag{5а}$$

$$d(k) = \frac{2u\hbar}{eE_0}, \quad k > 1, \tag{5б}$$

$\varphi(t)$ — безразмерная компонента векторного потенциала кноидальной волны, которая имеет вид

$$\varphi(t) = 2\arcsin\big[ksn(ut, k)\big], \quad k < 1, \tag{6а}$$

$$\varphi(t) = 2\arcsin\big[sn(ut, k^{-1})\big], \quad k > 1. \tag{6б}$$

Для вычисления плотности тока воспользуемся общей теорией электропроводности полупроводников в квантующих электрических полях, развитой в работе [14]. В полярных кристаллах рассеяние носителей тока происходит на оптических фононах. Считаем фононы бездисперсионными, а их частоту ω_0 константой. Согласно [15], запишем выражение для плотности электрического тока вдоль оси СР

$$j = 2\pi ed \sum_{\nu,\nu',\mathbf{p}_\perp,\mathbf{p}'_\perp} (\nu - \nu')\, f(\mathbf{p}_\perp)\, W_{\nu-\nu'}(\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp), \tag{7}$$

где e — заряд электрона, $f(\mathbf{p}_\perp)$ — функция распределения электронов по перпендикулярным значениям квазиимпульса, $W_{\nu-\nu'}(\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp)$ — вероятность рассеяния, состоящая из двух частей, соответствующих испусканию и поглощению фонона, определяемая формулами

$$W_{\nu-\nu'}(\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp) = W^+_{\nu-\nu'}(\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp) + W^-_{\nu-\nu'}(\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp), \tag{8}$$

$$W^\pm_{\nu-\nu'}(\mathbf{p}_\perp, \mathbf{p}'_\perp) = \sum_{\mathbf{q},s} \frac{4\pi^2 C_q^2 \hbar}{2\omega_0 \rho \delta S L_y} |C_s|^2 \mathrm{J}^2_{\nu-\nu'}\left(\frac{2\Delta}{\Omega}\sin\frac{q_x d}{2}\right) \times \left(N_0 + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right)\delta\big(\varepsilon' - \varepsilon \pm \hbar\omega_0 - (\nu - \nu')\hbar\Omega + s\hbar\omega(k)\big) \times \delta\big(p'_\perp - p_\perp \pm q_\perp\big), \tag{9}$$

C_q — константа электронно-фононного взаимодействия, ρ — плотность кристалла, δ — толщина слоя, $q_x, q_\perp$ — проекции квазиимпульса фононов на координатные оси, $\varepsilon = p_\perp^2/2m$. Коэффициент C_s возник в результате разложения в ряд Фурье

$$\exp\left(i\,\frac{p_\perp - p'_\perp}{md(k)}\int_0^t \varphi(t')dt'\right) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} C_s \exp\big(s\omega(k)t\big), \tag{10}$$

при этом

$$|C_s|^2 = \frac{1}{\pi^2} \times \int_0^\pi\int_0^\pi \cos\left[\frac{q_\perp}{d(k)m\omega(k)}\big(\Phi(y) - \Phi(y')\big) - s(y - y')\right]dy\,dy', \tag{11}$$

$$\Phi(y) = 2y\arcsin\left[ksn\left(\frac{2\mathrm{K}(k)y}{\pi}, k\right)\right] - 8\sum_{n=1}^{\infty}\frac{q^{n-1/2}}{1 + q^{2n-1}} \times \left(\frac{y}{2n-1}\sin(2n-1)y + \frac{1}{(2n-1)^2}\cos(2n-1)y - \frac{1}{(2n-1)^2}\right), \quad 0 < k \le 1, \tag{12а}$$

$$\Phi(y) = 2y\arcsin\left[sn\left(\frac{2\mathrm{K}(k^{-1})ky}{\pi}, k^{-1}\right)\right] - 4ky^2 - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{q^n}{1+q^{2n}}\left(\frac{4y}{n}\sin(2n-1)y + \frac{2}{kn^2}\cos(2nky) - \frac{2}{kn^2}\right), \quad k > 1, \tag{12б}$$

$$q = \exp\big(-\pi\,\mathrm{K}(k')/\,\mathrm{K}(k)\big), \quad k' = \sqrt{1 - k^2} \quad \text{при} \quad 0 < k < 1, \tag{13а}$$

$$q = \exp\big(-\pi\,\mathrm{K}(k')/\,\mathrm{K}(k^{-1})\big), \quad k' = \sqrt{1 - k^2} \quad \text{при} \quad k > 1. \tag{13б}$$

Предположим, что частота кноидальной волны $\omega(k)$ много больше штарковской частоты Ω и $\hbar\omega(k) \gg \hbar\Omega$, $\acute{\varepsilon}$ ($\acute{\varepsilon}$ — средняя энергия поперечного движения электронов). Данное условие выполняется при $\omega(k) \ge 10^{14}\,\mathrm{c}^{-1}$. Тогда поглощением и испусканием квантов ВЧ поля можно пренебречь. При этом отсутствует бесфононная составляющая электрического тока (которая с учетом влияния ВЧ поля, вообще говоря, может быть отлична от нуля). Кноидальное поле оказывает динамическое влияние на носители тока, а разогрев электронного газа определяется только действием постоянного электрического поля. В силу сказанного в выражении (10) в сумме по s можно оставить только слагаемое с $s = 0$. При этом функцию распределения $f(\mathbf{p}_\perp)$ можно записать в виде [16]

$$f(\mathbf{p}_\perp) = \sqrt{\frac{2\pi}{m\theta}}\,\frac{d\hbar}{S}\,n_0\exp\left(-\frac{p_\perp^2}{2m\theta}\right), \tag{14}$$

n_0 — поверхностная плотность электронов, $\theta = \Delta^2(2N_0 + 1)/2\omega_0\hbar$, N_0 — планковская функция распределения фононов.

Учитывая формулы (8)–(14) и производя суммирование в (7) по $p_\perp$ и $p'_\perp$, получаем следующее выражение для тока:

$$j = j_1 + j_2, \tag{15}$$

$$j_{1,2} = j_{01,2} \sum_\nu \nu D_\nu \left(\frac{2\Delta}{\Omega\hbar}\right) \exp\left(\frac{\nu\hbar\Omega \mp \hbar\omega_0}{2\theta}\right) B_\nu, \tag{16}$$

$$j_{01,2} = \frac{en_0\sqrt{m}C_q^2}{2\omega_0\rho\delta\sqrt{2\pi\theta}\pi^2\hbar}\left(N_0 + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\right), \tag{17}$$

$$D_\nu\left(\frac{2\Delta}{eEd}\right) = \int_0^\pi \mathrm{J}_\nu^2\left(\frac{2\Delta}{\Omega\hbar}\sin\alpha\right) d\alpha, \tag{18}$$

$$B_\nu = \int_0^\infty \int_0^\pi \int_0^\pi \cos\left[\frac{2\sqrt{2\theta\xi}}{d(k)\sqrt{m}\omega(k)}\left(\Phi(y) - \Phi(y')\right)\right]\frac{1}{\xi}$$

$$\times \exp\left(-\xi - \frac{\beta}{\xi}\right) d\xi\, dy\, dy', \tag{19}$$

$$\beta = \frac{(\hbar\nu\Omega \mp \hbar\omega_0)^2}{16\theta^2}. \tag{20}$$

Полученные выражения справедливы при условии $\Omega \ll \theta$. В случае, когда $\Omega \gg \theta$, следует заменить θ на $k_\mathrm{B}T$ (k_B — постоянная Больцмана, T — температура). При низких температурах N_0, а вместе с ней и j_2 (как это следует из (17), (18)) обращаются в нуль.

В предельном случае ($\Omega \gg \theta$, $\beta \gg 1$) интеграл в (19) может быть вычислен методом перевала, тогда

$$j = j_0\left(\frac{\Omega\hbar}{\Delta}\right)^{-\frac{5}{2}} \int_0^\pi\int_0^\pi \cos\left(\frac{\sqrt{2\Omega\hbar}}{d(k)\omega(k)\sqrt{m}}\left(\Phi(y) - \Phi(y')\right)\right) dy\, dy', \tag{21}$$

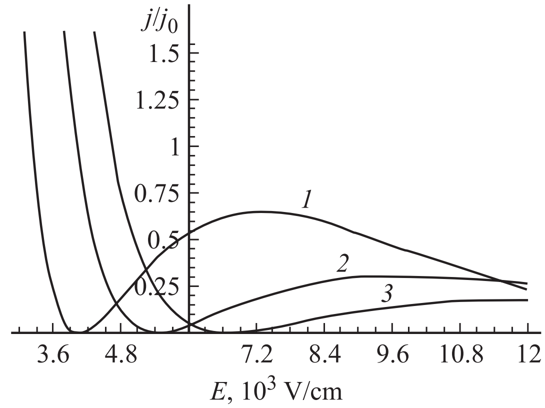
где

$$j_0 = \frac{en_0C_q^2\sqrt{m}}{2\omega_0\rho\delta\pi\hbar\sqrt{2\Delta}}\,(2N_0 + 1).$$

В общем случае вычислить интегралы, входящие в (21), аналитически невозможно, поэтому дальнейший анализ был произведен с привлечением численных методов.

По результатам численного анализа построены графики зависимости плотности тока, текущего вдоль оси СР, от напряженности постоянного электрического поля при разных значениях показателя нелинейности k (см. рисунок).

Зависимость плотности тока от величины постоянного электрического поля является резко немонотонной. На графиках наблюдаются участки отрицательной дифференциальной проводимости, порожденные брегговскими отражениями. Отметим, что плотность тока испытывает гигантские осцилляции, которые не связаны с переходами носителей между штарковскими подуровнями, а объясняются явлением „электрического геометрического“ резонанса. Действительно, в квантующем электрическом поле в отсутствие рассеяния носителей ток равен нулю [14]. В настоящей работе ток обусловлен рассеянием на фононах. При условии $\Omega \gg \theta$ основной вклад в рассеяние дают фононы с импульсами порядка $\sqrt{2\Omega\hbar m}$. Деформационный потенциал этих фононов усредняется на периоде колебаний электронов в ВЧ поле. В полях, когда удвоенная амплитуда колебания носителей $2eE_0/m\big(\omega(k)\big)^2$ становится кратной длине волны актуальных фононов $2\pi\sqrt{\hbar}/\sqrt{2\Omega m}$, эффективная константа электронно-фононного взаимодействия обращается в нуль.



Зависимость постоянной составляющей плотности тока вдоль оси СР от напряженности постоянного электрического поля, $\Delta \approx 10^{-2}$ эВ, $u \approx 10^{14}\,\mathrm{c}^{-1}$, $E_0 \approx 3\cdot 10^5$ В/см, $d \approx 10^{-6}$ см, k: *1* — 0.7, *2* — 0.5, *3* — 0.2.

С уменьшением показателя нелинейности волны k (а следовательно, с увеличением частоты волны $\omega(k)$) спад тока до нуля и его последующее возрастание происходят более плавно, а высота локальных максимумов уменьшается.

Отметим существенное отличие результатов данной работы от результатов работы [11], а именно, в работе [11] было показано, что при напряженности поля кноидальной волны порядка $E_1 \approx 10^3$ В/см на статической вольт-амперной характеристке наблюдается участок абсолютной отрицательной проводимости. В настоящей работе подобного эффекта не наблюдается.

При стремлении модуля нелинейности k к нулю кноидальная волна вырождается в гармоническую, и выражение (21) имеет предельный переход к результатам, полученным ранее в [17] при исследовании влияния высокочастотной линейной волны на проводимость СР в квантующем электрическом поле.

Сделаем численные оценки. При концентрации $n_0 \approx 10^{10}\,\mathrm{см}^{-2}$, $\delta \approx 2\cdot 10^{-6}$ см [6], $\Delta \approx 10^{-2}$ эВ [8], $\omega_0 \approx 2\cdot 10^{12}\,\mathrm{c}^{-1}$, $m \approx 10^{-29}$ г имеем $j_0 \approx 0.4\,\mathrm{А/мм}^2$, что представляется вполне возможным для экспериментального обнаружения. При выбранных численных значениях условия применимости одноминизонного приближения, штарковского квантования и отсутствия разогрева носителей в ВЧ поле выполняются.

Работа поддержана грантом регионального конкурса АВО-РФФИ „Поволжье-2004“ № 04-02-96505.

Список литературы

[1] K. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper. Phys. Rev. Lett., **45**, 494 (1980).
[2] Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. *Электронные свойства двумерных систем* (М., Мир, 1985).
[3] А.А. Быков, Г.М. Гусев, З.Д. Квон, В.М. Кудряшов, В.Г. Плюхин. Письма в ЖЭТФ, **53** (8), 407 (1991).
[4] Y.H. Xie, E.A. Fitzgerald, D. Monroe, P.J. Silverman, G.P. Watson. J. Appl. Phys., **73**, 8364 (1993).
[5] V. Umansky, R. De-Piccolotto, M. Heiblum. Appl. Phys. Lett., **71**, 683 (1997).
[6] Г.М. Гусев, З.Д. Квон, В.Б. Бесман, П.П. Вильмс, Н.В. Коваленко, Н.Г. Мошегов, А.В. Торопов. ФТП, **26**, 539 (1992).
[7] В.А. Волков, В.А. Петров, В.Б. Сандомирский. УФН, **131** (3), 423 (1980).
[8] Д. Ферри, Л. Эйкерс, Э. Гринич. *Электроника ультрабольших интегральных схем* (М., Мир, 1991).
[9] С.В. Крючков, А.И. Шаповалов. ФТТ, **39**, 1470 (1997).
[10] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками* (М., Наука, 1989).
[11] Д.В. Завьялов, С.В. Крючков. ФТП, **35**, 575 (2001).
[12] Дж. Каллуэй. *Теория энергетической зонной структуры* (М., Мир, 1969).
[13] В.А. Паздзерский. ФТП, **6**, 758 (1972).
[14] В.В. Брыксин, Ю.А. Фирсов. ЖЭТФ, **61** (6), 2373 (1971).
[15] С.В. Крючков, В.А. Яковлев. ФТП, **10**, 171 (1976).
[16] И.Б. Левинсон, Я. Ясевичюте. ЖЭТФ, **62** (5), 1902 (1982).
[17] С.В. Крючков, Н.П. Михеев. ФТП, **18**, 1296 (1984).

Редактор Л.В. Беляков

Influence of a nonlinear electromagnetic wave on the electric current density in a superficial superlattice in a strong electric field

D.V. Zavjalov, S.V. Kruchkov, N.E. Mestcheryakova

Volgograd State Pedagogical University,
400131 Volgograd, Russia

Abstract Density of electric current in an electronic $2D$ gas with a superlattice in a strong electric field under the influence of a cnoidal electromagnetic wave is investigated, taking into account electron–phonon interactions. Constant electric quantizing field is directed along the axis of superstructure, while the vector of intensity of the field of a nonlinear wave is perpendicular to this axis.

It has been found that the constant component of the current density along the axis of a superlattice depends upon the electric field strength and has an oscillatory character.