

09

## Генерация терагерцевых волн в резонаторе, содержащем асимметричный гиперболический метаматериал

© О.Н. Козина,<sup>1</sup> Л.А. Мельников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, 410019 Саратов, Россия

<sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина, 410054 Саратов, Россия  
e-mail: kozinaolga@yandex.ru

Поступило в Редакцию 22 января 2024 г.

В окончательной редакции 22 января 2024 г.

Принято к публикации 22 января 2024 г.

Теоретически исследованы распространение и генерация терагерцевого излучения в резонаторе, содержащем асимметричный гиперболический метаматериал, представляющий собой наноразмерную структуру, составленную из периодически упорядоченных слоев полупроводника и инвертированного графена. Расчет характеристик излучения в резонаторе проведен на основании метода матриц передачи. Преобразование электромагнитного поля в гиперболическом метаматериале описан посредством матрицы Берремана. Периодический гиперболический метаматериал рассмотрен как гомогенизированная среда с эффективными параметрами, в связи с малостью его периода. Гомогенизация проведена посредством метода Максвелла–Гарнетта. Определены условия для эффективной генерации терагерцевого (THz) излучения и диапазон частот, в котором прогнозируется THz-генерация. Определен диапазон значений угла наклона оптической оси гиперболического метаматериала, для которых выполняется условие генерации и влияние вариаций значений данного угла на изменение частоты генерации. Проведена оценка допустимых значений периода асимметричного гиперболического метаматериала. Исследован эффект насыщения усиления графена и прогнозируемая мощность THz-излучения.

**Ключевые слова:** графен, наноразмерная структура, частота генерации, насыщение усиления.

DOI: 10.61011/JTF.2024.03.57386.14-24

### Введение

Приборы, позволяющие работать в терагерцевых (THz) частотах, перспективны для широкого спектра приложений — от систем безопасности и неинвазивного лечения до спектроскопии во временной области [1,2]. Несмотря на успехи исследований в данной области частот, проблема создания компактного и эффективного источника когерентного THz-излучения (THz-лазер) не решена. С целью создания устройств, позволяющих генерировать и обрабатывать излучение в THz-диапазоне частот, исследуются различные типы композитных структур и их элементов, в том числе метаматериалы [2–4]. Известно, что метаматериалы являются искусственно созданными периодическими структурами, которые обладают определенными, заранее заданными, свойствами в зависимости от составляющих их материалов и конфигурации [3–5]. Среди большого числа метаматериалов, исследуемых с целью создания оптического и THz-излучения, наиболее перспективным представляется гиперболический метаматериал (ГММ), который является частным случаем так называемых гиперболических сред (ГС) [6–7].

Гиперболическая среда является анизотропной средой и получила свое название вследствие незамкнутого типа дисперсионных зависимостей в пространстве волновых

векторов, имеющего в сечении вид гиперболы, в отличие от эллипса для обычной среды [6]. Вдоль асимптот этих гипербол наблюдается распространение большого числа медленных волн с большими значениями компонент волнового вектора, что означает большую плотность фотонных состояний внутри ГС и ведет к усилению взаимодействия излучения с веществом [5–8]. Указанное свойство позволяет рассматривать среды и метаматериалы, обладающие гиперболическим типом дисперсии, как уникальные объекты и мотивирует исследования по их применению для разработки фотонных устройств следующего поколения. Известно лишь небольшое число материалов, обладающих гиперболическим типом дисперсии, например, плазма в сильном электромагнитном поле [6], графит или нитрид бора при определенных, трудно достижимых, условиях [9]. Таким образом, конструирование и исследование метаматериалов, поддерживающих гиперболический тип дисперсии, является актуальной задачей.

Перспективным типом гиперболического метаматериала для усиления оптического и THz-излучения является многослойная планарная структура, состоящая из периодически упорядоченных слоев графена в матрицах различного типа [8]. Мы исследуем ГММ, составленный из нанометровых слоев полупроводника и инвертированного графена [5]. Использование графена для созда-



го периода  $L = l + h$ . Отражающие стенки резонатора — внешние плоскости фиолетового цвета, расположенные горизонтально.

АГММ представляет собой многослойную структуру, состоящую из периодически чередующихся слоев инвертированного графена (красные плоскости) и полупроводника, расположенных под наклоном по отношению к границам слоя АГММ, область 3 на рис. 1. Асимметрия возникает за счет наклона оптической оси (угол  $\theta$ ) по отношению к границам слоя АГММ. Вследствие такого наклона прямая и обратная волны, распространяющиеся в структуре, приобретают различные свойства при сохранении компоненты волнового вектора. В результате создаются условия для вывода THz-излучения, генерируемого в гиперболической среде, во внешнее пространство.

ГММ являются сильно анизотропными одноосными средами. В этом случае свойства среды описываются тензором диэлектрической проницаемости  $\epsilon = \{\{\epsilon_{\perp}, 0, 0\}, \{0, \epsilon_{\perp}, 0\}, \{0, 0, \epsilon_{\parallel}\}\}$ . Главные значения тензора диэлектрической проницаемости  $\epsilon_{\parallel}$  и  $\epsilon_{\perp}$  имеют разные знаки [6–8].

Характеристики гиперболического слоя можно описывать, применяя метод гомогенизации, в связи с малостью периода АГММ по сравнению с длиной распространяющихся в нем волн. В этом случае композиционная структура рассматривается как эффективная среда с усредненными параметрами [5,12,14]. В работе [12] проведено сравнение точного метода решения дисперсионного уравнения для периодической структуры с использованием теоремы Флоке-Блоха и метода гомогенизации на основании модели Максвелла–Гарнетта, и показано полное совпадение результатов для рассматриваемого АГММ. Диэлектрическая проницаемость эффективной среды рассчитывается по формуле

$$\epsilon_{\perp} = \epsilon_{\parallel} + \frac{i}{(d\omega\epsilon_0)}[\sigma'(\omega, E_0) + i\sigma''(\omega, E_0)],$$

где  $\epsilon_{\parallel} = \epsilon_h$  — диэлектрическая проницаемость материала, в котором расположены слои графена,  $\omega$  — угловая частота,  $\sigma(\omega, E_0)$  — поверхностная проводимость графена,  $E_0$  — поперечная (по отношению к плоскости листов графена) компонента вектора напряженности электрического поля,  $\epsilon_0$  — электрическая постоянная,  $d$  — период АГММ.

Графен описывается в терминах поверхностной проводимости инвертированного графена  $\sigma(\omega, E_0) = (\sigma_{\text{intra}} + \sigma_{\text{inter}})$ , которая зависит от частоты и составляющей вектора электрического поля, поперечной к плоскости графена. Изменение  $E_0$  влияет на значение химического потенциала  $\mu_c$ . При таком подходе появляется возможность провести всесторонний анализ процесса генерации THz-волн в АГММ с учетом эффекта насыщения усиления графена. Для расчета проводимости слоев графена использована формула Кубо (формула (2) из работы [15]). Расчеты проведены для АГММ, в котором в качестве материала, чередующегося со слоями графена,

выбран карбид кремния. Выбор данного типа был мотивирован результатами экспериментальных работ, где описаны попытки выращивания слоев графена на подложке из карбида кремния [16]. В расчетах диэлектрической функции карбида кремния использованы данные из работы [17], где описаны все возможные политипы SiC и представлены некоторые экспериментальные и теоретические значения диэлектрической функции. Кроме того, в работе [18] показано высокое согласование средних значений экспериментальных данных с теоретическими. Расчет зависимости  $\epsilon_{\perp}$  от частоты при использовании диэлектрической функции карбида кремния с учетом политипичности изложен в работе [5]. В представленной теории данный тип полупроводника может быть заменен на другой при использовании соответствующей диэлектрической функции полупроводника.

## 2. Метод

Создание условий для генерации THz-волны в АГММ рассматриваемого типа базируется на аномально большой плотности электромагнитных состояний вдоль асимптот гипербол изочастот, что приводит к высокой скорости спонтанной эмиссии и к возникновению большого числа обыкновенных и необыкновенных мод, распространяющихся в прямом и обратном направлениях внутри структуры. Изучение характеристик этих волн проведено посредством строгого математического подхода с использованием метода матриц передачи. Преобразования поля внутри АГММ описывается матрицей Берремана [19], которая позволяет рассчитать оптические характеристики прямой и обратной волн при произвольном угле излучения с учетом анизотропии среды. Метод позволяет рассчитать собственные значения итоговой матрицы полного обхода резонатора, амплитуды компонент электрического и магнитного полей и величину вектора Пойнтинга.

Характеристики излучения, распространяющегося в резонаторе, можно получить из произведения матриц передачи для среды резонатора  $P_0(l_1)$  и  $P_0(l_2)$  и гиперболического слоя  $P(h)$ :  $P_t = P_0(l_1)P(h)P_0(l_2)$ . При рассмотрении среды с непрерывно меняющимися параметрами используются уравнения Максвелла в дифференциальной матричной форме. Для описания линейного преобразования между четырьмя тангенциальными компонентами электрического и магнитного полей на входе и выходе анизотропной оптической системы [19–21] справедливо следующее матричное выражение:

$$\frac{\partial}{\partial z}\Psi = \frac{i\omega}{c}\Delta\Psi.$$

В этом выражении  $\Psi$  — вектор-столбец, содержащий, в общем случае, все тангенциальные компоненты электрического и магнитного полей. В нашем рассмотрении

вектор-столбец  $\Psi$  имеет вид:

$$\Psi = \begin{pmatrix} E_x \\ H_y \\ E_y \\ -H_x \end{pmatrix}.$$

Элементы матрицы  $\Lambda$  определяются выражениями, содержащими компоненты волнового вектора, компоненты тензора диэлектрической проницаемости эффективной среды и углы Эйлера  $\theta, \varphi, \psi$  [19–21]. В настоящей работе все расчеты выполнены в предположении  $\psi = 0$ .

При рассмотрении активных сред, с усилением или потерями, компоненты тензора диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_{\perp}$  и  $\varepsilon_{\parallel}$  имеют комплексные значения. Для среды толщиной  $h$  электромагнитные поля падающей, отраженной и прошедшей волн связаны соотношением

$$\Psi_T = P(h)(\Psi_I + \Psi_R),$$

где  $\Psi_T, \Psi_I$  и  $\Psi_R$  — векторы-столбцы прошедшей, падающей и отраженной волн, которые выражаются следующим образом:

$$\Psi_T = \begin{pmatrix} T_x \\ \frac{1}{\cos \alpha} T_x \\ T_y \\ \cos \alpha T_{yx} \end{pmatrix}, \quad \Psi_I = \begin{pmatrix} E_x \\ \frac{1}{\cos \alpha} E_x \\ E_y \\ \cos \alpha E_y \end{pmatrix},$$

$$\Psi_R = \begin{pmatrix} R_x \\ -\frac{1}{\cos \alpha} R_x \\ R_y \\ -\cos \alpha R_y \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Матрица  $P(h)$  может быть вычислена с помощью формулы

$$P(h) = \exp(i\omega h \Delta / c) \equiv \sum_{k=1}^4 (\exp(i\omega h \Lambda_k / c) \times (\Pi_{i \neq k}(\Delta - \Lambda_i I) / \Pi_{i \neq k}(\Lambda_k - \Lambda_i)))$$

$\Lambda_{ik}$  — собственные значения матрицы  $\Delta$ ,  $I$  — единичная матрица.

Собственные значения  $\kappa_i$  итоговой матрицы  $P_i$  находятся из формулы  $\Lambda_i = \exp(i\kappa_i L)$  и позволяют определить значения коэффициента усиления исследуемой структуры и частоту генерации THz-волны. Частота генерируемой THz-волны  $f$  определяется значениями  $k_z$ , для которых выполняется условие  $\text{Re}(\kappa_i L) = 2\pi m$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Мнимая часть собственного значения  $\text{Im}(\kappa_i)$  характеризует усиление в структуре. Следовательно, частота моды и интенсивность моды являются решениями уравнений

$$\text{Re}[\chi_i(k_z, E_0) = 0], \quad \text{Im}[\chi_i(k_z, E_0) = 0]. \quad (2)$$

### 3. Результаты

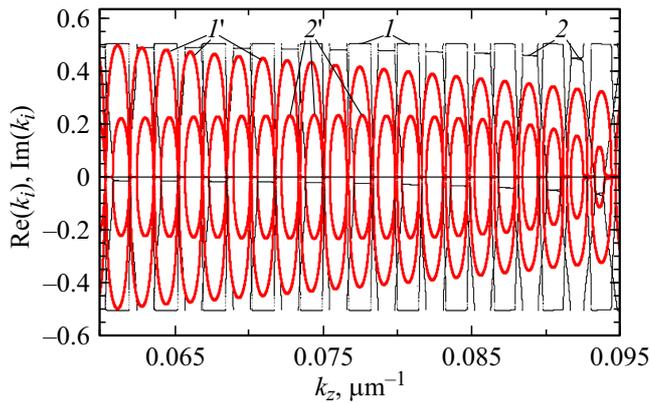
На основании описанного подхода проведено исследование характеристик распространяющегося в резонаторе излучения. Вследствие использования в качестве активной среды АГММ в резонаторе распространяются прямые и обратные обыкновенные и необыкновенные волны с соответствующими им собственными значениями матрицы передачи для полного обхода резонатора. Графики зависимости собственных значений матрицы передачи резонатора от частоты позволяют определить выполнение условия (2).

Ранее нами было определено посредством зависимости  $\sigma$  и  $\varepsilon_{\perp}$  от  $k_z$ , что диапазон от 2 до 12 THz имеет потенциал для генерации THz-излучения в рассматриваемом АГММ при значении энергии Ферми  $E_F = 25 \text{ meV}$  [5]. В этом диапазоне частот выполняются следующие условия:  $\text{Re}(\sigma) < 0$  — соответствует наличию усиления в графене; рассматриваемый АГММ обладает гиперболическими свойствами  $\text{Re}(\varepsilon_{\perp}) < 0$  и усилением  $\text{Im}(\varepsilon_{\perp}) < 0$  одновременно [5].

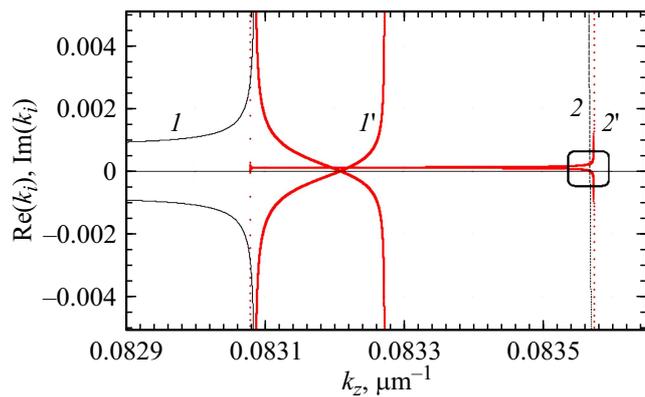
Зависимости собственных значений матрицы передачи резонатора от частоты изучены во всем этом диапазоне [13]. На основании всестороннего анализа собственных значений матрицы передачи полного обхода резонатора, включая оценку значений мнимой части собственных значений и выполнение условия (2), определено, что стабильные значения коэффициента усиления и выполнение условия THz-генерации выполняются только в части указанного выше диапазона, а именно от 2.9 до 4.7 THz, что соответствует интервалу  $0.06 < k_z < 0.095 \mu\text{m}^{-1}$ . Выбор более узкой части диапазона частот для создания THz-генерации связан со значениями  $\text{Im}(\kappa_i)$ , которые характеризуют усиление. Показано [13], что только на выбранном диапазоне частот (2.9–4.7 THz) усиление достигает необходимых для генерации значений. Спектральные зависимости действительной и мнимой частей логарифмов собственных значений определяют обыкновенные и необыкновенные (прямые и обратные) собственные волны в резонаторе (рис. 2).

Красные линии соответствуют мнимой части собственных значений, черные — действительной. Кривые  $I$  ( $\text{Re}(\kappa_i)$ ) и  $I'$  ( $\text{Im}(\kappa_i)$ ) соответствуют обыкновенным волнам,  $2$  ( $\text{Re}(\kappa_i)$ ) и  $2'$  ( $\text{Im}(\kappa_i)$ ) — необыкновенным. По значению мнимой части  $\kappa_i$  можно заметить, что обыкновенные моды обладают большим усилением, чем необыкновенные. Появление в резонаторе большого числа необыкновенных мод обуславливает генерацию THz-излучения.

Ориентация оптической оси ГС является ключевым фактором для вывода во внешнее пространство большого числа необыкновенных мод. Угол наклона слоев определяется по аналогии с углом Брюстера. Сравним набор типов волн, распространяющихся в рассматриваемом резонаторе с АГММ, с набором типов для резонатора, содержащего аналогичный симметричный



**Рис. 2.** Действительные (черные кривые) и мнимые (красные кривые) части собственных значений  $\kappa_i$  матрицы  $P_i$  в зависимости от  $k_z$ . Линии 1 —  $\text{Re}(\kappa_i)$  для обыкновенных мод, 2 —  $\text{Re}(\kappa_i)$  для необыкновенных мод. Линии 1' —  $\text{Im}(\kappa_i)$  для обыкновенных мод, 2' —  $\text{Im}(\kappa_i)$  для необыкновенных мод. Параметры расчета:  $L = 1320 \mu\text{m}$ ,  $h = 5 \mu\text{m}$ ,  $d = 50 \text{nm}$ ;  $\theta = 55^\circ$ ,  $\varphi = \pi/2$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ;  $E_F = 25 \text{meV}$ ,  $T = 300 \text{K}$ ,  $t = 10^{-12} \text{s}$ . Диапазон частот  $2.9 < f < 4.7 \text{THz}$  ( $0.06 < k_z < 0.095 \mu\text{m}^{-1}$ ).



**Рис. 3.** Действительные (черные кривые) и мнимые (красные кривые) части собственных значений  $\kappa_i$  матрицы  $P_i$  в зависимости от  $k_z$ . Линии 1 —  $\text{Re}(\kappa_i)$  для обыкновенных мод, 2 —  $\text{Re}(\kappa_i)$  для необыкновенных мод. Линии 1' —  $\text{Im}(\kappa_i)$  для обыкновенных мод, 2' —  $\text{Im}(\kappa_i)$  для необыкновенных мод. Параметры расчета:  $L = 1320 \mu\text{m}$ ,  $h = 5 \mu\text{m}$ ,  $d = 50 \text{nm}$ ;  $\theta = 55^\circ$ ,  $\varphi = \pi/2$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ;  $E_F = 25 \text{meV}$ ,  $T = 300 \text{K}$ ,  $t = 10^{-12} \text{s}$ . Диапазон частот  $4.113 < f < 4.133 \text{THz}$  ( $0.0822 < k_z < 0.08362 \mu\text{m}^{-1}$ ).

метаматериал без наклона слоев АГММ относительно его внешней границы ( $\theta = 0$ ), при сохранении всех остальных параметров можно констатировать, что в последнем случае необыкновенные моды отсутствуют. Графики для симметричного образца не приводятся в целях экономии места.

Для демонстрации выполнения условия (2) представлен фрагмент графика зависимости действительной и мнимой частей собственных значений матрицы передачи от  $k_z$  в крупном масштабе для узкого интервала частот  $4.113 < f < 4.133 \text{THz}$

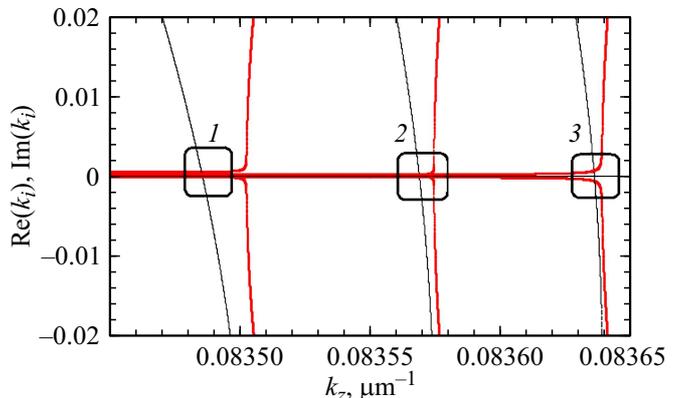
( $0.0822 < k_z < 0.08362 \mu\text{m}^{-1}$ ) (рис. 3). Видно, что для необыкновенной моды выполняется условие (2) (обозначено квадратом), в то время как для обыкновенной моды  $\text{Re}(\kappa_i) \neq 0$ .

Рассмотрев, таким образом, каждое значение частоты, на котором наблюдаются переходы кривых собственных значений матрицы полного обхода резонатора через нуль, можно заключить, что присутствия большого числа обыкновенных мод с большими значениями коэффициента усиления недостаточно для возникновения устойчивой генерации ТГц-волн. Наклон слоев позволяет создать условия для эффективного вывода излучения с высокой плотностью фотонных состояний, накопленного в гиперболической среде, в пространство резонатора, что и проявляется как возникновение большого числа необыкновенных мод. По предварительным оценкам, на основании численного моделирования определено, что ширина полосы генерации составляет  $\Delta f \approx 0.00455 \text{THz}$  [13].

#### 4. Влияние отклонения угла наклона оптической оси на частоту генерации

Важным аспектом в изучении перспектив данных структур является оценка пределов изменений геометрических параметров АГММ, при которых выполняются условия для ТГц-генерации. Так как ориентация оптической оси является одним из основных факторов, изучим влияние отклонения значения угла наклона оптической оси  $\theta$  от оптимального на усиление и выполнение условия генерации мод.

Расчетное оптимальное значение угла наклона оптической оси составляет  $\theta = 55^\circ$ . На рис. 4 представлены зависимости  $\text{Re}(\kappa_i)$  и  $\text{Im}(\kappa_i)$  одной необыкновенной

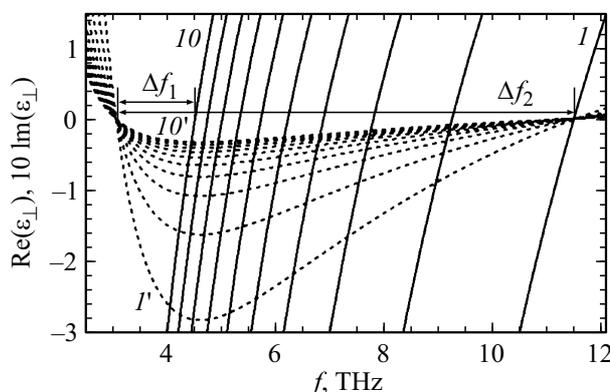


**Рис. 4.** Демонстрация выполнения условия (2). Действительная (черные кривые) и мнимая (красные кривые) части собственных значений матрицы  $P_i$  в зависимости от  $k_z$  для необыкновенной волны при трех значениях угла наклона оптической оси: 1 —  $\theta = 50^\circ$ , 2 —  $55^\circ$ , 3 —  $60^\circ$ : Параметры расчета:  $L = 1320 \mu\text{m}$ ,  $h = 5 \mu\text{m}$ ,  $d = 50 \text{nm}$ ;  $\varphi = \pi/2$ ,  $\alpha = 15^\circ$ ;  $E_F = 25 \text{meV}$ ,  $T = 300 \text{K}$ ,  $\tau = 10^{-12} \text{s}$ .

моды от  $k_z$  для трех значений угла наклона оптической оси  $50^\circ$  (обозначены цифрой 1),  $55^\circ$  (2) и  $60^\circ$  (3). Выполнение условия (2) наблюдается для всех трех рассмотренных значений угла  $\theta$ , пересечения  $\text{Re}(\kappa_i)$  с осью  $x$  выделены квадратами. Значения резонансной частоты при разных  $\theta$  отличаются только в четвертом знаке после запятой и соответствуют частоте генерации  $f \approx 4.13$  THz. При значениях  $\theta$  менее  $50^\circ$  и более  $60^\circ$  нарушается условие THz-генерации (2). Следовательно, при изменении угла наклона оптической оси в пределах  $\pm 5^\circ$  процесс генерации THz-волн в резонаторе, содержащем асимметричный гиперболический слой, поддерживается и осуществляется в выбранном частотном диапазоне.

## 5. Влияние величины периода структуры на диапазон частот THz-генерации

Важным вопросом является оценка влияния значения периода структуры АГММ  $d$  на изменение диапазона частот, в котором прогнозируется генерация THz-волны. Данный диапазон определяется, в первую очередь, величиной проводимости графена и эффективной диэлектрической проницаемостью гиперболической структуры [5]. В этой работе оценивается соответствие выбранного ранее оптимального значения периода АГММ определенному здесь диапазону частот 2.9 до 4.7 THz, в котором выполняется условие генерации. Для этого рассматривается зависимость эффективной диэлектрической проницаемости АГММ от частоты при 10 различных значениях периода  $d$ . Результат представлен на рис. 5. Сплошные кривые соответствуют  $\text{Re}(\varepsilon_\perp)$ , штриховые —  $\text{Im}(\varepsilon_\perp)$ . Диапазон частот генерации соответствует частотам, на которых АГММ обладает гиперболическими ( $\text{Re}(\varepsilon_\perp) < 0$ ) и усиливающими ( $\text{Im}(\varepsilon_\perp) < 0$ ) свойствами



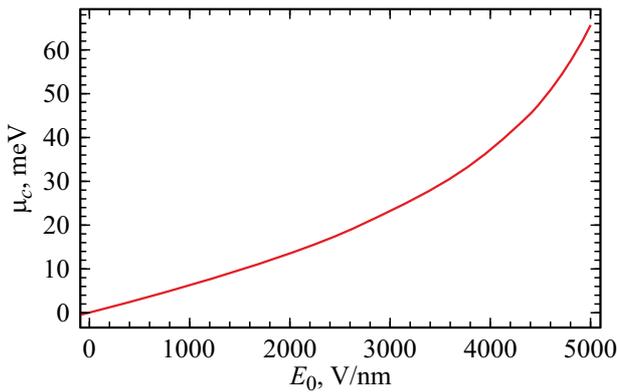
**Рис. 5.** Действительная и мнимая части эффективной диэлектрической проницаемости АГММ в зависимости от частоты. Сплошные кривые соответствуют  $\text{Re}(\varepsilon_\perp)$ , штриховые —  $\text{Im}(\varepsilon_\perp)$ . Для 10 значений периода АГММ от  $d = 10$  nm (кривые 1 и 1') до 100 nm (кривые 10 и 10'), с шагом 10 nm.  $E_F = 25$  meV,  $T = 300$  K,  $t = 10^{-12}$  s.

одновременно. Значения периода АГММ  $d$  изменялось от 10 nm (кривые 1 и 1') до 100 nm (кривые 10 и 10'), с шагом 10 nm (рис. 5). Как хорошо видно на графике, с увеличением периода структуры диапазон частот  $\Delta f$ , в котором возможна генерация THz-волны, уменьшается. Так, при  $d = 100$  nm интервал частот  $\Delta f$  составляет от 3 до 4.8 THz. С уменьшением периода интервал  $\Delta f$  увеличивается и для значения периода АГММ  $d = 10$  nm составляет от 2.25 до 11.25 THz. Однако, как мы отметили выше, коэффициент усиления приобретает значения, достаточные для генерации THz-волны лишь в диапазоне частот от 2.9 до 4.7 THz. Из рис. 5 видно, что данный диапазон поддерживается при значениях  $d$  от 50 до 100 nm. Таким образом, нецелесообразно выбирать период АГММ меньше 50 nm. Вариация периода АГММ от 50 до 100 nm изменяет значение частоты THz-генерации лишь в четвертом знаке после запятой [13].

Описанный метод позволяет определить оптимальный период АГММ и пределы возможных изменений его значений, при которых генерация THz-волны происходит в выбранном диапазоне частот. Этот факт имеет важное значение как для теоретических расчетов, так и для экспериментального изготовления образца. Миниатюризация устройств часто сопряжена с недостаточной точностью соблюдения заданных геометрических параметров, особенно на нанометровых масштабах. Используемый здесь метод позволит синхронизировать выбор параметров резонатора и АГММ для достижения генерации THz-волны в определенном диапазоне частот.

## 6. Учет эффекта насыщения усиления в графене

Исследование процессов распространения THz-волн в резонаторе проведено с учетом эффекта насыщения усиления в графене. Значение химического потенциала листов графена  $\mu_c$  зависит от поперечной к плоскости графена компоненты электрического поля THz-излучения  $E_0$  [22]. Само THz-излучение может иметь такую компоненту поля, что и приведет к насыщению. В настоящей работе в качестве поля, влияющего на систему и изменяющего значение химического потенциала графена, выступает поле THz-излучения, сгенерированного в данном АГММ за счет усиления внутри системы. Начиная с малых значений  $E_0$ , соответствующих тепловым флуктуациям в резонаторе, применяя метод итераций, можно вычислить изменение  $E_0$ , а, следовательно, и  $\mu_c$ , и соответствующие этим величинам собственные значения матрицы  $P_t$ , что позволяет определить частоту генерации моды с помощью уравнения  $\text{Re}[\kappa_i(k_z, E_0)] = 0$ . Изменение  $E_0$  приводит к незначительному изменению значения  $k_z$  и к более выраженному изменению  $\text{Im}(\kappa_i)$ , определяющему усиление. Таким образом,  $E_0$  изменяется до тех пор, пока не будет выполнено условие  $\text{Im}[\kappa_i(k_z, E_0)] = 0$ .



**Рис. 6.** Зависимость химического потенциала  $\mu_c$  от поперечной компоненты электрического поля  $E_0$ .

Связь химического потенциала графена  $\mu_c$  и поперечной компоненты электрического поля ТНз-излучения  $E_0$ , выражается посредством формулы [22]

$$E_0 = [e / (\pi \hbar^2 v_F^2 \epsilon_b)] \int_0^{\infty} d\epsilon (f_d(\epsilon) - f_d(\epsilon + 2\mu_c)),$$

где  $f_d(\epsilon)$  — функция Ферми-Дирака,  $\epsilon_b$  — диэлектрическая проницаемость графена. Функция  $f_d(\epsilon)$  определяется по формуле  $f_d(\epsilon) = 1 / (\exp[(\epsilon - \mu_c) / (k_B T)] + 1)$ . Зависимость химического потенциала листов графена  $\mu_c$  от поперечной компоненты электрического поля ТНз-излучения  $E_0$  представлена на рис. 6.

Оценка значения поперечной к плоскости графена компоненты вектора напряженности электрического поля  $E_0$ , которое соответствует насыщению усиления графена, проведена с помощью закона Ламберта–Бера. Начальное значение коэффициента усиления определяется из графиков зависимости собственных значений матрицы Берремана от  $z$ -компоненты волнового вектора  $k_z$  и составляет  $\text{Im}(\kappa_i) \approx 0.25$  (рис. 2). Потери заданы посредством значений коэффициентов отражения зеркал на границах резонатора  $r_1$  и  $r_2$ . Время релаксации носителей заряда в графене  $\tau = 10^{-12}$  с. В результате расчетов установлено, что насыщение усиления в графене возникает, когда напряженность электрического поля выше значения  $E_0 = 2.7 \cdot 10^{12}$  В/м. Посредством графика зависимости химического потенциала  $\mu_c$  от  $E_0$  определено значение химического потенциала, соответствующее балансу потерь и насыщенного усиления,  $\mu_c = 19.5$  meV (рис. 6).

Зависимость ненасыщенного усиления от химического потенциала графеновых листов для необыкновенных волн на частоте  $f = 4.13$  ТНз представлена на рис. 7. Красная линия 3 характеризует уровень потерь. Линии пурпурного цвета относятся к прямой (кривая 1) и обратной (кривая 2) необыкновенным волнам. Видно, что усиление в исследуемом резонаторе значительно превышает уровень потерь за счет присутствия АГММ данного типа вследствие возбуждения большого числа

необыкновенных мод в гиперболической среде. Кривые, относящиеся к прямой и обратной необыкновенным волнам, демонстрируют несколько различное усиление вследствие асимметричности метаматериала. На вставке рис. 7 представлена та же зависимость с более мелким шагом по шкале ординат для демонстрации данного эффекта.

Принимая время релаксации импульса носителей заряда в графене, равным  $10^{-12}$  с, можно заключить, что насыщение усиления происходит пропорционально усредненной в этом временном интервале напряженности электрического ТНз-поля. Для частоты 3–4 ТНз расчетное значение интенсивности ТНз-излучения для достижения эффекта насыщения усиления составляет около  $1.2 \cdot 10^{15}$  Вт/м<sup>2</sup>.

Для оценки предполагаемой мощности рассчитана  $z$ -компонента вектора Пойнтинга  $P_z = E_x H_y^* - E_y H_x^*$ :

$$P_z = E_x E_y^* - E_y E_x^*.$$

Пространственные компоненты электрического поля найдены из уравнения

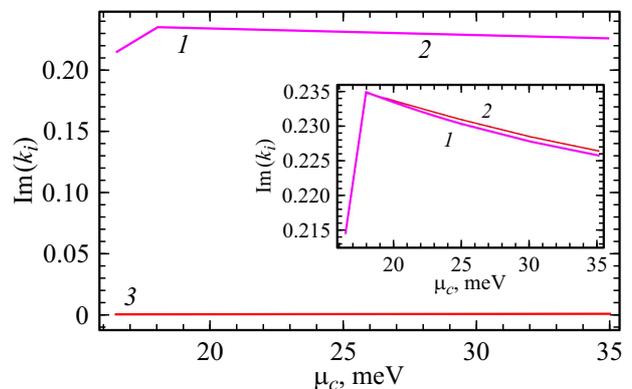
$$k_z E_z + k_x E_x + k_y E_y = 0.$$

При выбранном на начальном этапе исследования условия  $k_y = 0$  [5] уравнение для нахождения  $E_z$  выглядит следующим образом:

$$E_0 = E_x \sin \vartheta + E_z \cos \vartheta.$$

Компоненты  $E_x$  и  $E_y$  находятся из выражений векторов-столбцов падающей и отраженной волн  $\Psi_I$  и  $\Psi_R$ , формула (5). На основании анализа зависимости компонент вектора Пойнтинга от  $k_z$  обнаружено, что на частотах, соответствующих усилению, поток энергии в резонаторе нарастает.

Ожидаемая мощность электрического поля ТНз-излучения, при указанном выше значении интенсивности



**Рис. 7.** Зависимость коэффициента усиления от значений химического потенциала в графене  $\mu_c$  [meV] для необыкновенных мод: кривая 1 (прямая волна) —  $\text{Im}(\kappa_1)$ , 2 (обратная волна) —  $\text{Im}(\kappa_2)$ . Линия 3 характеризует уровень потерь (0.0009). На вставке показано различие между прямой (1) и обратной (2) необыкновенными волнами в крупном масштабе.

THz-излучения, соответствующей насыщению усиления, составляет порядка  $3.5 \cdot 10^3$  V/nm. Конечно, эта величина достаточно велика, но следует отметить, что поперечное сечение пучка THz-излучения достаточно мало и определяется радиусом лазерного пучка оптической накачки графена, поэтому суммарная мощность THz-излучения может оказаться относительно небольшой. Большое значение интенсивности насыщения усиления означает, что в данной структуре можно ожидать значительной мощности THz-излучения при использовании оптимального пропускания выходного зеркала. Для более подробного анализа действия THz-лазера в данную теорию необходимо также включить процесс накачки, что будет сделано в последующих работах. В рамках настоящей работы накачка описывается как изменение химического потенциала графена.

## Заключение

Теоретически исследован процесс распространения и генерации THz-излучения в резонаторе, содержащем АГММ, состоящий из тонких периодически упорядоченных слоев полупроводника и инвертированного графена. Продемонстрирована возможность THz-генерации в рассматриваемой структуре с учетом эффекта насыщения усиления. Определены условия THz-генерации. Показано увеличение усиления за счет присутствия АГММ данного типа. Определен диапазон частот, в котором возникает THz-генерация. Рассчитано значение электрического поля THz-волны, при котором происходит насыщение усиления и проведена оценка возможной мощности THz-излучения. Определены диапазон отклонений угла наклона оптической оси АГММ от оптимального, для которого выполняется условие THz-генерации, и влияние вариаций данного угла на изменение частоты генерации. Установлено, что изменение угла наклона оптической оси в пределах  $\pm 5^\circ$  не влияет существенным образом на процесс генерации THz-волн в рассмотренном резонаторе и на значение частоты генерации. Проведена оценка предельно допустимых значений периода АГММ. Учет влияния отклонения геометрических параметров резонатора и АГММ от оптимально подобранных для достижения эффективной генерации THz-волн чрезвычайно важен в связи с трудностями изготовления структур сверхмалого размера. Полученные результаты могут быть использованы для создания источников THz-излучения на основе графена.

## Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] X.-C. Zhang, J. Xu. *Introduction to THz Wave Photonics* (Springer-Verlag, NY., 2009)
- [2] A. Khalatpour, A.K. Paulsen, Ch. Deimert, Z.R. Wasilewski, Q. Hu. *Nature Photonics*, **15** (1), 16 (2012). DOI: 10.1038/s41566-020-00707-5
- [3] I. Smolyaninov, V.N. Smolyaninova. *Solid-State Electron.*, **136**, 102 (2017). DOI: 10.1016/j.sse.2017.06.022
- [4] T. Guo, L. Zhu, P.-Y. Chen, C. Argyropoulos. *Opt. Mater. Express*, **8**, 3941 (2018). DOI: 10.1364/OME.8.003941
- [5] О.Н. Козина, Л.А. Мельников. *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия физика*, **19** (2), 122 (2019). DOI: 10.18500/1817-3020-2019-19-2-122-131
- [6] Ф.И. Федоров. *Оптика анизотропных сред* (АН БССР, Минск, 1958)
- [7] L. Felsen, N. Marcuvitz. *Radiation and Scattering of Waves* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, USA, 1973)
- [8] V. Iorsh, I.S. Mukhin, I.V. Shadrivov, P.A. Belov, Y.S. Kivshar. *Phys. Rev. B*, **87**, 075416 (2013). DOI: 10.1103/PhysRevB.87.075416
- [9] J. Sun, J. Zhou, B. Li, F. Kang. *Appl. Phys. Lett.*, **98** (10), 101901 (2011). DOI: 10.1063/1.3562033
- [10] D. Yadav, G. Tamamushi, T. Watanabe, J. Mitsushio, Y. Tobah, K. Sugawara, A.A. Dubinov, A. Satou, M. Ryzhii, V. Ryzhii, T. Otsuji. *Nanophotonics*, **7**, 741 (2018). DOI: 10.1515/nanoph-2017-0106
- [11] D.V. Fateev, K.V. Mashinsky, V.V. Popov. *Appl. Phys. Lett.*, **110**, 061106 (2017). DOI: 10.1063/1.4975829
- [12] I.S. Nefedov, C.A. Valaginnopoulos, L.A. Melnikov. *J. Opt.*, **15**, 114003 (2013). DOI: 10.1088/2040-8978/15/11/114003
- [13] О.Н. Козина, Л.А. Мельников. *Радиотехника и электроника*, **67** (10), 1058 (2022). DOI: 10.31857/S0033849422100060 [O.N. Kozina, L.A. Melnikov. *J. Commun. Technol. Electron.*, **67** (10), 1304 (2022). DOI: 10.1134/S1064226922100060]
- [14] O.S. Kidwai, V. Zhukovsky, J.E. Sipe. *Phys. Rev. A*, **85**, 053842(12) (2012). DOI: 10.1103/PhysRevA.85.053842
- [15] A.A. Dubinov, V.Ya. Aleshkin, V. Mitin, T. Otsuji, V. Ryzhii. *J. Phys. Condens. Matter.*, **23**, 145302 (2011). DOI: 10.1088/0953-8984/23/14/145302
- [16] C. Virojanadara, M. Syväjarvi, R. Yakimova, L.I. Johansson, A.A. Zakharov, T. Balasubramanian. *Phys. Rev. B*, **78**, 245403 (2008). DOI: 10.1103/PhysRevB.78.245403
- [17] H. Mutschke, A.C. Andersen, D. Clement, Th. Henning, G. Peiter. *Astron. Astrophys.*, **345**, 87 (1999).
- [18] J. Chen, Z.H. Levine, J.W. Wilkins. *Phys. Rev. B*, **50** (16), 11514 (1994).
- [19] D.W. Berreman. *J. Opt. Soc. Am.*, **62**(4), 1157 (1972).
- [20] D.A. Yakovlev, V.G. Chigrinov. *Modeling and Optimization of the LCD Optical Performance* (Wiley, London, 2015)
- [21] S.P. Palto. *J. Experiment. Theor. Phys.*, **92** (4), 552 (2001). DOI: 10.1134/1.1371338
- [22] О.А. Голованов, Г.С. Макеева, А.Б. Ринкевич. *ЖТФ*, **86** (2), 119 (2016). [O.A. Golovanov, G.S. Makeeva, A.B. Rinkevich. *Tech. Phys.*, **61** (2), 274 (2016). DOI: 10.1134/S1063784216020122]