

09

## Распространение униполярного полуволнового импульса в усиливающей трехуровневой среде

© А.В. Пахомов<sup>1</sup>, М.В. Архипов<sup>1,2</sup>, Н.Н. Розанов<sup>1,2</sup>, Р.М. Архипов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет, 198504 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> ФТИ имени А.Ф. Иоффе РАН, 194021 Санкт-Петербург, Россия

e-mail: antpakhom@gmail.com, nnrosanov@mail.ru, mikhael.v.arkhipov@gmail.com, arkhipovrostislav@gmail.com

Поступила в редакцию 07.03.2024 г.

В окончательной редакции 07.03.2024 г.

Принята к публикации 21.03.2024 г.

Теоретически исследовано прохождение униполярного полуволнового импульса через слой неравновесной трехуровневой резонансной среды с разными схемами уровней энергии. Показано, что в такой системе исходный униполярный импульс постепенно трансформируется в биполярный за счет образования осциллирующих хвостов на заднем фронте импульса. В то же время в зависимости от конкретной схемы уровней энергии среды может происходить как усиление, так и затухание основного полуволнового всплеска поля с пройденным расстоянием в среде. При этом во всех случаях выполняется правило сохранения электрической площади, но степень униполярности импульса всегда уменьшается по мере распространения в слое среды.

**Ключевые слова:** предельно короткие импульсы, электрическая площадь импульса, униполярные импульсы, взаимодействие излучения с веществом.

DOI: 10.61011/OS.2024.04.58224.6127-24

### Введение

В настоящее время активно развивается оптика аттосекундных световых импульсов, включая как поиск методов генерации аттосекундных импульсов, так и изучение особенностей их взаимодействия с разными средами [1–5]. Основным преимуществом таких импульсов является возможность наблюдения и даже управления с их помощью разнообразными сверхбыстрыми процессами в наноструктурах, молекулах и даже отдельных атомах [1,5,6].

Отдельный интерес привлекают импульсы субциклово-вой длительности, прежде всего полуволновые [7–9]. Несмотря на значительные сложности получения полуволновых аттосекундных импульсов в последние годы для этого было предложено множество способов [10–16], причем длительности получаемых полуволновых импульсов в ряде работ достигали всего нескольких аттосекунд.

Полуволновые импульсы обладают важным свойством униполярности, так как они содержат лишь одну полуволну поля с постоянным знаком электрического поля. Более точное определение униполярных импульсов можно дать, используя следующую величину, которая называется электрической площадью импульса [17]:

$$\bar{S}_E(\bar{r}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{E}(\bar{r}, t') dt', \quad (1)$$

т.е. интеграл по времени в бесконечных пределах от напряженности электрического поля в заданной точке

пространства. Тогда можно назвать униполярными импульсы с ненулевым значением величины электрической площади (1).

Электрическая площадь импульса (1) не только удобна для введения общего определения униполярных импульсов, но также обладает рядом важных особенностей. Наиболее важным свойством является фундаментальное свойство сохранения электрической площади в пространстве:

$$\frac{d}{dx} S_E(x) = 0,$$

которое напрямую вытекает из уравнений Максвелла и выполняется при распространении предельно коротких импульсов в произвольной среде с диссипацией в одномерной геометрии [17,18] (в некоторых ситуациях возможны отклонения от этого правила, например в ферромагнитных средах [19]). Помимо этого, было обнаружено, что при возбуждении квантовых систем импульсами, длительность которых не превышает характерное время внутренней динамики системы, воздействие импульсов на систему полностью определяется уже не энергией импульса, а именно его электрической площадью (1) [20–24].

Очень сложной сопутствующей задачей, возникающей при использовании аттосекундных импульсов, является управление их временным профилем. В последние годы были предложены несколько методов для решения этой проблемы, например аттосекундный синтез [25–27] или когерентное управление наведенной поляризацией в слое резонансной среды [28,29]. Таким образом, важной задачей становится развитие способов управления

параметрами униполярных импульсов, в частности их формой и амплитудой.

Фундаментальное правило сохранения электрической площади предельно коротких импульсов накладывает определенные ограничения на возможные преобразования полуволновых импульсов при их распространении в разных средах. Несмотря на это, в нескольких работах ранее была показана возможность усиления в том числе полуволновых импульсов в неравновесных средах. В частности, в работах [30–32] было получено усиление субцикловых импульсов в неравновесной двухуровневой среде при когерентном распространении в отсутствие релаксации, которое в то же время сопровождалось ростом знакопеременных осцилляций поля. Возможность как убывания, так и увеличения электрической площади субцикловых импульсов в рамках приближения однонаправленного распространения была также продемонстрирована в работах [33,34] на примере неравновесной плазмы. Однако использованные в этих работах [30–34] приближенные модели не удовлетворяют правилу сохранения электрической площади, и, следовательно, их использование может приводить к физически некорректным результатам, как показано в работе [18]. Известны также работы, в которых показано существование униполярных полуволновых солитоноподобных объектов в неравновесной среде [35,36].

Одним из интересных вопросов в этой связи становится изучение возможности усиления полуволновых импульсов при их распространении в неравновесной среде. В работах [37,38] было исследовано распространение полуволнового униполярного импульса в слое усиливающей двухуровневой среды и показано, что в таком случае неизбежной является трансформация импульса в биполярный с протяженным осциллирующим хвостом, форма которого сильно зависит от времени фазовой релаксации в резонансной среде. В то же время применимость самого двухуровневого приближения для резонансной среды при взаимодействии с субцикловым импульсом аттосекундной длительности представляется сомнительной вследствие экстремально широкого спектра таких возбуждающих импульсов. Следовательно, для достоверного изучения преобразования полуволновых импульсов при их распространении в резонансной среде необходим учет большего числа энергетических уровней среды.

В настоящей работе исследуется распространение полуволнового униполярного импульса в слое усиливающей трехуровневой среды. В частности, рассматривается изменение параметров импульса — его профиля, энергии и электрической площади — при распространении в среде. Показано, что, несмотря на точное выполнение фундаментального правила сохранения электрической площади, униполярный полуволновый импульс преобразуется в биполярный вследствие возбуждения осцилляций поляризации среды на частотах разрешенных переходов. При этом из-за очень широкого спектра падающего импульса его стимулированного усиления в

неравновесной среде в общем случае не происходит. Однако в зависимости от схемы энергетических уровней среды наряду с образованием осциллирующих хвостов на заднем фронте импульса может происходить также и рост максимальной амплитуды основного полуволнового всплеска поля.

## Модель

Будем рассматривать плоский слой трехуровневой резонансной среды толщины  $L$ , так что вдоль нормали к слою направлена ось  $x$ . Толщину слоя  $L$  будем считать много большей, чем длины волн всех резонансных переходов в среде. Предположим далее, что на слой многоуровневой резонансной среды нормально падает линейно поляризованный полуволновый импульс вида

$$E(t) = E_0 e^{-t^2/\tau^2} \quad (2)$$

длительностью  $\tau$  и амплитудой  $E_0$ . Если для упрощения предположить, что слой среды имеет очень большие размеры в поперечных направлениях, то для такого линейно поляризованного возбуждающего импульса задача сводится к эффективно одномерной.

Отклик резонансной среды на поле возбуждающего импульса будем описывать, используя уравнения для эволюции матрицы плотности трехуровневой среды [39]:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \rho_{12} &= -i\omega_{12}\rho_{12} - \frac{\rho_{12}}{T_2} - \frac{id_{12}}{\hbar} E(t)(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ &\quad + \frac{id_{23}}{\hbar} E(t)\rho_{13} - \frac{id_{13}}{\hbar} E(t)\rho_{32}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{13} &= -i\omega_{13}\rho_{13} - \frac{\rho_{13}}{T_2} - \frac{id_{13}}{\hbar} E(t)(\rho_{33} - \rho_{11}) \\ &\quad - \frac{id_{12}}{\hbar} E(t)\rho_{33} + \frac{id_{23}}{\hbar} E(t)\rho_{12}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{23} &= -i\omega_{23}\rho_{23} - \frac{\rho_{23}}{T_2} - \frac{id_{23}}{\hbar} E(t)(\rho_{33} - \rho_{22}) \\ &\quad + \frac{id_{13}}{\hbar} E(t)\rho_{12} - \frac{id_{12}}{\hbar} E(t)\rho_{13}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{11} &= \frac{1 - \rho_{11}}{T_1} - \frac{2d_{12}}{\hbar} E(t)\text{Im}\rho_{12} + \frac{2d_{12}}{\hbar} E(t)\text{Im}\rho_{13}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{22} &= -\frac{\rho_{22}}{T_1} + \frac{2d_{12}}{\hbar} E(t)\text{Im}\rho_{12} + \frac{2d_{23}}{\hbar} E(t)\text{Im}\rho_{23}, \\ \frac{d}{dt} \rho_{33} &= -\frac{\rho_{33}}{T_1} - \frac{2d_{13}}{\hbar} E(t)\text{Im}\rho_{13} - \frac{2d_{23}}{\hbar} E(t)\text{Im}\rho_{23}, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}$  — недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие поляризацию среды,  $\rho_{11}, \rho_{22}, \rho_{33}$  — населенности 1-го, 2-го и 3-го уровней среды соответственно,  $\omega_{12}, \omega_{13}, \omega_{23}$  — частоты резонансных переходов,  $d_{12}, d_{13}, d_{23}$  — дипольные моменты этих переходов,  $T_1$  и  $T_2$  — времена энергетической и фазовой релаксации (для простоты полагаем эти

Параметры рассматриваемой трехуровневой резонансной среды, а также исходного падающего импульса и слоя среды

Длительность падающего импульса	$\tau = 500$ as
Амплитуда падающего импульса	$E_0 = 10^5$ CGSU
Объемная концентрация атомов в слое	$N_0 = 10^{20}$ cm <sup>-3</sup>
Время дефазировки	$T_2 = 5$ fs
Время жизни верхнего уровня	$T_1 = 50$ fs
Толщина слоя среды	$L = 3.5$ $\mu$ m
Частота перехода 1 $\rightarrow$ 2	$\omega_{12} = 2.7 \cdot 10^{15}$ rad/s
Дипольный момент перехода 1 $\rightarrow$ 2	$d_{12} = 20$ D
Частота перехода 1 $\rightarrow$ 3	$\omega_{13} = 4 \cdot 10^{15}$ rad/s
Дипольный момент перехода 1 $\rightarrow$ 3	$d_{13} = 40$ D
Частота перехода 2 $\rightarrow$ 3	$\omega_{23} = 1.3 \cdot 10^{15}$ rad/s
Дипольный момент перехода 2 $\rightarrow$ 3	$d_{23} = 0$ D

времена равными для всех переходов в среде). Значения параметров системы уравнений (3), которые использовались при моделировании, приведены в таблице.

Эволюция электрического поля в рассматриваемой системе может быть описана с помощью одномерного скалярного волнового уравнения:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2}, \quad (4)$$

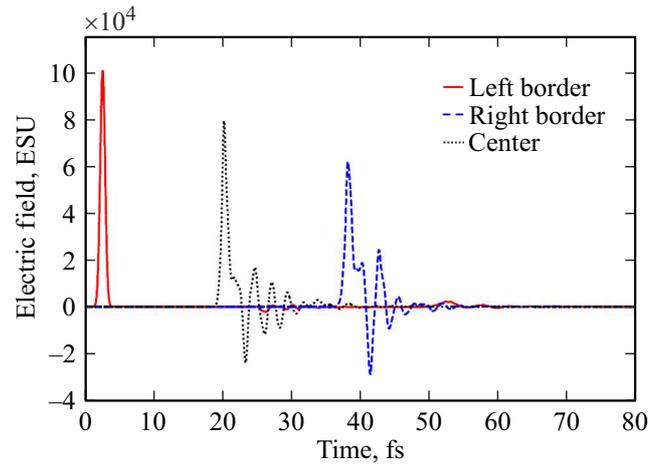
где  $E(x, t)$  — напряженность линейно поляризованного электрического поля,  $P(x, t)$  — наведенная поляризация трехуровневой резонансной среды,  $c$  — скорость света в вакууме. Также стоит отметить, что одномерное волновое уравнение (4) может описывать распространение предельно коротких импульсов, включая полуцикловые, в коаксиальных волноводах [40]. В свою очередь наведенная макроскопическая поляризация среды  $P(x, t)$  в правой части (4) выражается через недиагональные элементы матрицы плотности и объемную концентрацию резонансных центров в слое  $N_0$  следующим образом:

$$P(x, t) = 2N_0(d_{12}\text{Re } \rho_{12} + d_{13}\text{Re } \rho_{13} + d_{23}\text{Re } \rho_{23}). \quad (5)$$

Уравнения (3)–(5) образуют замкнутую систему, полностью описывающую пространственно-временную динамику поля и среды в рамках рассматриваемой модели.

## Слой усиливающей среды

Рассмотрим прохождение униполярного полуциклового импульса (2) через оптически толстый слой трехуровневой среды, параметры которого приведены в таблице вместе со значениями параметров возбуждающего импульса (2). Предположим для начала, что среда была изначально переведена в возбужденное неравновесное состояние. Для определенности будем считать, что все резонансные центры среды были переведены на нижний возбужденный уровень, т.е. на уровень 2. Если бы через такую среду распространялся достаточно длинный

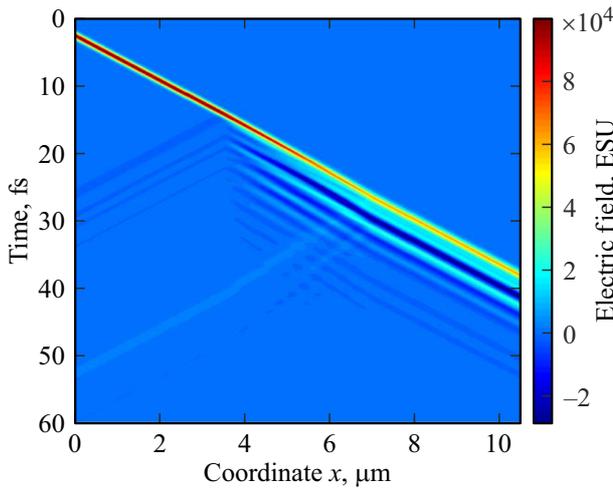


**Рис. 1.** Временная зависимость электрического поля в трех фиксированных точках в пространстве, расположенных слева от слоя среды (красная сплошная линия), в центре слоя среды (черная пунктирная линия) и справа от слоя среды (синяя штриховая линия). Падающий полуцикловый импульс (2) имеет длительность  $\tau = 500$  as и амплитуду  $E_0 = 10^5$  CGSU, параметры среды приведены в таблице.

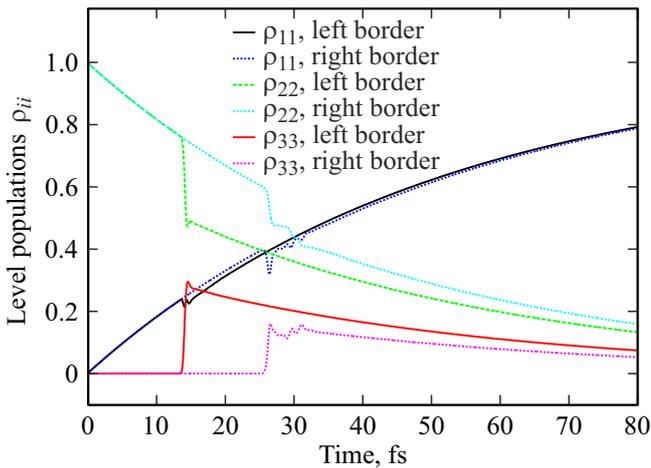
многоцикловый импульс, центральная частота которого была бы близка к частоте перехода 1  $\rightarrow$  2, то такой импульс испытывал бы стимулированное усиление [41]. Подобное усиление было также продемонстрировано в усиливающей двухуровневой среде для предельно коротких импульсов длительностью в несколько оптических циклов, например, при введении пространственной модуляции распределения дипольного момента резонансного перехода среды [42]. Однако в случае полуциклового униполярного импульса (2) взаимодействие со средой становится существенно нерезонансным вследствие его очень широкого частотного спектра. Поэтому динамика изменения параметров импульса в данном случае заранее не очевидна и должна быть изучена посредством соответствующего численного моделирования.

Для определения поля численно решалась система уравнений (3)–(5). При этом волновое уравнение (4) решалось с помощью метода конечных разностей во времени (FDTD — *finite-difference time-domain*), а уравнения для эволюции матрицы плотности трехуровневой среды (3) решались методом Рунге-Кутты 4-го порядка. Численное моделирование проводилось для расчетной области протяженности  $10.5 \mu$ m, в центре которой был симметрично расположен слой резонансной среды толщиной  $3.5 \mu$ m.

На рис. 1 показаны рассчитанные временные зависимости электрического поля в трех фиксированных точках расчетной области. Первая точка была расположена на левом краю расчетной области (красная сплошная линия), т.е. на удалении в  $3.5 \mu$ m от левой границы слоя среды. Вторая точка была выбрана в центре слоя среды (черная пунктирная линия). Третья точка была взята на правом краю расчетной области (синяя штриховая



**Рис. 2.** Пространственно-временная динамика электрического поля при прохождении униполярного полуволнового импульса (2) длительностью  $\tau = 500$  as и амплитуды  $E_0 = 10^5$  CGSU через слой усиливающей трехуровневой среды толщины  $3.5 \mu\text{m}$  с параметрами из таблицы.



**Рис. 3.** Временная зависимость населенностей уровней трехуровневой среды в точках на левой и правой границах слоя среды для примера из рис. 2.

линия), т. е. на удалении в  $3.5 \mu\text{m}$  от правой границы слоя среды.

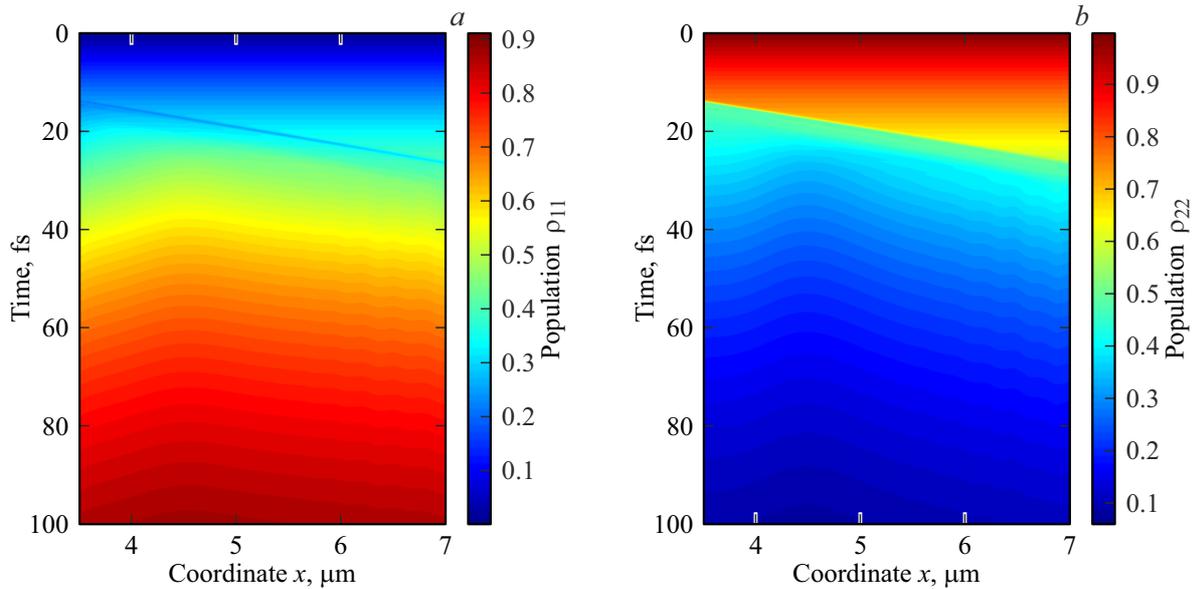
Как видно из рис. 1, по мере распространения исходно униполярного импульса на его заднем фронте образуются осцилляции, которые нарастают с пройденным расстоянием в среде. Данные осцилляции обусловлены макроскопической поляризацией, наведенной в среде под действием самого падающего импульса. Таким образом, исходный униполярный импульс постепенно превращается в биполярный. Динамика данного процесса еще лучше видна на рис. 2, где в виде двумерной диаграммы показана как пространственная, так и временная зависимость электрического поля при прохождении полуволнового импульса (2) через слой среды.

На рис. 3 показаны временные зависимости населенностей уровней трехуровневой среды в двух точках пространства, расположенных по краям слоя резонансной среды. Изначально все резонансные центры были возбуждены на уровень 2. В отсутствие внешнего поля все резонансные центры постепенно релаксируют на основной уровень 1 со скоростью релаксации  $T_1$ . В то же время при воздействии падающего импульса, а затем и возникающих у него хвостов происходит более сложная динамика когерентного взаимодействия импульса со средой и стимулированных переходов между всеми уровнями среды.

В частности, под действием падающего импульса населенность второго уровня резко падает, причем в точках на левой и правой границах слоя среды это происходит в разные моменты времени вследствие задержки на распространение импульса через слой. Населенность третьего уровня наоборот скачком возрастает в момент прихода полуволнового импульса (2). В то же время после прохождения импульса населенности обоих возбужденных уровней постепенно уменьшаются к нулю с характерным временем  $T_1$ , т. е. все резонансные центры релаксируют в основное состояние. Более детально эти результаты можно увидеть на рис. 4, где показана уже пространственно-временная зависимость населенности первого (основного) и второго (изначально населенного) уровней среды.

На рис. 5 показана временная зависимость интенсивности (абсолютное значение вектора Пойнтинга) в двух заданных точках пространства, расположенных соответственно слева и справа от слоя среды. Таким образом, штриховая линия на рис. 5 показывает временную зависимость интенсивности прошедшего импульса, тогда как сплошная линия соответствует интенсивности как исходного падающего импульса (2), так и отраженного поля, следующего с некоторой временной задержкой. Из рис. 5 видно, что, несмотря на наличие неравновесной населенности резонансной среды, энергия прошедшего импульса существенно меньше энергии исходного полуволнового импульса. Причиной этого служит наличие изначально ненаселенного 3-го энергетического уровня среды, на который переходит значительная часть резонансных центров. В результате энергия импульса в конечном счете рассеивается в виде спонтанного излучения. Таким образом, стимулированного усиления полуволнового импульса не происходит, что согласуется с результатами расчетов в случае двухуровневой усиливающей среды [37,38].

Рассмотрим теперь вопрос о том, как ведет себя электрическая площадь импульса (1) в рассматриваемом примере. Для большей наглядности здесь удобно помимо электрической площади (1) использовать следующую



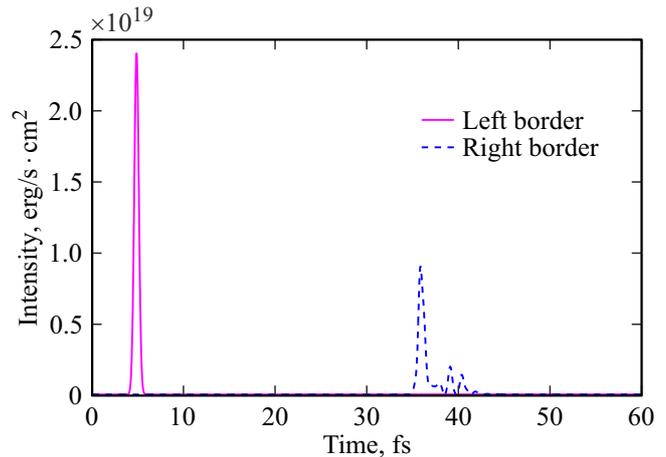
**Рис. 4.** Пространственно-временная динамика населенностей 1-го и 2-го уровней трехуровневой среды при прохождении униполярного полудиклового импульса (2) через слой усиливающей трехуровневой среды толщины 3.5 μm для примера из рис. 2.

величину, впервые введенную в [43]:

$$\xi(\bar{r}) = \frac{\left| \int_{-\infty}^{+\infty} \bar{E}(\bar{r}, t') dt' \right|}{\int_{-\infty}^{+\infty} |\bar{E}(\bar{r}, t')| dt'} \tag{6}$$

которую мы называем степенью униполярности импульса. Из определения (6) легко увидеть, что в случае импульса с постоянным знаком электрического поля степень униполярности равна 1, тогда как в обратном предельном случае знакопеременного биполярного поля она равна нулю. Таким образом, величина  $\xi$  служит удобным индикатором того, в какой степени импульс остается униполярным по мере его трансформации в среде.

На рис. 6 показана пространственная зависимость электрической площади (1), а также степени униполярности  $\xi(x)$  (6). Как видно из рис. 6, фундаментальное правило сохранения электрической площади импульса в точности выполняется в данном случае. В то же время степень униполярности  $\xi(x)$  показывает сильную зависимость от координаты внутри слоя среды. В частности, при выбранных значениях параметров среды степень униполярности сначала резко падает в левой части слоя, но затем наступает некоторое насыщение и в правой части слоя эта величина практически не изменяется. Таким образом, несмотря на появление осцилляций поля на заднем фронте импульса, степень униполярности не убывает до нуля, а стремится к некоторому стационарному ненулевому значению.

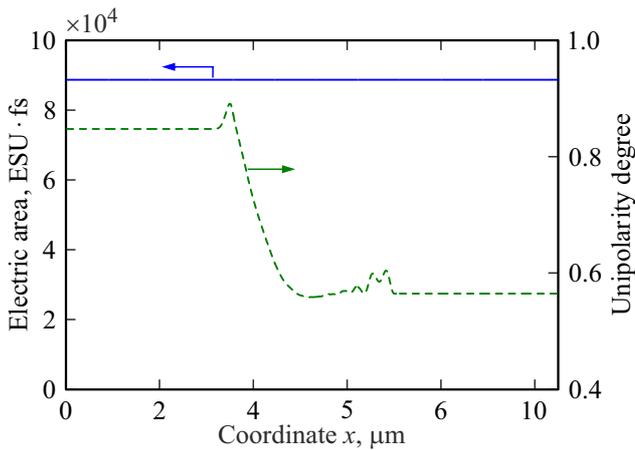


**Рис. 5.** Временная зависимость интенсивности излучения в фиксированных точках слева (сплошная линия) и справа (штриховая линия) от слоя среды для примера из рис. 2.

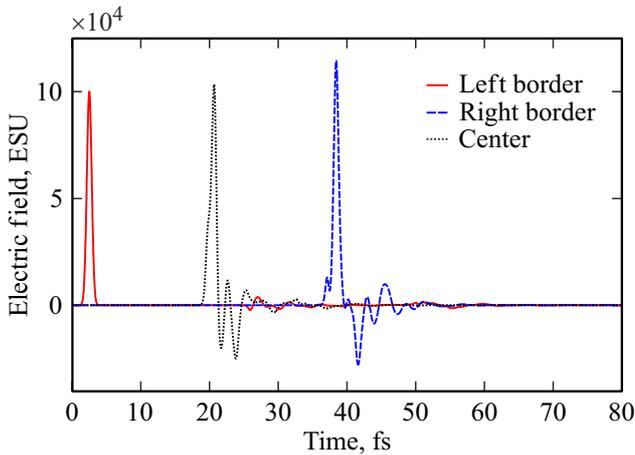
### Влияние схемы уровней энергии

В примере трехуровневой среды из таблицы разрешенными в дипольном приближении являются резонансные переходы  $1 \rightarrow 2$  и  $1 \rightarrow 3$  (так называемая V-схема уровней). В то же время вследствие наличия инверсной населенности в среде можно ожидать, что конкретный вид схемы уровней энергии может существенно влиять на характер усиления в такой среде распространяющихся полудиклового импульсов.

Чтобы прояснить влияние схемы уровней энергии, мы обратимся теперь к другому случаю, а именно рассмотрим так называемую каскадную схему уровней



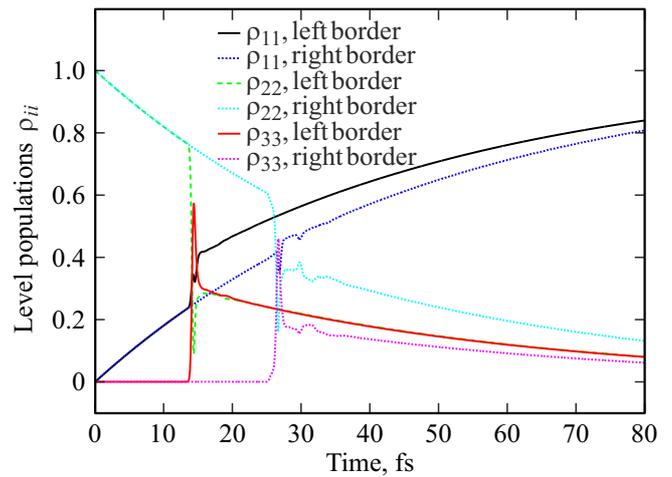
**Рис. 6.** Зависимость электрической площади (1) и степени униполярности поля (6) от пространственной координаты для примера из рис. 2.



**Рис. 7.** Временная зависимость электрического поля в трех фиксированных точках в пространстве, расположенных слева от слоя среды (красная сплошная линия), в центре слоя среды (черная пунктирная линия) и справа от слоя среды (синяя штриховая линия). Падающий полужикловый импульс (2) имеет длительность  $\tau = 500$  as и амплитуду  $E_0 = 10^5$  CGSU, среда имеет каскадную схему уровней.

энергии. В этом случае в трехуровневой среде дипольно-разрешенными являются резонансные переходы  $1 \rightarrow 2$  и  $2 \rightarrow 3$ , в то время как переход  $1 \rightarrow 3$  запрещен. Таким образом, атомы среды могут переходить с исходно населенного 2-го уровня напрямую как на основной уровень, так и на верхний 3-й уровень. Для удобства сравнения будем использовать те же частоты переходов и другие параметры системы, что приведены в таблице, за исключением дипольных моментов переходов  $2 \rightarrow 3$  и  $1 \rightarrow 3$ , которые теперь возьмем равными  $d_{23} = 30 D$ ,  $d_{13} = 0$ .

На рис. 7 показаны рассчитанные временные зависимости электрического поля в тех же трех фиксированных точках, как и на рис. 1. Можно заметить ряд

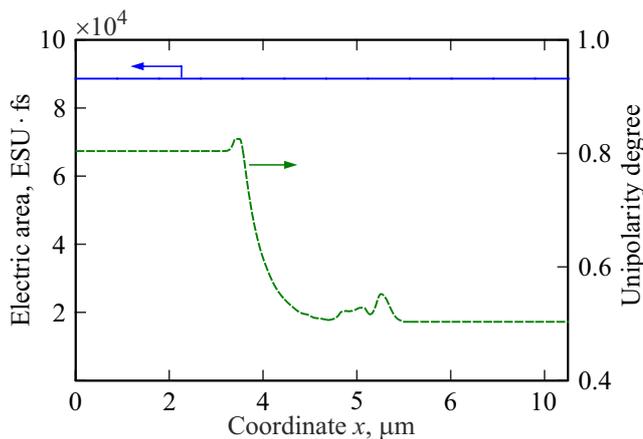


**Рис. 8.** Временная зависимость населенностей уровней трехуровневой среды в точках на левой и правой границах слоя среды с каскадной схемой уровней.

существенных отличий рис. 1 и 7. Прежде всего в случае рис. 7 происходит усиление ведущего полужиклового всплеска поля, т.е. его амплитуда постепенно растет с пройденным расстоянием, в то время как на рис. 1 амплитуда этого полужиклового импульса убывала. При этом в обоих случаях на заднем фронте импульса формируется протяженный осциллирующий хвост вследствие осцилляций наведенной поляризации среды.

Чтобы понять причину наблюдаемых отличий в изменении максимальной амплитуды полужиклового импульса, обратимся к динамике населенностей уровней среды. Соответствующие временные зависимости в точках по краям слоя резонансной среды показаны на рис. 8, по аналогии с рис. 3 для среды с V-схемой уровней. Из сравнения рис. 3 и 8 видно, что в случае каскадной схемы уровней населенность основного уровня под действием падающего импульса возрастает намного сильнее, чем для среды с V-схемой уровней. Это означает, что неравновесная среда передает часть запасенной энергии полужиклового импульсу, что приводит к росту его максимальной амплитуды. После прохождения импульса в обоих случаях остается значительная остаточная населенность возбужденных уровней, которая приводит к образованию знакопеременных осциллирующих хвостов импульса.

Для определения вклада формирующихся хвостов на заднем фронте импульса на рис. 9 построена пространственная зависимость электрической площади (1) и степени униполярности (6) для случая среды с каскадной схемой уровней. В то время как электрическая площадь (1) вновь оказывается постоянной в пространстве, как того требует фундаментальное правило ее сохранения, степень униполярности (6) снова быстро падает по мере удаления от левой границы слоя среды. Как и на аналогичном рис. 6, наблюдается насыщение величины степени униполярности и выход ее на ста-



**Рис. 9.** Зависимость электрической площади (1) и степени униполярности поля (6) от пространственной координаты для среды с каскадной схемой уровней.

ционарное значение ближе к правой границе слоя, что свидетельствует о стабилизации вклада образовавшихся протяженных хвостов в общую электрическую площадь поля.

## Заключение

В настоящей работе теоретически исследован вопрос о возможности усиления полуциклового импульса при его прохождении через слой неравновесной многоуровневой резонансной среды. Для этого было выполнено численное моделирование распространения такого импульса аттосекундной длительности через слой трехуровневой среды, которая перед приходом импульса была переведена на нижний возбужденный уровень.

Показано, что распространяющийся импульс вызывает осцилляции наведенной поляризации на резонансных переходах среды, которые излучают знакопеременное поле. В результате этого на заднем фронте полуциклового импульса образуется протяженный осциллирующий хвост, который приводит к постепенной трансформации униполярного импульса в биполярный. При этом правило сохранения электрической площади (1) точно выполняется вследствие появления излучения назад, однако степень униполярности поля, определяемая выражением (6), убывает по мере удаления от левой границы слоя среды.

Важный вопрос касается возможности стимулированного усиления полуцикловых импульсов в среде с неравновесной населенностью уровней. Проведенные расчеты показали, что в силу сверхширокого спектра полуцикловых импульсов их усиление с сохранением формы импульса в усиливающей среде в общем случае не происходит. Вместо простой направленной перекачки энергии от возбужденной среды к импульсу происходит перераспределение населенностей возбужденных уровней среды. Однако в зависимости от вида схемы уровней среды

возможно усиление основного полуциклового всплеска поля. В частности, в случае V-схемы уровней энергии в основном полуцикловом всплеске поля уменьшается с пройденным расстоянием. При этом потерянная импульсом энергия в свою очередь переходит в спонтанное излучение среды и в формирующиеся осциллирующие хвосты на заднем фронте исходного импульса. В то же время для схемы с каскадной схемой уровней, наоборот, происходит рост амплитуды основного полуциклового всплеска поля за счет стимулированных переходов среды с исходно возбужденного уровня на основной.

Важно отметить, что полуцикловые импульсы аттосекундной длительности, которые использовались при моделировании в данной работе, в настоящее время могут быть получены, что было продемонстрировано в целом ряде как теоретических, так и экспериментальных работ с использованием множества разных подходов [10–16]. Таким образом, результаты проведенного моделирования могут представлять интерес для развития методов управления амплитудой, длительностью и формой генерируемых полуцикловых суб-фемтосекундных импульсов.

## Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (РНФ) № 21-72-10028.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] F. Krausz, M. Ivanov. *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 163 (2009).
- [2] J. Biegert, F. Calegari, N. Dudovich, F. Quere, M. Vrakking. *J. Phys. B*, **54**, 070201 (2021).
- [3] K. Midorikawa. *Nature Photonics*, **16**, 267 (2022).
- [4] B. Xue, K. Midorikawa, E.J. Takahashi. *Optica*, **9**, 360 (2022).
- [5] М.Ю. Рябикин, М.Ю. Емелин, В.В. Стрелков. *УФН*, **193**(4), 382 (2023). [M.Yu. Ryabikin, M.Yu. Emelin, V.V. Strelkov. *Phys. Usp.*, **66**, 360 (2023)].
- [6] D. Hui, H. Alqattan, S. Yamada, V. Pervak, K. Yabana, M. Hassan. *Nature Photonics*, **16**, 33 (2022).
- [7] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50**, 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quantum Electron.*, **50**, 801 (2020)].
- [8] Н.Н. Розанов. *УФН*, **193**, 1127 (2023). [N.N. Rosanov. *Phys. Usp.*, **66**, 1059 (2023)].
- [9] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов. *Терагерцовая фотоника*. Под ред. В.Я. Панченко, А.П. Шкуринова (РАН, М., 2023), с. 360–393.
- [10] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [11] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. *Nat. Photonics*, **6**, 304 (2012).
- [12] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Yin Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Zh. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).

- [13] Y. Shou, R. Hu, Z. Gong, J. Yu, J. Chen, G. Mourou, X. Yan, W. Ma. *New J. Phys.*, **23**, 053003 (2021).
- [14] R. Pang, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. Appl.*, **18**, 024024 (2022).
- [15] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **106**, 025203 (2022).
- [16] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **107**, 035201 (2023).
- [17] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **107**, 761 (2009). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **107**, 721 (2009)].
- [18] А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов. *Письма в ЖЭТФ*, **119**, 100 (2024). [A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov. *JETP Lett.*, (2024)].
- [19] N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **49**, 1493 (2024). DOI: 10.1364/OL.512437
- [20] R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **44**, 1202 (2019).
- [21] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **104**, 063101 (2021).
- [22] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **105**, 043103 (2022).
- [23] Д.Н. Макаров, В.И. Матвеев. *Письма в ЖЭТФ*, **103**, 464 (2016). [D.N. Makarov, V.I. Matveev. *JETP Lett.*, **103**, 415 (2016)].
- [24] Д.Н. Макаров, В.И. Матвеев. *Письма в ЖЭТФ*, **103**, 851 (2016). [D.N. Makarov, V.I. Matveev. *JETP Lett.*, **103**, 756 (2016)].
- [25] G. Cirmi, R.E. Mainz, M.A. Silva-Toledo, F. Scheiba, H. Çankaya, M. Kubullek, G.M. Rossi, F.X. Kärtner. *Laser & Photonics Reviews*, **17** (4), 2200588 (2023).
- [26] R.E. Mainz, G.M. Rossi, F. Scheiba, M.A. Silva-Toledo, Y. Yang, G. Cirmi, F.X. Kärtner. *Optics Express*, **31**, 11363–11394 (2023).
- [27] H. Alqattan, D. Hui, V. Pervak, M.T. Hassan. *APL Photonics*, **7**, 041301 (2022).
- [28] A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Opt. Lett.*, **48**, 6504 (2023).
- [29] A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *J. Opt. Soc. Am. B*, **41**, 46 (2024).
- [30] Э.М. Беленов, П.Г. Крюков, А.В. Назаркин, А.Н. Ораевский, А.В. Усков. *Письма в ЖЭТФ*, **47**, 442 (1988). [E.M. Belenov, P.G. Kryukov, A.V. Nazarkin, A.N. Oraevskii, A.V. Uskov. *JETP Lett.*, **47**, 523 (1988)].
- [31] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин. *Письма в ЖЭТФ*, **51**, 252 (1990). [E.M. Belenov, A.V. Nazarkin. *JETP Lett.*, **51**, 288 (1990)].
- [32] Э.М. Беленов, А.В. Назаркин, В.А. Ущяповский. *ЖЭТФ*, **100**, 762 (1991). [E. Belenov, A. Nazarkin, V. Ushchapovskii. *Sov. Phys. JETP*, **73**, 422 (1991)].
- [33] А.В. Богацкая, А.М. Попов. *Письма в ЖЭТФ*, **188** (4), 291 (2023). [A.V. Bogatskaya, A.M. Popov. *JETP Lett.*, **118**, 296 (2023)].
- [34] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. *Laser Phys. Lett.*, **21**, 015401 (2024).
- [35] С.В. Сазонов. *Письма в ЖЭТФ*, **114**, 160 (2021). [S.V. Sazonov. *JETP Lett.*, **114**, 132 (2021)].
- [36] S.V. Sazonov. *Laser Phys. Lett.*, **18**, 105401 (2021).
- [37] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, И. Бабушкин, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **48**, 532 (2018). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I.V. Babushkin, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. *Quantum Electron.*, **48**, 532 (2018)].
- [38] R. Arkhipov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Pakhomov, N. Rosanov. *J. Opt. Soc. Am. B*, **38**, 2004 (2021).
- [39] А. Ярив. *Квантовая электроника* (Сов. радио, М., 1980). [A. Yariv. *Quantum electronics* (Wiley, NY., 1989)].
- [40] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **127**, 1050 (2019)].
- [41] П.Г. Крюков, В.С. Летохов. *УФН*, **99**, 169 (1969). [P.G. Kryukov, V.S. Letokhov. *Sov. Phys. Usp.*, **12**, 641 (1970)].
- [42] A.V. Tarasishin, S.A. Magnitskii, A.M. Zheltikov. *Optics Commun.*, **193**, 187 (2001).
- [43] Р.М. Архипов, А.В. Пахомов, М.В. Архипов, И. Бабушкин, Ю.А. Толмачев, Н.Н. Розанов. *Письма в ЖЭТФ*, **105**, 380 (2017). [R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, Y.A. Tolmachev, N.N. Rosanov. *JETP Lett.*, **105**, 408 (2017)].