01

# Особенности на графиках тепловых характеристик металлов при отсутствии и наличии фазовых переходов

© С.В. Терехов

Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина,

Донецк, Россия

E-mail: svlter@yandex.ru

Поступила в Редакцию 1 июня 2024 г. В окончательной редакции 2 июня 2024 г. Принята к публикации 4 июня 2024 г.

> Показано, что модель двухфазной системы впервые позволила не только рассчитать температурные зависимости теплоемкостей и коэффициентов теплового расширения ряда металлов в интервалах исследованных температур, но и вычислить их значения вне этих интервалов. Установлена связь появления на графиках особенностей в виде "пиков" и "ям" с протеканием фазовых переходов и процессами в подсистемах фазы. Продемонстрировано, что в области близкой к абсолютному нулю возможно сжатие кристаллов металлов гексагональной и кубической сингоний при повышении температуры в перпендикулярном к оси аппликат направлении.

> **Ключевые слова:** фазовый переход, термодинамическая модель, теплоемкость, сингония, коэффициент теплового линейного расширения.

DOI: 10.61011/FTT.2024.07.58386.396

## 1. Введение

Экспериментальные исследования термического расширения и теплоемкостей металлов в широком температурном интервале сопровождаются наблюдением особенностей в их поведении [1–5]. Они проявляются в виде "пиков" и "ям", которые возникают в области реализации того или иного фазового (полиморфного, магнитного, агрегатного и т.п.) перехода. "Аппроксимацию экспериментальных данных проводят разными способами: с использованием комбинаций функций Дебая и Эйнштейна, с помощью сплайн-функций, полиномиальных зависимостей и др." [6, с. 8]. Однако ни одно из предложенных ранее теоретических построений не описывает графики теплоемкостей при наличии фазовых переходов [6; 7, с. 183].

В работе [8] была предложена простая термодинамическая модель двухфазной системы, с помощью которой были адекватно описаны термо- и хроноизменения аморфных сплавов [9–13], а также базовые линии температурных зависимостей теплоемкостей и коэффициентов теплового расширения разнообразных веществ [14].

Целью настоящей работы является описание на основе соотношений [14] графиков теплоемкости металлов при наличии в области экспериментального исследования фазового перехода и поведения главных компонентов тензора коэффициентов теплового линейного расширения анизотропных кристаллов гексагональной и кубической сингоний вблизи абсолютного нуля, а также изменений указанных тепловых характеристик в широких температурных интервалах.

# 2. Особенности на графике теплоемкости металлов

Субстанциональная теплоемкость вещества с учетом "кинетического" вклада вычисляется согласно [14] по формуле

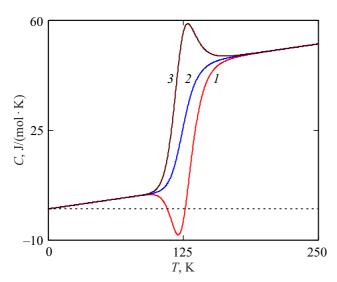
$$C(T, x, u) = k_1 T + k_2 x + k_3 T u,$$
 (1)

где T — температура, x — объемная доля образующейся фазы, u=dx/dT — ее первая производная по температуре,  $k_i$  (i=1,2,3) — коэффициенты. Постоянство функции f(x,u) в формуле (19) работы [14] связано с предположением, что основной вклад в ее значение дает точка фазового перехода, определяющая высоту (глубину) экстремума. Это связано с ограниченностью функции f(x,u) на температурном интервале реализации кинетического формирования "пика" ("ямы"). Объемная доля x рассчитывается из соотношения [8]:

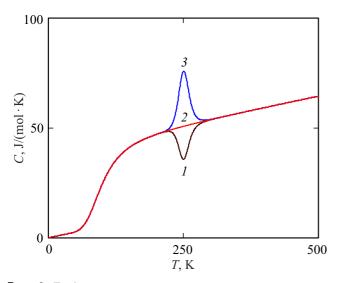
$$x(T) = 0.5[1 - \text{th }\varphi(T)],$$
 (2)

где аргумент  $\varphi(T) = a((T_x/T)-1)$ ,  $a=2T_xu_x$  — параметр модели,  $u_x = u(T_x)$  — экстремальное значение производной dx/dT, вычисленное при температуре  $T_x$  максимального тепловыделения.

При экспериментальном исследовании вещества учитывается суммарное проявление: перераспределения атомов в пространстве, наличия летучих компонентов и фазовых переходов, протекания химических реакций и т.п. Эти кинетические процессы могут изменить вид температурной зависимости теплоемкости вещества. На рис. 1 продемонстрированы кривые теплоемкости (1)



**Рис. 1.** Зависимость теплоемкости модельного вещества от температуры при наличии кинетических процессов.



**Рис. 2.** График теплоемкости модельного вещества при реализации фазового перехода в подсистеме i при температуре  $T=250\,\mathrm{K}.$ 

модельного вещества при значениях параметров a=10,  $T_x=125\,\mathrm{K},\ k_1=0.05,\ k_2=40\,$  и  $k_3$ :  $I-(-6),\ 2-0,\ 3-6.$ 

Указанные процессы происходят не только в основной фазе, но и в ее подсистемах квазичастиц (фононов, магнонов и т. п.). Их влияние на экспериментальные кривые проявляется в виде "пиков" и "ям", экстремумы которых расположены вблизи температур фазовых переходов. Если в новой фазе влияние собственных кинетических процессов незначительно, а подсистема вида i дает вклад только в "кинетическое" (k) слагаемое формулы (1), т. е.

$$C_{k(i)} = k_{3(i)} T u_{(i)},$$
 (3)

то графики температурной зависимости теплоемкости при значениях параметров модели  $a=2.5, T_x=100\,\mathrm{K},$ 

 $k_1=0.05,\ k_2=40,\ a_{(i)}=20,\ T_{x(i)}=250\ \mathrm{K},\ k_{1(i)}=0.05,\ k_{2(i)}=30$  и  $k_{3(i)}$ : I —  $(-1.5),\ 2$  —  $0,\ 3$  — 2.5 показаны на рис. 2.

Наиболее часто такой вид зависимости теплоемкости от температуры наблюдается в чистых металлах. В табл. 1 приведены параметры модели четырех металлов, для которых в интервале экспериментального исследования (рис. 3): a — фазовых переходов нет (черные кружки — данные [1], черные квадраты — [3], белые треугольники — [4]); b — наблюдают смену агрегатного состояния (квадраты — данные [1], кружки — [3], треугольники — [4]); c — протекают полиморфные превращения (квадраты — данные [1], кружки — [3]); d — осуществляется магнитный фазовый переход (квадраты — данные [1], кружки — [3]).

На рис. 3 отображены экспериментальные данные и расчеты теоретических температурных зависимостей теплоемкостей металлов (линии из точек на приведенных графиках показывают ход базовой кривой теплоемкости при отсутствии особенности). Отметим, что график теплоемкости для титана  $\mathrm{Ti}\ (\mathrm{puc.}\ 3,c)$  был построен согласно формуле

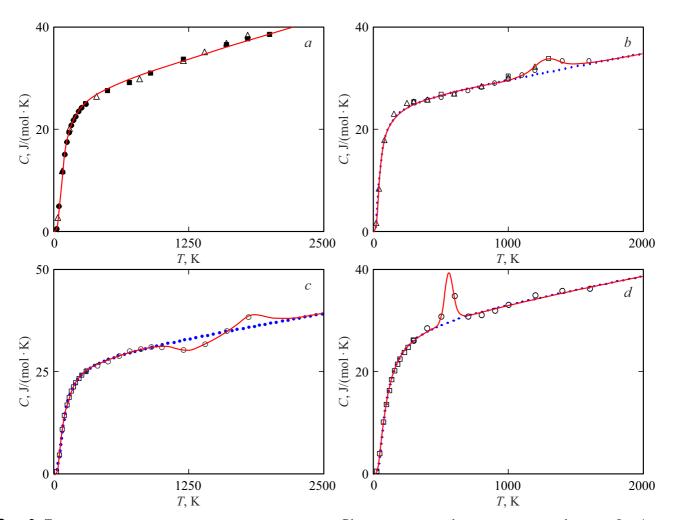
$$C = k_1 T + k_2 x + k_{3(1)} T u_{(1)} + k_{3(2)} T u_{(2)}, \tag{4}$$

где величины в равенстве (4) задаются соотношениями

$$u_{(1)} = dx_{(1)}/dT, \quad x_{(1)}T = 0.5[1 - \operatorname{th} \varphi_1(T)],$$
 
$$\varphi_1(T) = a_{(1)} ((T_{x(1)}/T) - 1), \quad u_{(2)} = dx_{(2)}/dT,$$
 
$$x_{(2)}T = 0.5[1 - \operatorname{th} \varphi_2(T)], \quad \varphi_2(T) = a_{(2)} ((T_{x(2)}/T) - 1),$$
 
$$k_{3(2)} = 0.6, \quad a_{(2)} = 10.0, \quad T_{x(2)} = 1844 \,\mathrm{K}.$$

Таким образом, рис. 3 демонстрирует применимость теоретической модели для описания экспериментальных данных в широком диапазоне температур. Особенности на температурных зависимостях теплоемкости и коэффициента теплового расширения (КТР) могут проявляться не только в виде "пиков" и "ям". Их вид определяется явлениями и процессами, протекающими в подсистемах фазы: изменением их составов; снятием внутренних напряжений; переходом подсистем в метастабильное состояние; перегруппировкой компонентов, дефектов и квазичастиц в пространстве; возникновением векторных полей и т.д. С математической точки зрения они оказывают влияние на вид температурных кривых посредством выражений типа второго и третьего слагаемых в расчетной формуле (1). Следовательно, на экспериментальные данные температурных зависимостей КТР оказывают влияние: упругие напряжения, если образец не был подвергнут предварительному отжигу; дефекты (напр., вакансии), которые при комнатной температуре находятся в "замороженном" состоянии; примеси и квазичастицы, которые могут способствовать проявлению "статических" и/или "кинетических" эффектов. В этой связи рассмотрим расчет КТР ряда металлов.

1146 *С.В. Терехов* 



**Рис. 3.** Температурная зависимость теплоемкости: a — родия Rh при отсутствии фазовых пере-ходов; b — серебра Ag при наличии перехода в новое агрегатное состояние; c — титана Ti при учете последовательности полиморфных превращений; d — никеля Ni при протекании магнитного фазового перехода.

Таблица 1. Параметры теоретической модели для расчета температурных зависимостей теплоемкостей металлов

Металл	а	$a_{(1/2)}$	$T_x$ K	$T_{x(1/2)}$ K	<i>Тпл</i> . °С	$k_{1/(1/2)} \cdot 10^4$	$k_{2/(1/2)}$	$k_{3/(1/2)}$
Ag	0.65	10.0	73	1293	1274	49.5/0	32.0/0	0/0.52
Ni	0.56	13.8	156	562 (631*)	1455	50/0	38.7/0	0/1.4
Rh	0.85	_	115	-	1963	62	31.54	_
Ti***	0.53	6.0/10.0	153	1288/1844 (1156**)	1941	46/0/0	37.9/0/0	0/-0.9/0.6

Примечание: \* — температура Кюри [15, с. 192]

# 3. Влияние подсистем на тепловое расширение анизотропных кристаллов

Изотропные твердые тела характеризуются единым значением КТР по всем направлениям. Большинство кристаллов анизотропны и при нагревании испытывают

однородную деформацию  $\varepsilon_{ij}$  [17,18]. При изменении температуры образца на величину  $\Delta T$  тензор деформаций

$$\varepsilon_{ij} = \alpha_{ij} \Delta T, \tag{5}$$

где  $\alpha_{ij}$  — симметричный тензор второго ранга линейных КТР. Если выбрать главные направления тензора деформаций  $\varepsilon_{ij}$  в качестве координатных осей, то тензор (5)

<sup>\*\* —</sup> температура полиморфного превращения  $\alpha \to \beta$  [16, c. 242]

<sup>\*\*\* —</sup> теплоемкость Ті вычислялась с учетом последовательности полиморфных превращений по формуле (4).

Металл		$a_{1/(2)}$	a(1)	$T_{x1/(2)}, K$	$T_{x(1)}$ , K	$T_{nn.}$ , °C	$q_{1/(1/2)} \cdot 10^4$	$q_{2/(1/2)}$	<i>q</i> <sub>3/(1/2)</sub>
Cd	$lpha_{\parallel}$	0.750	0	52	0	321	17	39	0
	$lpha_{\perp}$	0.490	0	60	0	321	600	12	-20.6
Zn -	$lpha_{\parallel}$	0.729	6.30	59	693	419.5	0/37/0	0/37.4/0	0/1.2/0
	$lpha_{\perp}$	0.900	0	61	0	419.5	0/0/240	0/0/8.1	0/0/ (-14.2)
Cr		0.800	0.44	180	43	1890	28/0	9.8/0	0/(-1.44)
α-Mn	[5]	0.940	0.98	106	16	1245	209	25	0/(-12.0)/(-1.7)
	[20]	0.790	0	120	0	1245	220.8	23	0

Таблица 2. Параметры теоретической модели для расчета температурных зависимостей КТЛР металлов

принимает диагональный вид. На главной диагонали расположены компоненты

$$\varepsilon_1 = \alpha_{11} \Delta T$$
,  $\varepsilon_2 = \alpha_{22} \Delta T$ ,  $\varepsilon_3 = \alpha_{33} \Delta T$ , (6)

здесь  $\alpha_{ii}(i=1,2,3)$  — собственные значения тензора линейных КТР. "Для кристаллов гексагональной и тригональной сингоний коэффициент расширения определяется в двух направлениях — параллельном и перпендикулярном оси шестого (третьего) порядка. При этом  $\alpha_{11}=\alpha_{22}=\alpha_{\perp},\,\alpha_{33}=\alpha_{\parallel}$ " [18, c. 32],  $\alpha_{cp}=(2\alpha_{\perp}+\alpha_{\parallel})/3$ .

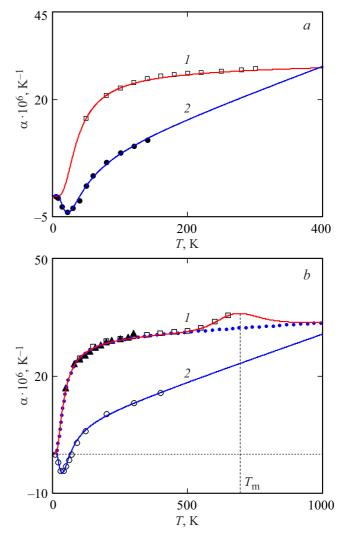
Согласно принципу Неймана [17,18] при отсутствии фазовых превращений тепловое расширение (сжатие) обладает симметрией кристалла как при нагревании, так и при охлаждении. Другими словами, вне зависимости от температуры кристалл относится к тому или иному кристаллографическому классу. Собственные значения тензора линейных КТР в общем случае определяются разными температурными зависимостями. Отметим, что в окрестности абсолютного нуля, где происходит "вымораживание" даже тепловых флуктуаций, графики главных компонентов тензора КТР могут иметь особенности из-за "статических" и/или "кинетических" эффектов.

С учетом второго соотношения Грюнайзена (см., напр., [18, с.13; 19, с. 26]) и формулы (1) коэффициент теплового линейного расширения (КТЛР) в каком-либо направлении можно вычислить по формуле

$$\alpha(T, x, u) = q_1 T + q_2 x + q_3 T u, \tag{7}$$

где  $q_i$  (i=1,2,3) — коэффициенты модели. В формуле (7) первое слагаемое описывает влияние на тепловое расширение тела электронной подсистемы; второе — изменение состава фазы, т.е. ответственно за "статические" эффекты; третье — описывает вклад в КТЛР "кинетических" процессов, связанных со "скоростью" (первой производной от состава фазы по температуре) изменения объемной доли фазы.

В качестве примеров в табл. 2 приведены параметры модели четырех металлов для вычисления их КТЛР по формуле (7). Кристаллы кадмия Cd и цинка Zn относятся к гексагональной сингонии. Их температурные зависимости КТЛР представлены на рис. 4. Для



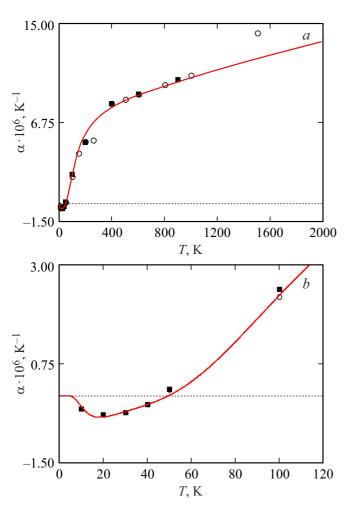
**Рис. 4.** Зависимости КТЛР кадмия Cd (a) и цинка Zn (b) от температуры:  $1-\alpha_{\parallel};\,2-\alpha_{\perp}.$ 

кадмия Сd:  $\alpha_{\parallel}$  (I) (белые квадраты — данные [1]) и  $\alpha_{\perp}$  (2) (черные кружки — данные [18]) — на рис. 4, a; для цинка Zn:  $\alpha_{\parallel}$  (1) (белые квадраты — данные [20], черные треугольники — [1]) и  $\alpha_{\perp}$  (2) (белые кружки —

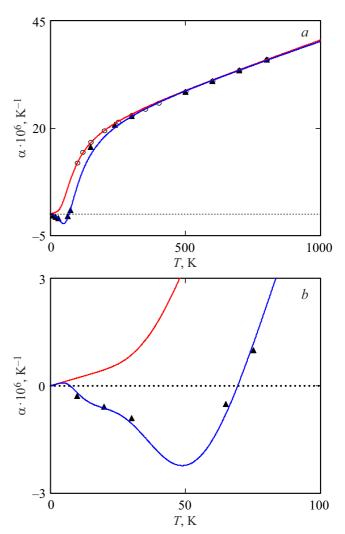
1148 *С.В. Терехов* 

данные [18]) — на рис. 4, b соответственно. Из рис. 4, a, b видно влияние "кинетического" процесса изменения состава фазы на температурный ход  $\alpha_{\perp}$ . На рис. 4, b показана особенность в виде "пика", появление которого связано с переходом цинка Zn в новое агрегатное состояние при температуре 693 К ( $T_{NJ.} = 419.5\,^{\circ}$ C).

Кристаллы хрома Сг и марганца  $\alpha$ -Мп имеют объемно-центрированную кубическую решетку (кубическая сингония). На рис. 5 отображена температурная зависимость КТЛР хрома Сг (рис. 5, a: черные квадраты — данные [5], белые кружки — [18]), при этом на увеличенной области в окрестности абсолютного нуля (рис. 5, b) продемонстрировано влияние "кинетической" перестройки подсистемы, экстремум тепловыделения которой находится при температуре T=43 К. На рис. 6 показаны ход температурных кривых КТЛР марганца  $\alpha$ -Мп (рис. 6, a: черные треугольники — данные [5]; белые кружки — [20]) и увеличение области вблизи абсолютного нуля (рис. 6, b). Для теоретического описания данных [20] потребовалось учитывать как собственные "кинетические", так и "статические"эффекты, т. е. произ-



**Рис. 5.** Температурная зависимость КТЛР хрома Cr(a) и увеличение области в окрестности абсолютного нуля (b).



**Рис. 6.** Зависимость КТЛР марганца  $\alpha$ -Мn от температуры (a) и увеличение области вблизи абсолютного нуля (b).

водить вычисления по формуле

$$\alpha = q_1 T + q_2 x + q_3 T u + q_{2(1)} x_{(1)}, \tag{8}$$

где  $x_{(1)}(T)$ =0.5[1- th  $\phi_{(1)}(T)$ ],  $\phi_{(1)}(T)$ = $a_{(1)}((T_{x(1)}/T)$ -1),  $q_{2(1)}=-1.7$ ,  $a_{(1)}=0.98$ ,  $T_{x(1)}=16$  К. Появление "статического" эффекта, по-видимому, связано с "вымораживанием" тепловых флуктуаций или вытеснением дефектов и других неравновесностей на границы кристалла.

#### 4. Заключение

Одной из нерешенных проблем физики твердого тела является теоретическое описание тепловых характеристик вещества не только в интервалах экспериментального исследования, но и вне данной области. Кроме того, появление "пиков" и "ям" на температурных зависимостях теплоемкостей и коэффициентов теплового расширения различных веществ, возникновение отрицательных значений относительного удлинения образцов

в каком-либо направлении в окрестности абсолютного нуля значительно осложняют сформулированную проблему. Поэтому в данной работе впервые предложен подход к расчету температурных зависимостей теплоемкостей и коэффициентов теплового расширения на основе соотношений термодинамической модели двухфазной системы. Хорошее совпадение теоретически рассчитанных кривых с экспериментальными данными указывает на достоверность исходных предположений модели и широкую область ее применимости.

### Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Л.А. Новицкий, И.Г. Кожевников. Теплофизические свойства материалов при низких температурах. Справочник. Машиностроение, М. (1975). 216 с.
- [2] P.I. Dorogokupets, T.S. Sokolova, B.S. Danilov, K.D. Litasov. Geodynamics & Tectonophysics 3, 2, 129 (2012).
- [3] В.Е. Зиновьев. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Металлургия, М. (1989). 384 с.
- [4] Благородные металлы. Справочник / Под ред. Е.М. Савицкого. Металлургия, М. (1984). 592 с.
- [5] Л.Н. Лариков, Ю.Ф. Юрченко. Структура и свойства металлов и сплавов. Тепловые свойства металлов и сплавов. Справочник. Наук. думка, Киев (1985). 437 с.
- [6] И.А. Успенская, А.И. Дружинина, М.В. Жирякова, Л.А. Тифлова, Е.Г. Скворцова, Н.Г. Блудова. Задачи практикума по физической химии. Расчет термодинамических функций по результатам измерений теплоемкости методом адиабатической вакуумной калориметрии. МГУ, М. (2019). 29 с.
- [7] С.Д. Гилев. Теплофизика высоких температур **58**, *2*, 179 (2020)
- [8] С.В. Терехов. Физика и техника высоких давлений 28, 1, 54 (2018).
- [9] С.В. Терехов. Физика и техника высоких давлений 29, 2, 24 (2019).
- [10] С.В. Терехов. Физика и техника высоких давлений **30**, *1*, 5 (2020).
- [11] С.В. Терехов, И.К. Локтионов. Мониторинг. Науки и технологии **2**, *44*, 87 (2020).
- [12] S.V. Terekhov. Phys. Met. Metallography 121, 7, 664 (2020).
- [13] С.В. Терехов. Физика и техника высоких давлений **31**, *4*, 8 (2021).
- [14] C.B. Tepexob. ФТТ 64, 8, 1077 (2022).
- [15] Я.П. Терлецкий, Ю.П. Рыбаков. Электродинамика. Высш. шк., М. (1990). 352 с.
- [16] Свойства элементов. Справочник. /Под ред. М.Е. Дрица. Металлургия, М. (1985). 672 с.
- [17] Дж. Най. Физические свойства кристаллов. ИЛ, М. (1960). 386 с.
- [18] С.И. Новикова. Тепловое расширение твердых тел. Наука, М. (1974). 292 с.
- [19] Г.И. Епифанов. Физика твердого тела. Высш. шк., М. (1977). 288 с.

[20] Ю.Е. Шелудяк, Л.Я. Кашпоров, Л.А. Малинин, В.Н. Цалков. Теплофизические свойства компонентов горючих систем. Справочник / Под ред. Н.А. Силина. НПО "Информация и технико-экономические исследования", М. (1992). 184 с.

Редактор Т.Н. Василевская