

# Спектральные гребенки и периодические импульсы сверхизлучения в лазерах с асимметричными резонаторами

© Вл.В. Кочаровский<sup>1,2</sup>, Е.Р. Кочаровская<sup>1,¶</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики Российской академии наук,  
603950 Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup> Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,  
603950 Нижний Новгород, Россия

¶ E-mail: katya@appl.sci-nnov.ru

Поступила в Редакцию 15 апреля 2024 г.

В окончательной редакции 20 июня 2024 г.

Принята к публикации 20 июня 2024 г.

На основе уравнений Максвелла–Блоха проведено численное моделирование режимов асимметричной квазипериодической генерации импульсов сверхизлучения в лазерах класса D с однородно уширенной спектральной линией двухуровневой активной среды, помещенной в низкодобротный резонатор Фабри-Перо с различными коэффициентами отражения зеркал. Показано, что в широкой области параметров лазера спектр его излучения представляет собой гребенку, состоящую из большого числа эквидистантных линий, и является дискретным, а не непрерывным, несмотря на наличие диссипативной (излучательной) неустойчивости волн поляризации отрицательной энергии, обуславливающей индуцированное коллективное сверхизлучение Дике.

**Ключевые слова:** сверхизлучающий лазер, асимметричный резонатор Фабри-Перо, периодические импульсы, спектральная гребенка, дискретный спектр, непрерывный спектр.

DOI: 10.61011/FTP.2024.04.58545.6355H

## 1. Введение

В существующих многочисленных лазерах классов A, B, C, где время жизни  $T_E$  фотонов в резонаторе превышает время фазовой релаксации  $T_2$  поляризации активной среды (т.е. плотности оптических дипольных моментов активных центров), имеются разнообразные возможности генерации периодической последовательности импульсов со спектром в виде гребенки эквидистантных дискретных линий [1–13]. При непрерывной накачке подобные последовательности импульсов и гребенки получаются, например, благодаря синхронизации эквидистантных мод в лазере с высокодобротным резонатором и широкой спектральной линией усиления активной среды. Однако эквидистантную гребенку спектра и периодическую генерацию импульсов можно получить также в лазере с низкодобротным резонатором и узкой, однородно уширенной спектральной линией активной среды, используя нелинейный режим автомодуляции одной лазерной моды, не включающий другие моды резонатора.

В настоящей работе сделанное утверждение продемонстрировано путем численного решения уравнений Максвелла–Блоха для лазера класса D [1,14,15] с низкодобротным асимметричным резонатором Фабри-Перо, в котором  $T_E \ll T_2$  и в широкой области параметров оказывается возможной одномодовая генерация периодической последовательности импульсов сверхизлучения при непрерывной накачке. В таком режиме важнейшие роли играют диссипативная (излучательная)

неустойчивость волн поляризации, составляющих лазерную поляритонную моду и обладающих отрицательной энергией, и динамическая нелинейность коллективного спонтанного излучения Дике, в данном случае имеющего индуцированный характер [16,17]. Эти факторы, с одной стороны, обуславливают неустойчивость стационарной (квазимонохроматической) одномодовой генерации сверхизлучающего лазера, а с другой — допускают генерацию нерегулярной и даже хаотической последовательности импульсов сверхизлучения с квазинепрерывным спектром. Такая сложная динамика осуществима при большом превышении порога генерации в лазерах с разными плотными (пространственно и спектрально) ансамблями активных центров, включая полупроводниковые структуры с примесями, экситонами или электронами и дырками в замагниченных квантовых ямах (ср., например, [10,18–31]).

Различные режимы генерации с акцентом на интересующий нас периодический рассмотрены в последующих разд. 4, 5, 6 для сверхизлучающих лазеров с относительно умеренной, сильной и слабой асимметрией резонатора соответственно. Используемая простейшая модель лазера и основные требования к его параметрам, включая асимметрию резонатора, а также качественное описание механизма периодического излучения одинаковых когерентных импульсов при непрерывной накачке представлены во вводных разд. 2 и 3. Выводы и некоторые открытые вопросы динамики сверхизлучающих лазеров приведены в Заключение (разд. 6).

## 2. Сверхизлучающий лазер с низкодобротным резонатором Фабри-Перо

Несмотря на то что принципиальная осуществимость лазерной генерации периодической последовательности импульсов сверхизлучения при непрерывной некогерентной накачке уже обсуждалась и демонстрировалась нами численно для довольно сложных комбинированных резонаторов и активных сред с неоднородным уширением спектральной линии (см. [13,14,32]), в наиболее популярной модели лазера с однородно уширенной двухуровневой активной средой и элементарным резонатором Фабри-Перо, указанный режим еще не изучался. В этой одномерной модели используются полуклассические уравнения Максвелла–Блоха [14,15,33,34] для плавно меняющихся комплексных амплитуд встречных волн электромагнитного поля и поляризации среды, состоящей из однородно распределенных в резонаторе 2-уровневых центров с оптическим дипольным моментом  $d$  на частоте перехода  $\omega_0$ ,

$$E = \text{Re} [A_+(z, t) \exp(ik_0z - i\omega t) + A_-(z, t) \exp(-ik_0z - i\omega t)] / \sqrt{\varepsilon_0}, \quad (1)$$

$$P = \text{Re} [P_+(z, t) \exp(ik_0z - i\omega t) + P_-(z, t) \exp(-ik_0z - i\omega t)] \sqrt{\varepsilon_0} \quad (2)$$

и для инверсии населенностей их энергетических уровней, в которой явно выделена полуволновая решетка  $n_z(z, t)$  (с пространственным периодом  $\lambda_0/2 = \pi/k_0$  вдоль оси резонатора  $z$ ) на плавно неоднородном фоне  $n(z, t)$  (в расчете на один активный центр):

$$D(z, t) = n(z, t) + \text{Im} [n_z(z, t) \exp(2ik_0z)]. \quad (3)$$

Для определенности, волновое число  $k_0 = \omega_0 c^{-1} \sqrt{\varepsilon_0}$  предполагается совпадающим с действительной частью волнового числа рабочей моды (а ее частота — с частотой  $\omega_0$ ) резонатора Фабри-Перо с длиной  $B$  и зеркалами, имеющими коэффициенты отражения (по амплитуде поля)  $R_2 < R_1$  и расположенными в точках  $z = \pm B/2$  соответственно ( $c$  — скорость света в вакууме,  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость матрицы активной среды). Нелинейная динамика рассматриваемых физических величин  $n$ ,  $n_z$ ,  $p_{\pm} = P_{\pm}/(dN_0)$ ,

$$\alpha_{\pm} = a_{\pm} \frac{v_c}{\omega_0} = \frac{A_{\pm}}{2\pi d N_0} \equiv \frac{dA_{\pm}}{\hbar v_c \varepsilon_0} \quad (4)$$

подчиняется известным укороченным уравнениям Максвелла–Блоха, представленным в статьях [15,34], а также в [14], где комплексные величины  $\alpha_{\pm}$  заменены на  $a_{\pm}$  ( $N_0$  — концентрация активных центров,  $\hbar$  — постоянная

Планка):

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} \pm \frac{\partial}{\partial \xi} \right] \alpha_{\pm} &= i p_{\pm}, \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_2 \right] p_{\pm} &= -in\alpha_{\pm} \mp \frac{n_z^{1,*}}{2} \alpha_{\mp}, \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \right] (n - n_p) &= \text{Im} (\alpha_+^* p_+ + \alpha_-^* p_-), \\ \left[ \frac{\partial}{\partial \tau} + \Gamma_1 \right] n_z &= \alpha_-^* p_+ - \alpha_+ p_-^*. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь символом  $*$  обозначено комплексное сопряжение, которое во втором уравнении имеет место лишь для амплитуд волн с нижними знаками. Введены также уровень накачки,  $0 < n_p \leq 1$ , и скорости некогерентной релаксации инверсии населенностей и поляризации активной среды  $\Gamma_{1,2} = 1/(T_{1,2} v_c)$ . Скорость затухания поля  $\Gamma_E = 1/(T_E v_c)$  моды резонатора задается граничными условиями  $\alpha_+(-L/2) = R_{1\alpha_+}(-L/2)$  и  $\alpha_-(L/2) = R_{2\alpha_+}(L/2)$  (и возможными омическими потерями, опущенными для простоты в первом уравнении):

$$\Gamma_E = -\frac{\ln \sqrt{R_1 R_2}}{L}. \quad (6)$$

Важнейшими параметрами являются кооперативные длина  $B_c = c/v_c \sqrt{\varepsilon_0}$  и частота

$$v_c = \sqrt{\frac{2\pi d^2 \omega_{21} N_0}{\varepsilon_0 \hbar}}, \quad (7)$$

на которые нормированы пространственная координата  $\xi = z/B_c$ , длина лазера  $L = B/B_c$ , время  $\tau = v_c t$  и отстройки частот в спектрах  $\Delta = (\omega - \omega_0)/v_c$ . В большинстве расчетов далее выбраны следующие характерные значения скоростей некогерентной релаксации поляризации и инверсии населенностей  $\Gamma_2 = 2\Gamma_1 = 0.02$ , а также длина лазера  $L = 2$  и четыре набора коэффициентов отражения зеркал:  $(R_1, R_2) = (0.8, 0.5)$ ,  $(0.9, 0.3)$ ,  $(0.9, 0.1)$ ,  $(0.5, 0.4)$ , для которых скорость затухания поля  $\Gamma_E = 0.23, 0.33, 0.6, 0.4$  соответственно.

Для различных параметров лазера и уровней однородной непрерывной накачки  $n_p$  уравнения (5) решались с использованием сеточного метода и модифицированного метода Рунге–Кутты 4-го порядка. В начальный момент времени были заданы лишь шумы амплитуд волн поляризации активной среды  $|p_{\pm}| \sim 10^{-4}$ , а электрическое поле и решетка инверсии населенностей для простоты считались нулевыми:  $\alpha_{\pm} = 0$ ,  $n_z = 0$ .

Нестационарная генерация имеет место при превышении уровнем накачки  $n_p$  так называемого второго лазерного порога, который, вообще говоря, значительно выше первого  $n_0 = \Gamma_2 \Gamma_E$ , отвечающего появлению в линейри-

зованных уравнениях (5) положительного инкремента для резонансной поляритонной моды на частоте  $\omega_0$

$$\Gamma = \sqrt{\bar{n} + \left(\frac{\Gamma_E - \Gamma_2}{2}\right)^2} - \frac{\Gamma_E + \Gamma_2}{2} \quad (8)$$

(нормированного, как сказано, на кооперативную частоту (7)). Для общности в данном выражении, с целью использования в дальнейших оценках инкремента лазерной моды при наличии неоднородной инверсии населенностей  $n(\xi)$ , приведено ее среднее по пространству значение  $\bar{n}$  вместо рассматриваемого здесь однородного уровня накачки  $n_p$ . Согласно многочисленным расчетам [15,33–35], нестационарность резонансной поляритонной моды обусловлена прежде всего возбуждением соседних мод (поляритонных или электромагнитных), если резонатор Фабри-Перо является достаточно симметричным, а именно для выбранных характерных параметров лазера, если относительная разница коэффициентов отражения зеркал меньше или порядка 10%. В настоящей работе нас интересует другой механизм автомодуляции резонансной моды, связанный с ее собственной сверхизлучательной динамикой и в чистом виде реализующийся в более асимметричных резонаторах. Он изложен далее и позволяет получать строго периодические импульсы излучения при не слишком высоком уровне накачки, для которого еще не включаются другие факторы, нарушающие периодичность генерации. Они обязаны сильной неоднородности инверсии населенностей или возбуждению соседних мод, в конце концов неизбежному даже в очень асимметричном резонаторе.

### 3. Механизм периодической генерации импульсов сверхизлучения в лазере

Для формирования импульса модового сверхизлучения в рассматриваемом лазере класса D с  $\Gamma_E > \Gamma_2$  фактически требуется достижение неравенства  $\Gamma > \Gamma_2$ , т.е. примерно  $\bar{n} > 2\Gamma_2(\Gamma_E + \Gamma_2) \approx 2n_0$  согласно (8). Его выполнение может быть относительно недолгим, в течение времени  $\Delta t$  меньше или порядка  $\Gamma_1^{-1}$ , но должно быть достаточным для того, чтобы накачка успела создать запас инверсии населенностей над пороговым значением  $n_0$  и обеспечить развитие диссипативной, излучательной неустойчивости волн поляризации, обладающих отрицательной энергией [14,16,17]. При этом длительность получающегося импульса модового сверхизлучения может быть больше или порядка времени жизни фотона в резонаторе  $T_E$ , но должна быть меньше или порядка времени фазовой (некогерентной) релаксации поляризации  $T_2$ .

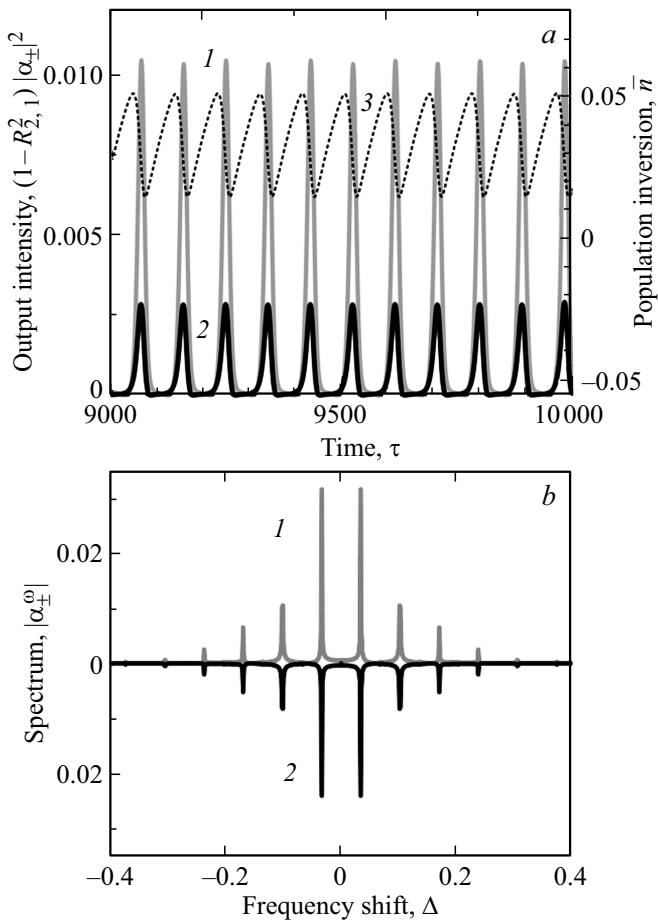
Последнее соотношение, как известно [15,16,36], является необходимым в начальной задаче о возникновении коллективного спонтанного излучения Дике (стартующего с квантовых или тепловых шумов поля и поляризации), но по существу требуется и для

рассматриваемого периодического модового сверхизлучения, которое фактически является индуцированным коллективным излучением Дике. Разница состоит лишь в том, что каждый следующий импульс этого излучения зарождается не спонтанно из шумов, а индуцируется регулярным образом из остатков когерентного поля (и и согласованной с ним поляризации), еще не успевших покинуть низкодобротный резонатор с момента формирования предыдущего импульса. Таким образом, в указанных условиях автомодуляция резонансной поляритонной моды обусловлена сильной нелинейностью коллективного излучения Дике, т.е. резким сбросом инверсии населенностей (местами, особенно вблизи зеркал, до отрицательных значений за время порядка  $2/\max[\Gamma\nu_c]$  или нескольких  $T_E$ ) сразу после генерации и высвечивания импульса сверхизлучения.

Период следования импульсов в генерируемой последовательности в основном диктуется временем некогерентной релаксации инверсии населенностей  $T_1$ , которое определяет характерное время ее нарастания в частично деактивированной среде под действием непрерывной накачки до среднего уровня  $\bar{n}$ , существенно превышающего второй лазерный порог, т.е. до  $\sim 2n_0$  и выше. Длительность импульса сверхизлучения меньше или порядка времени  $T_2$  и не может быть меньше обратной кооперативной частоты  $\nu_c^{-1}$ , а реально и времени  $T_E$  при  $L \sim 1$ . Кроме того, в двухуровневой модели скорость некогерентной релаксации инверсии населенностей всегда меньше или порядка скорости фазовой релаксации поляризации. Поэтому изложенный механизм автомодуляции лазерной моды и, следовательно, формирования эквидистантной гребенки дискретных спектральных линий предполагает выполнение неравенств  $\Gamma_1 \lesssim \Gamma_2 \ll 1$ . Нами проводились расчеты для  $\Gamma_1 = 0.01$  при  $\Gamma_2 = 0.02$  и  $\Gamma_2 = 0.1$ .

При этом скорость затухания поля была близка к величине  $\Gamma_E \sim 0.3$  и практически диктовалась выбранной длиной резонатора  $L = 2$ , так как коэффициенты отражения зеркал входят в выражение (6) под знаком логарифма и для адекватных низкодобротных резонаторов дают фактор порядка 1. (Для значительно более коротких резонаторов порог лазерной генерации, тем более второй, трудно достижим, а для очень длинных резонаторов из-за перепоглощения импульсов сверхизлучения лазерная динамика нерегулярна и отвечает квазинепрерывному спектру излучения.) Как видно из приведенных далее расчетов, скважность получаемой последовательности импульсов, а следовательно, число значимых дискретных линий в спектре оказывается порядка 10.

Диапазон уровней накачки, обеспечивающих реализацию данного уникального режима, и характер работы лазера вне этого диапазона существенно зависят от асимметрии резонатора Фабри-Перо. Далее представлены три характерных варианта.



**Рис. 1.** Периодическая сверхизлучательная генерация лазера длиной  $L = 2$  с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.8$  и  $R_2 = 0.5$  при уровне накачки  $n_p = 0.1$  и скорости релаксации поляризации  $\Gamma_2 = 0.02$ . Осциллограммы интенсивностей выходящего излучения (а) и спектры амплитуд полей (б) на противоположных торцах лазера  $\xi = L/2$  (светлая линия 1) и  $\xi = -L/2$  (черная 2). Осциллограмма средней инверсии населенностей (пунктир 3, соответствующая ось ординат справа). Рисунок в черно-белой гамме.

#### 4. Умеренная асимметрия резонатора

Для лазера с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.8$  и  $R_2 = 0.5$  периодическая последовательность импульсов сверхизлучения генерируется при уровне накачки  $n_p \sim 0.1$ . Согласно рис. 1, при  $n_p = 0.1$  фактор асимметрии лазерного излучения

$$r = \max \left[ \frac{(1 - R_2^2) |\alpha_+(\xi = L/2)|^2}{(1 - R_1^2) |\alpha_-(\xi = -L/2)|^2} \right], \quad (9)$$

т.е. среднее по времени отношение интенсивностей излучения, выходящего из противоположных зеркал в установившемся режиме генерации, равен  $r = 3.5$  и всего на 5% превышает это отношение для моды резонатора

$$r_0 = \frac{R_1(1 - R_2^2)}{R_2(1 - R_1^2)}. \quad (10)$$

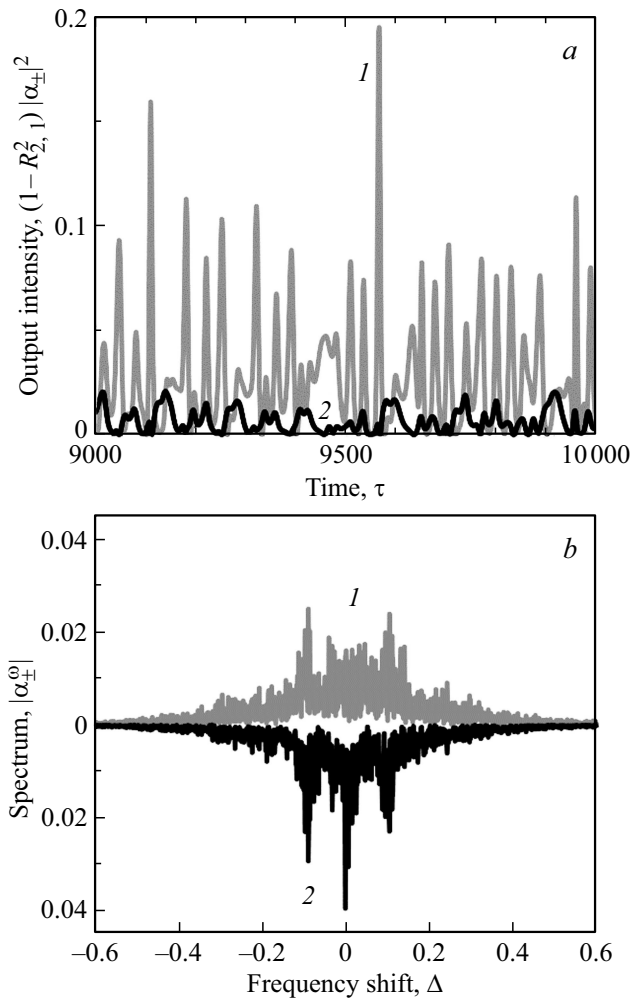
Средний по времени уровень инверсии населенностей  $\langle \bar{n} \rangle_\tau = 0.034$  почти в 8 раз превышает пороговый  $n_0 = 0.0046$  и еще сильнее среднюю величину амплитуды решетки инверсии населенностей  $n_z$ , которая не играет заметной роли, хотя в отдельные моменты времени в процессе сверхизлучения и может достигать величины порядка 0.1. Средняя по лазеру инверсия населенностей  $\bar{n}$  периодически меняется, плавно нарастая от минимального значения 0.014 до максимального 0.05 и резко спадая снова к минимальному. Время спада немного больше длительности импульсов  $\tau_i \approx 10$ , определяемой по ширине профиля его интенсивности на уровне половины от максимума и примерно равной удвоенному обратному инкременту поляритонной моды (8)  $\Gamma_m \approx 0.12$  на этапе максимума инверсии населенностей. Период следования импульсов составляет величину  $\tau_s \approx 90$ , т.е. немного меньше времени  $\Gamma_1^{-1} = 100$ , и определяет шаг гребенки спектра  $2\pi/\tau_s \approx 0.07$ .

При уровне накачки  $n_p \sim 0.01$ , не сильно превышающем пороговый  $n_0$ , имеет место стационарная генерация поляритонной моды со средней инверсией населенностей, слабо отличающейся от пороговой  $n_0$ , с очень слабой решеткой инверсии населенностей и фактором асимметрии излучения  $r = 3.62$ , близким к „холодному“ значению  $r_0 = 3.33$ . При высоком уровне накачки  $n_p \sim 0.5$  также реализуется стационарная генерация, только теперь поляритонная мода существенно изменена сильной асимметричной самосогласованной решеткой инверсии населенностей  $n_z$ , созданной встречными волнами и имеющей амплитуду  $\sim 0.1$ . В результате она и определяемый ею фактор асимметрии излучения радикально зависят от уровня накачки, который, впрочем, почти не влияет на среднюю по лазеру инверсию населенностей. Так, при  $n_p = 0.5$  и 1 получаем  $r = 48.4$  и 97.7, тогда как  $\bar{n} = 0.04$  и 0.046 соответственно.

#### 5. Сильная асимметрия резонатора

В более асимметричном резонаторе с  $R_1 = 0.9$  и  $R_2 = 0.3$  стационарная генерация поляритонной моды реализуется только при уровне накачки  $n_p \sim 0.01$ , не сильно превышающем пороговый  $n_0 = 0.0066$ , и тогда опять средняя инверсия населенностей  $\bar{n}$  слабо отличается от пороговой  $n_0$ , решетка инверсии населенностей  $n_z$  мала и фактор асимметрии излучения  $r$  близок к „холодному“ значению  $r_0 = 14.3$ .

Периодическая генерация импульсов сверхизлучения с эквидистантной гребенкой спектра по-прежнему имеет место в широком диапазоне уровней накачки при  $n_p \sim 0.1$  и качественные выводы предыдущего раздела сохраняются. Именно,  $r \sim r_0$ ; величина  $\langle \bar{n} \rangle_\tau$  превышает порог  $n_0$  в несколько раз; решетка инверсии населенностей не существенна, хотя порой имеет амплитуду  $|n_z| \sim 0.1$ ; средняя по лазеру инверсия населенностей  $\bar{n}$  периодически меняется по величине в несколько раз, резко спадая почти до нуля во время высвечивания



**Рис. 2.** Нерегулярные импульсы сверхизлучения в лазере длиной  $L = 2$  с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.9$  и  $R_2 = 0.3$  при уровне накачки  $n_p = 1$  и скорости релаксации поляризации  $\Gamma_2 = 0.02$ . Осциллограммы интенсивностей выходящего излучения (а) и спектры амплитуд полей (б) на противоположных торцах лазера  $\xi = L/2$  (светлая линия 1) и  $\xi = -L/2$  (черная 2).

импульсов; время этого спада немного больше длительности импульсов, определяемой удвоенным обратным инкрементом поляритонной моды (8) в моменты достижения максимумов инверсии населенностей:  $\tau_i \approx 2\Gamma_m^{-1} \sim 15$ . Как обычно, высвеченный импульс сверхизлучения оставляет за собой на небольшое время (доли времени  $T_1$ ) в районе выходного зеркала область неинвертированной среды, где  $n(\xi) < 0$ .

Сравнивая параметры данных режимов при  $n_p = 0.1$  и  $0.25$ , имеем  $r = 15.3$  и  $12.1$ ,  $\langle \bar{n} \rangle_{\tau} = 0.03$  и  $0.047$ ,  $\tau_s = 100$  и  $120$ ,  $\tau_i = 20$  и  $12$  соответственно. Таким образом, увеличение уровня накачки в 2.5 раза не очень сильно, но заметно увеличило среднюю по времени инверсию населенностей (на 50%) и период генерируемой последовательности импульсов (на 25%), а следовательно, сделало спектральную гребенку более частой:

$2\pi/\tau_s = 0.06$  и  $0.05$ . Кроме того, на  $\sim 30\%$  увеличилась ширина гребенки спектра ( $2\pi/\tau_i = 0.32$  и  $0.5$ ), поскольку при указанном увеличении уровня накачки импульсы сверхизлучения стали на треть короче; при этом между двумя одинаковыми большими импульсами появились почти вдвое меньшие по интенсивности импульсы (большие и малые импульсы высвечиваются в противофазе из правого и левого зеркал резонатора).

При высоком уровне накачки  $n_p \sim 0.5$  вместо стационарной теперь реализуется очень нерегулярная (возможно, хаотическая) генерация импульсов модового сверхизлучения. Согласно рис. 2, при  $n_p = 1$  из плохо отражающего зеркала высвечиваются случайные мощные короткие импульсы (1), а в противоположную сторону выходит менее мощное сглаженное нестационарное излучение (2), при этом фактор асимметрии излучения  $r = 4.6$  втрое меньше „холодного“  $r_0$  и средняя по времени инверсия населенностей  $\langle \bar{n} \rangle_{\tau} = 0.11$  в 17 раз выше пороговой  $n_0$ . При  $n_p = 0.5$  наблюдается примерно та же динамика с  $r = 5.8$  и  $\langle \bar{n} \rangle_{\tau} = 0.094$ , сопровождающаяся сильными локальными осцилляциями плавной неоднородной компоненты и амплитуды решетки инверсии населенностей в пределах порядка  $-0.1-0.2$  и  $0.1-0.4$  соответственно (при  $n_p = 1$  такие осцилляции в 1.5 раза сильнее). В обоих случаях спектр является непрерывным с двумя хорошо выраженными сглаженными пиками на частотах около  $\pm 0.1$ . В первом случае он в 1.5 раза шире и имеет третий центральный пик, который отвечает медленно меняющейся компоненте излучения и лучше представлен на выходе хорошо отражающего зеркала, чем противоположного плохо отражающего.

В лазере с еще большим, многократным отличием коэффициентов отражения зеркал  $R_1 = 0.9$  и  $R_2 = 0.1$ , где  $\Gamma_E = 0.6$ , т.е. резонатор очень низкодобротный, стационарная генерация реализуется только для уровня накачки  $n_p$ , превышающего пороговый  $n_0 = 0.012$  не более чем в 5 раз. При этом средняя инверсия населенностей не сильно превышает пороговую,  $\bar{n} \leq 0.02$ , но при  $n_p = 0.06$  и даже  $0.05$  уже имеется довольно значительная решетка инверсии населенностей, увеличивающая фактор асимметрии излучения от „холодного“ значения  $r_0 = 47$  до величин 197 и 157 соответственно.

Во всем остальном диапазоне накачек осуществляется строго периодическая генерация импульсов сверхизлучения, качественно демонстрирующая те же, указанные выше свойства: а) хорошо сформированные короткие импульсы, для которых фактор асимметрии излучения  $r \lesssim r_0$ ; б) спектральная гребенка, содержащая около 10 значимых эквидистантных линий и имеющая ширину порядка  $\pi\Gamma_m$ . Ширина гребенки монотонно увеличивается втрое от  $\sim 0.4$  до  $1.2$ , а ее шаг  $2\pi/\tau_s$  — немного меньше от  $\sim 0.033$  до  $\sim 0.09$  с ростом уровня накачки  $n_p$  от  $0.07$  до  $1$ .

Соответствующее уменьшение периода следования импульсов сопровождается лишь небольшим изменением их формы в диапазоне накачек  $0.07-0.1$ , а в диапазоне  $0.2-1$  дополняется появлением значимых промежу-

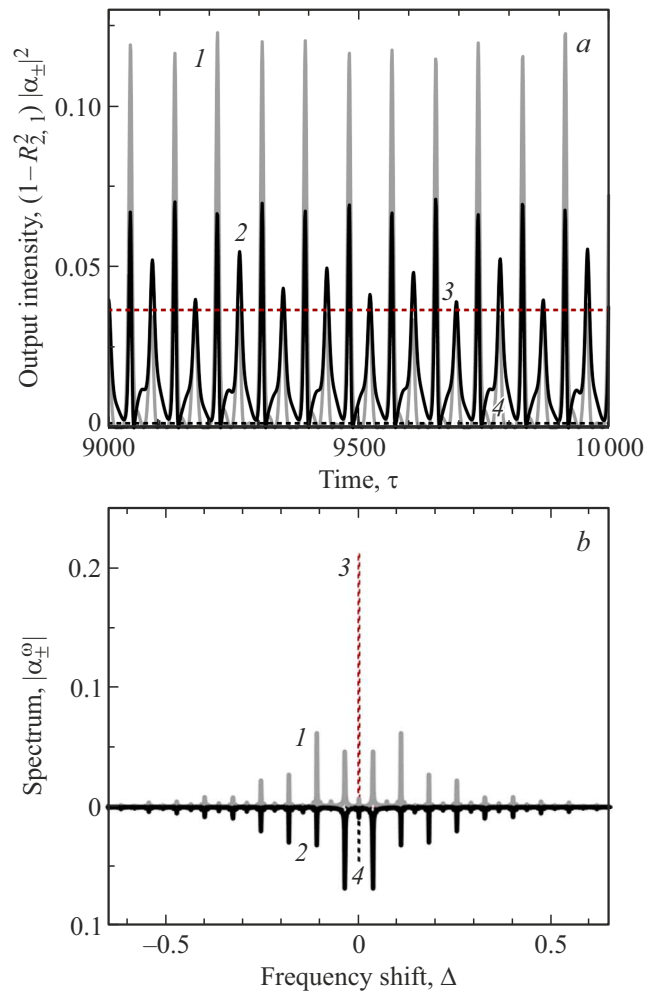
точных импульсов с интенсивностью порядка 10–50% относительно самых мощных и коротких импульсов, причем тогда профили излучения из противоположных зеркал существенно различаются. В первом диапазоне средняя инверсия населенностей  $\langle \bar{n} \rangle_\tau$  нарастает лишь на 5% от 0.027 до 0.0283, а фактор асимметрии излучения падает примерно на 30% от 68 до 49, оставаясь выше „холодного“:  $r > r_0$ . Во втором диапазоне названные величины изменяются гораздо значительнее — в 2.5 раза от 0.039 до 0.098 и в 4 раза от 28 до 7.3 ( $r < r_0$ ) соответственно.

## 6. Слабая асимметрия резонатора

В более симметричном резонаторе с  $R_1 = 0.5$  и  $R_2 = 0.4$ , т.е. всего с 20-процентным отличием коэффициентов отражения зеркал, когда  $r_0 = 1.4$ ,  $\Gamma_E = 0.4$  и  $n_0 = 0.008$ , импульсы сверхизлучения не генерируются и, согласно численному моделированию, для всех уровней накачки выше порогового возбуждена одна стационарная поляритонная мода. При  $n_p \sim 0.01$  связанная с ней решетка инверсии населенностей является слабой, фактор асимметрии излучения  $r$  невелик и мало отличается от „холодного“  $r_0$ , а средняя инверсия населенностей  $\bar{n}$  близка к пороговой  $n_0$ . С ростом накачки от  $n_p = 0.1$  и 0.25 до 0.5 и 1 фактор асимметрии излучения нарастает почти в 10 раз от  $r = 2.8$  и 6.3 до 12.6 и 25.8, а средняя инверсия населенностей изменяется всего вдвое от  $\bar{n} = 0.027$  и 0.037 до 0.044 и 0.05 соответственно. Подобная стационарная генерация, уже отмечавшаяся в разд. 4 и 5, допускает аналитическое описание с учетом ключевой роли решетки инверсии населенностей, что будет сделано в отдельной работе.

Для настоящей работы существенно то обстоятельство, что если, например при  $n_p = 0.5$  и 1, увеличить в 5 раз скорость релаксации поляризации активной среды, т.е. взять  $\Gamma_2 = 0.1$  (изменив тем самым превышение над порогом  $n_0 = \Gamma_2 \Gamma_E$ ), то будет идти генерация строго периодической и квазипериодической последовательности импульсов сверхизлучения соответственно. В первом случае, при  $n_p = 0.5$ , она имеет уже указанные в разд. 4, 5 общие свойства, отраженные на рис. 1, и характеризуется следующими числовыми параметрами:  $\tau_i \approx 2\Gamma_m^{-1} = 9$ ,  $2\pi/\tau_i = 0.7$ ,  $\tau_s = 60$ ,  $2\pi/\tau_s = 0.1$ ,  $r = 1.6$ ,  $\langle \bar{n} \rangle_\tau = 0.15 > n_0 = 0.04$ .

Во втором случае, при  $n_p = 1$ , как видно из рис. 3, кроме дискретного спектра основной эквидистантной гребенки, отвечающей периодическому следованию почти одинаковых мощных импульсов сверхизлучения, присутствует большое число очень слабых спектральных компонент, которые отвечают значительно более слабым и более переменным импульсам сверхизлучения, следующим с той же периодичностью, но имеющим маломощный переменный пьедестал. Иными словами, при уровне накачки  $n_p$  вблизи 1 в спектре появляется очень слабая



**Рис. 3.** Квазипериодическая сверхизлучательная генерация в лазере длиной  $L = 2$  с коэффициентами отражения зеркал  $R_1 = 0.5$  и  $R_2 = 0.4$  при уровне накачки  $n_p = 1$  и скорости релаксации поляризации  $\Gamma_2 = 0.1$ . Осциллограммы интенсивностей выходящего излучения (а) и спектры амплитуд полей (б) на противоположных торцах лазера  $\xi = L/2$  (светлая линия 1) и  $\xi = -L/2$  (черная 2). Для сравнения штриховыми линиями показаны осциллограммы и спектры на торцах лазера  $\xi = L/2$  (светлая линия 3) и  $\xi = -L/2$  (черная 4) для сильно асимметричной одномодовой генерации с теми же параметрами, за исключением скорости релаксации, уменьшенной в 5 раз:  $\Gamma_2 = 0.02$ . (Цветной вариант рисунка представлен в электронной версии статьи).

практически непрерывная составляющая. Количественные параметры интересующей нас эквидистантной спектральной гребенки и соответствующих ей „усредненных“ импульсов сверхизлучения, конечно, изменяются весьма заметно при рассмотренном двукратном увеличении накачки до уровня  $n_p = 1$ :  $\tau_i \approx 2\Gamma_m^{-1} = 6$ ,  $2\pi/\tau_i = 1.04$ ,  $\tau_s = 86$ ,  $2\pi/\tau_s = 0.07$ ,  $r = 1$ ,  $\langle \bar{n} \rangle_\tau = 0.18 > n_0 = 0.04$ .

Проведенное моделирование динамики лазера с асимметричным резонатором в условиях непрерывной накачки показывает, что одномодовый режим периоди-

ческой генерации импульсов сверхизлучения, дающий дискретный спектр в виде гребенки, реализуется при значительном (в несколько раз), но не чрезмерном (на порядки) превышении порога генерации  $n_0 = \Gamma_2 \Gamma_E$ . Оно может быть достигнуто изменением как уровня накачки  $n_p$ , так и скоростей фазовой релаксации поляризации  $\Gamma_2$  и затухания поля в резонаторе (6)  $\Gamma_E$ , в частности, за счет вариации его длины  $L$  (при  $n_p > n_0$  и сохранении условий лазера класса D, включая условие на скорость некогерентной релаксации инверсии населенностей  $\Gamma_1 \lesssim \Gamma_2 \ll 1$ ). В случае недостаточного превышения порога  $n_0$  имеет место одномодовая стационарная генерация. В случае чрезмерного превышения порога  $n_0$  дискретный спектр излучения дополняется или замещается непрерывным, который обусловлен перепоглощением импульсов сверхизлучения, рассинхронизацией неоднородных встречных волн поля и поляризации и нерегулярной решеткой инверсии населенностей, создаваемой ими внутри слишком длинного лазера.

## 7. Заключение

Таким образом, для широкой области параметров асимметричного лазера класса D при наличии непрерывной некогерентной накачки активной двухуровневой среды с однородным уширением спектральной линии предсказано и численно исследовано самопроизвольное формирование периодической последовательности очень коротких когерентных импульсов сверхизлучения одной резонансной поляритонной моды.

Из проведенного анализа видно, что релаксационные характеристики активной среды и резонатора, включая скорость некогерентной релаксации инверсии населенностей  $\Gamma_1$ , ширину спектральной линии лазерного перехода  $2\Gamma_2$  (в том числе неоднородную) и коэффициенты отражения зеркал  $R_{1,2}$  (а также омические потери в резонаторе), существенно влияют на свойства предсказанного строго периодического режима генерации импульсов сверхизлучения — их амплитуду, длительность, скважность следования, асимметрию высвечивания и соответствующие параметры эквидистантной гребенки спектра. Данный уникальный одномодовый сильно нестационарный режим фактически является индуцированным коллективным модовым излучением Дике.

Дальнейшее изучение этого режима и определение диапазона всех параметров лазера класса D (его длины, уровня накачки и пр.), допускающих реализацию соответствующей эквидистантной гребенки спектра, представляют интерес как для фундаментальной физики многочастичных систем с радиационным взаимодействием, так и, возможно, для практических приложений сверхизлучающих лазеров с низкодобротными резонаторами. Заслуживают внимания и исследования особенностей подобного режима импульсной сверхизлучательной генерации при непрерывной накачке в лазерах с более

сложными моделями активной среды и резонатора, например при наличии распределенной обратной связи встречных волн, фазосдвигающих зеркал и частотной отстройки моды резонатора от центра спектральной линии среды.

## Финансирование работы

Работа поддержана НЦМУ „Центр фотоники“, при финансировании Министерством науки и высшего образования РФ, соглашение № 075-15-2022-316.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Я.И. Ханин. *Основы динамики лазеров* (М., Наука, 1999).
- [2] F.T. Arecchi, R.G. Harrison. *Instabilities and Chaos in Quantum Optics* (London, Springer Verlag, 2011).
- [3] E. Roldan, G.J. de Varcareel, F. Prati, F. Mitschke, T. Voigt. *Trends in Spatiotemporal Dynamics in Laser. Instabilities, Polarization Dynamics, and Spatial Structures*, Trivandrum: Research Signpost, India, 2005, p. 1. <http://www.arXiv: physics/0412071v1>.
- [4] H.A. Haus. *IEEE J. Select. Top. Quant. Electron.*, **6**, 1173 (2000).
- [5] *Nonlinear optical cavity dynamics: from microresonators to fiber lasers*, ed. by P. Grelu (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2016).
- [6] А.К. Комаров, К.П. Комаров, А.К. Дмитриев. *Нелинейная динамика формирования и ультракоротких импульсов в лазерах с пассивной синхронизации мод* (Новосибирск, Изд-во НГТУ, 2017).
- [7] L. Lugiato, F. Prati, M. Brambilla. *Nonlinear Optical Systems* (Cambridge, Cambridge University Press, 2015).
- [8] S.K. Turitsyn, S. Bogdanov, A. Redyuk. *Optics Lett.*, **45** (19), 5352 (2020).
- [9] Y. Qin, B. Cromeey, O. Batjargal, K. Kieu. *Optics Lett.*, **46** (1), 146 (2021).
- [10] C.G.E. Alfieri, D. Waldburger, J. Nürnberg, M. Golling, L. Jaurigue, K. Lüdge, U. Keller. *Phys. Rev. Appl.*, **10**, 044015 (2018).
- [11] M. Piccardo, B. Schwarz, D. Kazakov, M. Beiser, N. Opačak, Y. Wang, S. Jha, J. Hillbrand, M. Tamagnone, W.T. Chen, A. Y. Zhu, L.L. Columbo, A. Belyanin, F. Capasso. *Nature*, **582** (7812), 360 (2020).
- [12] C. Silvestri, X. Qi, T. Taimre, K. Bertling, A. D. Rakic. *APL Photonics*, **8**, 020902 (2023).
- [13] Е.Р. Кочаровская, А.В. Мишин, А.Ф. Селезнев, В.В. Кочаровский, Вл.В. Кочаровский. *Изв. вузов. Радиофизика*, **63**, 985 (2020).
- [14] Вл.В. Кочаровский, В.В. Железняков, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. *УФН*, **187**, 367 (2017).
- [15] Е.Р. Кочаровская, А.В. Мишин, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. *ФТП*, **56** (7), 651 (2022).
- [16] В.В. Железняков, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. *УФН*, **159**, 193 (1989).

- [17] В.В. Железняков, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. ЖЭТФ, **87**, 1565 (1984).
- [18] M. Scheibner, T. Schmidt, L. Worschech, A. Forchel, G. Bacher, T. Passow, D. Hommel. Nature Physics, **3**, 106 (2007).
- [19] Y.D. Jho, X. Wang, D.H. Reitze, J. Kono, A.A. Belyanin, V.V. Kocharovsky, Vl.V. Kocharovsky, G.S. Solomon. Phys. Rev. B, **81**, 155314 (2010).
- [20] N. Vukovic, J. Radovanovic, V. Milanovic, D.L. Boiko. Opt. Express, **24**, 26911 (2016).
- [21] K. Cong, Q. Zhang, Y. Wang, G.T. Noe II, A. Belyanin, J. Kono. JOSA B, **33**, 80 (2016).
- [22] G. Pozina, M.A. Kaliteevski, E.V. Nikitina, D.V. Denisov, N.K. Polyakov, E.V. Pirogov, L.I. Goray, A.R. Gubaydullin, K.A. Ivanov, N.A. Kaliteevskaya, A.Yu. Egorov. Phys. Status Solidi B, **254**, 1600402 (2016).
- [23] E.Y. Paik, L. Zhang, G.W. Burg, R. Gogna, E. Tutuc, H. Deng. Nature, **576** (7785), 80 (2019).
- [24] W. Zhang, E.R. Brown, A. Mingardi, R.P. Mirin, N. Jahed, D. Saeedkia. Appl. Sci., **9**, 3014 (2019).
- [25] T.S. Mansuripur, C. Vernet, P. Chevalier, G. Aoust, B. Schwarz, F. Xie, C. Caneau, K. Lascola, Chung-en Zah, D.P. Caffey, T. Day, L.J. Missaggia, M.K. Connors, C.A. Wang, A. Belyanin, F. Capasso. Phys. Rev. A, **94** (6), 063807 (2016).
- [26] P. Qiao, C.Y. Lu, D. Bimberg, S.L. Chuang. Opt. Express, **21**, 30336 (2013).
- [27] N. Owschimikow, B. Herzog, B. Lingnau, K. Lüdge, A. Lenz, H. Eisele, M. Dähne, T. Niermann, M. Lehmann, A. Schliwa, A. Strittmatter, U.W. Pohl. In: *Semiconductor nanophotonics. Materials, models, devices*, eds by M. Kneissl, A. Knorr, S. Reitzenstein, A. Hoffmann (Springer Series in Solid-State Sciences, 2020) p. 13.
- [28] D. Quandt, J. Bläsing, A. Strittmatter. J. Cryst. Growth, **494**, 1 (2018).
- [29] Y. Kim, J. O. Kim, S. J. Lee, S. K. Noh. J. Korean Phys. Soc., **73** (6), 833 (2018).
- [30] W.-S. Liu, T.-K. Yang, W.-J. Hsueh, J.-I. Chyi, T.-Y. Huang, M.-E. Hsu. Appl. Phys. Lett., **115**, 093103 (2019).
- [31] D. Botez, M.A. Belkin, eds, *Mid-Infrared and Terahertz Quantum Cascade Lasers* (Cambridge University Press, 2023).
- [32] Вл.В. Кочаровский, А.В. Мишин, А.Ф. Селезнев, Е.Р. Кочаровская, Вл.В. Кочаровский. ТМФ, **203**, 483 (2020).
- [33] Вл.В. Кочаровский, В.А. Кукушкин, С.В. Тарасов, Е.Р. Кочаровская, В.В. Кочаровский. ФТП, **53**, 1321 (2019).
- [34] Е.Р. Кочаровская, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. ФТП, **57**, 348 (2023).
- [35] Е.Р. Кочаровская, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский. Изв. вузов. Радиофизика, **66**, 186 (2023).
- [36] А.А. Белянин, Вл.В. Кочаровский, В.В. Кочаровский, Д.С. Пестов. Изв. вузов. Радиофизика, **54**, 199 (2001).

Редактор Г.А. Оганесян

## Spectral combs and periodic superradiant pulses in lasers with an asymmetric cavities

Vl.V. Kocharovsky<sup>1,2</sup>, E.R. Kocharovskaya<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute of Applied Physics,  
Russian Academy of Sciences,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

<sup>2</sup> Lobachevsky State University,  
603950 Nizhny Novgorod, Russia

**Abstract** Based on the Maxwell-Bloch equations, a numerical simulation of the regimes of asymmetric quasiperiodic generation of superradiance pulses in class D lasers with a homogeneous broadening of spectral line of a two-level active medium placed in a low-Q Fabry-Perot cavity with different reflection factors of mirrors is carried out. It is shown that in a wide range of laser parameters, the spectrum of its radiation is a comb consisting of a large number of equidistant lines and is discrete rather than continuous, despite the presence of dissipative (radiative) instability of the polarization waves with negative energy responsible for the induced collective Dicke superradiance.