03,07,15

# Использование метода гетерофазная структура-эффективная среда для определения электрических свойств гранулированного твердого тела

© У.З. Залибеков<sup>1</sup>, Х.Х. Лосанов<sup>2</sup>, Т.Р. Арсланов<sup>1</sup>

- $^1$ Институт физики им. Х.И. Амирханова, Дагестанский федеральный исследовательский центр РАН, Махачкала, Россия
- <sup>2</sup> Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова,

Нальчик, Россия

E-mail: uzvideo@inbox.ru

Поступила в Редакцию 18 августа 2024 г. В окончательной редакции 27 сентября 2024 г. Принята к публикации 29 сентября 2024 г.

Гранулированные соединения, состоящие из проводящих микро или нано включений, расположенных в диэлектрической матрице, демонстрируют целый ряд необычных свойств, происхождение которых на прямую связано с соотношением проводящих и не проводящих объемных фаз. В настоящей работе для прогнозирования электрических свойств гранулированного твердого тела — манганита  $La_{1-x}A_xMnO_3$  (где A — двухвалентный элемент), была адаптирована аппроксимационная модель гетерофазная структура — эффективная среда, представляющая по свей сути синтез метода эффективной среды и теории протекания. Анализ транспортного поведения в рамках данной модели показал, что эффективная электропроводность гранулированной среды заметно возрастает с ростом доли объема, занимаемого сердцевиной гранулы относительно объема межгранульного пространства и поверхностного слоя. Полученные в работе результаты находятся хорошем согласии с экспериментальные данными для керамических образцов манганита  $La_{1-x}A_xMnO_3$ .

**Ключевые слова:** гранулированное твердое тело, электрическая проводимость, манганиты, эффективная среда.

DOI: 10.61011/FTT.2024.10.59075.241

### 1. Введение

В последние годы значительное внимание уделяется изучению свойств композиционных материалов с включениями металлических или полупроводниковых гранул в диэлектрической матрице [1,2]. Интерес к этим материалам обусловлен возможностью решения, как фундаментальных задач физики твердого тела, так и перспективами практического применения в современной электронной технике. Для композитов с малой концентрацией проводящей фазы, гранулы электрически изолированы друг от друга в объеме матрицы. Поэтому электрическая проводимость в таких материалах главным образом будет определяется диэлектрической компонентой. Гранулированные компоненты из ферромагнитных частиц в диэлектрической матрице обладают рядом уникальных физических свойств: гигантским и туннельным магнетосопротивлением, широким диапазоном изменения величины электрического сопротивления и т. д. [2-18].

В этой связи представляют интерес соединения, обладающими эффектом колоссального магнетосопротивления, в частности, манганиты со структурой перовскита типа  $\text{La}_{1-x} A_x \text{MnO}_3$ , где A — двухвалентный элемент (Са, Ва, Sr, и т.д.), в которых фазовое расслоение исходного вещества формирует двухфазное состояние

с изолированными металлическими гранулами в матрице [9]. В подобных системах реализуется сильное взаимодействие электронной и спиновой подсистем с кристаллической решеткой, что демонстрирует проявление необычных магнитных, электрических, оптических и упругих свойств. Концентрация элемента А может меняться от 0 до 1, при этом физические свойства манганитов сильно изменяются. Система переходит через цепочку фазовых переходов с разнообразными типами упорядочения: магнитного, структурного, электронного. Большинство аномалий физических свойств в данных композитах отмечаются при концентрации металлической фазы вблизи порога перколяции, когда металлические гранулы формируют проводящую кластерную структуру в диэлектрической матрице [19]. В связи с этим, исследования электрических и структурных свойств композитов на основе ферромагнитных сплавов в диэлектрической матрице представляют перспективу физики твердого тела, физической электроники и материаловедения.

На сегодняшний день известные математические методы описания эффективных свойств многофазных сред основаны на теории гомогенизации [20–24]. Изначально в рамках этой теории рассматривался микромеханический анализ для определения статических эффективных свойств, таких как упругий модуль, магнитная

и диэлектрическая проницаемость [25-28]. Однако для композитных сред были предложены новые многомасштабные подходы с точки зрения элементарного объема. К подобным подходам относится "модель сборки сфер", в которой область матрицы заполняется сферами разных размеров с сохранением объемного соотношения между фазами [29,30]. В модели "самосогласованного метода" неоднородности среды представлены эллипсоидальными или цилиндрическими включениями с неизвестными упругими свойствами внутри бесконечного матричного пространства [25,31,32]. Большинство приложений теории гомогенизации эффективно адаптированы для пористых [33], ячеистых [34,35] и волокнистых [36]. В то же время использование данных апроксимационных схем для описания электропроводности гранулированных композитов представляться ограниченным [37,38], что может указывать об отсутствии более удобного метода изучения подобных систем с различающимся материалом гранул.

В настоящей работе продемонстрирована возможность изучения электрических свойств и их закономерностей на примере типичного гранулированного манганита  $La_{1-x}A_xMnO_3$ . Для количественного описания электрических свойств нами использовалась аппроксимационная модель гетерофазная структура — эффективная среда (ГСЭС), являющийся синтезом метода эффективной среды и теории протекания. Предложенный ранее подход с использованием метода ГСЭС позволяет не только прогнозировать транспортное поведение сложных композитов, но и характеризовать теплофизические и термоэлектрические свойства вблизи полиморфных и сверхпроводящих переходов [39].

# Анализ экспериментальных результатов в рамках модели ГСЭС

Согласно модели ГСЭС [39,40], эффективное удельное сопротивление ( $\rho = 1/\sigma$ , где  $\sigma$  — удельная проводимость), имеет следующий вид:

$$\rho = \sum \Delta_i \rho_i f_i / \sum \Delta_i f_i, \tag{1}$$

где  $f_i = 3 \rho / (A_i \rho + (3 - A_i) \rho_i, i$  — номер фазы,  $\Delta_i$  — относительный объем фазы,  $A_i$  — коэффициент, учитывающий конфигурацию включений фазы. При коэффициенте  $A_i = 0$  реализуется нитевидная конфигурация включений (параллельное соединение), при  $A_i = 1$  — сферические включения, при  $A_i = 3$  — слоистая конфигурация включений (последовательное соединение).

В качестве конкретного примера применения данной аппроксимационной модели использованы данные зависимости удельного сопротивления  $\rho$  при  $100\,\mathrm{K}$ от диаметра гранул, для керамических образцов La<sub>2/3</sub>Sr<sub>1/3</sub>MnO<sub>3</sub> из работы [8]. Размеры гранул в данной керамике варьировались от  $20\,\mathrm{nm}$  до  $10\,\mu\mathrm{m}$  с температурой Кюри  $T_{\rm C} \sim 352\,{\rm K}$  одинаковой для всех составов, что свидетельствовало об их однодоменном состоянии.

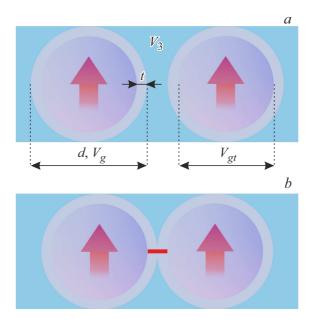


Рис. 1. Схематическое изображение гранулированной структуры манганита.

Обозначения d,  $V_g$ ,  $V_{gt}$ ,  $V_3$  и t на рисунке (a) приводятся в тексте. Формирование магнитного туннельного барьера для гранул больших (микронных) размеров показано на рисунке (b). Вертикальные стрелки обозначают магнитные моменты для однодоменной структуры сердцевины гранул.

Соединения манганитов типа  $La_{1-x}A_xMnO_3$  состоят из трех фаз: приповерхностного слоя гранулы, сердцевины гранулы и межгранульного пространства [41,42]. Приповерхностный слой гранулы представляет из себя диэлектрическую оболочку, находящуюся в контакте с межгранульным пространством. Сердцевина гранулы характеризуется металлической природой с предпочтительно ферромагнитным упорядочением. На рис. 1, а приводится наглядное изображение подобной гранулированной системы.

Согласно выражению (1), удельное сопротивление для исследуемой гранулированной структуры может быть записано в следующем виде:

$$\rho = (V_1 \rho_1 f_1 + V_2 \rho_2 f_2 + V_3 \rho_3 f_3) / (V_1 f_1 + V_2 f_2 + V_3 f_3),$$
(2)

где нижние индексы (1, 2, 3) при  $V_i, \rho_i, f_i$  соответствуют фазам: приповерхностный слой — 1, сердцевина гранулы — 2, межгранульное пространство — 3. Произведение  $ho_3 f 3 = 3/[A_3 \sigma_3 + (3-A_3)\sigma]$  при  $ho_3 o \infty$  равняется:  $\rho_3 f_3 = 3\rho/(3-A_3)$ . Выражение для эффективного удельного сопротивления записывается следующим об-

$$\rho^{eff} = (\rho_1 \Delta_1 B_2 + \rho_2 \Delta_2 B_1) / (\Delta_1 B_2 + \Delta_2 B_1) + (\Delta_3 B_1 B_2) / [(3 - A_3)(\Delta_1 B_2 + \Delta_2 B_1)],$$
(3)

где 
$$B_1 = A_1 \rho + (3 - A_1) \rho_1$$
 и  $B_2 = A_2 \rho + (3 - A_2) \rho_2$ .

Объем куба, в который вписана гранула определяется как  $V_d=d^3$  (d — диаметр гранулы). Объем гранулы с приповерхностным слоем  $V_g$ , объем гранулы без приповерхностного слоя  $V_{gt}$  и объем межгранульного пространства  $V_3$  равняются соответственно:

$$V_g = (4/3)\pi \cdot (d/2)^3,$$
  
 $V_{gt} = (4/3)\pi \cdot [(d-2t)/2]^3,$   
 $V_3 = V_d - V_g,$  (4)

где t — толщина приповерхностного слоя гранулы.

Относительные объемы фаз приповерхностного слоя  $\Delta_1$ , сердцевины гранулы  $\Delta_2$  и межгранульного пространства  $\Delta_3$  соответственно имеют вид:

$$\Delta_1 = (V_g - V_{gt})/V_d,$$

$$\Delta_2 = V_{gt}/V_d,$$

$$\Delta_3 = (V_d - V_g)/V_d.$$
(5)

Исходя из уравнений (2)-(5) толщина приповерхностного слоя может быть определена как:

$$t = (1/2)[1 - (\gamma/\alpha)^{1/3}]d, \tag{6}$$

где параметры  $\alpha$  и  $\gamma$  определяются как

$$\alpha = (4/3)\pi \times [B2(\rho - \rho_2) - B_1(\rho - \rho_1)]$$

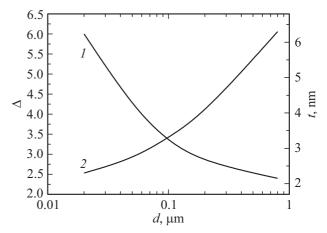
И

$$\gamma = [8 - (4/3)\pi] \times [(B_1B_2)/(3 - A_3)] - (4/3)\pi B_1(\rho - \rho_1),$$

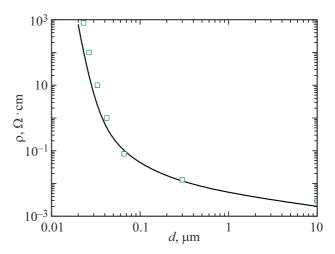
соответственно. При значениях  $\rho 1 \gg \rho \gg \rho_2$ , толщина приповерхностного слоя гранулы  $t \approx 0.03d$ . Степень влияния размеров гранулы структурированного твердого тела определяется морфологией поверхности гранул и соотношением между объемами сердцевины гранул и приповерхностного слоя. К характеристическим параметрам гранулированного твердого тела относится отношение объема приповерхностного слоя к объему сердцевины гранулы:

$$\Delta = (V_g - V_{gt})/V_{gt} = (\alpha/\gamma) - 1 = [d/(d-2t)]^3 - 1. \quad (7)$$

Исходя из экспериментальных данных, полученных для керамических образцов манганита  $\text{La}_{2/3}\text{Sr}_{1/3}\text{MnO}_3$  [8] и используя приведенные выше соотношения (6) и (7), рассчитаны зависимости относительного объема фазы  $\Delta$  и толщины приповерхностного слоя гранулы t от диаметра гранулы, которые приведены на рис. 2. Полученные значения толщины приповерхностного слоя в нашем случае варьировались от 2.3 до 6.3 nm с увеличением d от 20 nm до 1  $\mu$ m, соответственно, что удовлетворяет диапазону экспериментально наблюдаемых данных для манганитов (от 1 до 5 nm [41]), в зависимости от их состава и условий синтеза. С увеличением d



**Рис. 2.** Рассчитанные зависимости относительного объема фазы  $\Delta$  (1) и толщины приповерхностного слоя гранулы t (2) от диаметра гранулы d.



**Рис. 3.** Расчетная зависимость удельного сопротивления от диаметра гранул для гранулированных композитов (сплошная линия), и экспериментальные данные удельного сопротивления от диаметра d гранул (символы) для керамических образцов  $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$  [8].

от нано-размерного до субмикронного масштаба, относительный объем фазы начинает убывать в 2.5 раз, предлагая, что проводимость в таком случае должна улучшаться. Стоит учесть, что помимо соотношения параметров  $\Delta$  и t, проводящие свойства манганитов, состоящих из больших (микронных) гранул, могут определяться еще и влиянием межгранульных контактных явлений. В таком случае приповерхностные слои гранул будет выполнять роль туннельного барьера между проводящими сердцевинами, тем самым в области контакта образуя магнитный туннельный переход (рис. 1, b). Однако, в зависимости от близости туннельных контактов, то есть степени "продавливания" приповерхностных слоев, высока вероятность возникновения перехода от туннельного к металлическому типу проводимости, тогда как для нано-размерных гранул больше будет характерен полупроводниковый (изолирующий) тип проводимости.

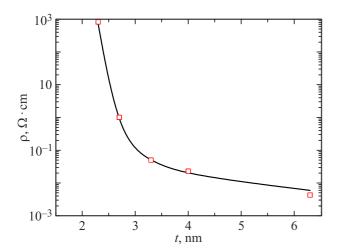


Рис. 4. Расчетная зависимость удельного сопротивления от толщины поверхностного слоя для гранулированных композитов (сплошная линия), представленная совместно с экспериментальными данными (символы) для керамических образцов  $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$  [8].

На рис. 3 приводится расчетная зависимость удельного сопротивления ho гранулированного композита от диаметра гранул в диапазоне  $0.01-10\,\mu\mathrm{m}$ , а также данные зависимости  $\rho(d)$  для керамических образцов  $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ , взятые из работы [8]. Как следует из данной зависимости поведение удельного сопротивления с изменением диаметра гранул показывает почти на три порядка изменение величины  $\rho$ . Это также указывает на то, что эффективная проводимость системы будет увеличиваться для более крупных гранул из-за образования перколяционных цепей. Кроме того, зависимость  $\rho(t)$ показывает похожее поведение, как это следует из рис. 4. Аналогичным образом в работ [8] авторы рассматривают межгранульное сопротивление  $R_g$ , которое является возрастающей функцией в зависимости от t, и связано как  $R_g \sim t \varphi^{1/2}$  и  $\varphi = 0.3\,\mathrm{V}$  ( $\varphi$  — высота барьерного слоя). Однако из-за ограниченного набора данных  $t < 1.5\,\mathrm{nm}$ невозможно сопоставить результаты наших расчетов с экспериментальной зависимостью  $R_{g}(t)$ . Заметим, что прогнозируемое поведение зависимости удельного сопротивления от d, в рамках модели ГСЭС, находиться в хорошем согласии с экспериментальными результатами, что еще раз указывает на эффективность применения данной модели.

#### Заключение

В заключение отметим, что использование аппроксимационной модели ГСЭС, на примере гранулированного композита  $La_{2/3}Sr_{1/3}MnO_3$ , показало, что с увеличением диаметра гранул и убыванием  $\Delta$ , т.е. чем больше доля объема, занимаемого сердцевиной гранулы относительно объема приповерхностного слоя, тем больше эффективная электропроводность гранулированных композитов. Полученные зависимости  $V_t(d)$  и t(d)

можно использовать не только для определения электрических свойств широкого класса манганитов типа  $La_{1-x}A_xMnO_3$ , но также и для многих других гранулированных сред по типу "ядро-оболочка" [43,44].

#### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства высшего образования и науки РФ (FMSW-2022-0003) и посвящается светлой памяти М.И. Даунова.

## Список литературы

- [1] В.Ф Гантмахер, Физматлит, М. (2013). 288 с.
- [2] I.S. Beloborodov, A.V. Lopatin, V.M. Vinokur, K.B. Efetov. Rev. Mod. Phys. 79, 469 (2007).
- [3] T. Yajima, Y. Hikita, H.Y. Hwang. Nature Materials 10, 198 (2011).
- [4] A. Chanthbouala, A. Crassous, V. Garcia, K. Bouzehouane, S. Fusil, X. Moya, J. Allibe, B. Dlubak, J. Grollier, S. Xavier, C. Deranlot, A. Moshar, R. Proksch, N.D. Mathur, M. Bibes, A. Barthélémy. Nature Nanotechnology 7, 101 (2012).
- [5] А.Б. Дровосеков, Н.М. Крейнес, А.С. Баркалова, С.Н. Николаев, А.В. Ситников, В.В. Рыльков. Письма в ЖЭТФ **112**, 2, 88 (2020).
- [6] А.И. Абрамович, А.В. Мичурин. ФТТ 42, 11, 2052 (2000).
- [7] V.G. Kravets, L.V. Poperenko, A.F. Kravets. Phys. Rev. B 79, 144409 (2009).
- [8] I.I. Balcells, J. Fontcuberta, B. Martinez, X. Obradors. Phys. Rev. B. 58, R14697 (1998).
- [9] А.Г. Гамзатов, С.А. Гудин, Т.Р. Арсланов, М.Н. Маркелова, А.Р. Кауль. Письма в ЖЭТФ 115, 4, 218 (2022).
- [10] O. Vitayaya, P.Z.Z. Nehan, D.R. Munazat, M.T.E. Manawan, B. Kurniawan. RSC Adv., 14, 18617 (2024).
- [11] Y.E. Kalinin, A.V. Sitnikov, V.A. Makagonov, V.A. Foshin, M.N. Volochaev, I.M. Pripechenkov, N.N. Perova, E.A. Ganshina, V.V. Rylkov, A.B. Granovsky. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 604, 172287 (2024).
- [12] С.Н. Николаев, К.Ю. Черноглазов, А.В. Емельянов, А.В. Ситников, А.Н. Талденков, Т.Д. Пацаев, А.Л. Васильев, Е.А. Ганьшина, В.А. Демин, Н.С. Аверкиев, А.Б. Грановский, В.В. Рыльков. Письма в ЖЭТФ, 118, 1, 46 (2023).
- [13] G. Suchaneck, E. Artiukh, G. Gerlach. Phys. Status Solidi B, 259, 2200012 (2022).
- [14] L.N. Lau, X.T. Hon, Y. J. Wong, K.P. Lim, N.H. Kamis, M.M. Awang Kechik, S.K. Chen, N.B. Ibrahim, M.K. Shabdin, M. Miryala, A.H. Shaari. Appl. Phys. A 129, 297 (2023).
- [15] F. Xie, Y. Zhang, Z. Wu, Z. Qin, H Ji, X. Liu, W. Hu. Vacuum, **200**, 110976 (2022).
- [16] H. Xu, K. Huang, C. Li, J. Qi, J. Li, G. Sun, F. Wang, H. Li, Y. Sun, C. Ye, L. Yang, Y. Pan, M. Feng, W. Lü, A. Materialia **238**, 118219 (2022).
- [17] Y. Li, Y. Li, J. Li, C. Wang, Q. Chen, H. Zhang. Ceramics International, 48, 6 (2022).
- [18] A.V. Sitnikov, V.A. Makagonov, Y.E. Kalinin, S.B. Kushchev, V.A. Foshin, N.N. Perova, E.A. Ganshina, A.B. Granovsky. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 587, 171154
- [19] M. Baldini, T. Muramatsu, M. Sherafati, H. Mao, L. Malavasi, P. Postorino, S. Satpathy, V.V. Struzhkin. Proceedings of the National Academy of Sciences **112**, *35*, 10869 (2015).

- [20] S. Oller. Numerical simulation of mechanical behavior of composite materials. Cham: Springer International Publishing (2014).
- [21] C.C. Mei, J.L. Auriault, C.O. Ng. Advances in applied mechanics 32, 277–348 (1996).
- [22] N. Charalambakis. Appl. Mech. Rev. 63, 3, 030803 (2010).
- [23] A.L. Kalamkarov, I.V. Andrianov, V.V. Danishevs'kyy. Appl. Mech. Rev. 62, 3, 030802 (2009).
- [24] S. Torquato, J. Kim. Phys. Rev. X, 11, 021002 (2021).
- [25] B.J. Budiansky. Mech. Phys. Solids 13, 223 (1965).
- [26] Z. Hashin, S.A. Shtrikman. J Appl Phys. 33, 3125 (1962).
- [27] S. Torquato. Random Heterogeneous Materials: Microstructure and Macroscopic Properties. Springer-Verlag, New York, (2002).
- [28] G.W. Milton. The Theory of Composites. Cambridge University Press, Cambridge, England (2002).
- [29] Z. Hashin. J Appl Mech. 29, 143 (1962).
- [30] Z. Hashin. J Appl Mech. 50, 481 (1983).
- [31] R. Hill. J Mech Phys Solids 13, 213 (1965).
- [32] R.M. Christensen. Mechanics of composites materials. Wiley. New York (1979).
- [33] Q. Chen, G. Wang, M.J. Pindera. Composites Part B Engineering. 155, 329 (2018).
- [34] S. Torquato, L.V. Gibiansky, M.J. Silva, et al. Int J Mech Sci. 40, 71 (1998).
- [35] F. Greco, R. Luciano. Composites Part B Engineering. **42**, 382 (2011).
- [36] K.P. Babu, P.M. Mohite, C.S. Upadhyay. Int J Solids Struct. 130-131, 80-104 (2018).
- [37] G. Wang, Q. Chen, M. Gao, et al. Nanotechnol. Rev. 9, 1–16 (2020).
- [38] A.K. Sen, S. Torquato. Phys Rev B, 39, 4504 (1989).
- [39] И.К. Камилов, М.И. Даунов, А.Ю. Моллаев, С.Ф. Габибов, ФТТ, 55, 6, 1152—1156 (2013).
- [40] M.I. Daunov, I.K. Kamilov, R.K. Arslanon, D.M. Daunova, S.F. Gabibov, J. Phys.: Condens. Matter. 15, 2335 (2003).
- [41] Н.В. Волков. УФН 182, 263 (2012).
- [42] C. Grimaldi. Phys. Rev. B 89, 214201 (2014).
- [43] T. Zhang, X.P. Wang, Q.F. Fang, X.G. Li, Appl. Phys. Rev. 1, 031302 (2014).
- [44] T. Zhang, H. Zhu, C. Guo. Constr Build Mater. **300**, 124289 (2021).

Редактор А.Н. Смирнов