

09

## Влияние полярности полуволновых импульсов на динамику микрорезонаторов в трехуровневой среде

© Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов

ФТИ им. А.Ф. Иоффе,  
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com, mikhail.v.arkhipov@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 10.09.2024 г.

В окончательной редакции 10.09.2024 г.

Принята к публикации 17.09.2024 г.

Оптика униполярных полуволновых импульсов света является в последние годы бурно развивающейся областью современной физики. Такие импульсы имеют различные интересные приложения, так как позволяют сверхбыстро управлять свойствами среды и осуществлять сверхбыстрое аттосекундное переключение состояния среды. При столкновении таких импульсов в среде возникает пространственное распределение разности населенностей энергетических уровней среды, которое представляет собой динамический микрорезонатор с брэггоподобными зеркалами в виде решеток атомных населенностей. В настоящей работе на основании численного решения системы материальных уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды совместно с волновым уравнением изучается динамика микрорезонаторов при столкновении полуволновых аттосекундных импульсов в среде в зависимости от полярности импульсов. Показано, что форма наводимых микрорезонаторов существенно отличается друг от друга, когда сталкивающиеся импульсы имеют одинаковую и противоположную полярности. Продемонстрировано, что эта динамика качественно похожа на динамику этих структур в двухуровневой среде, изученную авторами ранее.

**Ключевые слова:** предельно короткие импульсы, аттосекундные импульсы, динамические микрорезонаторы.

DOI: 10.61011/OS.2024.09.59192.6964-24

### Введение

Получение коротких импульсов аттосекундной длительности является актуальным направлением современной физики, так как такие импульсы применяются для управления движением электронов в атомах, молекулах, твердых телах и для др. приложений [1–5]. Но такие импульсы состоят из нескольких полуволн напряженности электрического поля. Для изучения динамики более быстрых процессов, протекающих на временах менее периода оборота электрона по орбите электрона в атоме, требуются импульсы предельно короткой длительности. Импульсы предельно короткой длительности в заданном спектральном интервале состоят всего из одной полуволны напряженности электрического поля и получаются, если у исходного многоциклового импульса убрать все полуволны поля, кроме одной. Получаемый в этом случае импульс называется униполярным или полуволновым импульсом, так как он состоит всего из одной полуволны поля [6].

Для полуволновых импульсов может быть отлична от нуля их важная характеристика — электрическая площадь импульса. Она определяется как интеграл от напряженности электрического поля  $E$  по времени  $t$  в заданной точке пространства  $r$  [7,8]:

$$S_E(\mathbf{r}) = \int E(\mathbf{r}, t) dt. \quad (1)$$

Электрическая площадь имеет смысл переданного механического импульса заряженной частице, именно она определяет степень возбуждения и ионизации квантовой системы, когда длительность импульса короче борковского периода электрона в атоме [9–12]. В результате быстро передаваемого импульса системе в одном направлении полуволновые импульсы могут использоваться в различных задачах сверхбыстрой оптики [6,13].

В последние годы нелинейная оптика униполярных импульсов стала отдельной бурно развивающейся областью современной физики. Униполярные и квазиуниполярные импульсы, по форме близкие к униполярной, с четко выраженной полуволновой напряженности поля и задним фронтом противоположной полярности можно получить при быстром торможении электронов в различных мишенях [14–18], в результате нелинейных процессов в плазме [19], фурье-синтеза спектральных гармоник широкополосного суперконтинуума [20], при нелинейном взаимодействии фемтосекундных импульсов с нанокристаллами [21] и средами с магнитным гистерезисом [22], а также в виде солитонов [23], за счет сверхизлучения импульса поляризации в неоднородной среде и др. методами [24,25]. Последние результаты в области получения и применения униполярных, полуволновых импульсов резюмированы в обзорах [26–30], главе в коллективной монографии [31] и приведенной литературе.

Одним из интересных применений полуволновых импульсов является предсказанная авторами недавно возможность наведения и управления динамическими микрорезонаторами (ДМ), возникающими при столкновении полуволновых импульсов в среде [32–35]. При столкновении импульсов разность населенностей может иметь почти постоянное значение в области их перекрытия в среде. За пределами этой области разность населенностей может либо поменять значение скачком и далее иметь иное постоянное значение, либо может образоваться квазипериодическая решетка атомных населенностей — брэггopodobные зеркала. В этом случае данная структура представляет собой ДМ, параметры которого можно менять с ростом числа столкновений между импульсами.

Физическим механизмом формирования таких структур является интерференция электрических площадей падающих импульсов [36–38]. В более сильных полях существенную роль в их формировании играет когерентное взаимодействие падающих импульсов со средой [39]. Оно возникает, когда длительность импульсов и интервалы между ними короче времени релаксации поляризации среды  $T_2$  [40]. В этом случае падающие импульсы наводят после себя бегущие навстречу друг другу волны поляризации, существующие в течение времени фазовой памяти  $T_2$ . Каждые последующие импульсы, взаимодействуя с этими волнами поляризации, создают в среде решетки разности населенностей, которые играют роль брэггopodobных зеркал в ДМ. Подробнее механизм образования таких структур описан в обзоре [41]. Поэтому ниже мы не будем на этом останавливаться. Такие структуры представляют интерес для реализации аттосекундного оптического переключения [42], в физике пространственно-временных фотонных кристаллов [43], для интегрирования и дифференцирования огибающей фемтосекундных импульсов [44], создания систем оптической памяти [45–47] и других приложений в сверхбыстрой оптике [41].

В ранних исследованиях динамика ДМ изучена аналитически в приближении слабого поля для многоуровневой среды. Численные расчеты проводились в основном для двухуровневой среды [37–39]. Численное моделирование, проведенное для трехуровневой среды, выявило качественное согласие динамики системы в двухуровневой среде [49]. В работе [39] проведено детальное аналитическое исследование динамики ДМ в приближении слабого поля с помощью теории возмущений. Результаты численных расчетов также показали согласие с результатами аналитического расчета в рамках данного подхода.

В сильных полях проводились численные расчеты для двухуровневой среды [39]. Параметры сталкивающихся импульсов выбирались так, чтобы импульсы действовали как  $2\pi$ - или  $4\pi$ -импульсы самоиндуцированной прозрачности (СИП) на двухуровневую среду. При этом динамика системы существенно зависела от полярности

импульсов. Если сталкивающиеся импульсы имели одинаковую полярность, то среда практически не возбуждалась после прохождения импульса, что естественно для импульсов СИП.

Если сталкивающиеся импульсы имели противоположную полярность, то ДМ возникал только в области перекрытия импульсов [39]. В центре среды в этом случае напряженность поля всегда ноль при столкновении, следовательно, в этой точке среда полностью была в основном состоянии. А по краям возникала решетка разности населенностей, имевшая всего несколько пространственных периодов. С ростом числа столкновений между импульсами пространственная частота этих решеток увеличивалась. По-видимому, указанная особенность — локализация ДМ только вблизи области перекрытия импульсов — довольно типична при столкновении импульсов СИП противоположной полярности. Ранее аналогичная особенность наблюдалась при столкновении одноцикловых импульсов, состоящих из двух полуциклов противоположной полярности, каждая из которых действовала как  $2\pi$ -импульс СИП в двухуровневой среде [35].

Однако при воздействии мощных одноцикловых и субцикловых импульсов на реальные многоуровневые среды возможно заселение других уровней среды, т.е. микрорезонаторы должны возникать на каждом резонансом переходе среды, как предсказано и в рамках простого аналитического подхода для слабых полей [37–39]. При этом вопрос о влиянии полярности сталкивающихся импульсов на поведение ДМ в многоуровневой среде не исследовался.

В настоящей работе на основании численного решения системы уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды совместно с волновым уравнением для напряженности электрического поля изучается поведение ДМ в зависимости от полярности сталкивающихся импульсов и их амплитуды. Проводилось 4 серии численных расчетов в слабых полях и сильных полях. При этом изначально сталкивающиеся импульсы имели как одинаковую полярность, так и противоположную. В обоих случаях показано отличие поведения ДМ в случае, когда импульсы имели одинаковую или противоположную полярности. Показано возникновение локализованного вблизи области перекрытия импульсов ДМ при столкновении импульсов противоположной полярности на каждом резонансом переходе трехуровневой среды. Данные результаты качественно согласуются с результатами расчетов в двухуровневой среде, тем самым расширяя область их применимости.

## Теоретическая модель

Для изучения динамики ДМ проводилась серия численных расчетов, в которых использовалась система материальных уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды. Она решалась численно вместе с вол-

новым уравнением для напряженности электрического поля. Данная система уравнений имеет вид [50]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{21} = & -\rho_{21}/T_{21} - i\omega_{12}\rho_{21} - i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar}E\rho_{23} + i\frac{d_{23}}{\hbar}E\rho_{31}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{32} = & -\rho_{32}/T_{32} - i\omega_{32}\rho_{32} - i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{33} - \rho_{22}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar}E\rho_{31} + i\frac{d_{13}}{\hbar}E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{31} = & -\rho_{31}/T_{31} - i\omega_{31}\rho_{31} - i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{33} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar}E\rho_{32} + i\frac{d_{23}}{\hbar}E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} = \frac{\rho_{22}}{T_{22}} + \frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{13} - \rho_{13}^*), \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} = -\rho_{22}/T_{22} - i\frac{d_{12}}{\hbar}E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) - i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = -\frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i\frac{d_{13}}{\hbar}E(\rho_{13} - \rho_{13}^*) + i\frac{d_{23}}{\hbar}E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \quad (7)$$

$$P(z, t) = 2N_0d_{12}\text{Re}\rho_{12}(z, t) + 2N_0d_{13}\text{Re}\rho_{13}(z, t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (9)$$

В этой системе уравнений  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{32}$ ,  $\omega_{31}$  — частоты резонансных переходов,  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка,  $d_{12}$ ,  $d_{13}$ ,  $d_{23}$  — дипольные моменты переходов. Переменные  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{33}$  — населенности 1-го, 2-го и 3-го состояний среды соответственно,  $\rho_{21}$ ,  $\rho_{32}$ ,  $\rho_{31}$  — недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды,  $T_{ik}$  — времена релаксации. Они намного больше длительности рассматриваемых процессов и здесь не существенны.

Возбуждение среды осуществлялось парой встречных полупериодических импульсов, имевших гауссову форму:

$$E_1(z = 0, t) = E_{01}e^{-\frac{(t-\Delta_1)^2}{\tau^2}}, \quad (10)$$

$$E_2(z = L, t) = E_{02}e^{-\frac{(t-\Delta_2)^2}{\tau^2}}. \quad (11)$$

Здесь  $\Delta_1 = \Delta_2 = 2.5\tau$  — задержки между импульсами. Величины задержек подобраны таким образом, чтобы импульсы сталкивались в центре среды. На границе области интегрирования выбирались нулевые граничные условия. Это позволило реализовать последовательность сталкивающихся импульсов — после первого столкновения импульсы выходили из среды, отражались от границ области интегрирования и снова возвращались в среду, сталкиваясь в ней. Трехмерное распространение униполярных полупериодических импульсов, как показано

в [51], описывается одномерным волновым уравнением в коаксиальных волноводах.

Для реализации численных расчетов использовались следующие параметры, которые оставались неизменными. Менялись только амплитуды падающих импульсов и их знак. Длительность двух импульсов была  $\tau = 580$  as. Параметры трехуровневой среды имели следующие значения: частота перехода 1–2  $\omega_{12} = 2.69 \cdot 10^{15}$  rad/s (соответствующая длина волны перехода  $\lambda_{12} = \lambda_0 = 700$  nm), дипольный момент перехода 1–2  $d_{12} = 20$  D, частота перехода 1–3  $\omega_{13} = 2.5\omega_{12}$ , дипольный момент перехода  $d_{13} = 1.5d_{12}$ , частота перехода 2–3  $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12}$ , дипольный момент перехода 2–3  $d_{23} = 0$ , концентрация трехуровневых частиц  $N_0 = 10^{14}$  cm $^{-3}$ , времена релаксации  $T_{1k} = 1$  ns. Импульсы (10) и (11) сталкивались в центре среды в точке с координатой  $z = z_c = 6\lambda_0$ .

## Результаты численного моделирования

В первой серии численных расчетов импульсы имели амплитуды  $E_{01} = E_{02} = 1.8 \cdot 10^5$  ESU и одинаковую полярность. Результаты численных расчетов пространственно-временной динамики поляризации среды и разности населенностей для каждого резонансного перехода среды для этих параметров представлены на рис. 1–4. Первые 4 импульса показаны цифрами, направления их распространения в соответствующие моменты времени показаны стрелками на рис. 1,2. Всего на этих рисунках и ниже показана динамика системы в результате 5 столкновений между импульсами. Первое столкновение происходит в момент времени  $t_1 = 15.2$  fs, второе в момент времени  $t_2 = 42.3$  fs, третье в момент времени  $t_3 = 71.7$  fs и т.д.

Как видно из рис. 1, в окрестности области перекрытия импульсов точки  $z_c = 6\lambda_0$  возникают сложные колебания поляризации. Между тем после первого столкновения, как видно из рис. 2–4, на каждом переходе

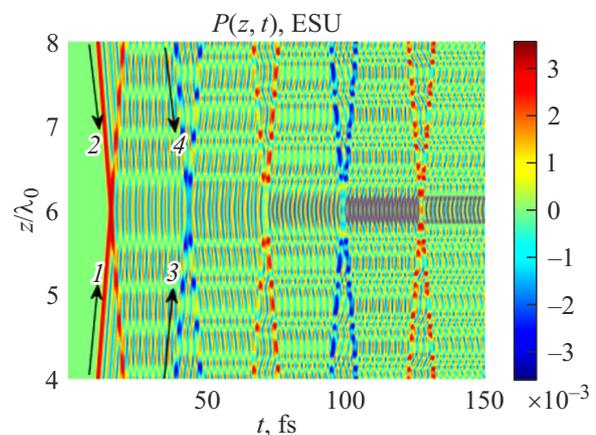


Рис. 1. Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды  $P(z, t)$ .

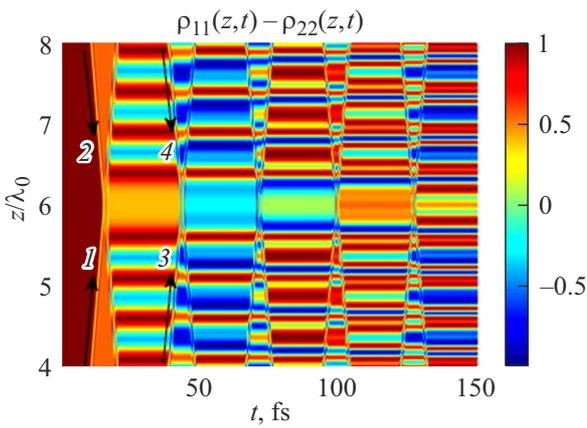


Рис. 2. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.

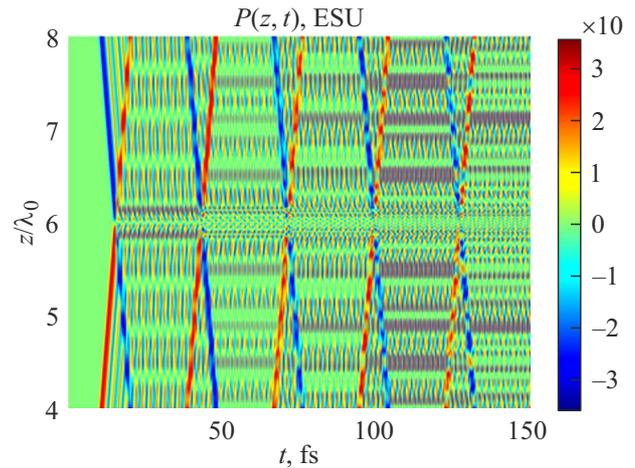


Рис. 5. Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды  $P(z, t)$ .

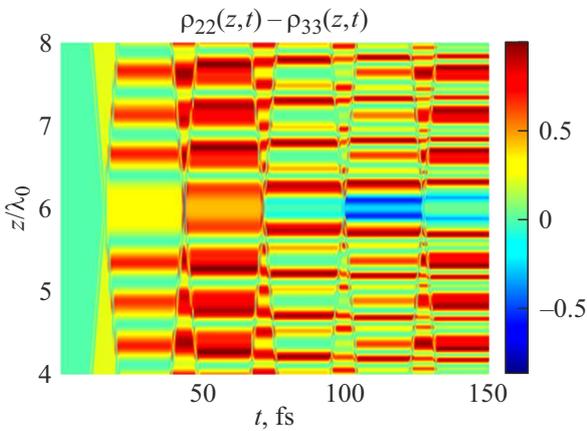


Рис. 3. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

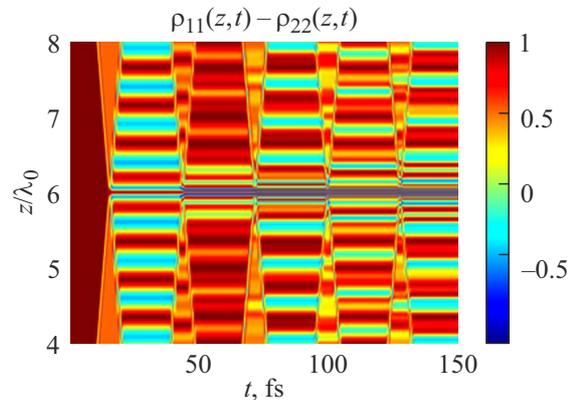


Рис. 6. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.

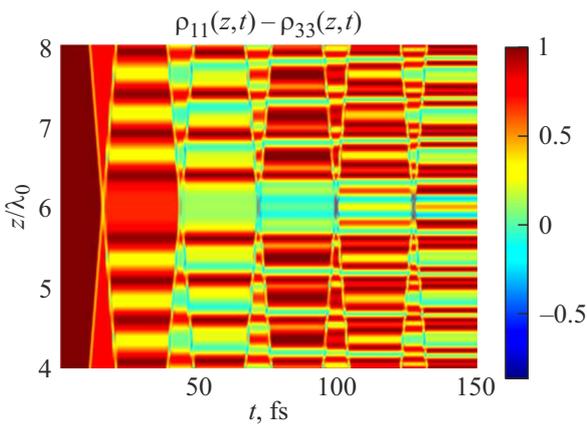


Рис. 4. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

возникает ДМ — в области перекрытия импульсов разность населенностей имеет почти постоянное значение, а слева и справа возникает микрорезонатор с брэгговскими зеркалами. После каждого последующего столк-

новения форма микрорезонаторов меняется в результате взаимодействия падающих импульсов с колебаниями поляризации среды, наведенными предшествующими импульсами. Данная динамика аналогична поведению ДМ, изученного ранее в двухуровневой [34,39] и в трехуровневой средах, когда импульсы имели одинаковую полярность [45].

Рассмотрим теперь случай, когда сталкивающиеся первые два импульса имеют противоположную полярность,  $E_{01} = -E_{02} = 1.8 \cdot 10^5$  ESU. Остальные параметры оставались прежними. Результаты расчетов динамики поляризации и разности населенности для этого случая представлены на рис. 5–8.

Видно, что брэггоподобные структуры в виде решеток разности населенности возникают вне области перекрытия и в этом случае. Однако в области перекрытия импульсов в точке  $z_c = 6\lambda_0$  среда не возбуждена, так как сталкивающиеся импульсы имеют противоположную полярность, и напряженность поля в этой точке всегда равна нулю.

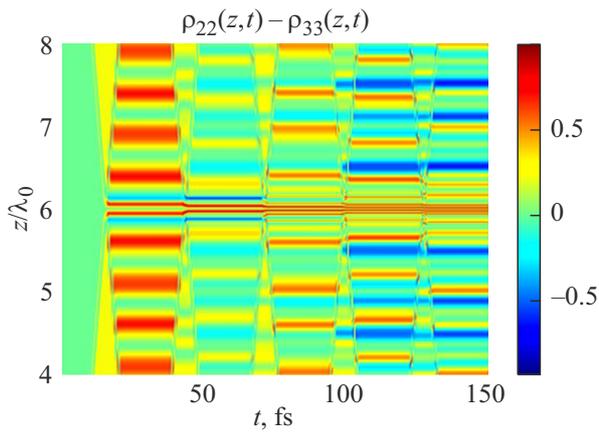


Рис. 7. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

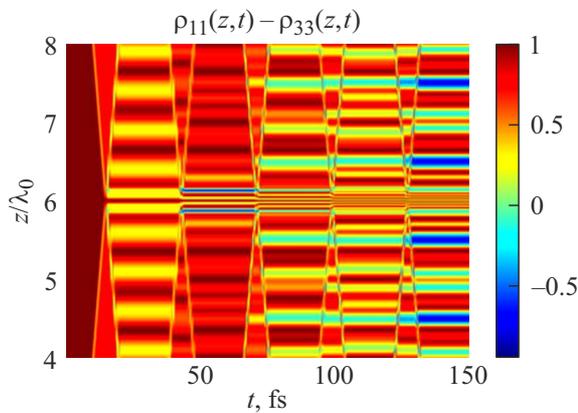


Рис. 8. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

Однако вблизи этой точки в области перекрытия импульсов возникает структура, состоящая из решеток ультрамалого периода и локализованная вблизи области перекрытия импульсов. Пространственная частота данной структуры возрастает с ростом числа столкновений между импульсами. Физический механизм ее образования связан с формированием стоячих волн поляризации, локализованных в области перекрытия импульсов и их взаимодействием с каждым последующим импульсом [35,39]. Аналогичная структура, локализованная в области перекрытия полужикловых импульсов, возникала и при столкновении полужикловых импульсов СИП в двухуровневой среде, когда импульсы имели разную полярность [39]. Однако рассматриваемые импульсы в нашем случае имели амплитуду, меньшую, чем импульсы СИП.

В третьей серии численных расчетов амплитуда поля была увеличена почти в 2 раза и имела значение  $E_{01} = E_{02} = 3 \cdot 10^5$  ESU, а импульсы имели одинаковую полярность. Остальные параметры остались без изменения. Результаты численных расчетов пространственно-

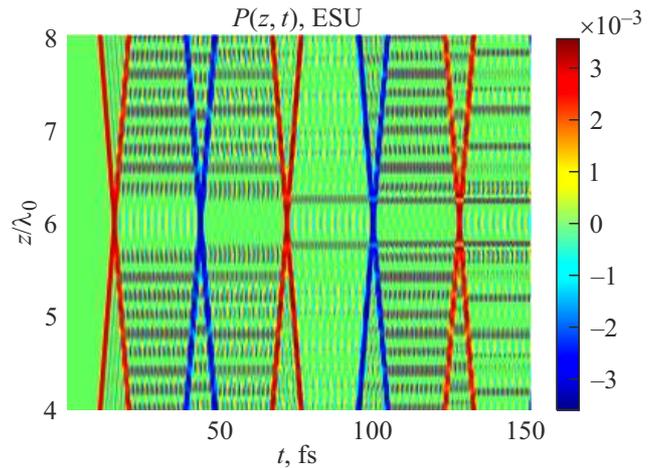


Рис. 9. Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды  $P(z, t)$ .

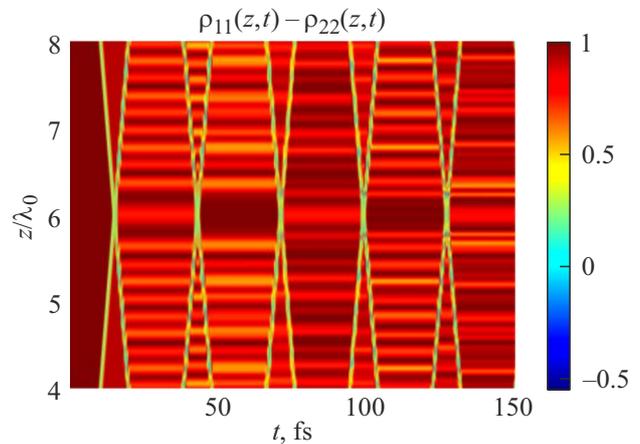


Рис. 10. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.

временной динамики поляризации и разности населенностей для каждого резонансного перехода среды для этих параметров представлены на рис. 9–12.

При выбранных параметрах после прохождения первой пары импульсов среда практически возвращалась в основное состояние, значение населенности основного состояния было порядка  $\rho_{11} \simeq 0.9$ . То есть падающие импульсы действовали почти как  $2\pi$ -импульсы СИП. В этом случае, как видно из рис. 9–12, среда практически не возбуждалась, заметно выраженных ДМ не возникло. Данная ситуация полностью аналогична рассмотренному случаю столкновения полужикловых импульсов СИП одной полярности в двухуровневой среде [39].

В финальной серии численных расчетов амплитуда поля  $E_{01} = -E_{02} = 3 \cdot 10^5$  ESU, и импульсы имели противоположную полярность. Остальные параметры были без изменения. Результаты численных расчетов пространственно-временной динамики поляризации и разности населенностей для каждого резонансного

перехода среды для этих параметров представлены на рис. 13–16.

На рис. 14 видно формирование локализованного ДМ в окрестности области перекрытия импульсов после первого столкновения. Остальная часть среды, вне этой области, практически не возбуждена. Аналогичные структуры возникают на остальных переходах (рис. 15, 16). После последующих столкновений пространственная частота решеток в области перекрытия импульса возрастает. Это аналогично случаю двухуровневой среды [39].

Различие в динамике наступает после второго и последующего столкновений — вне области перекрытия импульсов среда уже не находится в основном состоянии, в этой области перекрытия возникают брэггopodobные решетки разности населенностей сложной формы. Они возникают из-за колебаний остаточной поляризации среды вне области перекрытия импульсов. Эти колебания существуют на разных резонансных переходах и не выключаются после первого столкновения, так как падающие импульсы действуют не точно как импульсы СИП.

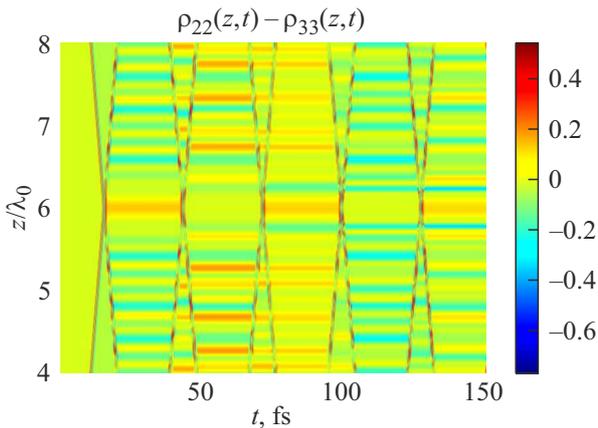


Рис. 11. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

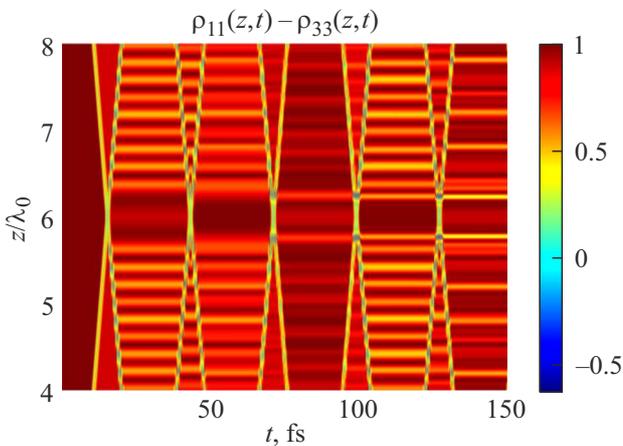


Рис. 12. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

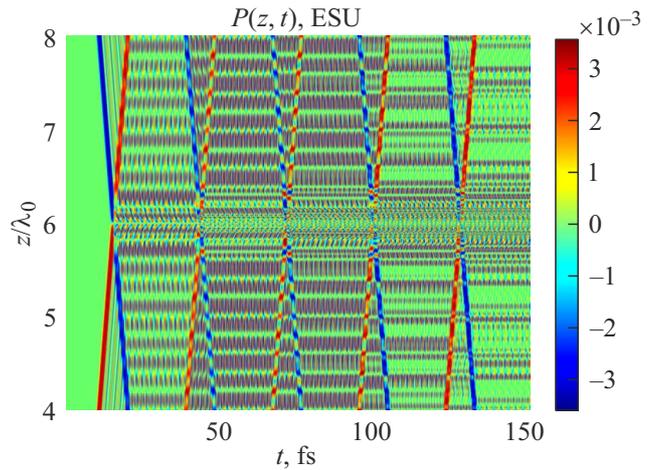


Рис. 13. Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды  $P(z, t)$ .

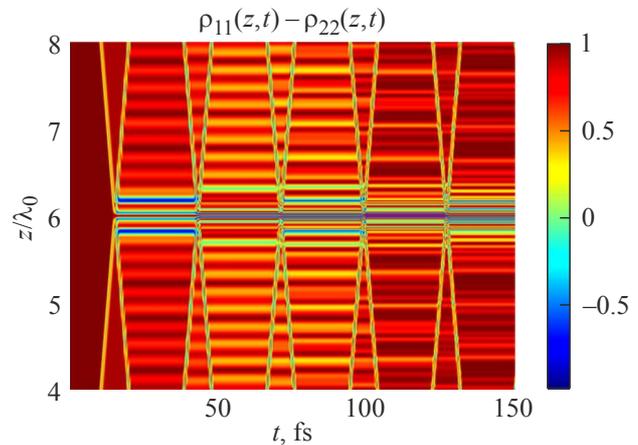
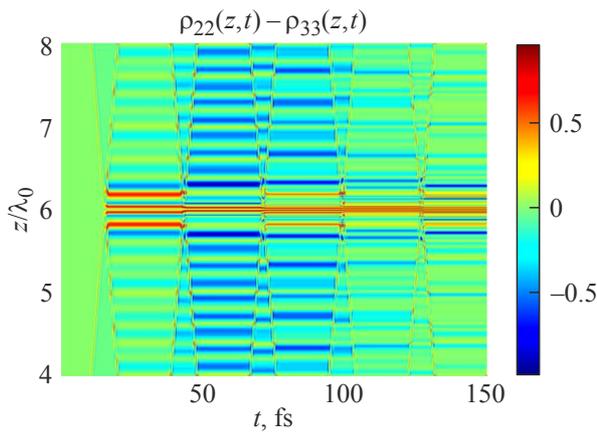


Рис. 14. Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.

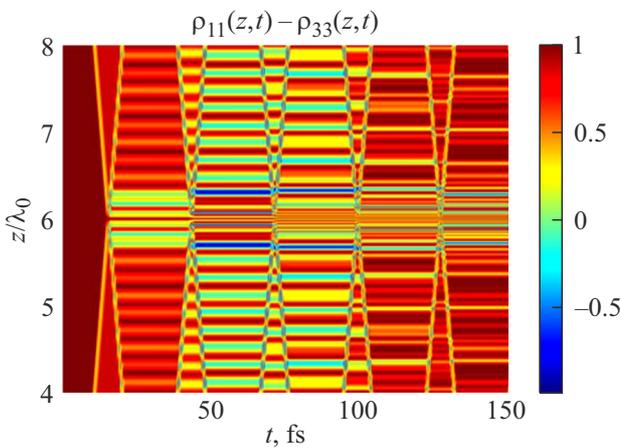
Отметим, что в предложенной модели никак не учитывается ионизация среды. Однако учет ионизации, как показано в работе [52], не приводит к исчезновению решеток. Возможно даже подавление ионизации среды при определённой задержке между импульсами. В проведенных расчетах также мы пренебрегли влиянием заднего на систему фронта противоположной полярности у возбуждающих импульсов. Если этот фронт достаточно длинный и слабый, его воздействие на систему можно не учитывать [53].

### Заключение

В настоящей работе на основании численных расчетов изучена динамика микрорезонаторов в зависимости от полярности сталкивающихся импульсов в трехуровневой среде. При малой амплитуде сталкивающихся импульсов и их одинаковой полярности на каждом переходе среды возникает ДМ с брэггopodobными зеркалами в форме



**Рис. 15.** Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.



**Рис. 16.** Пространственно-временная динамика разности населенностей  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

решеток разности населенностей. Населенность практически постоянна в области перекрытия импульсов.

Если импульсы имели противоположную полярность, вне области перекрытия импульсов брэггоподобная структура сохранялась. Однако в области перекрытия импульсов возникла локализованная „кварезонатор“ или структура в виде решеток, пространственная частота которой возрастала с увеличением числа столкновений между импульсами. Такая локализованная структура наблюдалась ранее и в двухуровневой среде при столкновении импульсов противоположной полярности [39].

При увеличении амплитуды импульсов почти в два раза, так что действие падающих импульсов было близко к действию  $2\pi$ -импульсов СИП для основного перехода 1–2 среды, при одинаковой полярности сталкивающихся импульсов среда оставалась практически невозбужденной как в области перекрытия импульсов, так за ее пределами. Если же сталкивающиеся импульсы имели противоположную полярность, в области их перекрытия после первого столкновения наблюдался локальный ДМ.

Данное поведение также аналогично наблюдавшемуся ранее в двухуровневой среде [39]. После последующих столкновений число периодов брэгговской решетки возрастало за счет увеличения пространственной частоты структуры.

Таким образом, динамика наводимых ДМ качественно похожа на изученную ранее в двухуровневой среде [39]. Она существенно определяется полярностью исходных полужимпульсов. В случае импульсов противоположной полярности на каждом резонансном переходе среды может возникать ДМ ультрамалых размеров, локализованный в области перекрытия импульсов, размер которой много меньше длины волны резонансного перехода.

Исследуемые структуры задают новое направление исследований в аттосекундной физике, оптике униполярных импульсов и физике пространственно-временных фотонных кристаллов. Исследованные явления могут найти свое применение для сверхбыстрого оптического переключения, сверхбыстрых систем петагерцовой электроники [42] и создания систем оптической памяти на атомной когерентности [45–48].

#### Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 23-12-00012 (расчет динамики микрорезонаторов в слабом поле) и Государственного задания ФТИ им. А.Ф. Иоффе, тема 0040-2019-0017 (анализ динамики микрорезонаторов в сильном поле).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

#### Список литературы

- [1] K. Midorikawa. *Nat. Photonics*, **16**, 267 (2022).
- [2] М.Ю. Рябикин, М.Ю. Емелин, В.В. Стрелков. *УФН*, **193**, 382 (2023). [M.Yu. Ryabikin, M.Yu. Emelin, V.V. Strelkov. *Phys. Usp.*, **66**, 360 (2023)].
- [3] F. Calegari, G. Sansone, S. Stagira, C. Vozzi, M. Nisoli. *J. Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, **49**, 062001 (2016).
- [4] H.Y. Kim, M. Garg, S. Mandal, L. Seiffert, T. Fennel, E. Goulielmakis. *Nature*, **613**, 662 (2023).
- [5] S. Severino, K. Ziems, M. Reduzzi, A. Summers, H.-W. Sun, Y.-H. Chien, S. Gräfe, J. Biegert. *Nature Photonics*, **18**, 731 (2024).
- [6] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. *Квант. электрон.*, **50** (9), 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. *Quant. Electron.*, **50** (9), 801 (2020)].
- [7] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **107**, 761 (2009). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **107**, 721 (2009)].
- [8] Н.Н. Розанов, Р.М. Архипов, М.В. Архипов. *УФН*, **188**, 1347 (2018). [N.N. Rosanov, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov. *Phys. Usp.*, **61**, 1227 (2018)].

- [9] P.H. Bucksbaum. In: AIP Conference Proceedings (American Institute of Physics), **323** (1), 416-433 (1994).
- [10] D. Dimitrovski, E.A. Solov'ev, J.S. Briggs. *Phys. Rev. A*, **72** (4), 043411 (2005).
- [11] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **104** (6), 063101 (2021).
- [12] R. Arkhipov, P. Belov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov. *JOSA B*, **41** (1), 285 (2024).
- [13] A.S. Moskalenko, Z.-G. Zhu, J. Berakdar. *Phys. Rep.*, **672**, 1 (2017).
- [14] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. *Nature Photon.*, **6**, 304 (2012).
- [15] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. *Sci. Rep.*, **8**, 2669 (2018).
- [16] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **106**, 025203 (2022).
- [17] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. *Phys. Rev. E*, **107**, 035201 (2023).
- [18] A.S. Kuratov, A.V. Brantov, V.F. Kovalev, V.Yu. Bychenkov. *Phys. Rev. E*, **106**, 035201 (2022).
- [19] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. *Phys. Rev. E*, **105**, 055203 (2022).
- [20] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. *Nature*, **530**, 66 (2016).
- [21] M.M. Glazov, N.N. Rosanov. *Phys. Rev. A*, **109** (5), 053523 (2024).
- [22] N.N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **49** (6), 1493 (2024).
- [23] С.В. Сазонов. Письма в ЖЭТФ, **114**, 160 (2021). [S.V. Sazonov. *JETP Lett.*, **114** (3), 132 (2021)].
- [24] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. *Phys. Rev. A*, **106** (5), 053506 (2022).
- [25] A. Pakhomov, N. Rosanov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. *Opt. Lett.*, **48** (24), 6504 (2023).
- [26] С.В. Сазонов. *Опт. и спектр.*, **130** (12), 1846 (2022). [S.V. Sazonov. *Opt. Spectrosc.*, **130** (12), 1573 (2022)].
- [27] Н.Н. Розанов. *УФН*, **193**, 1127 (2023). [N.N. Rosanov. *Phys. Usp.*, **66**, 1059 (2023)].
- [28] D. Michalache. *Romanian Reports in Physics*, **76**, 402 (2024).
- [29] N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov. *Contemporary Physics*, **64** (3), 224 (2023).
- [30] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, *УФН*, **194** (11), 1196 DOI: 10.3367/UFN.2024.07.039718 [N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov. *Phys. Usp.*, 67 (2024) DOI: 10.3367/UFN.2024.07.039718].
- [31] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов. *Коллективная монография „Терагерцовая фотоника“*, под ред. В.Я. Панченко, А.П. Шкуринова (Российская академия наук, М., 2023), с. 360–393.
- [32] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, О.О. Дьячкова, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **130** (11), 1707 (2022). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, O.O. Dyachkova, N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **130** (11), 1443 (2022)].
- [33] O.O. Diachkova, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. *Opt. Commun.*, **538**, 129475 (2023).
- [34] O.O. Diachkova, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. *Opt. Commun.*, **538**, 129475 (2023).
- [35] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. *Opt. Lett.*, **49** (10), 2549 (2024).
- [36] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N. Rosanov. *Laser Physics*, **32** (6), 066002 (2022).
- [37] Р. Архипов. *Квант. электрон.*, **54** (2), 77 (2024). [R.M. Arkhipov. *Bulletin of the Lebedev Physics Institute*, **51** (5), S366 (2024)].
- [38] Р.М. Архипов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **132** (5), 532 (2024).
- [39] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. *J. Opt. Soc. Am. B*, **41** (8), 1721-1731 (2024).
- [40] Л. Аллен, Дж. Эберли. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (Мир, М., 1978). [L. Allen, J.H. Eberly. *Optical resonance and two-level atoms* (Wiley, N.Y., 1975)].
- [41] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **132** (9), 919 (2024).
- [42] M.T. Hassan. *ACS Photonics*, **11**, 334 (2024).
- [43] Y. Sharabi, A. Dikopoltsev, E. Lustig, Y. Lumer, M. Segev. *Optica*, **9** (6), 585 (2022).
- [44] П.С. Емельянцева, С.Е. Свяховский. *ЖЭТФ*, **166** (9), 295 (2024).
- [45] H. Wang, Y. Lei, L. Wang, M. Sakakura, Y. Yu, G. Shayeganrad, P.G. Kazansky. *Laser & Photonics Reviews*, **16** (4), 2100563 (2022).
- [46] S.A. Moiseev, K.I. Gerasimov, M.M. Minnegaliev, E.S. Moiseev, A.D. Deev, Yu.Yu. Balega. *arXiv preprint arXiv:2410.01664* (2024).
- [47] S.A. Moiseev, K.I. Gerasimov, M.M. Minnegaliev, E.S. Moiseev. *arXiv preprint arXiv:2408.09991* (2024).
- [48] С.А. Моисеев, М.М. Миннегалиев, К.И. Герасимов, Е.С. Моисеев, А.Д. Деев, Ю.Ю. Балега. *УФН*, DOI: 10.3367/UFN.2024.06.039694 [S.A. Moiseev, M.M. Minnegaliev, K.I. Gerasimov, E.S. Moiseev, A.D. Deev, Yu.Yu. Balega. *Physics. Uspekhi*, 67 (2024)].
- [49] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, О.О. Дьячкова, Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **132** (9), (2024).
- [50] А. Ярич. *Квантовая электроника* (Сов. Радио, М., 1980). [A. Yariv. *Quantum Electronics* (Wiley, N.Y., 1975)].
- [51] Н.Н. Розанов. *Опт. и спектр.*, **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. *Opt. Spectrosc.*, **127**, 1050 (2019)].
- [52] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, П.А. Белов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. *ЖЭТФ*, **166** (8), 162 (2024).
- [53] R. Arkhipov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, A. Demircan, U. Morgner, N. Rosanov, I. Babushkin. *Optics Express*, **28** (11), 17020 (2022).