

Спектр позитронов, образованных при взаимодействии гамма-кванта и импульса рентгеновского изгибного излучения

© А.В. Халяпин¹, С.В. Бобашев², Д.П. Барсуков²

¹ Национальный исследовательский университет „Высшая школа экономики“, Санкт-Петербург, Россия

² Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН, Санкт-Петербург, Россия
E-mail: bars.astro@mail.ioffe.ru

Поступило в Редакцию 3 мая 2024 г.

В окончательной редакции 7 августа 2024 г.

Принято к публикации 30 октября 2024 г.

Обсуждается рождение электрон-позитронной пары из гамма-кванта в поле короткого рентгеновского импульса магнитотормозного излучения. Получены спектры рождающихся в таком процессе позитронов, а также определена вероятность образования электрон-позитронной пары.

Ключевые слова: рентгеновские импульсы, гамма-квант, когерентное излучение.

DOI: 10.61011/PJTF.2024.23.59391.6600k

Движущийся по круговым орбитам с ультрарелятивистскими скоростями электронный пучок генерирует сильно коллимированное, вообще говоря, поляризованное магнитотормозное излучение. Несмотря на макроскопическую длину области формирования импульса $\sim 0.1 \text{ mm} - 10 \text{ m}$, его частота вполне может лежать в рентгеновском или гамма-диапазоне. При этом длина импульса оказывается сравнимой с его (обратной) частотой [1]. В том случае, когда в область формирования импульса попадает один сгусток частиц, его излучение становится как минимум частично когерентным. Подобные импульсы могут получаться на специализированных источниках синхротронного излучения, в том числе, возможно, такие импульсы можно будет генерировать на строящемся источнике синхротронного излучения „СКИФ“ [2]. Также такие импульсы могут возникать и в радиопульсарах.

В вакууме процесс рождения электрон-позитронной пары из одного гамма-кванта напрямую противоречит законам сохранения энергии и импульса. Однако сильное электромагнитное поле может создать условия, при которых рождение электрон-позитронной пары из одного гамма-кванта становится возможным в соответствии с законами сохранения энергии и импульса. Данный процесс рассматривался, например, в случае плоской монохроматической волны в [3–5], а также в случае длинного, почти монохроматического импульса в [6].

В настоящей работе обсуждается процесс рождения электрон-позитронной пары из одного гамма-кванта в поле рентгеновского импульса. Рентгеновский импульс рассматривается как плоская электромагнитная волна, профиль которой совпадает с профилем магнитотормозного импульса, излучаемого ультрарелятивистской частицей, движущейся по окружности радиуса ρ . В этом случае его векторный потенциал $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ может быть

приближенно записан в виде [7]:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{A}_0 \frac{\eta}{1 + \eta^2}, \quad t - z = \frac{\eta}{\omega} \left(1 + \frac{\eta^2}{3}\right), \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = r\mathbf{e}_z$ — точка наблюдения, амплитуда $\mathbf{A}_0 = -2q\gamma/r\mathbf{e}_x$, q — заряд частиц, $\omega = 2\gamma^3/\rho$ — частота рентгеновского импульса. Вдали от источника, т.е. при больших r , векторный потенциал (1) можно приближенно записать в виде $\mathbf{A} = A(t - z) \cdot \mathbf{e}_x$, т.е. в виде плоской линейно поляризованной электромагнитной волны, распространяющейся вдоль оси z . Ширина этого импульса равна $\delta t_{50} \approx 42.1/\omega$. Спектр этого импульса имеет вид

$$\frac{d\mathcal{E}}{dw} = \frac{A_0^2}{3\pi^2} \left(\frac{w}{\omega}\right)^2 K_{2/3}^2\left(\frac{2}{3}\frac{w}{\omega}\right), \quad (2)$$

где w — частота, \mathcal{E} — энергия. Его максимум достигается на частоте $w_{\max} \approx 0.83\omega$; соответственно, коэффициент ω можно считать характерной частотой импульса, и, поскольку $\delta t_{50} w_{\max} \approx 35$, можно говорить, что длительность импульса примерно совпадает с характерной (обратной) частотой импульса. Формула (2) совпадает со спектром из выражения (3.37) [8] при угле $\beta = 0$, т.е. для излучения строго „вдоль направления“ движения частицы.

Волновая функция электрона в поле плоской электромагнитной волны $A(x)$ может быть представлена в виде [3,6]:

$$\Psi_p(x) = \frac{1}{\sqrt{2E}} \left[1 + \frac{e\hat{k}\hat{A}}{2(kp)}\right] \exp(iS)u_p,$$

$$S = -(px) - e \int_0^\eta \left(\frac{pA(\varphi)}{kp} - \frac{e^2}{2} \frac{A^2(\varphi)}{kp}\right) d\varphi,$$

где $p = (E, \mathbf{p})$ — 4-импульс электрона, u_p — биспинор Дирака, $k = (\omega, \mathbf{k})$ — 4-импульс внешней волны, такой,

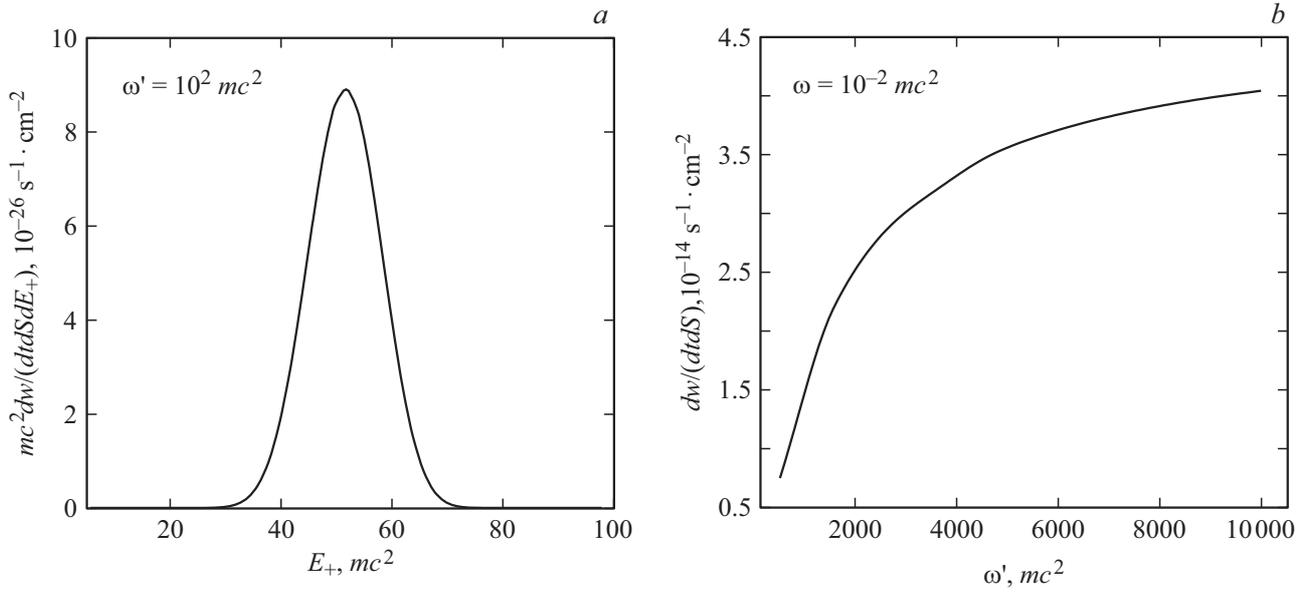


Рис. 1. *a* — спектр рождающихся позитронов при $\omega' = 10^2 mc^2$. *b* — зависимость вероятности рождения позитрона от энергии гамма-кванта ω' . В обоих случаях $\omega = 10^{-2} mc^2$ и $qA_0 = 10^{-3} mc^2$.

что $k^2 = 0$ и $kA = 0$; нормировочный объем полагаем равным единице. Также введены следующие обозначения: скалярное произведение 4-векторов $(ab) = a^\mu b_\mu$ и свертка $\hat{a} = (a\gamma)$ γ -матрицы с 4-вектором a .

Амплитуда рождения электрон-позитронной пары в поле короткого рентгеновского импульса имеет вид

$$S_{fi} = -ie \int d^4x \bar{\Psi}_-(x) \hat{\mathcal{A}}(x, k') \Psi_+(x), \quad (3)$$

где волновая функция гамма-кванта $\mathcal{A}(x, k') = \sqrt{2\omega'} \varepsilon \exp(ik'x)$; ε и $k' = (\omega', \mathbf{k}')$ — 4-вектор поляризации и 4-импульс гамма-кванта соответственно. Здесь и далее индексы $+$ и $-$ означают, что та или иная величина относится к позитрону или электрону соответственно.

Интегрирование в (3) по x , y , z дает дельта-функции, а по $\xi = \omega(t - z)$ — интегралы J_0 , J_1 и J_2 :

$$S_{fi} = ie(2\pi)^3 \frac{T_{fi}}{2\omega\sqrt{2\omega'E_-E_+}} \delta(\Delta_z - \Delta_t) \delta(\Delta_x) \delta(\Delta_y),$$

$$T_{fi} = \bar{v}\hat{\varepsilon}uJ_0 + e\bar{v}\left(\frac{\hat{\varepsilon}\hat{k}\hat{A}_0}{2\omega\kappa_-} - \frac{\hat{A}_0\hat{k}\hat{\varepsilon}}{2\omega\kappa_+}\right)uJ_1 + \frac{eA_0^2(k\varepsilon)}{2\omega^2\kappa_-\kappa_+}\bar{v}\hat{k}uJ_2,$$

где \bar{v} — биспинор, относящийся к позитрону, $\Delta^i = p_+^i + p_-^i - k'^i$ (здесь p^i и k'^i — компоненты импульсов) и $\kappa_\pm = E_\pm - p_\pm^z$, а также введены обозначения

$$J_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + \chi^2) e^{i\varphi(\chi)} d\chi, \quad J_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi e^{i\varphi(\chi)} d\chi,$$

$$J_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\chi^2}{1 + \chi^2} e^{i\varphi(\chi)} d\chi,$$

$$\varphi(\eta) = \frac{E^+ - E^- - \omega'}{\omega} \eta \left(1 + \frac{\eta^2}{3}\right) + \frac{eA_0}{2\omega} \left(\frac{p_-^x}{\kappa_-} - \frac{p_+^x}{\kappa_+}\right) \eta^2 - \frac{e^2 A_0^2}{2\omega} \left(\frac{1}{\kappa_-} + \frac{1}{\kappa_+}\right) (\eta - \arctg \eta).$$

Квадрат модуля для амплитуды рассеяния T_{fi} , просуммированный по поляризациям электрона, позитрона и усредненный по поляризации фотона, имеет вид

$$\begin{aligned} |T_{fi}|^2 &= 8|J_0|^2((p_- p_+) + 2m^2) - 8e^2 A_0^2 \text{Re}(J_0 J_2^*) \\ &\quad - 4A_0^2 |J_1|^2 \left(\frac{\kappa_+}{\kappa_-} + \frac{\kappa_-}{\kappa_+}\right) \\ &\quad + 8\text{Re}(J_0 J_1^*) (\kappa_+ + \kappa_-) \left(\frac{A_0 p_-}{\kappa_-} - \frac{A_0 p_+}{\kappa_+}\right). \end{aligned}$$

Дифференциальная вероятность образования электрон-позитронной пары, рассчитанная на единицу времени и единицу площади в элементе импульсного пространства $d^3p_+ d^3p_-$ позитрона и электрона при единичном потоке фотонов, выражается формулой

$$\begin{aligned} dW_{fi} &= |S_{fi}|^2 \frac{d^3p_- d^3p_+}{(2\pi)^6} = e^2 \delta(\Delta_z - \Delta_t) \delta(\Delta_x) \delta(\Delta_y) \\ &\quad \times |T_{fi}|^2 \frac{d^3p_- d^3p_+}{8\omega^2 \omega' E_- E_+} dS dt. \end{aligned}$$

Интегрирование по направлениям позитрона дает вероятность образования позитрона в единицу времени в интервале энергии

$$\frac{dW_{fi}}{dt dS dE_+} = e^2 \int |T_{fi}|^2 \frac{|\mathbf{p}_+| d\Omega_+}{8\kappa_-(p_+) \omega^2 \omega'}.$$

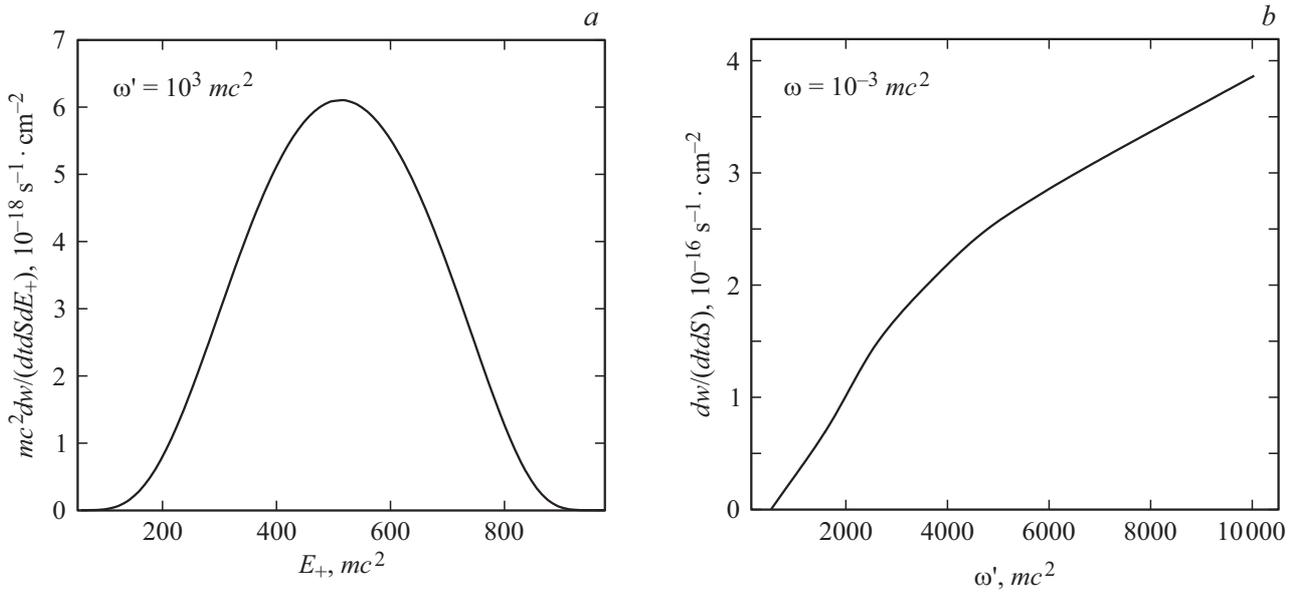


Рис. 2. *a* — спектр позитрона для случая $\omega' = 10^3 mc^2$. *b* — зависимость вероятности рождения позитрона от энергии гамма-кванта ω' . В обоих случаях $\omega = 10^{-3} mc^2$ и $qA_0 = 10^{-3} mc^2$.

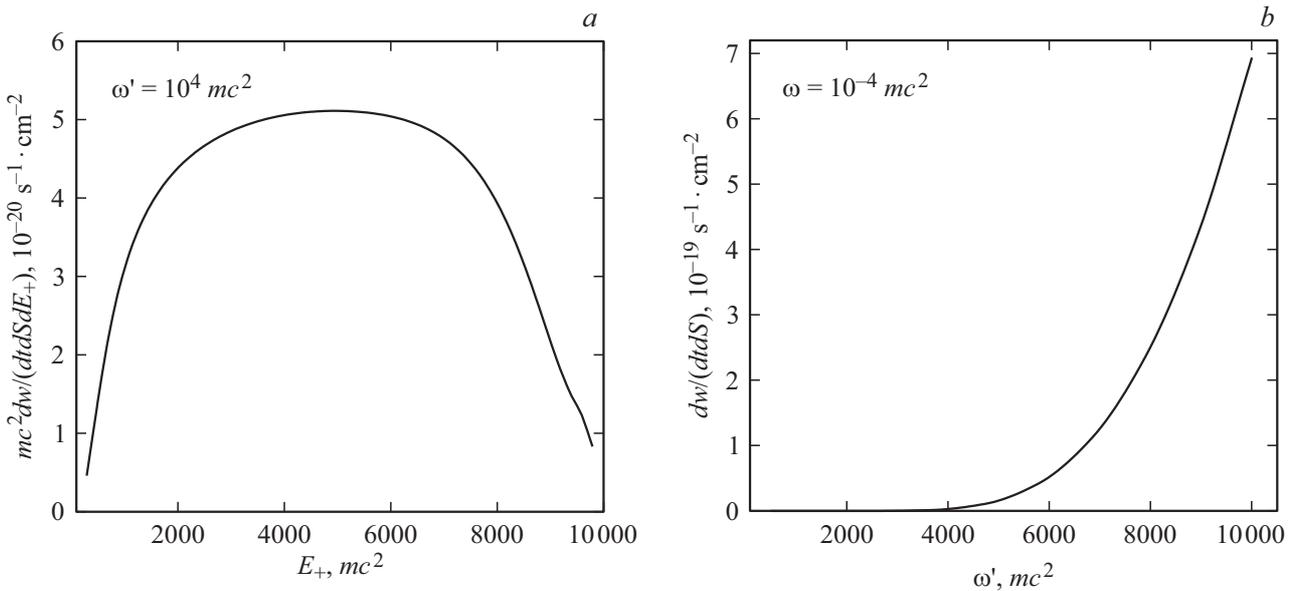


Рис. 3. *a* — спектр позитрона для случая $\omega' = 10^4 mc^2$. *b* — зависимость вероятности рождения позитрона от энергии гамма-кванта ω' . В обоих случаях $\omega = 10^{-4} mc^2$ и $qA_0 = 10^{-3} mc^2$.

Здесь в T_{fi} после снятия интеграла по d^3p_- дельта-функциями возникает зависимость энергии и импульса электрона от импульса позитрона. Получившиеся спектры показаны на фрагментах *a* рис. 1–3 при амплитуде $qA_0 = 10^{-3} mc^2$ и нескольких значениях ω' и ω . Приведенные спектры имеют однопиковый профиль. Из рис. 1, *a* и 2, *a* видно, что ширина пика при $\omega' = (10^2 - 10^3) mc^2$ примерно равна половине энергии гамма-кванта, а из рис. 3, *a* следует, что при $\omega' = 10^4 mc^2$ ширина уже примерно равна полной энергии гамма-кванта. Полная вероятность образования

электрон-позитронной пары в единицу времени представлена на фрагментах *b* рис. 1–3 для различных частот рентгеновского импульса ω и фиксированной амплитуды $qA_0 = 10^{-3} mc^2$. Полученные результаты, возможно, пригодятся для разработки методик тестирования свойств подобных импульсов на строящемся ускорителе „СКИФ“ [2].

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] К.В. Жуковский, Вестн. МГУ. Сер. 3. Физика, астрономия, № 2, 29 (2017). [K.V. Zhukovsky, Moscow Univ. Phys. Bull., **72** (2), 128 (2017). DOI: 10.3103/S0027134917020126].
- [2] К.В. Золотарев, А.И. Анчаров, З.С. Винокуров, Б.Г. Гольденберг, Ф.А. Дарьин, В.В. Кривенцов, Г.Н. Кулипанов, К.Э. Купер, А.А. Легкодымов, Г.А. Любас, А.Д. Николенко, К.А. Тен, Б.П. Толочко, М.Р. Шарафутдинов, А.Н. Шмаков, Е.Б. Левичев, П.А. Пиминов, А.Н. Журавлев, Изв. РАН. Сер. физ., **87** (5), 614 (2023). DOI: 10.31857/S0367676522701095 [K.V. Zolotarev, A.I. Ancharov, Z.S. Vinokurov, B.G. Goldenberg, F.A. Darin, V.V. Kriventsov, G.N. Kulipanov, K.E. Cooper, A.A. Legkodymov, G.A. Lyubas, A.D. Nikolenko, K.A. Ten, B.P. Tolochko, M.R. Sharafutdinov, A.N. Shmakov, E.B. Levichev, P.A. Piminov, A.N. Zhuravlev, Bull. Russ. Acad. Sci. Phys., **87** (5), 541 (2023). DOI: 10.3103/S1062873822701635].
- [3] В.И. Ритус, А.И. Никишов, в сб. *Труды ФИАН*, под ред. В.Л. Гинзбурга (Наука, М., 1979), т. 111, с. 5.
- [4] В.Д. Серов, С.П. Рошчупкин, В.В. Дубов, Теорет. и мат. физика, **216** (3), 577 (2023). DOI: 10.4213/tmf10449 [V.D. Serov, S.P. Roshchupkin, V.V. Dubov, Theor. Math. Phys., **216** (3), 1396 (2023). DOI: 10.1134/S0040577923090131].
- [5] S.P. Roshchupkin, V.D. Serov, V.V. Dubov, Symmetry, **15** (10), 1901 (2023). DOI: 10.3390/sym15101901
- [6] С.П. Рошчупкин, А.А. Лебедь, *Эффекты квантовой электродинамики в сильных импульсных лазерных полях* (Наук. думка, Киев, 2013), с. 29.
- [7] В.Н. Байер, В.М. Катков, В.С. Фадин, *Излучение релятивистских электронов* (Атомиздат, М., 1973), с. 26.
- [8] В.Н. Байер, В.М. Катков, В.С. Фадин, *Излучение релятивистских электронов* (Атомиздат, М., 1973), с. 34.