

02

Спектроскопия высокого разрешения кристалла  $YAl_3(BO_3)_4-Pr^{3+}$ © Т.А. Иголкина<sup>1,2</sup>, Е.П. Чукалина<sup>1</sup>, К.Н. Болдырев<sup>1</sup>, И.А. Гудим<sup>3</sup>, М.Н. Попова<sup>1</sup><sup>1</sup> Институт спектроскопии РАН,  
Троицк, Москва, Россия<sup>2</sup> Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),  
Долгопрудный, Московская обл., Россия<sup>3</sup> Институт физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения РАН,  
Красноярск, Россия

e-mail: igolkinata@isan.troitsk.ru

Поступила в редакцию 02.11.2024 г.

В окончательной редакции 08.11.2024 г.

Принята к публикации 14.11.2024 г.

Методом фурье-спектроскопии высокого разрешения изучены оптические спектры поглощения кристаллов  $YAl_3(BO_3)_4-Pr^{3+}$  в диапазоне температур 5–300 К в поляризованном свете. Определены значения энергий штарковских подуровней 12 мультиплетов иона  $Pr^{3+}$ . Наблюдаемое расщепление ряда спектральных линий, соответствующих синглет-дублетным переходам, связано с влиянием случайных деформаций кристаллической решетки. Сложная структура линии синглет-синглетного перехода на уровень  $^3P_0$  объяснена наличием дополнительных центров „ион  $Pr^{3+}$  рядом с дефектом решетки“. Предположительно такими дефектами являются неконтролируемые примеси, входящие в кристалл в процессе его роста раствор-расплавным методом.

**Ключевые слова:**  $YAl_3(BO_3)_4-Pr^{3+}$ , штарковская структура, фурье-спектроскопия высокого разрешения, деформационные расщепления.

DOI: 10.61011/OS.2024.11.59507.7292-24

## Введение

Кристаллы, активированные ионом  $Pr^{3+}$ , используются в качестве люминофоров [1–4] и лазерных сред [5–9], активно исследуются на применимость в качестве материалов для устройств квантовой информатики [10–16]. Необходимые в этом случае большие времена когерентности уровней сверхтонкой структуры зарегистрированы для  $Pr^{3+}$  в оксидных кристаллах  $Y_2SiO_5$  [11,13,14,16] и  $La_2(WO_4)_3$  [15].

Алюмоборат иттрия  $YAl_3(BO_3)_4$  (YAB) относится к семейству боратов со структурой природного минерала хантита (пространственная группа симметрии  $R32$  [17]). Это соединение обладает рядом благоприятных физико-химических свойств: механическая, химическая и термическая стабильность [18], прозрачность в широком спектральном диапазоне, уникально высокая теплопроводность [19], высокий нелинейный оптический коэффициент [20]. Алюмоборат иттрия, легированный празеодимом, интенсивно люминесцирует в желтой области спектра и может быть использован в осветительных устройствах [21].

Ионы  $Pr^{3+}$  изоморфно замещают ионы  $Y^{3+}$  и занимают позицию с точечной группой симметрии  $D_3$ . Имеющаяся в литературе информация о штарковской структуре уровней иона  $Pr^{3+}$  в YAB- $Pr^{3+}$  и о параметрах кристаллического поля (КП) неполная и противоречивая [22,23]. Также осталась невыясненной природа сложной формы некоторых спектральных линий, на-

блюдавшейся в работе [23], выполненной с высоким спектральным разрешением.

В настоящей работе методом фурье-спектроскопии высокого разрешения исследованы температурно-зависимые спектры поглощения кристаллов YAB- $Pr^{3+}$ , уточнена и существенно дополнена схема штарковских уровней иона празеодима в кристаллическом поле YAB. Эти данные представляют собой основу для последующего корректного расчета по теории кристаллического поля. В настоящей работе также обсуждается наблюдавшаяся тонкая структура некоторых спектральных линий и предложено ее объяснение.

## Эксперимент

Монокристаллы  $YAl_3(BO_3)_4-Pr^{3+}$  (1 at.%) были выращены в Институте физики им. Л.В. Киренского Сибирского отделения РАН раствор-расплавным методом с флюсом на основе тримолибдата висмута  $Bi_2Mo_3O_{12}$  [24]. Образцы для измерений вырезались вдоль тригональной оси  $c$  кристалла. Спектры пропускания в области 2000–23000  $cm^{-1}$  были зарегистрированы на фурье-спектрометре Bruker IFS 125 HR с разрешением 0.1  $cm^{-1}$ . Измерения производились в диапазоне температур 5–300 К с использованием криостата замкнутого цикла Sumitomo SRP-082. Контроль и стабилизация температуры осуществлялись с помощью двухканального термоконтроллера Lake Shore Model 335. Спектры

**Таблица 1.** Расщепление уровней свободного иона с четным числом электронов в кристаллическом поле симметрии  $D_3$ 

$J$	$\Gamma$
0	$\Gamma_1$
1	$\Gamma_2 + \Gamma_3$
2	$\Gamma_1 + 2\Gamma_3$
3	$\Gamma_1 + 2\Gamma_2 + 2\Gamma_3$
4	$2\Gamma_1 + \Gamma_2 + 3\Gamma_3$
5	$\Gamma_1 + 2\Gamma_2 + 4\Gamma_3$
6	$3\Gamma_1 + 2\Gamma_2 + 4\Gamma_3$

пропускания регистрировались в  $\pi$  ( $\mathbf{k} \perp c$ ,  $\mathbf{E} \parallel c$ )- и  $\sigma$  ( $\mathbf{k} \perp c$ ,  $\mathbf{E} \perp c$ )-поляризациях. Для инфракрасной области использовался поляризатор на основе KRS-5, для видимой — пленочный поляризатор.

## Экспериментальные результаты и обсуждение

### А. Штарковские уровни иона $\text{Pr}^{3+}$ в кристалле $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4-\text{Pr}^{3+}$

На рис. 1 показан спектр пропускания кристалла  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4-\text{Pr}^{3+}$  в областях  $f-f$ -переходов со штарковских уровней (1,2 и т.д. в порядке возрастания энергии) основного мультиплета  ${}^3H_4$  иона  $\text{Pr}^{3+}$  на штарковские уровни (А, В, С и т.д.) нескольких возбужденных мультиплетов. Обозначение 1А на рис. 1 означает, что линия соответствует переходу с основного уровня на нижний уровень возбужденного мультиплета.

Волновые функции штарковских уровней иона  $\text{Pr}^{3+}$ , занимающего позицию с точечной группой симметрии  $D_3$  в кристалле YAB, преобразуются по двум невырожденным неприводимым представлениям  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  и одному дважды вырожденному  $\Gamma_3$ . В табл. 1 показано, как расщепляются уровни свободного иона (с четным числом электронов, как у  $\text{Pr}^{3+}$ ), характеризующиеся значениями полного момента  $J$ , в кристаллическом поле симметрии  $D_3$ , а в табл. 2 приведены правила отбора для электрических дипольных (ЭД) и магнитных дипольных (МД) оптических переходов для иона  $\text{Pr}^{3+}$  в YAB. При достаточно низкой температуре заселен только основной уровень, и спектр поглощения формируется переходами с него на возбужденные уровни. Таким образом были определены энергии штарковских подуровней возбужденных мультиплетов, они приведены в третьем столбце табл. 3. Пользуясь правилами отбора, из экспериментальных спектров можно также найти неприводимые представления, по которым преобразуются волновые функции штарковских уровней (т.е. симметрию уровней).

Пользуясь табл. 1 и 2 и рис. 1,  $b$  (переход  ${}^3H_4 \rightarrow {}^3F_2$ ), определим прежде всего симметрию основного состояния. Уровень свободного иона  ${}^3F_2$  расщеплен КП на

три штарковских уровня:  $\Gamma_1 + 2\Gamma_3$ . Переход  ${}^3H_4 \rightarrow {}^3F_2$  запрещен в свободном ионе как МД переход, и поэтому для иона в кристаллическом поле будет доминировать ЭД вклад. Если основное состояние  $\Gamma_1$ , можно ожидать увидеть в спектре две  $\sigma$ -поляризованных линии, если  $\Gamma_2$  — две  $\sigma$ -поляризованных и одну  $\pi$ -поляризованную, если  $\Gamma_3$  — одну  $\sigma$ -поляризованную и две  $\pi$ ,  $\sigma$ -поляризованных. При температуре 5 К наблюдаются три линии переходов из основного состояния: одна в  $\pi$ -поляризации и две преимущественно в  $\sigma$ -поляризации, что указывает на симметрию  $\Gamma_2$  основного состояния. При этом в мультиплете  ${}^3F_2$  нижний уровень А —  $\Gamma_3$ , следующий уровень В —  $\Gamma_1$ , а уровень С —  $\Gamma_3$ . Энергия первого возбужденного уровня 2 в основном мультиплете составляет  $23 \text{ см}^{-1}$ , переход с него хорошо виден по линии 2А в спектре при 60 К. Уровень 2 имеет симметрию  $\Gamma_1$ : линии 2В перехода на уровень В с симметрией  $\Gamma_1$  нет в спектре (переход  $\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_1$  строго запрещен), в других мультиплетах также нет линий переходов с уровня 2 на уровни  $\Gamma_1$ . Определенные экспериментально симметрии уровней также указаны в столбце 4 табл. 3.

Заметим, что энергии уровней симметрии  $\Gamma_2$  в возбужденных мультиплетах были найдены по линиям переходов на них с уровня 2 ( $\Gamma_1$ ) (переходы  $\Gamma_2 \rightarrow \Gamma_2$  с основного уровня строго запрещены).

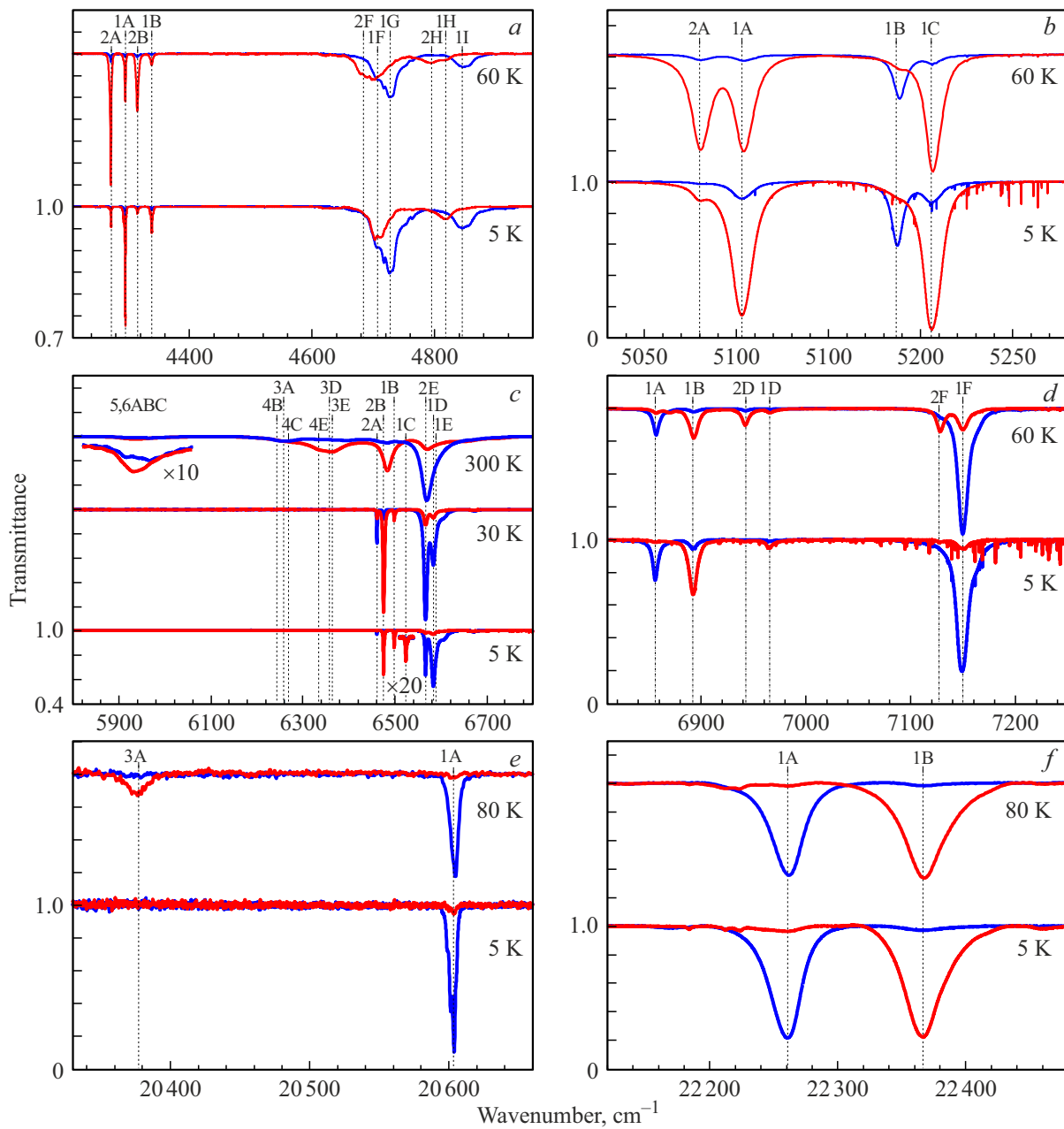
### Б. Ионы $\text{Pr}^{3+}$ рядом с дефектами структуры

На рис. 2 показана линия поглощения  $20603 \text{ см}^{-1}$  в кристалле YAB- $\text{Pr}^{3+}$  (1 at.%). Она соответствует синглет-синглетному переходу  $1\Gamma_2$  ( ${}^3H_4$ )  $\rightarrow$   $A\Gamma_1$  ( ${}^3P_0$ ), однако имеет сложную структуру: рядом с основной линией наблюдаются спутники. Авторы работы [23] наблюдали аналогичную структуру данной линии в спектре алюмобората иттрия с той же концентрацией ионов  $\text{Pr}^{3+}$  (1 at.%), однако не смогли ее объяснить. Сравнение наших данных (рис. 2) и данных работы [23] (вставка на рис. 6 работы [23]) показывает, что интенсивность спутников в нашем случае примерно в полтора раза меньше, чем в работе [23]. Исследованные в настоящей работе кристаллы были выращены с флюсом на основе  $\text{Bi}_2\text{Mo}_3\text{O}_{12}$ , тогда как в работе [23] использовался флюс на основе  $\text{K}_2\text{Mo}_3\text{O}_{10}$ . В работах [25,26] было показано, что в процессе роста кристаллов раствор-расплавным методом компоненты флюса входят в кристалл. При росте кристаллов YAB с использованием  $\text{Bi}_2\text{Mo}_3\text{O}_{12}$  ионы  $\text{Mo}^{3+}$  замещают ионы  $\text{Al}^{3+}$ , а ион  $\text{Bi}^{3+}$  садится на место  $\text{Y}^{3+}$  [25]. Однако этот флюс связывает молибден, он входит в кристалл в меньшем количестве, чем в случае роста с использованием  $\text{K}_2\text{Mo}_3\text{O}_{10}$  [26].

Таким образом, спутники основной линии обусловлены ионами  $\text{Pr}^{3+}$ , расположенными рядом с дефектами „ $\text{Mo}^{3+}$  на месте  $\text{Al}^{3+}$ “ и „ $\text{Bi}^{3+}$  на месте  $\text{Y}^{3+}$ “. Исходя из структуры YAB и ионных радиусов, можно предположить, что дефекты, обусловленные присутствием молибдена, наиболее важны.

**Таблица 2.** Разрешенные ЭД и МД переходы для ионов с четным числом электронов в случае точечной группы симметрии  $D_3$

$D_3$	ЭД			МД		
	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Gamma_3$	$\Gamma_1$	$\Gamma_2$	$\Gamma_3$
$\Gamma_1$	—	$d_z(\pi)$	$d_x, d_y(\sigma)$	—	$\mu_z(\sigma)$	$\mu_x, \mu_y(\pi)$
$\Gamma_2$	$d_z(\pi)$	—	$d_x, d_y(\sigma)$	$\mu_z(\sigma)$	—	$\mu_x, \mu_y(\pi)$
$\Gamma_3$	$d_x, d_y(\sigma)$	$d_x, d_y(\sigma)$	$d_x, d_y, d_z(\sigma, \pi)$	$\mu_x, \mu_y(\pi)$	$\mu_x, \mu_y(\pi)$	$\mu_x, \mu_y, \mu_z(\sigma, \pi)$



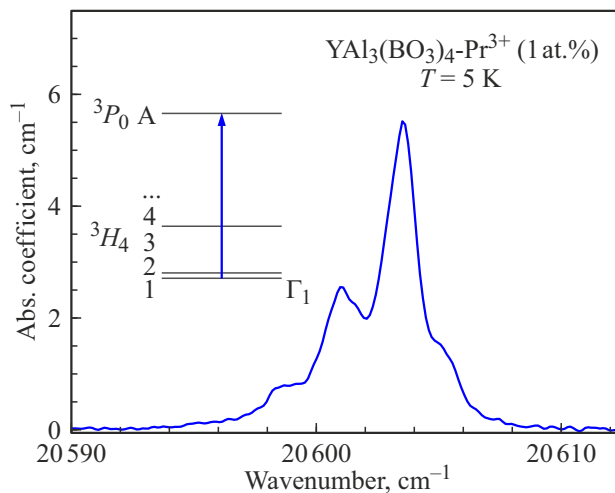
**Рис. 1.** Спектры пропускания кристалла  $YAl_3(BO_3)_4-Pr^{3+}$  (1 at.%) толщиной 4.15 mm в  $\sigma$  (красный)- и  $\pi$  (синий)-поляризациях при разных температурах в области переходов в ионе  $Pr^{3+}$ :  $a - {}^3H_4 \rightarrow {}^3H_6$ ,  $b - {}^3H_4 \rightarrow {}^3F_2$ ,  $c - {}^3H_4 \rightarrow {}^3F_3$ ,  $d - {}^3H_4 \rightarrow {}^3F_4$ ,  $e - {}^3H_4 \rightarrow {}^3P_0$ ,  $f - {}^3H_4 \rightarrow {}^3P_2$ .

**Таблица 3.** Энергии  $E$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) штарковских уровней  $\text{Pr}^{3+}$  в  $\text{YAl}_3(\text{BO}_3)_4-\text{Pr}^{3+}$  и неприводимые представления  $\Gamma_i$  точечной группы симметрии  $D_3$ , их характеризующие

$^{2S+1}L_J$	$i$	YAB-Pr					
		Данная работа		[22]		[23]	
		$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$	$E$	$\Gamma$
1	2	3	4	5	6	7	8
$^3H_4$	1	0	$\Gamma_2$	0	$\Gamma_2$	0	
	2	23	$\Gamma_1$	150	$\Gamma_1$	23	$\Gamma_3$
	3	226	$\Gamma_3$	231	$\Gamma_3$	139	
	4	255		332	$\Gamma_3$	226	$\Gamma_3$
	5	493–635		–	$\Gamma_1$	330	$\Gamma_3$
	6	493–635		560	$\Gamma_3$	560	
$^3H_5$	A	2196	$\Gamma_3$	–		–	
	B	–		–		2196.1	$\Gamma_3$
	C	2272		–		2272	
	D	–		–		–	
	E	–		–		2476	$\Gamma_3$
	F	–		–		–	
	G	–		–		–	
$^3H_6$	A	4295.5	$\Gamma_3$	–		4295.5	
	B	4338.7	$\Gamma_3$	–		4338.6	$\Gamma_3$
	C	–		–		–	
	D	–		–		–	
	E	–		–		–	
	F	4707	$\Gamma_1$	–		–	
	G	4727.8	$\Gamma_3$	–		4715	$\Gamma_3$
	H	4817.8	$\Gamma_3$	–		4845	$\Gamma_3$
	I	4845	$\Gamma_1$	–		–	
$^3F_2$	A	5103	$\Gamma_3$	5080	$\Gamma_3$	5103	
	B	5187	$\Gamma_1$	5178	$\Gamma_1$	5187	$\Gamma_3$
	C	5206	$\Gamma_3$	5200	$\Gamma_3$	5206	$\Gamma_3$
$^3F_3$	A	6484.3	$\Gamma_2$	6463	$\Gamma_3$	6465	$\Gamma_3$
	B	6498.6	$\Gamma_3$	6487	$\Gamma_3$	6485.1	
	C	6524		6528	$\Gamma_2$	6524	$\Gamma_3$
	D	6583.8	$\Gamma_1$	6555	$\Gamma_1$	6581	
	E	6589.8	$\Gamma_2$	6590	$\Gamma_2$	6607	
$^3F_4$	A	6855.5	$\Gamma_1$	6843	$\Gamma_1$	6855.5	$\Gamma_3$
	B	6891.3	$\Gamma_3$	6879	$\Gamma_3$	6891.3	
	C	6930	$\Gamma_2$	6928	$\Gamma_3$	6965	$\Gamma_3$
	D	6965	$\Gamma_3$	6980	$\Gamma_2$	–	
	E	–		7115	$\Gamma_3$	7150.4	$\Gamma_3$
	F	7150		7135	$\Gamma_1$	7160	
$^1G_4$	A	9707.4		–		9707.4	$\Gamma_3$
	B	–		–		9749	
	C	9909	$\Gamma_2$	–		9909	$\Gamma_3$
	D	–		–		–	
	E	10178		–		10178	
	F	10216		–		10216	$\Gamma_3$
$^1D_2$	A	16512	$\Gamma_1$	16525	$\Gamma_1$	16754	$\Gamma_3$
	B	16754	$\Gamma_3$	16769	$\Gamma_3$	–	
	C	17140	$\Gamma_3$	17156	$\Gamma_3$	17150	$\Gamma_3$
$^3P_0$	A	20603	$\Gamma_1$	20619	$\Gamma_1$	20603	$\Gamma_1$

**Таблица 3.** Продолжение

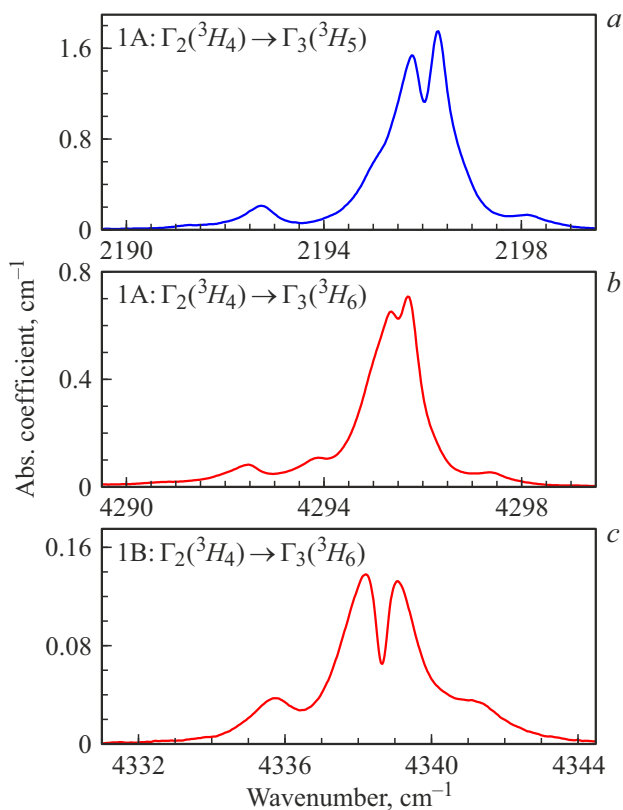
1	2	3	4	5	6	7	8
$^3P_{1+}$	A	21003	$\Gamma_2$	21176	$\Gamma_3$	20985	
	B	21014	$\Gamma_1$	21236	$\Gamma_2$	21008	
	C	21163	$\Gamma_3$	22274	$\Gamma_1$	21013	$\Gamma_3$
	D	–		–		21145	$\Gamma_3$
	E	–		–		21153	$\Gamma_3$
	F	–		–		21247	
	G	21330	$\Gamma_1$	–		21330	
	H	21353	$\Gamma_3$	–		–	
	I	–		–		–	
	K	21816	$\Gamma_1$	–		21816	$\Gamma_3$
	L	21858.6	$\Gamma_3$	–		21889	
$^3P_2$	A	22261	$\Gamma_1$	–		22365	
	B	22367	$\Gamma_3$	22379	$\Gamma_3$	22460	$\Gamma_3$
	C	22450	$\Gamma_3$	22418	$\Gamma_3$	22710	$\Gamma_3$



**Рис. 2.** Линия 1A поглощения  $\pi$ -поляризованного света в области перехода  $^3H_4 \rightarrow ^3P_0$  в кристалле YAB-Pr $^{3+}$  (1 at.%).

**В. Дублетная структура линий синглет-дублетных переходов**

Празеодим — моноизотопный элемент, имеющий один стабильный изотоп  $^{141}\text{Pr}$  с ядерным спином  $I = 5/2$ . В результате сверхтонкого взаимодействия некрамеровские дублеты  $\Gamma_3$  расщепляются на 6 сверхтонких компонент. Сверхтонкую структуру в зарегистрированных спектрах обнаружить не удалось. Тем не менее, следует отметить наличие явной дублетной структуры некоторых спектральных линий, относящихся к синглет-дублетным переходам  $\Gamma_1(\Gamma_2) \rightarrow \Gamma_3$  (рис. 3). Авторы статьи [23] также сообщили о наблюдении дублетной структуры некоторых линий поглощения. Вычисленные в [23] интервалы сверхтонкой структуры дублетов существенно меньше наблюдаемых расщеплений от 0.4 до 3.1  $\text{cm}^{-1}$  для разных линий. В работе [23] не приводится объяснение наблюдаемой дублетной структуры линий в спектрах поглощения.



**Рис. 3.** Спектральные линии поглощения в (а)  $\pi$ - и (b, c)  $\sigma$ -поляризациях, относящиеся к переходам  $\Gamma_2 \rightarrow \Gamma_3$  в кристалле  $YAB-Pr^{3+}$  (1 at.%) при  $T = 5$  К.

Как следует из предыдущих исследований, наблюдаемая характерная дублетная форма линий, соответствующих синглет-дублетным переходам, свидетельствует о наличии низкосимметричных локальных возмущений кристаллического поля, которые могут быть вызваны точечными дефектами кристаллической решетки [27,28]. В кристаллах  $YAB-Pr^{3+}$ , выращенных раствор-расплавным методом, такими дефектами являются как сами ионы  $Pr^{3+}$ , так и неконтролируемые примеси, входящие в кристалл из флюса в процессе роста. Чтобы выяснить, какие именно дефекты вносят определяющий вклад в деформационные расщепления, необходимы дополнительные исследования.

## Заключение

Проведены измерения спектров пропускания монокристаллов  $YAl_3(BO_3)_4$ , активированных ионами  $Pr^{3+}$  (1 at.%). Ионы  $Pr^{3+}$  замещают ионы  $Y^{3+}$  в позиции с точечной группой симметрии  $D_3$ . Спектры зарегистрированы в широкой спектральной области ( $2000-23000$   $cm^{-1}$ ) методом фурье-спектроскопии высокого разрешения (до  $0.1$   $cm^{-1}$ ), обеспечивающим высокую точность шкалы волновых чисел. Температура кристалла контролируемо менялась от  $5$  до  $300$  К.

В результате анализа спектров в  $\pi$ - и  $\sigma$ -поляризованном свете построена схема штарковских уровней иона  $Pr^{3+}$  в  $YAB-Pr^{3+}$  и определены неприводимые представления точечной группы  $D_3$  ( $\Gamma_1, \Gamma_2$  или  $\Gamma_3$ ), по которым преобразуются волновые функции штарковских уровней. Эти данные представляют собой основу для последующего корректного расчета по теории кристаллического поля.

В спектрах не удалось наблюдать сверхтонкую структуру, обусловленную взаимодействием электронов с магнитным моментом ядра единственного стабильного изотопа празеодима  $^{141}Pr$  с ядерным спином  $I = 5/2$ , однако для ряда линий синглет-дублетных переходов наблюдалась характерная дублетная структура, вызванная действием случайных деформаций решетки. Спектральные спутники линии синглет-синглетного перехода  $\Gamma_2(3H_4) \rightarrow \Gamma_1(3P_0)$  отнесены к переходам в ионах  $Pr^{3+}$ , находящихся рядом с дефектами. Предположительно такими дефектами являются ионы  $Mo^{3+}$  и  $Bi^{3+}$ , входящие в кристалл из флюса в процессе роста раствор-расплавным методом и замещающие ионы  $Al^{3+}$  и  $Y^{3+}$  соответственно.

## Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-22-00433).

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] A.M. El-Naggar, N.S. Alzayed, A. Majchrowski, L. Jaroszewicz, M.G. Brik, W. Kuznik, I.V. Kityk. *J. Cryst. Growth*, **334**,(1), 122–125 (2011). DOI: 10.1016/j.jcrysgro.2011.08.037
- [2] N. Navya, B.R.R. Krushna, S.C. Sharma, N.R. Nadar, M. Panda, A. George, C. Krithika, S. Rajeswari, R. Vanithamani, K. Madhavi, G. Ramakrishna, K. Manjunatha, S.Y. Wu, H. Nagabhushana. *J. Photochem. Photobiol. A: Chem.*, **456**, 115858 (2024). DOI: 10.1016/j.jphotochem.2024.115858
- [3] N. Rebrova, A. Grippa, P. Zdeb, P.J. Deren. *Scr. Mater.*, **255**, 116395 (2025). DOI: 10.1016/j.scriptamat.2024.116395
- [4] Y. Hua. *Ceram. Int.*, **50** (18, Part A), 32353–32361 (2024). DOI: 10.1016/j.ceramint.2024.06.043
- [5] T. Gün, P. Metz, G. Huber. *Appl. Phys. Lett.*, **99** (18), 181103 (2011). DOI: 10.1063/1.3657150
- [6] P.W. Metz, S. Müller, F. Reichert, D.-T. Marzahl, F. Moglia, C. Kränkel, G. Huber. *Opt. Express*, **21** (25), 31274–31281 (2013). DOI: 10.1364/OE.21.031274
- [7] S. Fujita, H. Tanaka, F. Kannari. *Appl. Opt.*, **59**(17), 5124–5130 (2020). DOI: 10.1364/AO.394792
- [8] F. Cassouret, M. Badtke, P. Loiseau, G. Aka. *Opt. Express*, **31**, 12497 (2023). DOI: 10.1364/OE.487749
- [9] Z. Zhang, W. Yuan, R. Fang, Z. Li, H. Xu, Z. Cai. *Opt. Commun.*, **566**, 130726 (2024). DOI: 10.1016/j.optcom.2024.130726

- [10] P. Goldner, O. Guillot-Noël. *Mol. Phys.*, **102** (11–12), 1185–1192 (2004). DOI: 10.1080/00268970410001728744
- [11] E. Fraval, M.J. Sellars, J.J. Longdell. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 077601 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevLett.92.077601
- [12] G.J. Pryde, M.J. Sellars, N.B. Manson. *Phys. Rev. B*, **69** (7), 075107 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevB.69.075107
- [13] E. Fraval, M.J. Sellars, J.J. Longdell. *Phys. Rev. Lett.*, **95** (3), 030506 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.030506
- [14] J.J. Longdell, E. Fraval, M.J. Sellars, N.B. Manson. *Phys. Rev. Lett.*, **95** (6), 063601 (2005). DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.063601
- [15] O. Guillot-Noël, Ph. Goldner, Y. Le Du, P. Loiseau. *Phys. Rev. B*, **75** (20), 205110 (2007). DOI: 10.1103/PhysRevB.75.205110
- [16] G. Heinze, C. Hubrich, T. Halfmann. *Phys. Rev. A*, **89** (5), 053825 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevA.89.053825
- [17] N.I. Leonyuk, L.I. Leonyuk. *Prog. Cryst. Growth Charact. Mater.*, **31** (3–4), 179–278 (1995). DOI: 10.1016/0960-8974(96)83730-2
- [18] E.V. Koporulina, N.I. Leonyuk, S.N. Barilo, L.A. Kurnevich, G.L. Bychkov, A.V. Mokhov, G. Bocelli, L. Righi. *J. Cryst. Growth.*, **198**, 460–465 (1999). DOI: 10.1016/S0022-0248(98)01228-7
- [19] V.V. Maltsev, E.A. Volkova, D.D. Mitina, N.I. Leonyuk, A.B. Kozlov, A.V. Shestakov. *Inorg. Mater.*, **56**, 612–625 (2020). DOI: 10.1134/S0020168520060084
- [20] S. Ilas, P. Loiseau, G. Aka, T. Taira. *Opt. Express*, **22** (24), 30325 (2014). DOI: 10.1364/OE.22.030325
- [21] B.C. Jamalajah, N. Madhu, A.S.N. Reddy, P. Gawas, V. Nutalapati. *Optik (Stuttg.)*, **268**, 169744 (2022). DOI: 10.1016/j.jjleo.2022.169744
- [22] M.H. Bartl, K. Gatterer, E. Cavalli, A. Speghini, M. Bettinelli. *Spectrochim. Acta A*, **57**, 1981–1990 (2001). DOI: 10.1016/S1386-1425(01)00484-X
- [23] M. Mazzera, A. Baraldi, E. Buffagni, R. Capelletti, E. Beregi, I. Földvári, N. Magnani. *Appl. Phys. B*, **104**, 603–617 (2011). DOI: 10.1007/s00340-011-4421-7
- [24] I.A. Gudim, E.V. Eremin, V.L. Temerov. *J. Cryst. Growth*, **312** (16–17), 2427–2430 (2010). DOI: 10.1016/j.jcrysgr.2010.05.013
- [25] M.N. Popova, K.N. Boldyrev, P.O. Petit, B. Viana, L.N. Bezmaternykh. *J. Phys.: Condens. Matter.*, **20** (45), 455210 (2008). DOI: 10.1088/0953-8984/20/45/455210
- [26] K.N. Boldyrev, M.N. Popova, M. Bettinelli, V.L. Temerov, I.A. Gudim, L.N. Bezmaternykh, P. Loiseau, G. Aka, N.I. Leonyuk. *Opt. Mat.*, **34** (11), 1885–1889 (2012). DOI: 10.1016/j.optmat.2012.05.021
- [27] B.Z. Malkin, D.S. Pytalev, M.N. Popova, E.I. Baibekov, M.L. Falin, K.I. Gerasimov, N.M. Khaidukov. *Phys. Rev. B: Condens. Matter.*, **86** (13), 134110 (2012). DOI: 10.1103/PhysRevB.86.134110
- [28] B.Z. Malkin, N.M. Abishev, E.I. Baibekov, D.S. Pytalev, K.N. Boldyrev, M.N. Popova, M. Bettinelli. *Phys. Rev. B*, **96** (1), 014116 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevB.96.014116