

09 Влияние концентрации частиц на динамику микрорезонаторов при столкновении 2π -подобных униполярных импульсов самоиндуцированной прозрачности в трехуровневой среде

© Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов

ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com, mikhail.v.arkhipov@gmail.com, antpakhom@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 22.10.2024 г.

В окончательной редакции 29.10.2024 г.

Принята к публикации 29.10.2024 г.

На основе численного решения системы материальных уравнений для матрицы плотности совместно с волновым уравнением для напряжённости электрического поля изучено влияние концентрации частиц трехуровневой среды на динамику микрорезонаторов при столкновении 2π -подобных униполярных аттосекундных импульсов самоиндуцированной прозрачности в трехуровневой среде. Также изучено влияние изменения временной формы импульсов при распространении в плотной среде на форму микрорезонаторов. Показано, что с ростом концентрации частиц формирование микрорезонаторов сохраняется, но возможно искажение их формы.

Ключевые слова: предельно короткие импульсы, аттосекундные импульсы, динамические микрорезонаторы.

DOI: 10.61011/OS.2024.11.59510.7162-24

1. Введение

За последние несколько лет нелинейная оптика униполярных полуцикловых импульсов стала новым, интенсивно развивающимся направлением современной физики и оптики [1]. Этой теме посвящены многочисленные работы [2–14] и обзоры [15–17] и монография [18]. Униполярные полуцикловые импульсы содержат всего одну полуволну напряженности электрического поля и поэтому обладают предельно короткой длительностью в заданном спектральном интервале. Для них важной характеристикой является электрическая площадь импульса, которая определяется, как интеграл от напряженности электрического поля E по времени t в заданной точке пространства r [19–21]:

$$S_E(r) = \int E(r, t) dt. \quad (1)$$

Интерес к полуцикловым импульсам связан с возможностью быстрой передачи механического момента электрону в одном направлении, что делает их перспективными для сверхбыстрого управления свойствами квантовых систем [22–26]. На сегодняшний день доступны импульсы с характерно выраженной полуволной поля, имеющими длительность в аттосекундном диапазоне [2–14], что делает оптику униполярных импульсов важной частью современной аттосекундной физики [15–17]. Ввиду малой длительности таких импульсов (менее одного периода поля) на таких малых временных интервалах возникает много новых явлений, которые оказываются невозможными с помощью обыч-

ных многоцикловых импульсов из нескольких полуволн поля [1, 15–17].

Одним из таких явлений является предсказанная совсем недавно возможность создания и сверхбыстрого управления динамическими микрорезонаторами (ДМ) при столкновении униполярных полуцикловых импульсов в резонансной среде [27–32], см. также обзор [33]. Эффект возникает при когерентном взаимодействии импульсов со средой, когда их длительность и задержки между ними короче времени релаксации поляризации среды T_2 . В случае простейшей двухуровневой среды в области перекрытия импульсов разность населенностей имеет почти постоянное значение. А вне этой области она скачком меняется и имеет другое постоянное значение или изменяется с координатой по какому-либо закону, т.е. в среде возникает решетка разности населенностей [34]. Такая структура представляет собой ДМ.

В работе [32] представлена аналитическая теория формирования таких ДМ в многоуровневой среде в приближениях слабого поля (когда справедлива теория возмущений) и разреженной среды. Численные расчеты, проведенные в сильном поле и для плотной двухуровневой среды при столкновении в ней 2π -подобных гауссовых импульсов самоиндуцированной прозрачности (СИП), выявили ряд новых особенностей, не предсказанных в рамках простой аналитической модели. К ним относится локализация ДМ в области столкновения импульсов, зависимость его формы от начальной поляризации сталкивающихся импульсов и др. Как показывают оценки, добротность таких ДМ может достигать 10^4 при значительной концентрации атомов среды. Таким обра-

зом, концентрация частиц является важным параметром, который влияет на характеристики ДМ. Также при когерентном распространении полужикловых импульсов СИП в плотной среде их форма может меняться [35,36]. В частности, может происходить расщепление импульса на подимпульсы, каждый из которых будет действовать на среду, как импульс СИП.

В настоящей работе изучается влияние концентрации частиц среды и влияние изменения формы импульсов СИП на динамику ДМ при столкновении таких импульсов в трехуровневой среде. Рассмотрен случай столкновения гауссовых импульсов СИП и импульсов в форме гиперболического секанса. В обоих случаях выявлено значительное изменение формы ДМ с ростом концентрации частиц среды. Отражение пробных аттосекундных импульсов от подобных структур может быть использовано для изучения сверхбыстрой динамики электронов в твердых телах [37] и других материалах [38–40].

2. Теоретическая модель

В численных расчетах использовалась следующая система уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды вместе с волновым уравнением, описывающим эволюцию напряженности электрического поля в среде [41]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{21} = & -\rho_{21}/T_{21} - i\omega_{12}\rho_{21} - i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{23} + i\frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{31}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{32} = & -\rho_{32}/T_{32} - i\omega_{32}\rho_{32} - i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{22}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{31} + i\frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{31} = & -\rho_{31}/T_{31} - i\omega_{31}\rho_{31} - i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{32} + i\frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} = & \frac{\rho_{22}}{T_{22}} + \frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} = & -\rho_{22}/T_{22} - i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ & - i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = & -\rho_{33}/T_{33} + i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*) \\ & + i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \end{aligned} \quad (7)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}(z, t) + 2N_0 d_{13} \text{Re} \rho_{13}(z, t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (9)$$

В этой системе уравнений содержатся следующие параметры: \hbar — приведенная постоянная Планка, N_0 — концентрация частиц, P — поляризация среды, ω_{12} , ω_{32} , ω_{31} — частоты резонансных переходов, а d_{12} , d_{13} , d_{23} — дипольные моменты переходов. Переменные ρ_{11} , ρ_{22} , ρ_{33} — населенности 1-го, 2-го и 3-го состояний среды соответственно, ρ_{21} , ρ_{32} , ρ_{31} — недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды, T_{ik} — времена релаксации. Система (2)–(9) решалась численно. В расчетах ниже времена релаксации намного больше длительности рассматриваемых процессов и не существенны. Одномерное волновое уравнение описывает распространение униполярных импульсов в коаксиальных волноводах [42].

3. Влияние эффектов распространения на форму ДМ при когерентном распространении импульсов СИП в плотной среде

В работе [43] было найдено аналитическое решение системы уравнений Максвелла-Блоха для двухуровневой среды в виде униполярного солитона, имеющего форму гиперболического секанса. Впоследствии данный солитон был обнаружен в численных и аналитических расчетах в работах [44–49] для двухуровневых и многоуровневой сред. В данном разделе исследуется влияние изменения формы при столкновении пары импульсов СИП в форме гиперболического секанса, распространяющихся навстречу друг другу из вакуума. Форма этих встречных импульсов, шедших слева и справа в среду навстречу друг другу имеет вид:

$$\begin{aligned} E(z = 0, t) &= E_{01} \text{sech}\left(\frac{t - 6\tau}{\tau}\right) \\ E(z = L, t) &= E_{02} \text{sech}\left(\frac{t - 6\tau}{\tau}\right) \end{aligned} \quad (10)$$

Для того, чтобы импульс действовал как 2π импульса СИП на основной переход 1–2 среды (если среда двухуровневая), амплитуда импульса должна выражаться следующим соотношением [43]:

$$E_0 = \frac{\hbar}{d_{12}\tau} \quad (11)$$

Численные расчеты, проведенные в двухуровневой [35] и трехуровневой [36] средах, показали изменение формы такого импульса при распространении, в частности возможность его расщепления на подимпульсы.

Длина всей области интегрирования в расчетах, результаты которых приведены ниже, была $L = 15\lambda_0$. В этой области трехуровневая среда располагалась между точками $z_1 = 3\lambda_0$ и $z_2 = 12\lambda_0$. Нами проводилось

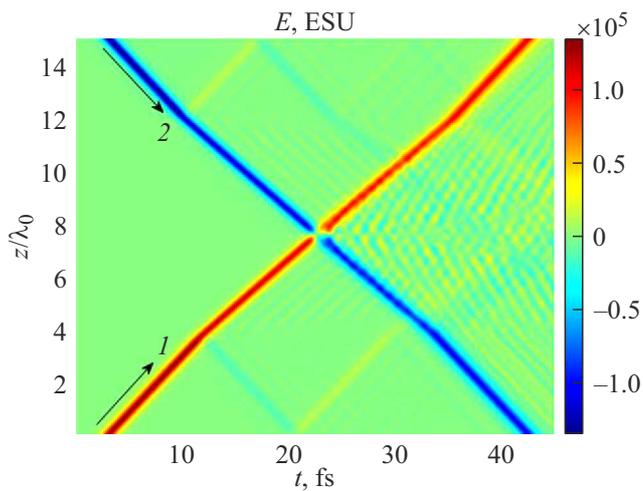


Рис. 1. Пространственно-временная динамика электрического поля $E(z, t)$ в трехуровневой среде.

численное решение системы уравнений (2)–(9) с начальным условием в виде двух распространяющихся навстречу друг другу полужикловых импульсов противоположной полярности $E_{01} = -E_{02} = 135570$ ESU и удовлетворяла условию (12), что соответствовало 2π -подобным импульсам СИП. Длительность импульсов $\tau = 388$ as. Параметры трехуровневой среды: концентрация трехуровневых частиц: $N_0 = 2 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$, частота перехода 1–2: $\omega_{12} = 2.69 \cdot 10^{15} \text{ rad/s}$ (соответствующая длина волны перехода: $\lambda_{12} = \lambda_0 = 700 \text{ nm}$), дипольный момент перехода 1–2: $d_{12} = 20 \text{ D}$, частота перехода 1–3: $\omega_{13} = 1.5\omega_{12}$, дипольный момент перехода: $d_{13} = d_{12}/2$, частота перехода 2–3: $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12}$, дипольный момент перехода 2–3: $d_{23} = 0$. Времена релаксации $T_{1k} = 1 \text{ ns}$. Полуцикловые импульсы (10),(11) при данных параметрах задачи сталкивались в среде в точке с координатой $z = z_c = 7.6\lambda_0$.

Когерентное распространение таких импульсов в среде не сопровождалось значительным изменением формы импульса, а происходило лишь уменьшение их амплитуды с сохранением положительной полярности. В данном примере импульсы испытывали однократное столкновение в среде. Рисунок 1 показывает пространственно-временную динамику напряженности поля импульсов 1 и 2 (направления распространения показаны стрелками) в среде. Временная зависимость электрического поля $E(t)$ на входе в среду, $z = 0$, (синяя кривая c) и на выходе из нее, $z = L$, (оранжевая линия) показана на рис. 2. Динамика поляризации и разности населенностей на каждом переходе среды представлена на рис. 3–6 соответственно.

На рис. 4–6 видно возникновение тонкого канала на каждом переходе среды. В области столкновения разность населенностей имеет постоянное значение, а вне нее меняется скачком, в среде возникает локализованный ДМ в области перекрытия импульсов. Однако форма данного ДМ меняется со временем и затухает

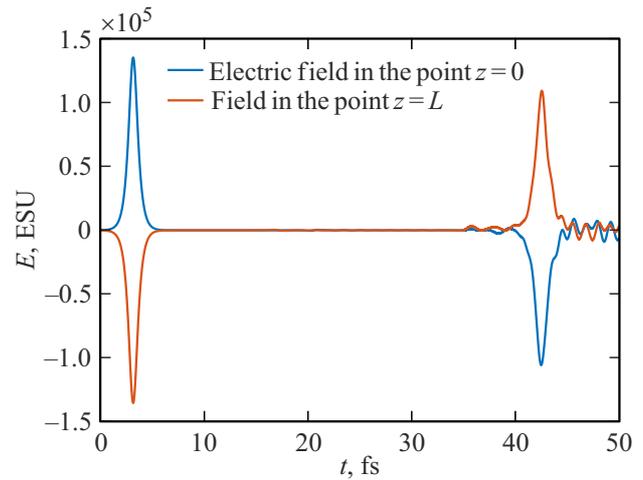


Рис. 2. Временная зависимость электрического поля $E(t)$ на входе в среду, $z = 0$ (синяя кривая) и на выходе из нее, $z = L$ (оранжевая линия).

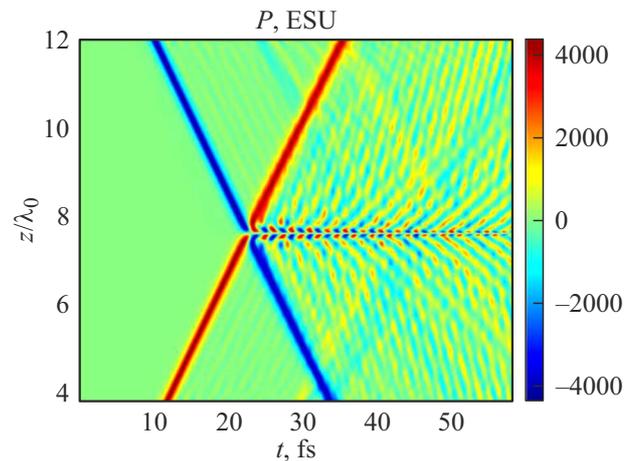


Рис. 3. Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды $P(z, t)$.

из-за сложных осцилляций поляризации в плотной среде. Если увеличить число столкновений импульсов в среде, то форма ДМ может меняться после каждого столкновения [20–24]. Динамика ДМ на каждом переходе среды для трех столкновений представлена на рис. 7–9. Для создания последовательности импульсов на границе области интегрирования в численных расчетах брались нулевые граничные условия (идеальные зеркала): импульсы, выходя из среды, доходили до границы области интегрирования, отражались от этих зеркал и снова возвращались в среду, сталкивались в ней и так далее. Динамика электрического поля показана на рис. 10. Видно, что в этих примерах форма микрорезонатора практически не меняется после каждого столкновения. Это связано с тем, что амплитуда импульсов уменьшалась в процессе распространения в плотной среде с расстоянием. Это видно на рис. 2.

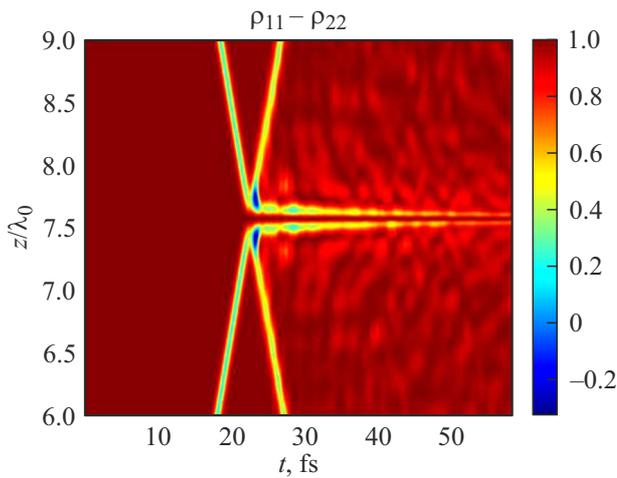


Рис. 4. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды.

импульсов в 2 раза так, что импульс будет действовать подобно 4π -импульсу СИП. При распространении в трехуровневой среде такой импульс испытывает расщепление на пару униполярных импульсов, каждый из которых ведет себя, как 2π -подобный импульс СИП [27]. Это расщепление видно из рис. 11, 12. А значение концентрации в этом примере было уменьшено в 2 раза, $N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$. В этих расчетах амплитуда импульса была увеличена в 2 раза. Остальные параметры те же, что и на рис. 1–6.

Пространственно-временная динамика разности населенностей при однократном прохождении импульсов через среду представлена на рис. 13–15.

Из этих рисунков следует, что микрорезонатор образует в центре среды. Но его форма немного смазана. В следующем разделе рассмотрена динамика ДМ при столкновении гауссовых импульсов в среде.

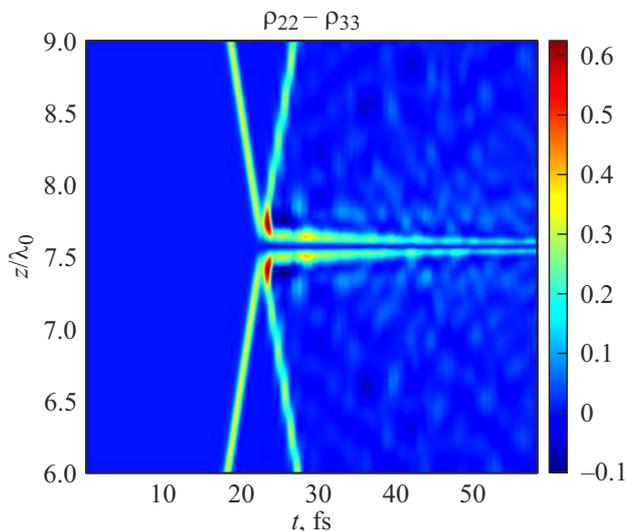


Рис. 5. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{22} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

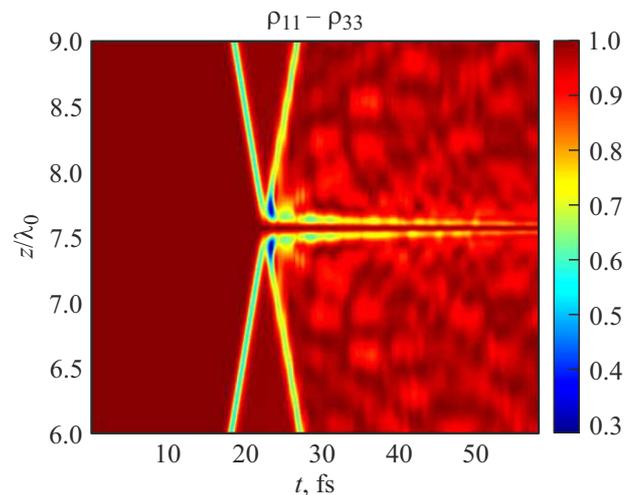


Рис. 6. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

Для решения данной проблемы (уменьшение амплитуды поля при распространении в поглощающей среде) потери можно компенсировать усилением. Для этой цели можно использовать полуцикловые диссипативные солитоны СИП, которые могут формироваться в среде, в которой присутствует смесь активных (усиливающих) частиц и пассивных (поглощающих) атомов. Формирование таких солитонов было теоретически показано в работах [45–48]. Их столкновительная динамика изучалась в работе [50], в которой была продемонстрирована возможность формирования решеток населенностей при столкновении таких солитонов в одномодовом световоде.

В предыдущем примере амплитуда импульсов была такова, что он действовал подобно 2π -импульсу СИП. В следующем примере мы увеличим амплитуду обоих

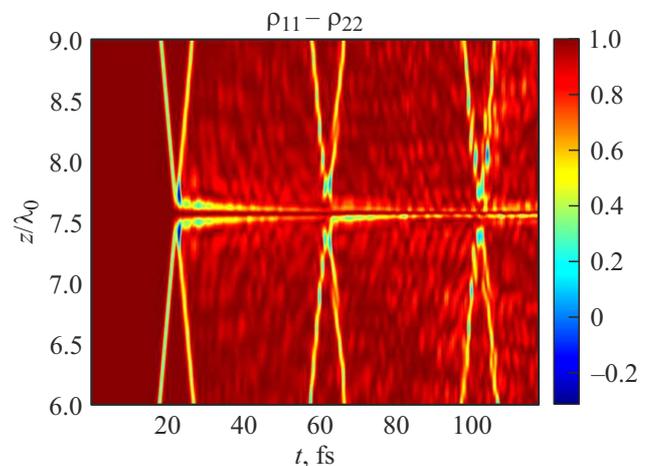


Рис. 7. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды.

Из представленных рисунков видно, что наведенные структуры быстро меняются со временем, значительные изменения происходят за времена порядка 10 fs. Поэтому для изучения сверхбыстрых процессов в веществе предпочтительным является отражение (дифракция) пробного импульса аттосекундной длительности от таких структур. Динамика носителей в твердом теле за счет дифракции аттосекундного импульса на решетках атомных населенностей экспериментально изучалась в работе [28].

4. Динамика ДМ при столкновении гауссовых импульсов в среде с ростом концентрации среды

В численных расчетах, результаты которых представлены в данном разделе, среда возбуждалась последовательностью встречных полуцикловых импульсов, имевших гауссову форму. В начальный момент времени в

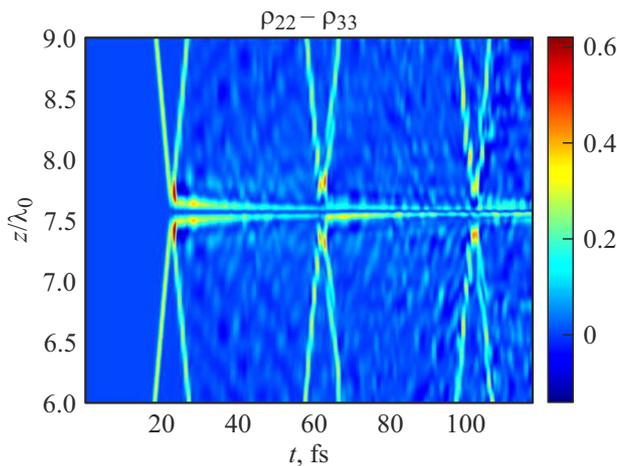


Рис. 8. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{22} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

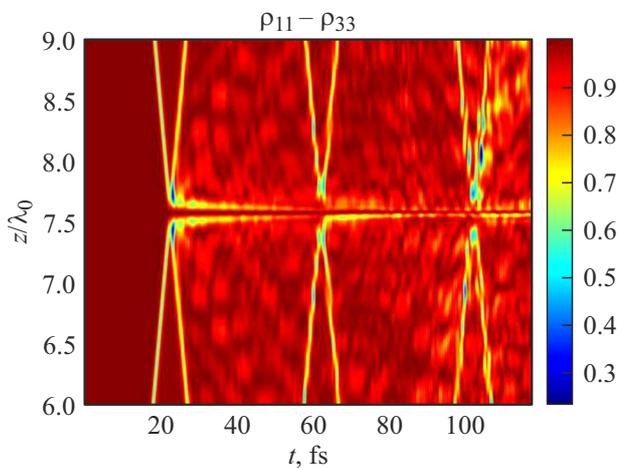


Рис. 9. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

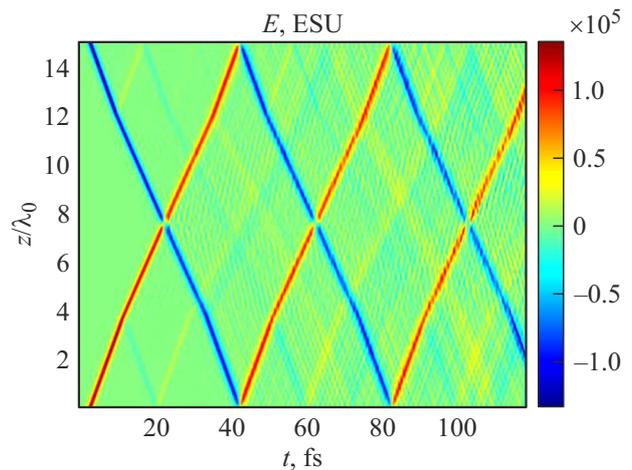


Рис. 10. Пространственно-временная динамика электрического поля $E(z, t)$.

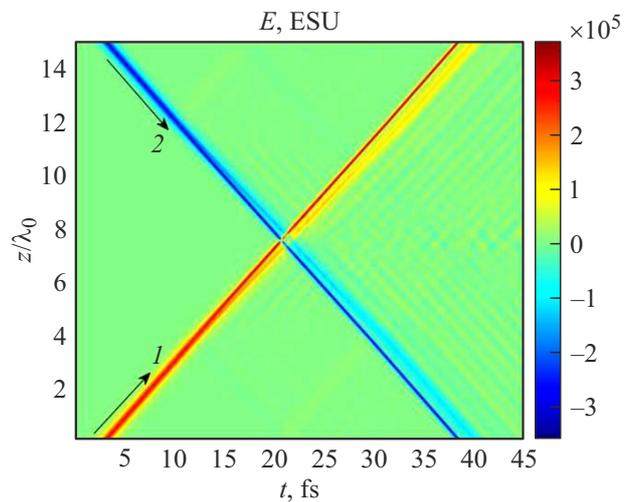


Рис. 11. Пространственно-временная динамика электрического поля $E(z, t)$ в трехуровневой среде.

среды навстречу друг другу слева и сперва посылалась пара гауссовых импульсов

$$E_1(z = 0, t) = E_{01} e^{-\frac{(t-\Delta_1)^2}{\tau^2}}, \quad (12)$$

$$E_2(z = L, t) = E_{02} e^{-\frac{(t-\Delta_2)^2}{\tau^2}}. \quad (13)$$

Здесь $\Delta_1 = \Delta_2 = 2.5\tau$. Проводилась серия численных расчетов пространственно-временной динамики разности населенностей при разных значениях концентрации частиц среды. Амплитуда импульсов была $E_{01} = -E_{01} = 175000$ ESU. Амплитуда импульсов подобрана так, что импульсы действуют, как импульсы СИП для перехода 1–2 среды. Длительность импульсов: $\tau = 777$ ас. Параметры трехуровневой среды: частота перехода 1–2: $\omega_{12} = 2.69 \cdot 10^{15}$ rad/s (соответствующая длина волны перехода: $\lambda_{12} = \lambda_0 = 700$ nm), дипольный

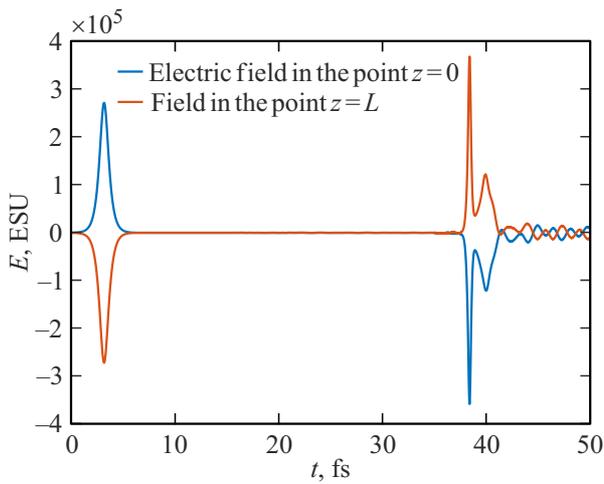


Рис. 12. Временная зависимость электрического поля $E(t)$ на входе в среду, $z = 0$ (синяя кривая) и на выходе из нее, $z = L$ (оранжевая линия).

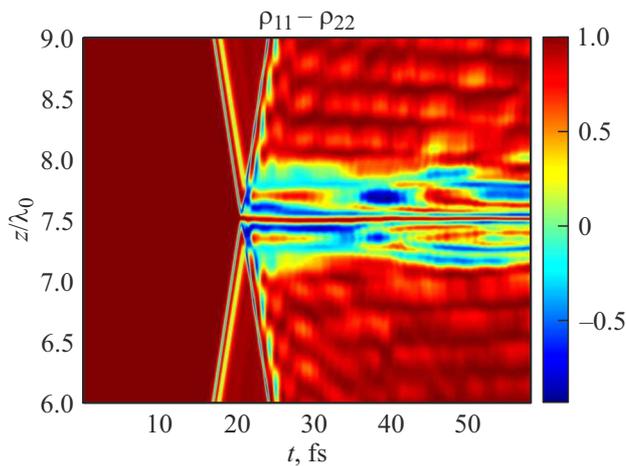


Рис. 13. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды.

момент перехода 1–2: $d_{12} = 20 D$, частота перехода 1–3: $\omega_{13} = 1.7\omega_{12}$, дипольный момент перехода: $d_{13} = 0$, частота перехода 2–3: $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12}$, дипольный момент перехода $d_{23} = 1.5d_{12}$. Времена релаксации $T_{1k} = 1$ ns. Различие времен релаксации для разных уровней не принципиально в виду того, что длительность рассматриваемых процессов значительно короче времен релаксации. Концентрация трехуровневых частиц среды была варьируемым параметром.

Рисунки 16, *a*–18, *a* иллюстрируют динамику разности населенностей на каждом переходе среды при $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ в результате пяти столкновений импульсов в среде. Мгновенное распределение разности населенностей в пространстве после первого столкновения показана на рис. 16, *b*–18, *b*. Импульсы в этих примерах сталкиваются в точке $z_c = 6\lambda_0$. Так как импульсы имеют противоположную поляризованность, в окрестности точки

столкновения напряженность поля близка к нулю и среда не возбуждена. А по краям от этой области возникает решетка населенностей из нескольких периодов. Таким образом, возникает ДМ, локализованный в области перекрытия импульсов. Аналогичные структуры наблюдались при столкновении импульсов СИП в двухуровневой среде [35].

Пространственно-временная динамика разности населенностей на основном переходе 1–2 показана на рис. 19, *a* при $N_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ и на рис. 19, *b* при $N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$.

Аналогичная динамика наблюдается и на других резонансных переходах среды. Из этих рисунков видно, что ДМ сохраняется и в плотной среде. С ростом числа столкновений число периодов в решетке увеличивается, как и в двухуровневой среде [26]. Из рис. 19, *b* следует важный результат сохранения ДМ при концентрации $N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$. Как показано в работе [26], добротность ДМ при таких больших концентрациях может достигать

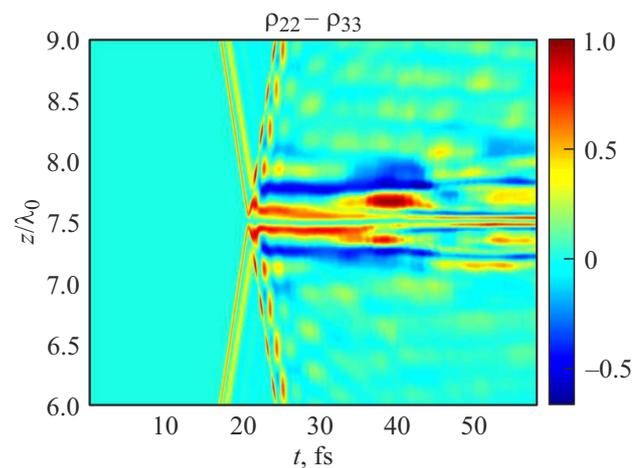


Рис. 14. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{22} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

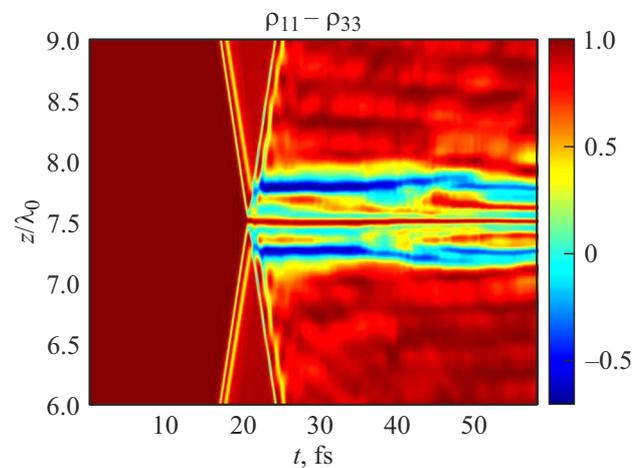


Рис. 15. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды.

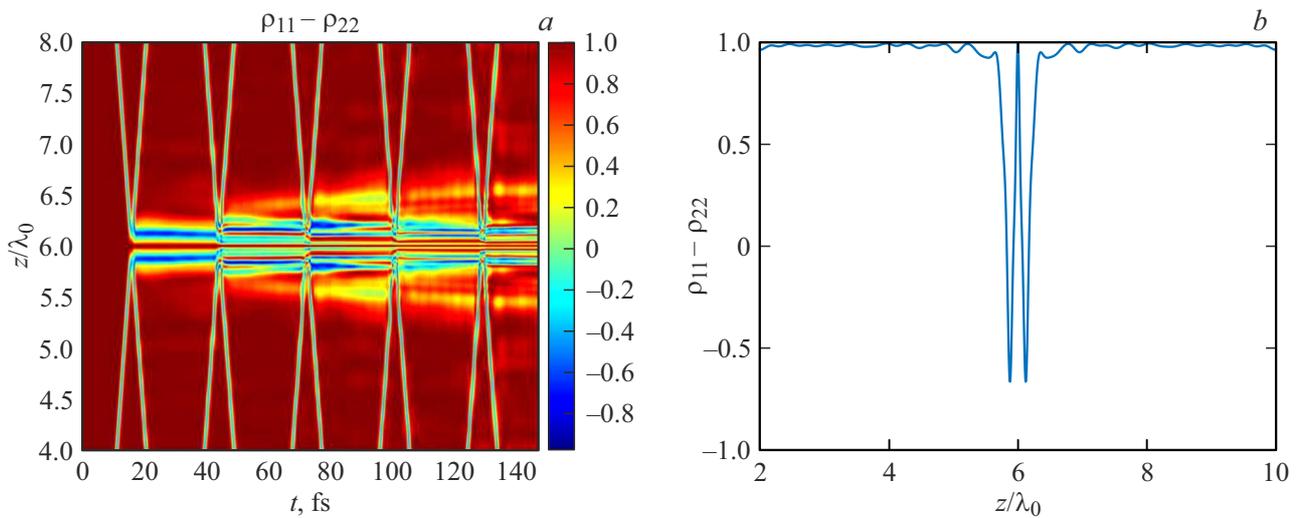


Рис. 16. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды (a) и сечение этой зависимости при $t = 30$ fs (b), $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

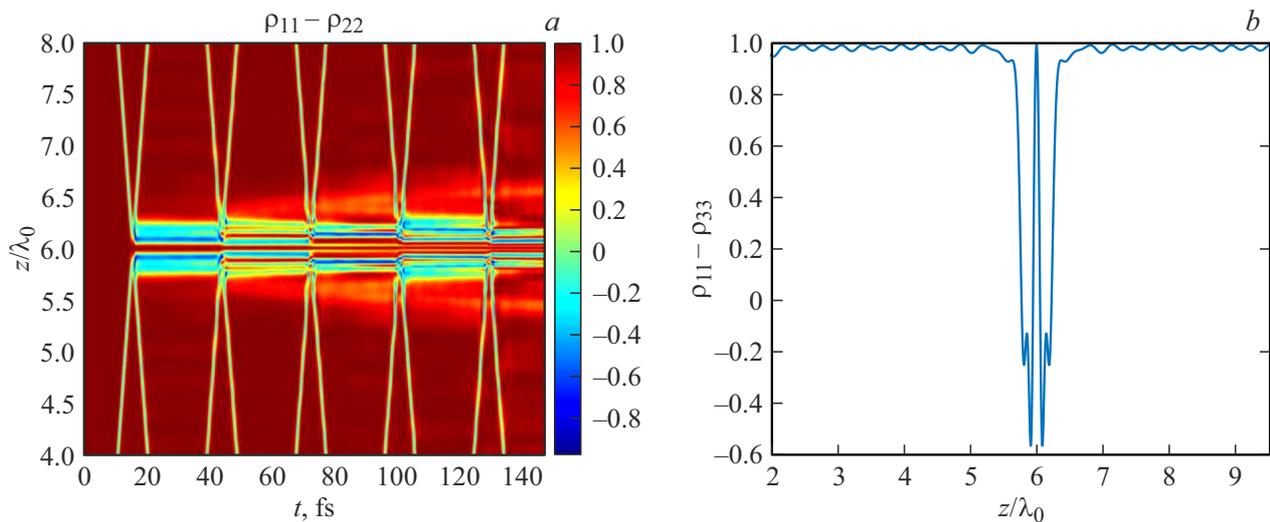


Рис. 17. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{33}$ трехуровневой среды (a) и сечение этой зависимости при $t = 30$ fs (b), $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

10–1000 в плотной среде. Однако добротность в этой работе была оценена в приближении стационарной решетки. В нашем случае структуры являются динамическими — они меняются со временем и существуют на временах порядка времени фазовой памяти среды T_2 . Поэтому приведенные оценки справедливы на временных интервалах, меньших данного времени.

Заключение

В настоящей работе на основании численных расчетов изучено формирование и управление динамическими микрорезонаторами при столкновении униполярных импульсов двух типов: гауссовых и в форме гиперболического секанса в трехуровневой плотной среде при

варьировании плотности среды. Начальные импульсы имели противоположную полярность. Параметры импульсов подобраны так, что импульсы действовали подобно 2π - и 4π -импульсам СИП на основной переход среды.

Показано, что в случае столкновения 2π -подобных импульсов в форме гиперболического секанса происходит формирование ДМ, форма которого практически не изменяется с ростом числа столкновений между импульсами. Происходит только затухание амплитуды равенности населенностей. Это происходит за счет уменьшения амплитуды импульса при распространении. Для решения данной проблемы возможно использование диссипативных солитонов СИП для создания ДМ [45–48]. В случае столкновения 4π -подобных импульсов в фор-

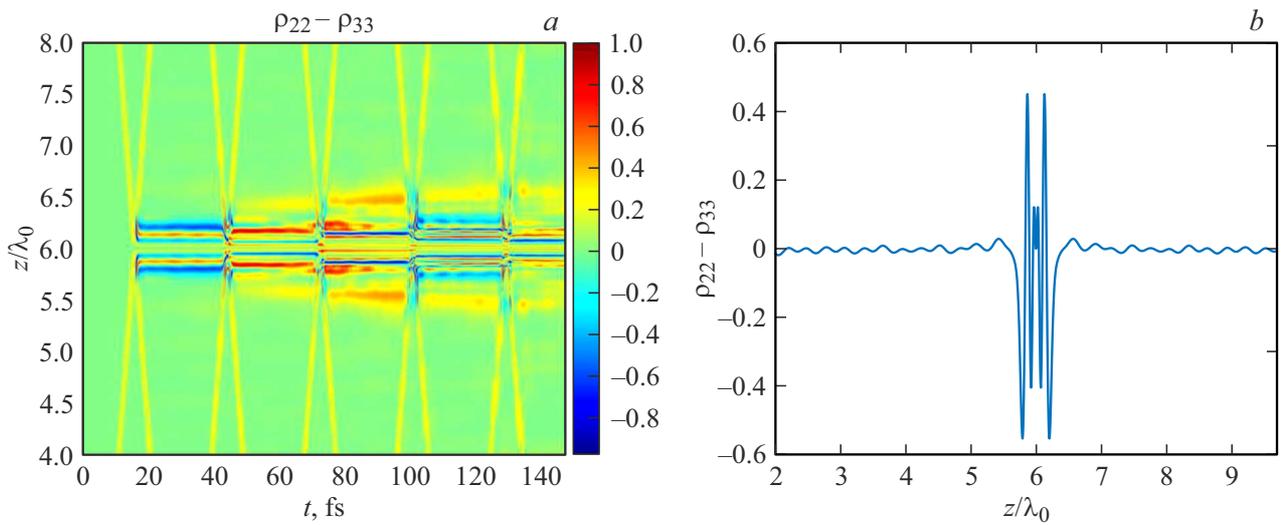


Рис. 18. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{22} - \rho_{33}$ трехуровневой среды (a) и сечение этой зависимости при $t = 30$ fs (b), $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

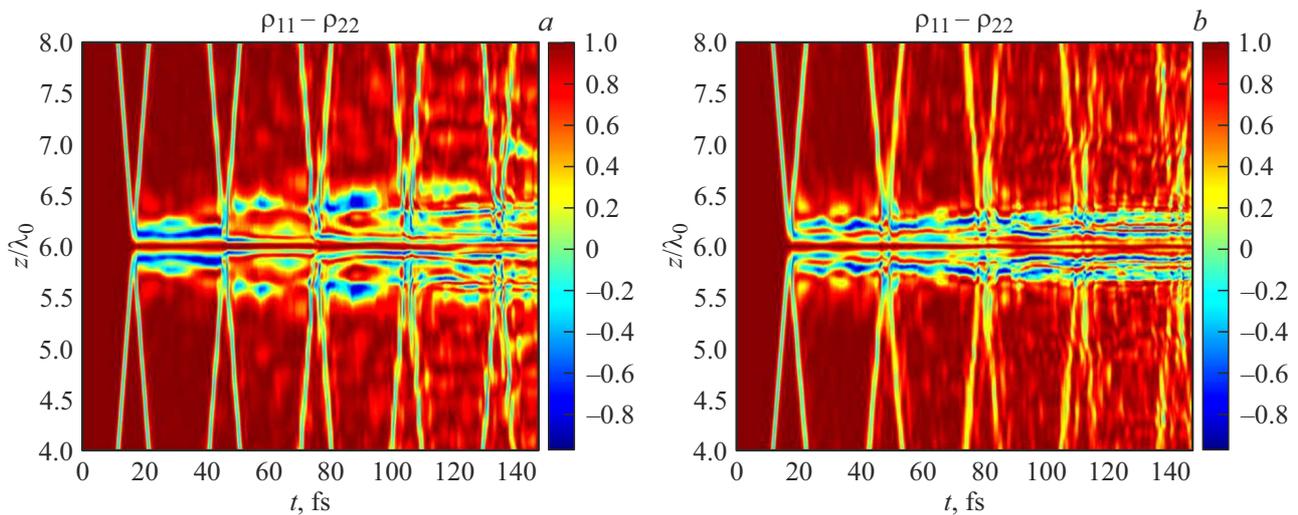


Рис. 19. Пространственно-временная динамика разности населённости $\rho_{11} - \rho_{22}$ трехуровневой среды, $N_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ (a), $N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ (b).

ме гиперболического секанса при распространении импульса в плотной среде происходит его расщепление на пару 2π -подобных полуцикловых импульсов СИП. Однако при этом также происходит формирование ДМ с размытыми границами. Также исследовалось поведение ДМ при столкновении гауссовых 2π -подобных полуцикловых импульсов СИП в трехуровневой среде при разных значениях концентрации частиц. Результаты этих расчетов показали возможность формирования ДМ в плотной среде.

Рассмотренные в настоящей работе структуры открывают новые направления исследований в изучении сверхбыстрых процессов в веществе при отражении аттосекундных импульсов от таких структур [37–40], в физике пространственно-временных фотонных кристаллов [51]

и сверхбыстрой оптике для создания аттосекундного переключения состояния среды [52].

Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 23-12-00012 (раздел 3) и Государственным заданием ФТИ им. А.Ф. Иоффе, тема 0040-2019-0017 (раздел 4).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. Квант. электрон., **50** (9), 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. Quant. Electron., **50** (9), 801 (2020)].
- [2] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. Nature, **530**, 66 (2016).
- [3] Р.М. Архипов, Опт. и спектр., **120**, 802 (2016). [R.M. Arkhipov. Opt. Spectrosc., **120**, 756 (2016)].
- [4] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. Nature Photon., **6**, 304 (2012).
- [5] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. Sci. Rep., **8**, 2669 (2018).
- [6] С.В. Сазонов. Письма в ЖЭТФ, **114**, 160 (2021). [S.V. Sazonov. JETP Lett., **114** (3), 132 (2021)].
- [7] M.M. Glazov, N.N. Rosanov. Phys. Rev. A, **109** (5), 053523 (2024).
- [8] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. Phys. Rev. E, **105**, 055203 (2022).
- [9] E. Ilyakov, B.V. Shishkin, E.S. Efimenko, S.B. Bodrov, M.I. Bakunov. Opt. Express, **30**, 14978 (2022).
- [10] A.S. Kuratov, A.V. Brantov, V.F. Kovalev, V.Yu. Bychenkov. Phys. Rev. E, **106**, 035201 (2022).
- [11] N.N. Rosanov. Opt. Lett., **49** (6), 1493 (2024).
- [12] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. Phys. Rev. E, **106**, 025203 (2022).
- [13] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. Phys. Rev. E, **107**, 035201 (2023).
- [14] H. Dang, J. Gao, H. Wu, X. Guo, Y.R. Shen, L. Tong. arXiv preprint arXiv:2408.07306, (2024).
- [15] Н.Н. Розанов. УФН, **193**, 1127 (2023). [N.N. Rosanov. Phys. Usp., **66**, 1059 (2023)].
- [16] N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov. Contemporary Physics, **64** (3), 224 (2023).
- [17] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов. УФН, **194** (11), 1196 (2024). DOI: 10.3367/UFNr.2024.07.039718 [N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, Phys. Usp., **67** (11) (2024). DOI: 10.3367/UFNe.2024.07.039718].
- [18] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов, Коллективная монография „Терагерцовая фотоника“ под ред. В.Я. Панченко, А.П. Шкуринов (Российская академия наук, М., 2023), с. 360–393.
- [19] Дж. Джексон. Классическая электродинамика (Мир, М., 1965). [J.D. Jackson. Classical Electrodynamics (J. Wiley, NY., 1962)].
- [20] Е.Г. Бессонов. ЖЭТФ, **80**, 852 (1981). [E.G. Bessonov. Sov. Phys. JETP, **53**, 433 (1981)].
- [21] Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **107**, 761 (2009). [N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **107**, 721 (2009)].
- [22] P.H. Bucksbaum. AIP Conference Proceedings, **323** (1), 416–433. (1994).
- [23] A.S. Moskalenko, Z.-G. Zhu, J. Berakdar. Phys. Rep., **672**, 1 (2017).
- [24] N. Rosanov, D. Tumafov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **104** (6), 063101 (2021).
- [25] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **105**, 043103 (2022).
- [26] R. Arkhipov, P. Belov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov. JOSA B, **41** (1), 285 (2024).
- [27] O.O. Diachkova, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. Opt. Commun., **538**, 129475 (2023).
- [28] O. Diachkova, R. Arkhipov, A. Pakhomov, N. Rosanov. Opt. Commun., **565**, 130666 (2024).
- [29] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. Opt. Lett., **49** (10), 2549–2552 (2024).
- [30] Р. Архипов. Квант. электрон., **54** (2), 77 (2024). [R.M. Arkhipov. Bulletin of the Lebedev Physics Institute, **51** (5), S366 (2024)].
- [31] Р.М. Архипов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **132** (5), 532 (2024).
- [32] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. J. Opt. Soc. Am. B, **41** (8), 1721 (2024).
- [33] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **132** (9) (2024).
- [34] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. Opt. Lett., **41**, 4983 (2016).
- [35] R. Arkhipov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Pakhomov, N. Rosanov. JOSA B, **38** (6), 2004 (2021).
- [36] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. ЖЭТФ, **166** (8), 274 (2024).
- [37] R. Quintero-Bermudez, L. Drescher, V. Eggers, K.G. Xiong, S.R. Leone. arXiv preprint arXiv:2407.19609 (2024).
- [38] H.J.B. Marroux, S. Polishchuk, O. Cannelli, R.A. Ingle, G.F. Mancini, C. Bacellar, M. Puppini, R. Geneaux, G. Knopp, L. Foglia, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **57** 115401 (2024).
- [39] U. Choudhry, T. Kim, M. Adams, J. Ranasinghe, R. Yang, B. Liao. J. Appl. Phys., **130** (2021).
- [40] H.J. Eichler, P. Günter, D.W. Pohl. Laser-Induced Dynamic Gratings (Springer, Berlin, 1986), vol. 50.
- [41] А. Ярив. Квантовая электроника (Сов. Радио, М., 1980). [A. Yariv. Quantum Electronics (Wiley, NY., 1975)].
- [42] Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **127**, 1050 (2019)].
- [43] R.K. Bullough, F. Ahmad. Phys. Rev. Lett., **27**, 330 (1971).
- [44] V.P. Kalosha, J. Herrmann. Phys. Rev. Lett., **83**, 544 (1999).
- [45] Н.В. Высотина, Н.Н. Розанов, В.Е. Семенов. Письма в ЖЭТФ, **83**(7), 337 (2006). [N.V. Vysotina, N.N. Rosanov, V.E. Semenov. JETP Lett., **83** (7), 279 (2006)].
- [46] Н.Н. Розанов, В.Е. Семенов, Н.В. Высотина. Квант. электрон., **38**, 137 (2008). [N.N. Rosanov, V.E. Semenov, N.V. Vysotina. Quantum. Electron., **38**, 137 (2008)].
- [47] Н.В. Высотина, Н.Н. Розанов, В.Е. Семенов. Опт. и спектр., **106**, 793 (2009). [N.V. Vysotina, N.N. Rosanov, V.E. Semenov. Opt. Spectrosc., **106**, 713 (2009)].
- [48] Н.Н. Розанов. Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто- (Физматлит, М., 2011), гл. 17.
- [49] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. ЖЭТФ, **114** (5), 1595 (1995). [A.Y. Parkhomenko, S.V. Sazonov, JETP, **87** (5), 864 (1998)].
- [50] N.N. Rosanov, V.E. Semenov, N.V. Vysotina. Laser Phys., **17**, 1311 (2007).
- [51] Y. Sharabi, A. Dikopoltsev, E. Lustig, Y. Lumer, M. Segev. Optica, **9** (6), 585–592 (2022).
- [52] M.T. Hassan. ACS Photonics, **11**, 334–338 (2024).