

# 09 Влияние концентрации частиц на динамику микрорезонаторов при столкновении $2\pi$ -подобных униполярных импульсов самоиндуцированной прозрачности в трехуровневой среде

© Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов

ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: arkhipovrostislav@gmail.com, mikhail.v.arkhipov@gmail.com, antpakhom@gmail.com, nnrosanov@mail.ru

Поступила в редакцию 22.10.2024 г.

В окончательной редакции 29.10.2024 г.

Принята к публикации 29.10.2024 г.

На основе численного решения системы материальных уравнений для матрицы плотности совместно с волновым уравнением для напряжённости электрического поля изучено влияние концентрации частиц трехуровневой среды на динамику микрорезонаторов при столкновении  $2\pi$ -подобных униполярных аттосекундных импульсов самоиндуцированной прозрачности в трехуровневой среде. Также изучено влияние изменения временной формы импульсов при распространении в плотной среде на форму микрорезонаторов. Показано, что с ростом концентрации частиц формирование микрорезонаторов сохраняется, но возможно искажение их формы.

**Ключевые слова:** предельно короткие импульсы, аттосекундные импульсы, динамические микрорезонаторы.

DOI: 10.61011/OS.2024.11.59510.7162-24

## 1. Введение

За последние несколько лет нелинейная оптика униполярных полуцикловых импульсов стала новым, интенсивно развивающимся направлением современной физики и оптики [1]. Этой теме посвящены многочисленные работы [2–14] и обзоры [15–17] и монография [18]. Униполярные полуцикловые импульсы содержат всего одну полуволну напряженности электрического поля и поэтому обладают предельно короткой длительностью в заданном спектральном интервале. Для них важной характеристикой является электрическая площадь импульса, которая определяется, как интеграл от напряженности электрического поля  $E$  по времени  $t$  в заданной точке пространства  $r$  [19–21]:

$$S_E(r) = \int E(r, t) dt. \quad (1)$$

Интерес к полуцикловым импульсам связан с возможностью быстрой передачи механического момента электрону в одном направлении, что делает их перспективными для сверхбыстрого управления свойствами квантовых систем [22–26]. На сегодняшний день доступны импульсы с характерно выраженной полуволной поля, имеющими длительность в аттосекундном диапазоне [2–14], что делает оптику униполярных импульсов важной частью современной аттосекундной физики [15–17]. Ввиду малой длительности таких импульсов (менее одного периода поля) на таких малых временных интервалах возникает много новых явлений,

которые оказываются невозможными с помощью обычных многоцикловых импульсов из нескольких полуволн поля [1, 15–17].

Одним из таких явлений является предсказанная совсем недавно возможность создания и сверхбыстрого управления динамическими микрорезонаторами (ДМ) при столкновении униполярных полуцикловых импульсов в резонансной среде [27–32], см. также обзор [33]. Эффект возникает при когерентном взаимодействии импульсов со средой, когда их длительность и задержки между ними короче времени релаксации поляризации среды  $T_2$ . В случае простейшей двухуровневой среды в области перекрытия импульсов разность населенностей имеет почти постоянное значение. А вне этой области она скачком меняется и имеет другое постоянное значение или изменяется с координатой по какому-либо закону, т.е. в среде возникает решетка разности населенностей [34]. Такая структура представляет собой ДМ.

В работе [32] представлена аналитическая теория формирования таких ДМ в многоуровневой среде в приближении слабого поля (когда справедлива теория возмущений) и разреженной среды. Численные расчеты, проведенные в сильном поле и для плотной двухуровневой среды при столкновении в ней  $2\pi$ -подобных гауссовых импульсов самоиндуцированной прозрачности (СИП), выявили ряд новых особенностей, не предсказанных в рамках простой аналитической модели. К ним относится локализация ДМ в области столкновения импульсов, зависимость его формы от начальной поляриности сталкивающихся импульсов и др. Как показывают

оценки, добротность таких ДМ может достигать  $10^4$  при значительной концентрации атомов среды. Таким образом, концентрация частиц является важным параметром, который влияет на характеристики ДМ. Также при когерентном распространении полужикловых импульсов СИП в плотной среде их форма может меняться [35,36]. В частности, может происходить расщепление импульса на подимпульсы, каждый из которых будет действовать на среду, как импульс СИП.

В настоящей работе изучается влияние концентрации частиц среды и влияние изменения формы импульсов СИП на динамику ДМ при столкновении таких импульсов в трехуровневой среде. Рассмотрен случай столкновения гауссовых импульсов СИП и импульсов в форме гиперболического секанса. В обоих случаях выявлено значительное изменение формы ДМ с ростом концентрации частиц среды. Отражение пробных аттосекундных импульсов от подобных структур может быть использовано для изучения сверхбыстрой динамики электронов в твердых телах [37] и других материалах [38–40].

## 2. Теоретическая модель

В численных расчетах использовалась следующая система уравнений для матрицы плотности трехуровневой среды вместе с волновым уравнением, описывающим эволюцию напряженности электрического поля в среде [41]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{21} = & -\rho_{21}/T_{21} - i\omega_{12}\rho_{21} - i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{22} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{23} + i\frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{31}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{32} = & -\rho_{32}/T_{32} - i\omega_{32}\rho_{32} - i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{22}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{31} + i\frac{d_{13}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{31} = & -\rho_{31}/T_{31} - i\omega_{31}\rho_{31} - i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{33} - \rho_{11}) \\ & - i\frac{d_{12}}{\hbar} E\rho_{32} + i\frac{d_{23}}{\hbar} E\rho_{21}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{11} = & \frac{\rho_{22}}{T_{22}} + \frac{\rho_{33}}{T_{33}} + i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ & - i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*), \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{22} = & -\rho_{22}/T_{22} - i\frac{d_{12}}{\hbar} E(\rho_{21} - \rho_{21}^*) \\ & - i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho_{33} = & -\rho_{33}/T_{33} + i\frac{d_{13}}{\hbar} E(\rho_{13} - \rho_{13}^*) \\ & + i\frac{d_{23}}{\hbar} E(\rho_{23} - \rho_{23}^*), \end{aligned} \quad (7)$$

$$P(z, t) = 2N_0 d_{12} \text{Re} \rho_{12}(z, t) + 2N_0 d_{13} \text{Re} \rho_{13}(z, t), \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2}. \quad (9)$$

В этой системе уравнений содержатся следующие параметры:  $\hbar$  — приведенная постоянная Планка,  $N_0$  — концентрация частиц,  $P$  — поляризация среды,  $\omega_{12}$ ,  $\omega_{32}$ ,  $\omega_{31}$  — частоты резонансных переходов, а  $d_{12}$ ,  $d_{13}$ ,  $d_{23}$  — дипольные моменты переходов. Переменные  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{22}$ ,  $\rho_{33}$  — населенности 1-го, 2-го и 3-го состояний среды соответственно,  $\rho_{21}$ ,  $\rho_{32}$ ,  $\rho_{31}$  — недиагональные элементы матрицы плотности, определяющие динамику поляризации среды,  $T_{ik}$  — времена релаксации. Система (2)–(9) решалась численно. В расчетах ниже времена релаксации намного больше длительности рассматриваемых процессов и не существенны. Одномерное волновое уравнение описывает распространение униполярных импульсов в коаксиальных волноводах [42].

## 3. Влияние эффектов распространения на форму ДМ при когерентном распространении импульсов СИП в плотной среде

В работе [43] было найдено аналитическое решение системы уравнений Максвелла-Блоха для двухуровневой среды в виде униполярного солитона, имеющего форму гиперболического секанса. Впоследствии данный солитон был обнаружен в численных и аналитических расчетах в работах [44–49] для двухуровневых и многоуровневой сред. В данном разделе исследуется влияние изменения формы при столкновении пары импульсов СИП в форме гиперболического секанса, распространяющихся навстречу друг другу из вакуума. Форма этих встречных импульсов, шедших слева и справа в среду навстречу друг другу имеет вид:

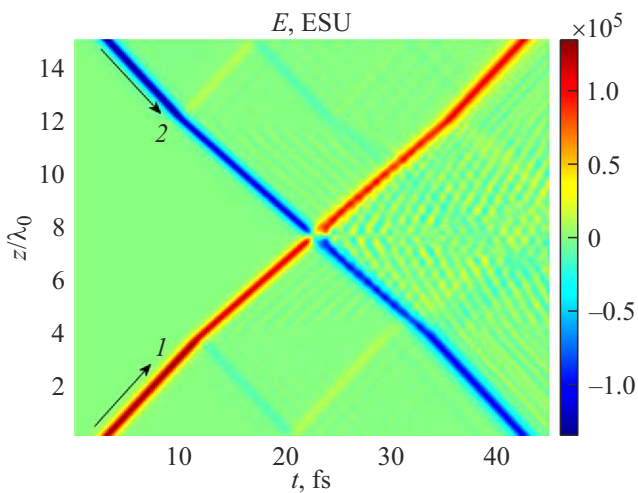
$$\begin{aligned} E(z = 0, t) &= E_{01} \text{sech} \left( \frac{t - 6\tau}{\tau} \right), \\ E(z = L, t) &= E_{02} \text{sech} \left( \frac{t - 6\tau}{\tau} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Для того, чтобы импульс действовал как  $2\pi$  импульса СИП на основной переход 1–2 среды (если среда двухуровневая), амплитуда импульса должна выражаться следующим соотношением [43]:

$$E_0 = \frac{\hbar}{d_{12}\tau}. \quad (11)$$

Численные расчеты, проведенные в двухуровневой [35] и трехуровневой [36] средах, показали изменение формы такого импульса при распространении, в частности возможность его расщепления на подимпульсы.

Длина всей области интегрирования в расчетах, результаты которых приведены ниже, была  $L = 15\lambda_0$ .

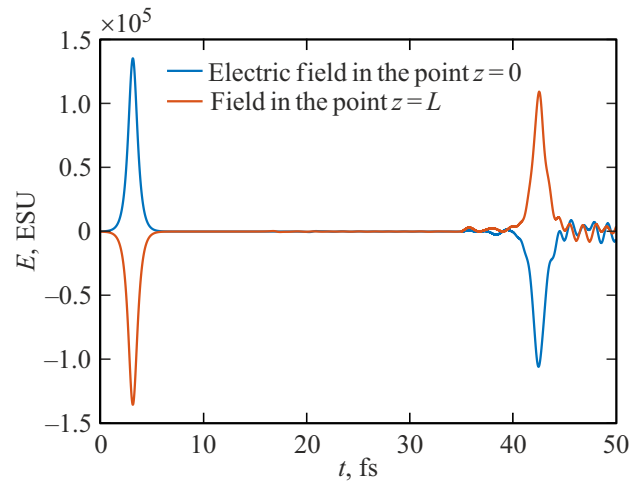


**Рис. 1.** Пространственно-временная динамика электрического поля  $E(z, t)$  в трехуровневой среде.

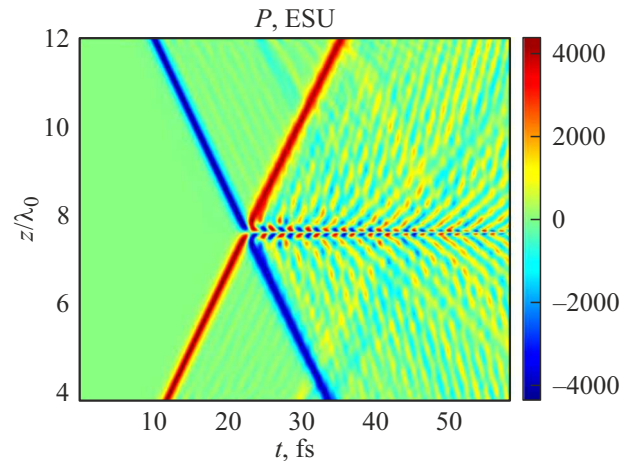
В этой области трехуровневая среда располагалась между точками  $z_1 = 3\lambda_0$  и  $z_2 = 12\lambda_0$ . Нами проводилось численное решение системы уравнений (2)–(9) с начальным условием в виде двух распространяющихся навстречу друг другу полуцикловых импульсов противоположной полярности  $E_{01} = -E_{02} = 135570$  ESU и удовлетворяла условию (12), что соответствовало  $2\pi$ -подобным импульсам СИП. Длительность импульсов  $\tau = 388$  as. Параметры трехуровневой среды: концентрация трехуровневых частиц:  $N_0 = 2 \cdot 10^{20}$  cm $^{-3}$ , частота перехода 1–2:  $\omega_{12} = 2.69 \cdot 10^{15}$  rad/s (соответствующая длина волны перехода:  $\lambda_{12} = \lambda_0 = 700$  nm), дипольный момент перехода 1–2:  $d_{12} = 20$  D, частота перехода 1–3:  $\omega_{13} = 1.5\omega_{12}$ , дипольный момент перехода:  $d_{13} = d_{12}/2$ , частота перехода 2–3:  $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12}$ , дипольный момент перехода 2–3:  $d_{23} = 0$ . Времена релаксации  $T_{1k} = 1$  ns. Полуцикловые импульсы (10),(11) при данных параметрах задачи сталкивались в среде в точке с координатой  $z = z_c = 7.6\lambda_0$ .

Когерентное распространение таких импульсов в среде не сопровождалось значительным изменением формы импульса, а происходило лишь уменьшение их амплитуды с сохранением положительной полярности. В данном примере импульсы испытывали однократное столкновение в среде. Рисунок 1 показывает пространственно-временную динамику напряженности поля импульсов 1 и 2 (направления распространения показаны стрелками) в среде. Временная зависимость электрического поля  $E(t)$  на входе в среду,  $z = 0$ , (синяя кривая  $c$ ) и на выходе из нее,  $z = L$ , (оранжевая линия) показана на рис. 2. Динамика поляризации и разности населенностей на каждом переходе среды представлена на рис. 3–6 соответственно.

На рис. 4–6 видно возникновение тонкого канала на каждом переходе среды. В области столкновения разность населенностей имеет постоянное значение, а

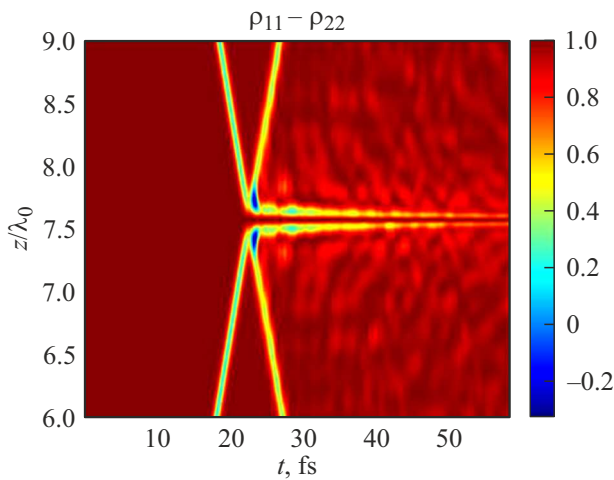


**Рис. 2.** Временная зависимость электрического поля  $E(t)$  на входе в среду,  $z = 0$  (синяя кривая) и на выходе из нее,  $z = L$  (оранжевая линия).

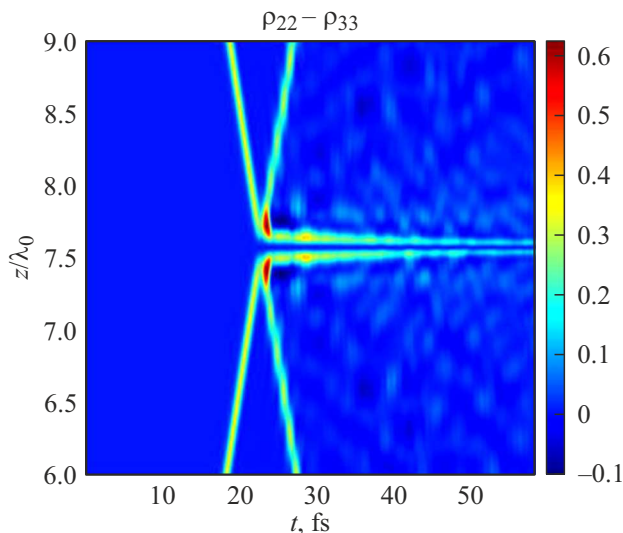


**Рис. 3.** Пространственно-временная динамика поляризации трехуровневой среды  $P(z, t)$ .

вне нее меняется скачком, в среде возникает локализованный ДМ в области перекрытия импульсов. Однако форма данного ДМ меняется со временем и затухает из-за сложных осцилляций поляризации в плотной среде. Если увеличить число столкновений импульсов в среде, то форма ДМ может меняться после каждого столкновения [20–24]. Динамика ДМ на каждом переходе среды для трех столкновений представлена на рис. 7–9. Для создания последовательности импульсов на границе области интегрирования в численных расчетах брались нулевые граничные условия (идеальные зеркала): импульсы, выходя из среды, доходили до границы области интегрирования, отражались от этих зеркал и снова возвращались в среду, сталкивались в ней и так далее. Динамика электрического поля показана на рис. 10. Видно, что в этих примерах форма микрорезонатора практически не меняется после каждого столкновения.



**Рис. 4.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.



**Рис. 5.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

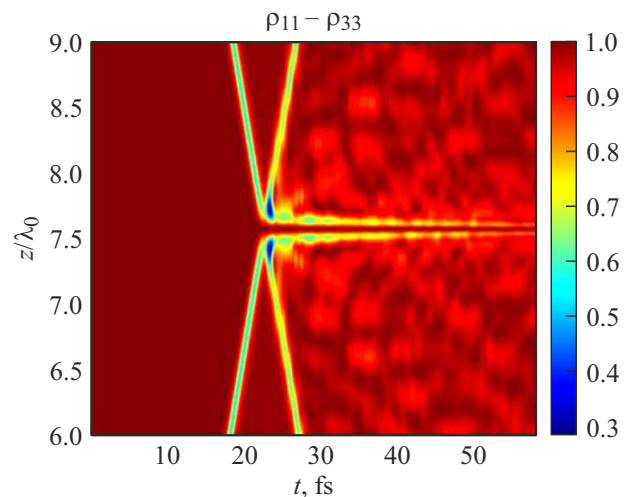
Это связано с тем, что амплитуда импульсов уменьшалась в процессе распространения в плотной среде с расстоянием. Это видно на рис. 2.

Для решения данной проблемы (уменьшение амплитуды поля при распространении в поглощающей среде) потери можно компенсировать усилением. Для этой цели можно использовать полуцикловые диссипативные солитоны СИП, которые могут формироваться в среде, в которой присутствует смесь активных (усиливающих) частиц и пассивных (поглощающих) атомов. Формирование таких солитонов было теоретически показано в работах [45–48]. Их столкновительная динамика изучалась в работе [50], в которой была продемонстрирована возможность формирования решеток населенностей при столкновении таких солитонов в одномодовом световоде.

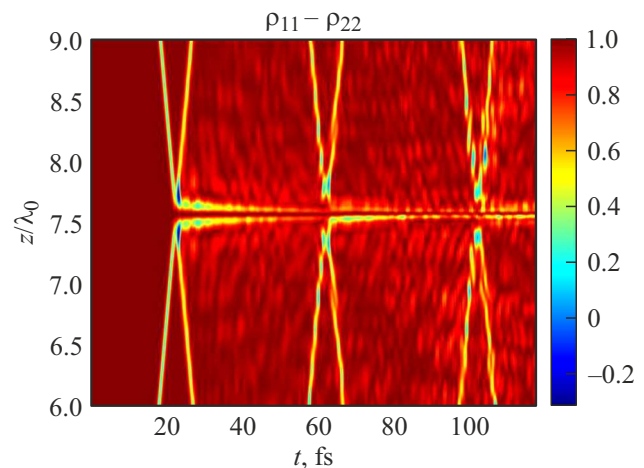
В предыдущем примере амплитуда импульсов была такова, что он действовал подобно  $2\pi$ -импульсу СИП. В следующем примере мы увеличим амплитуду обоих импульсов в 2 раза так, что импульс будет действовать подобно  $4\pi$ -импульсу СИП. При распространении в трехуровневой среде такой импульс испытывает расщепление на пару униполярных импульсов, каждый из которых ведет себя, как  $2\pi$ -подобный импульс СИП [27]. Это расщепление видно из рис. 11, 12. А значение концентрации в этом примере было уменьшено в 2 раза,  $N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ . В этих расчетах амплитуда импульса была увеличена в 2 раза. Остальные параметры те же, что и на рис. 1–6.

Пространственно-временная динамика разности населенностей при однократном прохождении импульсов через среду представлена на рис. 13–15.

Из этих рисунков следует, что микрорезонатор образуется в центре среды. Но его форма немного смазана.



**Рис. 6.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.



**Рис. 7.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.

В следующем разделе рассмотрена динамика ДМ при столкновении гауссовых импульсов в среде.

Из представленных рисунков видно, что наведенные структуры быстро меняются со временем, значительные изменения происходят за времена порядка 10 fs. Поэтому для изучения сверхбыстрых процессов в веществе предпочтительным является отражение (дифракция) пробного импульса аттосекундной длительности от таких структур. Динамика носителей в твердом теле за счет дифракции аттосекундного импульса на решетках атомных населенностей экспериментально изучалась в работе [28].

#### 4. Динамика ДМ при столкновении гауссовых импульсов в среде с ростом концентрации среды

В численных расчетах, результаты которых представлены в данном разделе, среда возбуждалась последова-

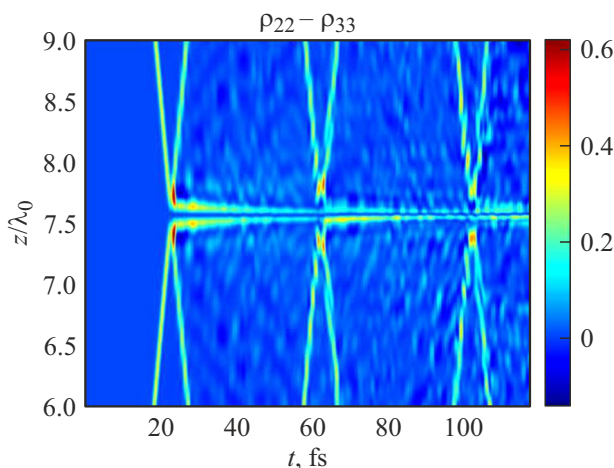


Рис. 8. Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

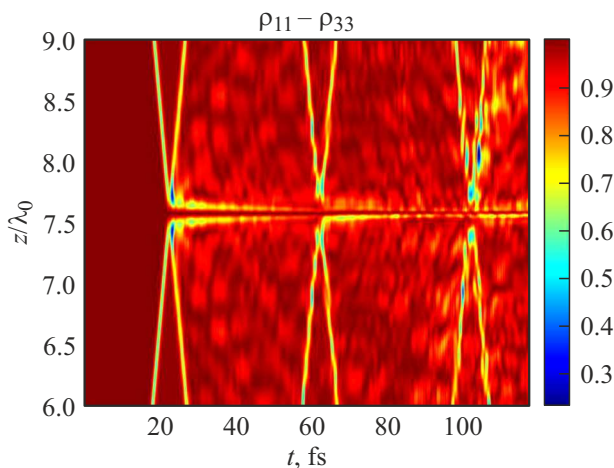


Рис. 9. Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.

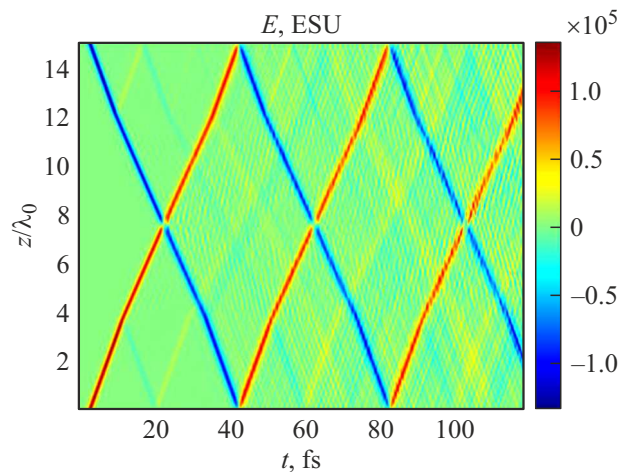


Рис. 10. Пространственно-временная динамика электрического поля  $E(z, t)$ .

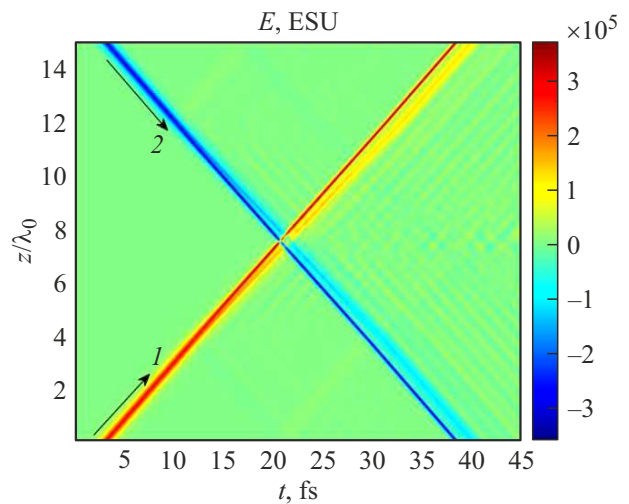


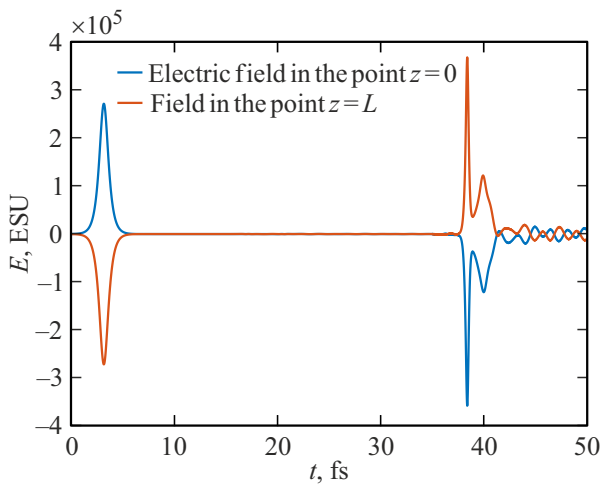
Рис. 11. Пространственно-временная динамика электрического поля  $E(z, t)$  в трехуровневой среде.

тельно встречных полужикловых импульсов, имевших гауссову форму. В начальный момент времени в среде навстречу друг другу слева и справа посылались пара гауссовых импульсов

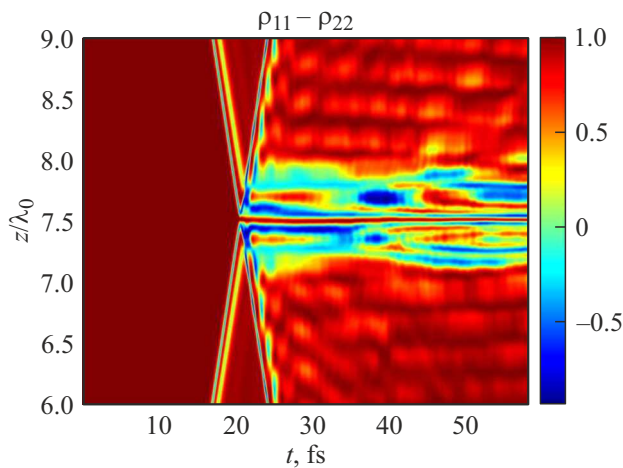
$$E_1(z = 0, t) = E_{01} e^{-\frac{(t-\Delta_1)^2}{\tau^2}}, \quad (12)$$

$$E_2(z = L, t) = E_{02} e^{-\frac{(t-\Delta_2)^2}{\tau^2}}. \quad (13)$$

Здесь  $\Delta_1 = \Delta_2 = 2.5\tau$ . Проводилась серия численных расчетов пространственно-временной динамики разности населенностей при разных значениях концентрации частиц среды. Амплитуда импульсов была  $E_{01} = -E_{02} = 175000$  ESU. Амплитуда импульсов подобрана так, что импульсы действуют, как импульсы СИП для перехода 1–2 среды. Длительность импульсов:  $\tau = 777$  as. Параметры трехуровневой среды: частота



**Рис. 12.** Временная зависимость электрического поля  $E(t)$  на входе в среду,  $z = 0$  (синяя кривая) и на выходе из нее,  $z = L$  (оранжевая линия).



**Рис. 13.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды.

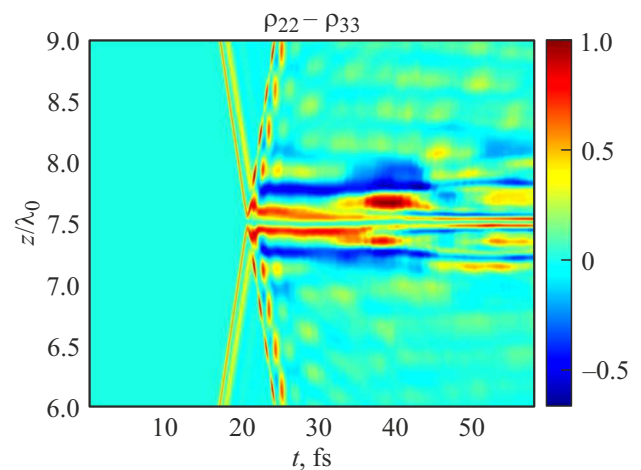
перехода 1–2:  $\omega_{12} = 2.69 \cdot 10^{15}$  rad/s (соответствующая длина волны перехода:  $\lambda_{12} = \lambda_0 = 700$  nm), дипольный момент перехода 1–2:  $d_{12} = 20$  D, частота перехода 1–3:  $\omega_{13} = 1.7\omega_{12}$ , дипольный момент перехода:  $d_{13} = 0$ , частота перехода 2–3:  $\omega_{23} = \omega_{13} - \omega_{12}$ , дипольный момент перехода 2–3:  $d_{23} = 1.5d_{12}$ . Времена релаксации  $T_{1k} = 1$  ns. Различие времен релаксации для разных уровней не принципиально в виду того, что длительность рассматриваемых процессов значительно короче времен релаксации. Концентрация трехуровневых частиц среды была варьируемым параметром.

Рисунки 16, *a*–18, *a* иллюстрируют динамику разности населенностей на каждом переходе среды при  $N_0 = 10^{19}$  cm $^{-3}$  в результате пяти столкновений импульсов в среде. Мгновенное распределение разности населенностей в пространстве после первого столкновения показана на рис. 16, *b*–18, *b*. Импульсы в этих примерах

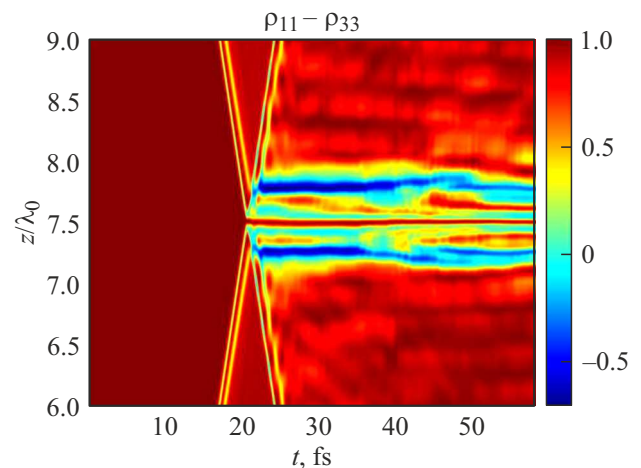
сталкиваются в точке  $z_c = 6\lambda_0$ . Так как импульсы имеют противоположную полярность, в окрестности точки столкновения напряженность поля близка к нулю и среда не возбуждена. А по краям от этой области возникает решетка населенностей из нескольких периодов. Таким образом, возникает ДМ, локализованный в области перекрытия импульсов. Аналогичные структуры наблюдались при столкновении импульсов СИП в двухуровневой среде [35].

Пространственно-временная динамика разности населенностей на основном переходе 1–2 показана на рис. 19, *a* при  $N_0 = 5 \cdot 10^{19}$  cm $^{-3}$  и на рис. 19, *b* при  $N_0 = 10^{20}$  cm $^{-3}$ .

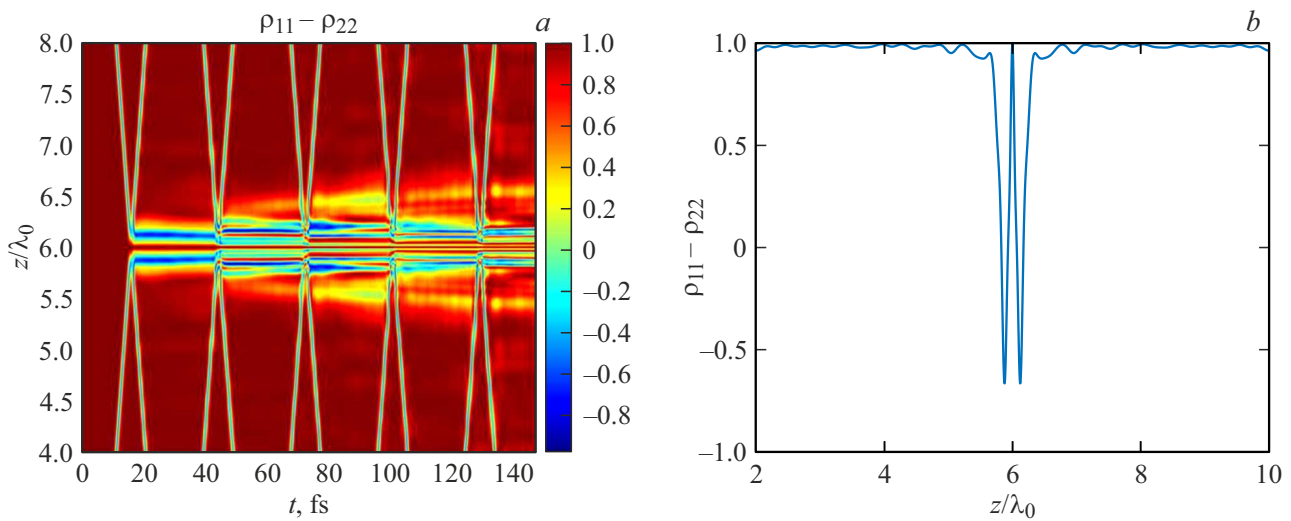
Аналогичная динамика наблюдается и на других резонансных переходах среды. Из этих рисунков видно, что ДМ сохраняется и в плотной среде. С ростом числа столкновений число периодов в решетке увеличивается, как и в двухуровневой среде [26]. Из рис. 19, *b* следует важный результат сохранения ДМ при концентрации



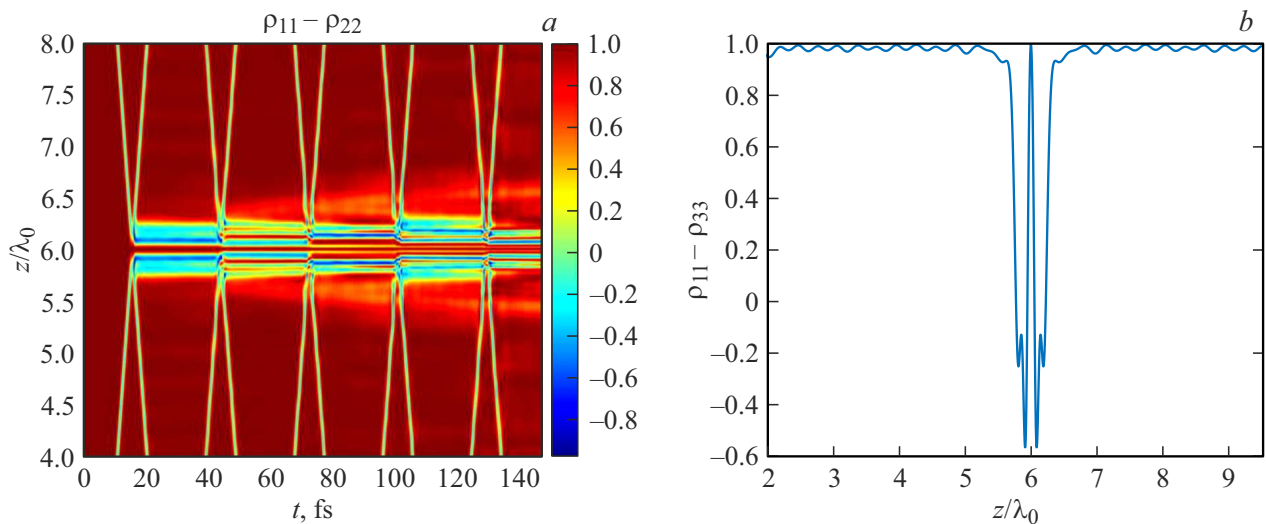
**Рис. 14.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.



**Рис. 15.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды.



**Рис. 16.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды (a) и сечение этой зависимости при  $t = 30$  fs (b),  $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .



**Рис. 17.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{33}$  трехуровневой среды (a) и сечение этой зависимости при  $t = 30$  fs (b),  $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .

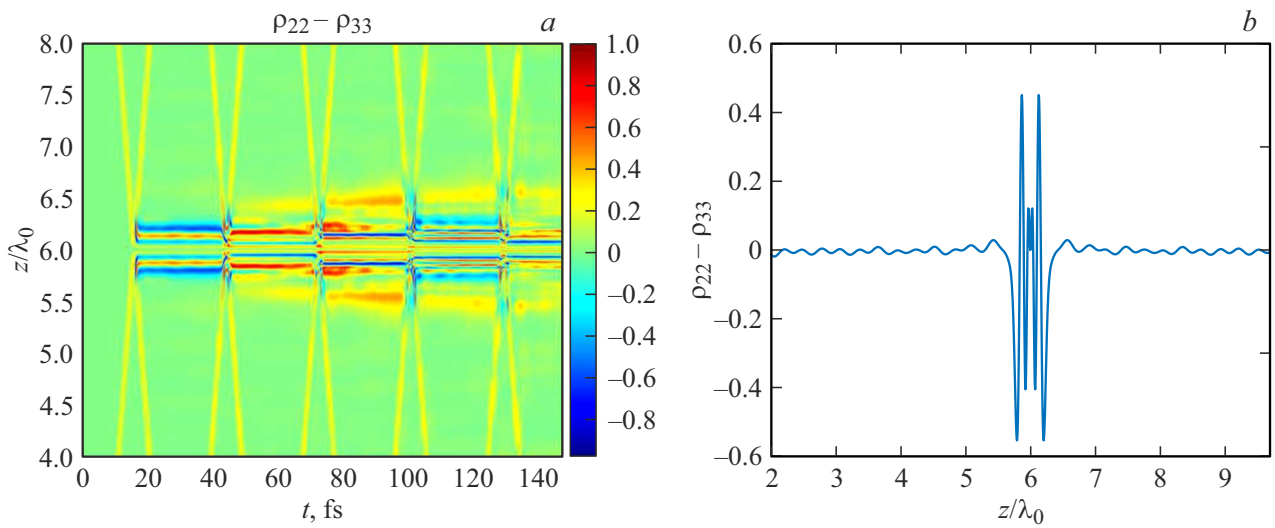
$N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ . Как показано в работе [26], добротность ДМ при таких больших концентрациях может достигать 10–1000 в плотной среде. Однако добротность в этой работе была оценена в приближении стационарной решетки. В нашем случае структуры являются динамическими — они меняются со временем и существуют на временах порядка времени фазовой памяти среды  $T_2$ . Поэтому приведенные оценки справедливы на временных интервалах, меньших данного времени.

## Заключение

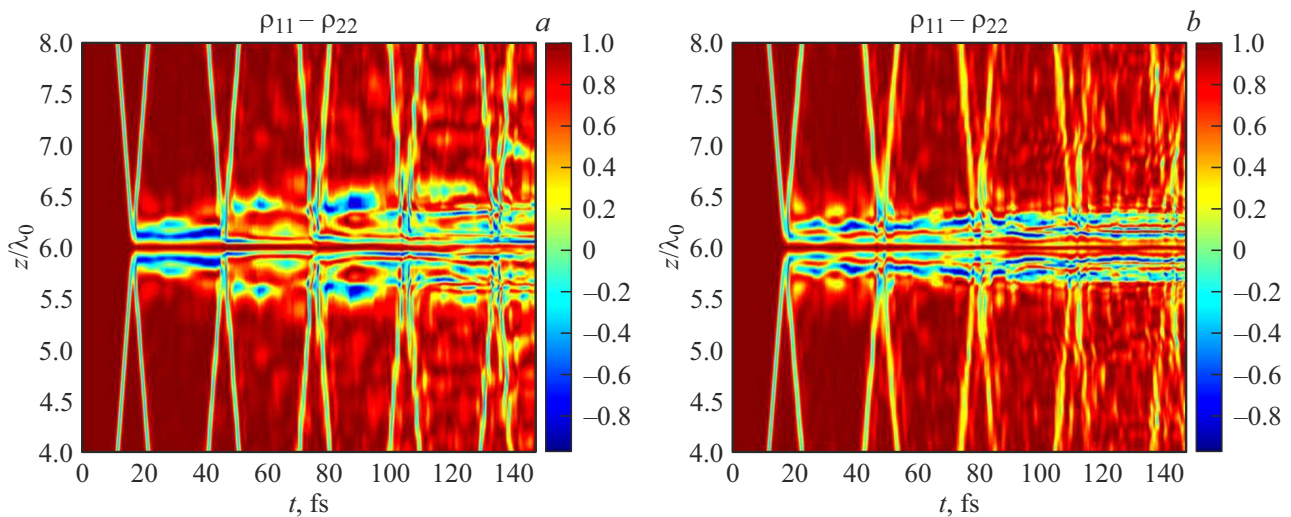
В настоящей работе на основании численных расчетов изучено формирование и управление динамическими

микрорезонаторами при столкновении униполярных импульсов двух типов: гауссовых и в форме гиперболического секанса в трехуровневой плотной среде при варьировании плотности среды. Начальные импульсы имели противоположную полярность. Параметры импульсов подобраны так, что импульсы действовали подобно  $2\pi$ - и  $4\pi$ -импульсам СИП на основной переход среды.

Показано, что в случае столкновения  $2\pi$ -подобных импульсов в форме гиперболического секанса происходит формирование ДМ, форма которого практически не изменяется с ростом числа столкновений между импульсами. Происходит только затухание амплитуды равенности населенностей. Это происходит за счет уменьшения амплитуды импульса при распространении. Для



**Рис. 18.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{22} - \rho_{33}$  трехуровневой среды (a) и сечение этой зависимости при  $t = 30$  fs (b),  $N_0 = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ .



**Рис. 19.** Пространственно-временная динамика разности населённости  $\rho_{11} - \rho_{22}$  трехуровневой среды,  $N_0 = 5 \cdot 10^{19} \text{ cm}^{-3}$  (a),  $N_0 = 10^{20} \text{ cm}^{-3}$  (b).

решения данной проблемы возможно использование диссипативных солитонов СИП для создания ДМ [45–48]. В случае столкновения  $4\pi$ -подобных импульсов в форме гиперболического секанса при распространении импульса в плотной среде происходит его расщепление на пару  $2\pi$ -подобных полуцикловых импульсов СИП. Однако при этом также происходит формирование ДМ с размытыми границами. Также исследовалось поведение ДМ при столкновении гауссовых  $2\pi$ -подобных полуцикловых импульсов СИП в трехуровневой среде при разных значениях концентрации частиц. Результаты этих расчетов показали возможность формирования ДМ в плотной среде.

Рассмотренные в настоящей работе структуры открывают новые направления исследований в изучении сверх-

быстрых процессов в веществе при отражении аттосекундных импульсов от таких структур [37–40], в физике пространственно-временных фотонных кристаллов [51] и сверхбыстрой оптике для создания аттосекундного переключения состояния среды [52].

### Финансирование работы

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 23-12-00012 (раздел 3) и Государственным заданием ФТИ им. А.Ф. Иоффе, тема 0040-2019-0017 (раздел 4).



## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. Квант. электрон., **50** (9), 801 (2020). [R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, N.N. Rosanov. Quant. Electron., **50** (9), 801 (2020)].
- [2] M.T. Hassan, T.T. Luu, A. Moulet, O. Raskazovskaya, P. Zhokhov, M. Garg, N. Karpowicz, A.M. Zheltikov, V. Pervak, F. Krausz, E. Goulielmakis. Nature, **530**, 66 (2016).
- [3] Р.М. Архипов. Опт. и спектр., **120**, 802 (2016). [R.M. Arkhipov. Opt. Spectrosc., **120**, 756 (2016)].
- [4] H.-C. Wu, J. Meyer-ter Vehn. Nature Photon., **6**, 304 (2012).
- [5] J. Xu, B. Shen, X. Zhang, Y. Shi, L. Ji, L. Zhang, T. Xu, W. Wang, X. Zhao, Z. Xu. Sci. Rep., **8**, 2669 (2018).
- [6] С.В. Сазонов. Письма в ЖЭТФ, **114**, 160 (2021). [S.V. Sazonov. JETP Lett., **114** (3), 132 (2021)].
- [7] М.М. Глазов, Н.Н. Розанов. Phys. Rev. A, **109** (5), 053523 (2024).
- [8] A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov. Phys. Rev. E, **105**, 055203 (2022).
- [9] Е. Иляков, В.В. Шишкин, Е.С. Ефименко, С.В. Бодров, М.И. Бакунев. Opt. Express, **30**, 14978 (2022).
- [10] A.S. Kuratov, A.V. Brantov, V.F. Kovalev, V.Yu. Bychenkov. Phys. Rev. E, **106**, 035201 (2022).
- [11] N.N. Rosanov. Opt. Lett., **49** (6), 1493 (2024).
- [12] S. Wei, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. Phys. Rev. E, **106**, 025203 (2022).
- [13] Q. Xin, Y. Wang, X. Yan, B. Eliasson. Phys. Rev. E, **107**, 035201 (2023).
- [14] H. Dang, J. Gao, H. Wu, X. Guo, Y.R. Shen, L. Tong. arXiv preprint arXiv:2408.07306, (2024).
- [15] Н.Н. Розанов. УФН, **193**, 1127 (2023). [N.N. Rosanov. Phys. Usp., **66**, 1059 (2023)].
- [16] N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov. Contemporary Physics, **64** (3), 224 (2023).
- [17] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов. УФН, **194** (11), 1196 (2024). DOI: 10.3367/UFNr.2024.07.039718 [N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov. Phys. Usp., **67** (11), 1129 (2024). DOI: 10.3367/UFNe.2024.07.039718].
- [18] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.В. Пахомов. Коллективная монография „Терагерцовая фотоника“ под ред. В.Я. Панченко, А.П. Шкуринов (Российская академия наук, М., 2023), с. 360–393.
- [19] Дж. Джексон. Классическая электродинамика (Мир, М., 1965). [J.D. Jackson. Classical Electrodynamics (J. Wiley, NY., 1962)].
- [20] Е.Г. Бессонов. ЖЭТФ, **80**, 852 (1981). [E.G. Bessonov. Sov. Phys. JETP, **53**, 433 (1981)].
- [21] Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **107**, 761 (2009). [N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **107**, 721 (2009)].
- [22] P.H. Bucksbaum. AIP Conference Proceedings, **323** (1), 416–433. (1994).
- [23] A.S. Moskalenko, Z.-G. Zhu, J. Berakdar. Phys. Rep., **672**, 1 (2017).
- [24] N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **104** (6), 063101 (2021).
- [25] A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov, R. Arkhipov. Phys. Rev. A, **105**, 043103 (2022).
- [26] R. Arkhipov, P. Belov, A. Pakhomov, M. Arkhipov, N. Rosanov. JOSA B, **41** (1), 285 (2024).
- [27] O.O. Diachkova, R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, A.V. Pakhomov, N.N. Rosanov. Opt. Commun., **538**, 129475 (2023).
- [28] O. Diachkova, R. Arkhipov, A. Pakhomov, N. Rosanov. Opt. Commun., **565**, 130666 (2024).
- [29] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. Opt. Lett., **49** (10), 2549–2552 (2024).
- [30] Р. Архипов. Квант. электрон., **54** (2), 77 (2024). [R.M. Arkhipov. Bulletin of the Lebedev Physics Institute, **51** (5), S366 (2024)].
- [31] Р.М. Архипов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **132** (5), 532 (2024).
- [32] R. Arkhipov, A. Pakhomov, O. Diachkova, M. Arkhipov, N. Rosanov. J. Opt. Soc. Am. B, **41** (8), 1721 (2024).
- [33] Р.М. Архипов, О.О. Дьячкова, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **132** (9), 918 (2024).
- [34] R.M. Arkhipov, M.V. Arkhipov, I. Babushkin, A. Demircan, U. Morgner, N.N. Rosanov. Opt. Lett., **41**, 4983 (2016).
- [35] R. Arkhipov, M. Arkhipov, I. Babushkin, A. Pakhomov, N. Rosanov. JOSA B, **38** (6), 2004 (2021).
- [36] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, Н.Н. Розанов. ЖЭТФ, **166** (8), 274 (2024).
- [37] R. Quintero-Bermudez, L. Drescher, V. Eggers, K.G. Xiong, S.R. Leone. arXiv preprint arXiv:2407.19609 (2024).
- [38] H.J.B. Marroux, S. Polishchuk, O. Cannelli, R.A. Ingle, G.F. Mancini, C. Bacellar, M. Puppini, R. Geneaux, G. Knopp, L. Foglia. J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., **57**, 115401 (2024).
- [39] U. Choudhry, T. Kim, M. Adams, J. Ranasinghe, R. Yang, B. Liao. J. Appl. Phys., **130** (2021).
- [40] H.J. Eichler, P. Günter, D.W. Pohl. *Laser-Induced Dynamic Gratings* (Springer, Berlin, 1986), vol. 50.
- [41] А. Ярив. Квантовая электроника (Сов. Радио, М., 1980). [A. Yariv. Quantum Electronics (Wiley, NY., 1975)].
- [42] Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **127**, 960 (2019). [N.N. Rosanov. Opt. Spectrosc., **127**, 1050 (2019)].
- [43] R.K. Bullough, F. Ahmad. Phys. Rev. Lett., **27**, 330 (1971).
- [44] V.P. Kalosha, J. Herrmann. Phys. Rev. Lett., **83**, 544 (1999).
- [45] Н.В. Высотина, Н.Н. Розанов, В.Е. Семенов. Письма в ЖЭТФ, **83** (7), 337 (2006). [N.V. Vysotina, N.N. Rosanov, V.E. Semenov. JETP Lett., **83** (7), 279 (2006)].
- [46] Н.Н. Розанов, В.Е. Семенов, Н.В. Высотина. Квант. электрон., **38**, 137 (2008). [N.N. Rosanov, V.E. Semenov, N.V. Vysotina. Quantum. Electron., **38**, 137 (2008)].
- [47] Н.В. Высотина, Н.Н. Розанов, В.Е. Семенов. Опт. и спектр., **106**, 793 (2009). [N.V. Vysotina, N.N. Rosanov, V.E. Semenov. Opt. Spectrosc., **106**, 713 (2009)].
- [48] Н.Н. Розанов. *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-* (Физматлит, М., 2011), гл. 17.
- [49] А.Ю. Пархоменко, С.В. Сазонов. ЖЭТФ, **114** (5), 1595 (1995). [A.Y. Parkhomenko, S.V. Sazonov. JETP, **87** (5), 864 (1998)].
- [50] N.N. Rosanov, V.E. Semenov, N.V. Vysotina. Laser Phys., **17**, 1311 (2007).
- [51] Y. Sharabi, A. Dikopoltsev, E. Lustig, Y. Lumer, M. Segev. Optica, **9** (6), 585–592 (2022).
- [52] M.T. Hassan. ACS Photonics, **11**, 334–338 (2024).