06

Моды и пороговое условие градиентного волновода с неоднородными усилением и поглощением

© А.А. Гладкий, Н.Н. Розанов

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: gladkij.aa@edu.spbstu.ru

Поступила в редакцию 03.05.2024 г.
В окончательной редакции 15.07.2024 г.
Принята к публикации 30.10.2024 г.

Проведён анализ мод линейного градиентного оптического волновода с квадратичной радиальной зависимостью поглощения и усиления. При этом профили показателя преломления и поглощения/усиления различаются. Рассчитаны параметры, при которых реализуется порог генерации, то есть поглощение излучения компенсируется усилением, что обеспечивает распространение пучка излучения с неизменной амплитудой.

Ключевые слова: градиентный волновод, усиление, пороговое условие, гауссовы пучки.

DOI: 10.61011/OS.2024.12.59799.6430-24

Введение

Дифракционное расплывание излучения, сопровождающееся уменьшением его интенсивности, может компенсироваться неоднородным профилем показателя преломления среды — случай градиентных оптических волноводов [1]. Однако в реальных средах имеется поглощение излучения, что приводит к постепенному убыванию интенсивности. Профили показателя преломления и поглощения в общем случае различаются, обычно поглощение можно считать пространственно однородным. В связи с этим возникает задача компенсации такого поглощения усилением, которое существенно неоднородно и преобладает в осевой области волновода. Это и является целью настоящего сообщения. Отметим, что эта задача актуальна и в ряде проблем нелинейной оптики, например, для солитонов самоиндуцированной прозрачности [2–4].

Теоретическое описание

Распространение пучка монохроматического излучения с электрической напряженностью $\tilde{E}$ и частотой ω в линейной среде с диэлектрической проницаемостью ε, зависящей от расстояния до оси волновода r, описывается уравнением Гельмгольца:

$$\Delta\tilde{E} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon(r)\tilde{E} = 0, \qquad (1)$$

где c — скорость света.

Перейдём от уравнения для амплитуды $\tilde{E}$ к уравнению для огибающей [5–7], подставляя $\tilde{E} = E\exp(ik_0 z)$ в уравнение (1):

$$2ik_0\frac{\partial E}{\partial z} + \Delta_\perp E + k_0^2\frac{\delta\varepsilon(r)}{\varepsilon_0}E = 0, \qquad (2)$$

где E — медленно меняющаяся огибающая, $\varepsilon(r) = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon(r)$, $k_0^2 = (\omega/c)^2\varepsilon_0$, $\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, x и y — поперечные декартовы координаты, излучение распространяется вдоль оси z. Нас интересуют осесимметричные моды без угловой зависимости. Для них в цилиндрической системе координат

$$E = A(r)\exp(i\delta k z).$$

В среде с поглощением добавка к волновому числу δk в общем случае комплексная. Получим обыкновенное дифференциальное уравнение для $A(r)$:

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dA}{dr}\right) - 2k_0\delta k A + k_0^2\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}A = 0. \qquad (3)$$

Будем искать решение в виде гауссова пучка $A(r) = A_0\exp(-\gamma r^2)$ [1]. В рассматриваемом случае величина γ комплексная, $\mathrm{Im}\gamma$ отвечает за кривизну волнового фронта. После подстановки в (3) получим

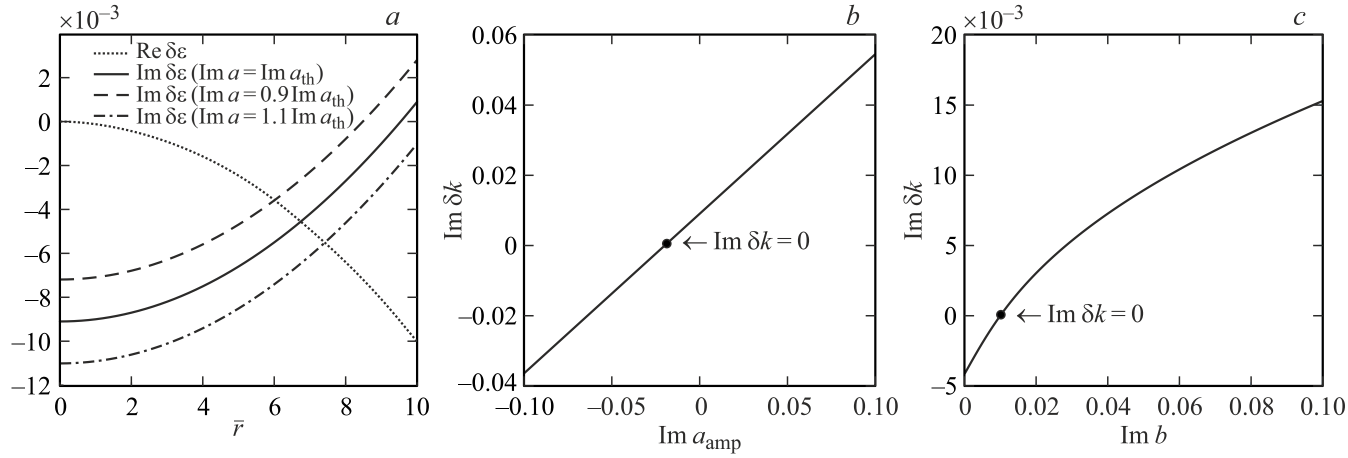
$$4\gamma(1-\gamma r^2) + 2k_0\delta k = k_0^2\frac{\delta\varepsilon}{\varepsilon_0}. \qquad (4)$$

Из (4) виден подходящий вид $\delta\varepsilon$: $\delta\varepsilon(r) = a + b(\frac{r}{r_0})^2$, задаваемые постоянные a и b — комплексные. Приравнивая члены при разных степенях r, получим два комплексных уравнения для комплексных неизвестных δk и γ:

$$4\gamma^2 = -\frac{k_0^2}{\varepsilon_0}\frac{b}{r_0^2},$$

$$4\gamma + 2k_0\delta k = \frac{k_0^2}{\varepsilon_0}a. \qquad (5)$$

Пороговое условие выполняется при $\mathrm{Im}\delta k = 0$, это накладывает ограничения на параметры a и b. Из первого уравнения в (5) находим одно значение γ (требуем



(a) Профили вещественной (пунктирная линия) и мнимых частей добавки $\delta\varepsilon$ к диэлектрической проницаемости ε в зависимости от безразмерного расстояния от оси z. Сплошная линия соответствует пороговому случаю $\mathrm{Im}a = (\mathrm{Im}a)_{\mathrm{th}}$, штриховая — случаю $\mathrm{Im}a = 0.9(\mathrm{Im}a)_{\mathrm{th}}$, штрихпунктирная — $\mathrm{Im}a = 1.1(\mathrm{Im}a)_{\mathrm{th}}$. ($b$) Изменение значения $\mathrm{Im}\delta k$ в зависимости от $\mathrm{Im}a_{amp}$ при $\mathrm{Im}b = 0.01$ и $\mathrm{Im}a_{\mathrm{loss}} = 0.01$. Пороговое значение достигается при $\mathrm{Im}a_{\mathrm{amp}} \approx -0.0191$. ($c$) Изменение значения $\mathrm{Im}\delta k$ в зависимости от $\mathrm{Im}b$ при $\mathrm{Im}a_{\mathrm{amp}} = -0.0191$ и $\mathrm{Im}a_{\mathrm{loss}} = 0.01$. Пороговое значение достигается при $\mathrm{Im}b \approx 0.01$.

$\mathrm{Re}\gamma > 0$). После чего из второго уравнения в (5) находим также одно значение δk. Ненулевое значение $\mathrm{Im}\delta k$ сохраняет экспоненциальный множитель $\exp(-\mathrm{Im}\delta k z)$, при $\mathrm{Im}\delta k > 0$ происходит затухание излучения, а при $\mathrm{Im}\delta k < 0$, наоборот, усиление. Таким образом, получаем следующие соотношения:

$$\mathrm{Re}\gamma = \frac{\omega}{\sqrt{2}r_0 c}\sqrt{|b| - \mathrm{Re}b},$$

$$\mathrm{Im}\gamma = -\frac{\omega}{\sqrt{2}r_0 c}\frac{\mathrm{Im}b}{\sqrt{|b| - \mathrm{Re}b}},$$

$$\mathrm{Re}\delta k = -\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}}\left[\frac{1}{\sqrt{2}r_0}\sqrt{|b| - \mathrm{Re}b} - \frac{\omega}{2c}\mathrm{Re}a\right],$$

$$\mathrm{Im}a = -\frac{\sqrt{2}c}{r_0\omega}\frac{\mathrm{Im}b}{\sqrt{|b| - \mathrm{Re}b}}. \tag{6}$$

Мы считаем заданным профиль вещественного показателя преломления (величины $\mathrm{Re}a$ и $\mathrm{Re}b$). Величины же $\mathrm{Im}a$ (прпорционально усилению на оси волновода) и $\mathrm{Im}b$ (определяет радиальный профиль усиления/поглощения) варьируются. Пороговое условие достигается при указанном в последнем уравнении (6) соотношении двух последних параметров. По этому соотношению можно найти требуемое значение усиления на оси волновода в зависимости от крутизны профиля усиления/поглощения. Без ограничения общности можно считать $\mathrm{Re}a = 0$, а для локализации излучения необходимо считать $\mathrm{Re}b < 0$. Изначально среда является поглощающей. Параметр $\mathrm{Im}a$ можно представить в виде $\mathrm{Im}a = \mathrm{Im}a_{\mathrm{loss}} + \mathrm{Im}a_{\mathrm{amp}}$, где $\mathrm{Im}a_{\mathrm{loss}}$ определяет начальное поглощение среды и является известной величиной, а $\mathrm{Im}a_{\mathrm{amp}}$ является одним из параметров усиления. При правильно подобранных параметрах $\mathrm{Im}a_{\mathrm{amp}}$ и $\mathrm{Im}b$ обеспечивается вышеописанное распространение излучения, а именно:

$$\mathrm{Im}a_{\mathrm{amp}} = -\mathrm{Im}a_{\mathrm{loss}} - \frac{\sqrt{2}c}{r_0\omega}\frac{\mathrm{Im}b}{\sqrt{|b| - \mathrm{Re}b}}. \tag{7}$$

Вещественные части a и b задают параметры волновода:

$$\mathrm{Re}\varepsilon = \varepsilon_0 + \mathrm{Re}a + \mathrm{Re}b\left(\frac{r}{r_0}\right)^2 = \varepsilon_0 - |\mathrm{Re}b|\left(\frac{r}{r_0}\right)^2. \tag{8}$$

Мнимые части a и b определяют характер изменения поглощения или усиления среды в зависимости от расстояния до главной оси распространения излучения z:

$$\mathrm{Im}\varepsilon = \mathrm{Im}a + \mathrm{Im}b\left(\frac{r}{r_0}\right)^2. \tag{9}$$

При $r = 0$ в среде с усилением $\mathrm{Im}a < 0$, когда $\mathrm{Im}\varepsilon$ меняет знак, происходит переход к поглощению излучения на периферии. Обозначим параметр $\mathrm{Im}a$, удовлетворяющий пороговому условию (7), как $(\mathrm{Im}a)_{\mathrm{th}}$. Это соответствует случаю, когда усиление на оси z компенсирует дифракцию и поглощение излучения на периферии (рисунок, a). Если величина $|\mathrm{Im}a|$ будет меньше порогового значения $|(\mathrm{Im}a)_{\mathrm{th}}|$, то усиления будет недостаточно, чтобы компенсировать процессы, приводящие к затуханию амплитуды излучения. Если $|\mathrm{Im}a|$ будет превышать $|(\mathrm{Im}a)_{\mathrm{th}}|$, то возникнет обратная ситуация, когда усиление преобладает над поглощением. На рисунке b, c отражено изменение величины $\mathrm{Im}\delta k$ в зависимости от параметров усиления.

Заключение

Представленное аналитическое рассмотрение показывает возможность компенсации поглощения излучения в градиентном волноводе усилением. Найдено пороговое условие, задающее соотношение для параметров диэлектрической проницаемости, при которых излучение распространяется без изменения амплитуды. Описанные эффекты могут проявляться в градиентном оптоволокне, допированным активными центрами с заданным профилем концентрации.

Финансирование работы

Исследование поддержано Российским научным фондом, грант 23-12-00012.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Д. Маркузе, *Оптические волноводы* (Мир, М., 1974), 576 с.
[2] S.L. McCall, E.L. Hahn. Phys. Rev., **183**, 457 (1969). DOI: 10.1103/PhysRev.183.457
[3] Л. Аллен, Дж. Эберли. *Оптический резонанс и двухуровневые атомы* (Мир, М., 1978).
[4] И.А. Полуэктов, Ю.М. Попов, В.С. Ройтберг. УФН, **114** (1), 97 (1974). DOI: 10.3367/UFNr.0114.197409e.0097
[5] А.И. Маймистов. Квант. электрон., **40**(9), 801 (2010). DOI: 10.1070/QE2010v040n09ABEH014396
[6] Н.Н. Розанов. *Диссипативные оптические солитоны. От микро- к нано- и атто-* (ФИЗМАТЛИТ, М., 2011).
[7] A.I. Maimistov, A.M. Basharov. *Nonlinear Optical Waves* (Springer Science+Business Media B.V., Dordrecht, 1999). DOI: 10.1007/978-94-017-2448-7