

05

## Нелинейное рассеяние короткого интенсивного лазерного импульса протяженными мишенями субмикронного размера

© А.А. Андреев<sup>1,3</sup>, Л.А. Литвинов<sup>1</sup>, К.Ю. Платонов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный университет,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,  
Санкт-Петербург, Россия

<sup>3</sup> ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН,  
Санкт-Петербург, Россия

e-mail:

Поступила в редакцию 18.09.2024 г.

В окончательной редакции 27.11.2024 г.

Принята к публикации 03.12.2024 г.

Рассмотрено вторичное излучение ускоренных электронов протяженных мишеней субмикронных поперечных размеров, облучаемых коротким релятивистски интенсивным лазерным импульсом. Показано, что из рассеянного мишенью электрического (магнитного) поля при определенных условиях можно выделить униполярный импульс ультракороткой длительности, который будет распространяться в одном из боковых направлений по отношению к направлению движения исходного лазерного импульса.

**Ключевые слова:** лазерная плазма, ультракороткий импульс, униполярный импульс.

DOI: 10.61011/OS.2024.12.59807.6318-24

### Введение

Линейная теория рассеяния отдельными частицами и микротелами хорошо известна [1]. Уравнения движения частиц и уравнения Максвелла для полей решаются по теории возмущений, в результате чего рассеянное поле пропорционально падающему. Увеличение амплитуды падающего поля до релятивистских значений приводит к существенной нелинейности движения электронов. Меняется характерное время изменения ускорения электрона. Вместо лазерного периода в линейном режиме ускорение начинает меняться на существенно меньших временах, что порождает сверхкороткие импульсы рассеянного поля с большим (по сравнению с длительностью импульса) временным интервалом между ними. В ряде работ [2–5] исследовалась генерация излучения, возникающего при распространении лазерных импульсов вдоль протяженных мишеней, когда электроны преодолевают кулоновский барьер мишени и начинают ускоряться по лазерному полю, соответственно излучая при этом электромагнитную волну. При релятивистской интенсивности возникает движение электронов также и в направлении распространения лазерного импульса, что приводит к увеличению интенсивности излучения электронного сгустка в направлении движения. Такой процесс повторяется в каждом полупериоде лазерного импульса. В результате формируется гребенка импульсов, излучаемых отдельным электроном. Излучение одиночного электрона, ускоряемого мощным лазерным импульсом, рассматривается, например, в [2,3], а эмиссия плотных электронных сгустков из наноразмерных

мишеней под действием короткого релятивистского лазерного импульса и их дальнейшее ускорение лазерным полем исследуются в [4,5]. С помощью двумерного численного моделирования показано [5], что в режиме, когда лазерный импульс имеет длительность ( $\sim 10$  fs), электроны вытесняются из мишени лишь частично, а от короткой мишени распространяется униполярный импульс. При размере мишени, меньшем половине длины волны лазерного излучения, электроны мишени попадают в поле одинакового знака и их вторичное излучение качественно выглядит как излучение отдельного электрона. Как известно, релятивистский электрон излучает в направлении своей скорости, а знак (полярность) излучаемого поля определяется знаком ускорения электрона. Если в направлении излучения убрать чередование знаков ускорения, то оказывается возможной генерация сверхкороткого униполярного импульса электрического (магнитного) поля излучения. Отметим, что генерация униполярных импульсов и их свойства в другом диапазоне параметров достаточно детально рассматривались в работах [6–9]. В настоящей работе теоретически и численно исследовалась генерация вторичного когерентного излучения, возникающего при распространении релятивистских лазерных импульсов вдоль наноструктурированных мишеней, имеющих в направлении распространения лазерного импульса протяженность, сравнимую с длиной волны лазерного излучения, существенно меньшую протяженность в направлении электрического поля лазерной волны и протяженность в несколько десятков длин волн (больше диаметра лазерного пучка) в направлении магнитного поля. Технология создания

таких мишеней в виде плоских нанонитей разработана относительно недавно [10], взаимодействие таких мишеней с лазерным излучением рассматривалось, например, в работе [11].

### Аналитическая модель нелинейного рассеяния

Рассмотрим линейно поляризованную плоскую волну

$$\frac{eE_y}{m\omega c} = \frac{eB_z}{m\omega c} = a_0 \cos(\omega t - kx) = a_0 \cos \xi,$$

$$a_0 = \frac{eE_0}{m_e \omega c} \gg 1,$$

падающую на ограниченную по  $X$  и  $Y$  мишень и вытянутую (вначале бесконечно протяженную) вдоль оси  $Z$ . Помимо поля волны на электроны мишени действует амбиполярное электрическое поле с компонентами  $E_{x,y am}$ . Будем считать электрическое амбиполярное поле постоянным и решим уравнение движения электрона по оси  $Y$  в поле волны и в постоянном электрическом поле:

$$\frac{dp_y}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{eE_0}{\omega} \sin(\omega t - kx) \right) + eE_{y am}.$$

Это уравнение интегрируется:

$$p_y = -\frac{eE_0}{\omega} \sin(\omega t - kx) + E_{y am} t.$$

Уравнение движения в продольном направлении  $X$

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{e}{c} y E_0 \cos(\omega t - kx) + eE_{x am}$$

также интегрируется и имеет интеграл движения, похожий на интеграл в поле волны:

$$E - p_x c - eE_{y am} y + eE_{x am} (ct - x) = mc^2.$$

Здесь  $E = \sqrt{m^2 c^4 + p_x^2 c^2 + p_y^2 c^2}$ , начальные скорости электрона — нулевые по сравнению с релятивистским движением в поле волны. Наличие двух интегралов движения позволяет выразить импульсы через время и координаты и записать следующую систему уравнений движения  $i$ -го электрона мишени в параметрической форме:

$$\frac{d\tau_i}{d\xi} = \frac{1 + (a_0 \sin \xi + \varepsilon_y \tau_i)^2}{4\pi(1 + \varepsilon_y y_i - \varepsilon_x \xi)^2} + \frac{1}{4\pi},$$

$$\frac{dx_i}{d\xi} = \frac{1 + (a_0 \sin \xi + \varepsilon_y \tau_i)^2}{4\pi(1 + \varepsilon_y y_i - \varepsilon_x \xi)^2} - \frac{1}{4\pi},$$

$$\frac{dy_i}{d\xi} = \frac{a_0 \sin \xi + \varepsilon_y \tau_i}{2\pi(1 + \varepsilon_y y_i - \varepsilon_x \xi)}, \quad a_0 = \frac{eE_0}{m\omega c},$$

$$\xi = 0 \dots 6\pi, \quad x_i \Big|_{\xi=0} = x_{i0}, \quad y_i \Big|_{\xi=0} = y_{i0}, \quad \tau_i \Big|_{\xi=0} = x_{i0} \quad (1)$$

В (1) введены безразмерные координаты, скорость и ускорение электрона. Координаты  $x_i, y_i$  в единицах  $\lambda$ , скорость  $v_i$  в единицах  $c$ , ускорение  $w_i$  в единицах  $c^2/\lambda$ , время  $\tau$  в единицах  $2\pi/\omega$  (лазерных периодах). Компоненты амбиполярного поля мишени  $E_{x,y am}$  в системе (1) приведены к безразмерному виду как  $\varepsilon_y = 2\pi e E_{y am} / m\omega c$ ,  $\varepsilon_x = E_{x am} / m\omega c$ . Решение (1) имеет параметрический вид — координаты и время отдельной частицы зависят от фазы  $\xi = \omega t - kx$  лазерной волны:  $x_i(\xi, x_{i0}, y_{i0}), y_i(\xi, x_{i0}, y_{i0}), \tau_i(\xi, x_{i0}, y_{i0})$ .

Согласно [12] безразмерное (в единицах  $e/\lambda^2$ ) магнитное поле излучения отдельного электрона  $b_z$  в направлении  $\vec{n} = \pm \vec{e}_y$  как функция времени  $t$  и координат точек пространства  $(x, \pm y, z = 0)$ , симметричных относительно  $y$ , может быть записано в параметрической форме через компоненты безразмерной скорости  $v_{xi,yi}$  и ускорения  $w_{xi,yi}$  электрона:

$$\sqrt{(x/\lambda)^2 + (x/\lambda)^2 b_z(\xi, x, \pm y)} \Big|_{\vec{n}=\pm \vec{e}_y}$$

$$= m \frac{v_{xi}(\xi) w_{yi}(\xi)}{(1 \pm v_{yi}(\xi))^3} - \frac{w_{xi}(\xi)}{1 \pm v_{yi}(\xi)^2}$$

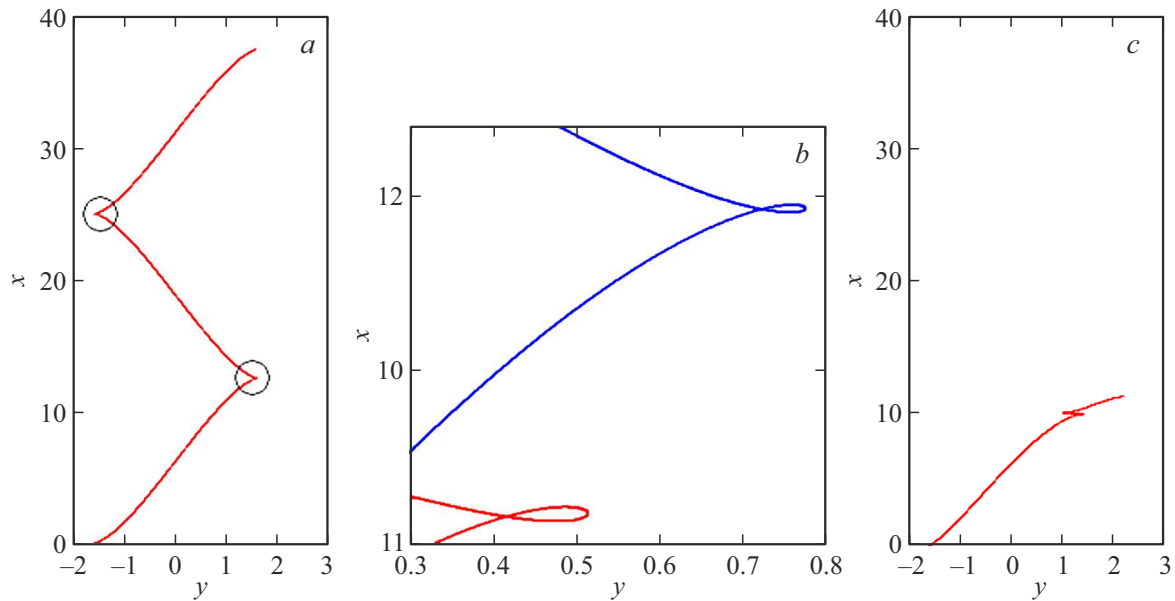
$$\frac{ct(\xi)}{\lambda} = \tau_i(\xi)$$

$$+ \sqrt{(x/\lambda - x_i(\xi, x_{i0}, y_{i0}))^2 + (my/\lambda - y_i(\xi, x_{i0}, y_{i0}))^2} \quad (2)$$

В плоскости  $XY$  компонента магнитного поля  $b_z$  является единственной в отличие от двух компонент электрического поля  $E_{x,y}$ . Отметим, что при  $v_{xi,yi} \ll 1$  основной вклад в (2) вносит продольная компонента ускорения  $w_{xi}$ . Суммирование (интегрирование) системы (2) по начальным координатам электронов мишени  $x_{i0}, y_{i0}$  в пределах продольного и поперечного размеров мишени  $L_{\parallel}, L_{\perp}$  позволяет найти рассеянное поле извлеченных из мишени  $N_e$  электронов:

$$b_z(t, x, y) = \frac{N_e}{L_{\parallel}, L_{\perp}} \int_V b_z(t, x, y, x_{i0}, y_{i0}) dx_{i0} dy_{i0}. \quad (3)$$

Вдоль оси  $Z$  (направление магнитного поля линейно поляризованного импульса) мишень предполагается однородной, и силы, действующие на электрон по этой оси, малы. Отметим, что поле когерентно, если интеграл (3) по объему мишени не обращается в ноль. Для этого необходимо выполнение условия  $L_{\parallel} < \lambda/2$ , чтобы электроны с разными номерами  $i$  попали в один и тот же знак электрического и магнитного полей волны. Количество  $N_e$  покинувших мишень и излучающих электронов оценивается следующим образом. Наибольшее значение амбиполярного поля ионного остова мишени (соответствует наибольшему числу  $N_e$ ) достигается при толщине и ионной плотности  $n_i$  мишени, удовлетворяющих соотношению  $\pi Z_i n_i L_{\perp} / n_c \lambda \sim a_0$  [13],



**Рис. 1.** Траектория с учетом амбиполярных полей: (а) — полей нет; (б) — траектория электрона вблизи вершины (области максимального ускорения) при наличии амбиполярного поля для двух значений тормозящего амбиполярного поля (синяя кривая),  $\epsilon_x = -1.0$  (красная кривая),  $\epsilon_y = 0$ ,  $a_0 = 10$ ; (с) траектория электрона при наличии двух компонент амбиполярного поля  $\epsilon_y = 0.4$ ,  $\epsilon_x = -0.4$ ,  $a_0 = 10$ .

где  $n_{cr} = m_e \omega^2 / 4\pi e^2$  — критическая электронная концентрация. В этом случае амбиполярное поле мишени — порядка лазерного  $E_0$ , и заряд единицы поверхности оценивается как  $\sigma \approx E_0 / 4\pi$ . Соответственно в (3) количество извлеченных из мишени электронов  $N_e \approx L_{\parallel} D \sigma / e = L_{\parallel} D E_0 / 2\pi e$ , где  $D$  — диаметр лазерного пучка. Характерная концентрация быстрых электронов оценивается как  $n_{eh} = N_e / L_{\parallel} D \Delta y$ , где характерное расстояние  $\Delta y$ , на которое электроны отходят от мишени, определяется как  $\Delta y \approx \lambda a_0 / 2\pi$ . Подставив приведенную выше оценку  $N_e$ , получим  $n_{eh} \sim n_{cr}$ . Амбиполярное поле генерируется ионным остовом мишени и оценивается как  $E_{am} \approx \sqrt{n_{eh} T_{eh}}$ , где  $n_{eh}$  — концентрация быстрых электронов над поверхностью мишени,  $T_{eh}$  — характерная энергия электрона, определяемая через лазерную интенсивность  $I_L$  как

$$T_{eh} \approx m_e c^2 \left( \sqrt{1 + I_L \lambda^2 / (1.37 \cdot 10^{18} \text{ W}\mu\text{m}^2/\text{cm}^2)} - 1 \right).$$

Безразмерное амбиполярное поле в системе (1) оценивается как  $\epsilon_{x,y} \sim \sqrt{e^2 n_{eh} T_{eh} / m_e^2 \omega^2 c^2} \approx a_0 \sqrt{n_{eh} / 4\pi n_{cr}}$ ,  $a_0 \gg 1$ . Отметим, что это оценка по порядку величины, амбиполярное поле неоднородно в пространстве и сосредоточено в области размером порядка дебаевского радиуса  $r_D \approx \sqrt{T_{eh} / 4\pi e^2 n_{eh}} \approx \lambda \sqrt{a_0 n_{cr} / n_{eh}} / 2\pi$  вокруг ионного остова мишени. Соотношение между компонентами  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  в уравнениях (1) движения электрона зависит от геометрической формы мишени и от начального положения электрона  $x_{i0}, y_{i0}$ .

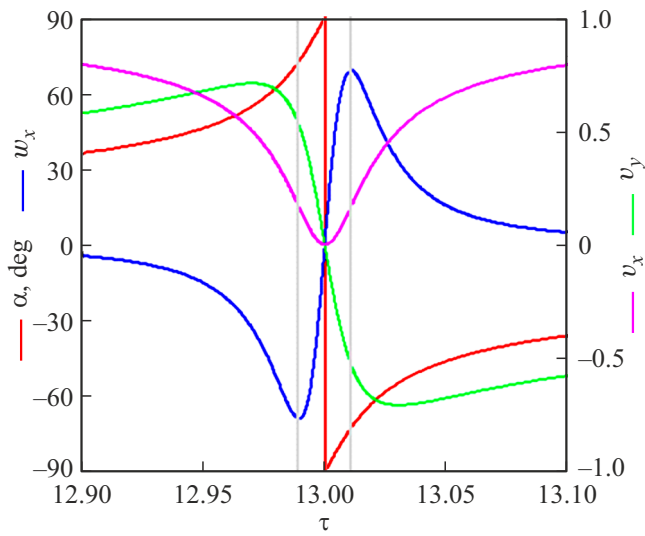
При отсутствии амбиполярного поля, т.е.  $\epsilon_{x,y} = 0$ , и малых начальных скоростях электронов решением (1) для отдельного электрона,двигающегося из начала

координат, является хорошо известная траектория в поле плоской электромагнитной волны, заданная в параметрической форме [12]. При отсутствии поперечной компоненты поля, т.е.  $\epsilon_y = 0$ , система (1) интегрируется, но интегралы не выражаются через элементарные функции. Наконец, при  $\epsilon_{x,y} \neq 0$  система (1) решается в математическом пакете Mathcad. Траектории электрона при отсутствии и наличии электрических полей показаны на рис. 1. Кружками на рис. 1,а отмечены участки траектории с максимальным ускорением (вершины траектории). На рис. 1,б показано искажение вершины траектории и изменение местоположения вершины при разных значениях тормозящего амбиполярного поля и одном и том же начальном положении электрона. Видно, что тормозящее по оси  $X$  поле „сжимает“ траекторию в продольном (по оси  $X$ ) направлении, и вершины траектории сближаются. Рисунок 1,с показывает, что достаточно „небольшого“ электрического поля ( $\epsilon_y = 0.4$ ,  $\epsilon_x = -0.4$  для  $a_0 = 10$ ), чтобы сместить вбок и сжать траекторию.

Поскольку вторичное излучение электрона (2) обусловлено его ускорением, отметим, что при  $a_0 \gg 1$  компоненты ускорения достигают максимального значения вблизи вершин траектории, обведенных кружками на рис. 1,а. Это объясняется тем, что компонента ускорения

$$w_{xi}(\xi) = \frac{\pi a_0^2 \sin(2\xi)}{[1 + 0.5 a_0^2 \sin^2(\xi)]^3}$$

(решение системы (1) при  $\epsilon_{x,y} = 0$ ) велика только в малых интервалах параметра  $\xi$ , когда  $\sin \xi \leq \sqrt{2} / a_0$ .



**Рис. 2.** Угол наклона траектории в градусах (красная кривая), продольная компонента ускорения (синяя кривая), компоненты скорости  $v_{x,y}$  электрона (фиолетовая и зеленая кривые) при прохождении вершины траектории, выделенной кружком на рис. 1. Острию вершины траектории соответствует момент безразмерного времени  $\tau = 13$ . Лазерное поле  $a_0 = 0$ . Угол наклона траектории в момент максимального ускорения для  $\alpha^* \approx \arctg \sqrt{10} \sim 70^\circ$  составляет

Таким образом, при  $a_0 \gg 1$  ускорение электрона велико только вблизи вершин траекторий, где  $\sin \xi \sim a_0^{-1} \rightarrow 0$ . Для понимания особенностей генерируемого вторичного излучения на рис. 2 показаны построенные по формулам (1) угол наклона траектории  $\alpha_i(\tau) = \arctg(v_{yi}(\tau)/v_{xi}(\tau))$  в угловых градусах (красная кривая), продольная компонента ускорения  $w_x$  (синяя кривая), компоненты скорости  $v_{x,y}$  электрона (фиолетовая и зеленая кривые) при прохождении электронам вершины траектории, выделенной кружком на рис. 1, *a*. Из рис. 2 видно, что продольная компонента ускорения  $w_{xi}$  (а вместе с ней и поле излучения) достигает максимальной амплитуды перед и после прохождения вершины траектории в моменты времени, обозначенные вертикальными серыми линиями. В эти моменты скорость  $|v_{yi}| > |v_{xi}| \ll 1$ , поэтому в (2) слагаемое с участием параметра  $w_{xi}$  дает основной вклад в поле излучения. Несмотря на то, что  $a_0 = 10 \gg 1$  в момент максимального ускорения на рис. 2, обе компоненты скорости не являются ультрарелятивистскими и  $\sqrt{v_{xi}^2 + v_{yi}^2} \approx 0.5$ . Излучение под углом  $\theta$  к оси *X*, таким образом, не является узконаправленным, его угловой растрор  $\Delta\theta \sim (1 - v_x^2 - v_y^2)^{-1/2} \sim 1$ . В момент максимального ускорения (левая вертикальная серая линия на рис. 2) до прохождения вершины траектории генерируется униполярный (ускорение одного знака) импульс излучения, распространяющийся под углом  $\sim (+70^\circ)$  к оси *X* в положительном направлении оси *Y*. После прохождения вершины траектории ускорение  $w_x$

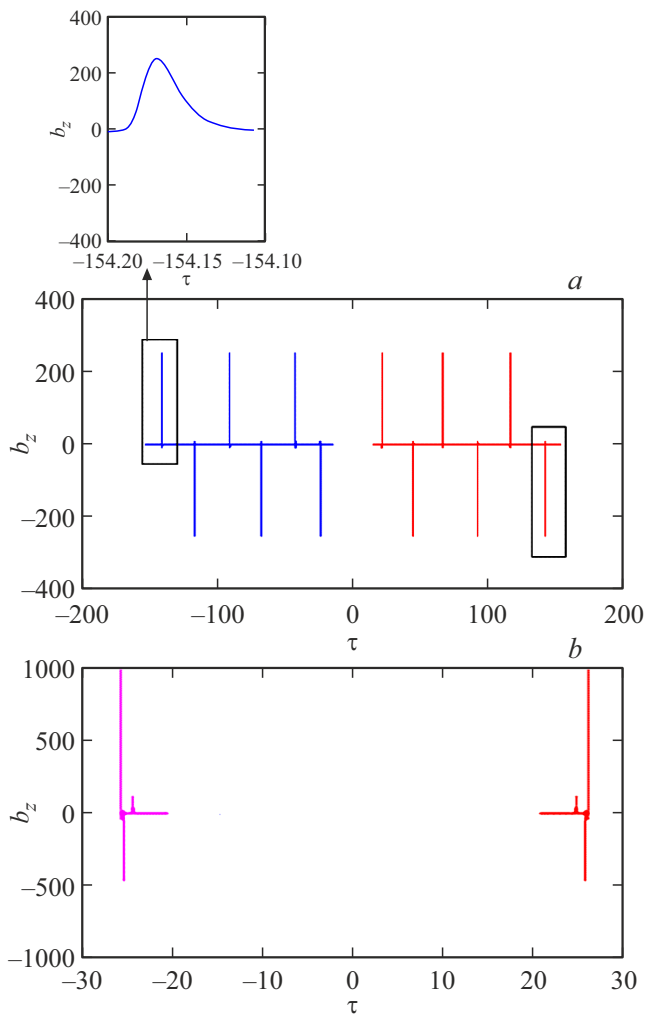
и скорость  $v_y$  меняют знаки и снова генерируется униполярный импульс (другого знака), распространяющийся под углом  $\sim (-70^\circ)$  к оси *X*. Таким образом, каждая из вершин траекторий на рис. 1 генерирует два широкоугольных  $\Delta\theta \sim 1$  униполярных импульса, распространяющихся в противоположных направлениях относительно оси *Y*. При полной эквивалентности всех вершин траектории (как на рис. 1, *a*) последовательность униполярных импульсов от разных вершин складывается в биполярный сигнал, число импульсов в котором равно числу полупериодов падающего лазерного импульса. На рис. 3 показаны поля излучения (2) в положительном (положительная часть оси абсцисс) и отрицательном направлениях оси *Y* при движении в волне из трех лазерных периодов без учета влияния амбиполярного поля  $\varepsilon_{x,y}$ . Прямоугольниками на рис. 3, *a* выделены первые из униполярных импульсов, распространяющиеся в противоположных направлениях. На вкладке рис. 3, *a* отдельный импульс показан в увеличенном масштабе оси абсцисс, чтобы была видна длительность импульса по шкале безразмерного времени  $\tau$ . Выделенные прямоугольниками импульсы генерируются в одной вершине траектории (правый кружок на рис. 1, *a*).

Длительность отдельного импульса на рис. 3 оценивается следующим образом. Характерный временной интервал пика ускорения (синяя кривая на рис. 2) из формул [13]

$$w_{xi}(\xi) = \frac{\pi a_0^2 \sin(2\xi)}{[1 + 0.5 a_0^2 \sin^2(\xi)]^3},$$

$$\tau_i(\xi) = \xi/2\pi + x_i(\xi)$$

составляет  $\Delta\tau \approx 4/3\pi\sqrt{2}a_0$ . Дифференциалы собственного времени частицы  $\tau$  и лабораторного времени регистрации излучения (параметр  $t$  в формуле (2)) связаны [13] известным соотношением  $c dt/\lambda = (1 - \mathbf{nv})d\tau$ . Соответственно длительность импульса излучения в направлении  $\mathbf{n}$  для отдельного электрона составит  $c\Delta t/\lambda \approx 4(1 - \mathbf{nv})/3\pi\sqrt{2}a_0$ , где скорость электрона  $\mathbf{v}$  берется в момент максимума ускорения. При  $a_0 = 10$ ,  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_y$ ,  $v_y \approx 0.5$  (рис. 2) оценка длительности импульса излучения отдельного электрона составит  $c\Delta t/\lambda \approx 0.03$ , что соответствует длительности импульса на вкладке рис. 3, *a*. В размерных единицах длительность униполярного импульса отдельного электрона при  $a_0 = 10$  составляет порядка 100 аттосекунд. Отметим, что наиболее короткий импульс излучается в направлении скорости электрона  $\mathbf{n} \parallel \mathbf{v}$ . Для больших лазерных интенсивностей ( $a_0 \sim 100$ ) в направлении скорости электрона длительность импульса излучения отдельного электрона может быть очень короткой и попадать вzeptoсекундный ( $10^{-21}$  с) временной диапазон [2]. Угловое распределение вторичного излучения при  $a_0 \sim 100$  становится узконаправленным  $\Delta\theta \ll 1$ . Импульс излучения всей мишени очевидно будет иметь гораздо большую длительность, так как импульсы излучения различных

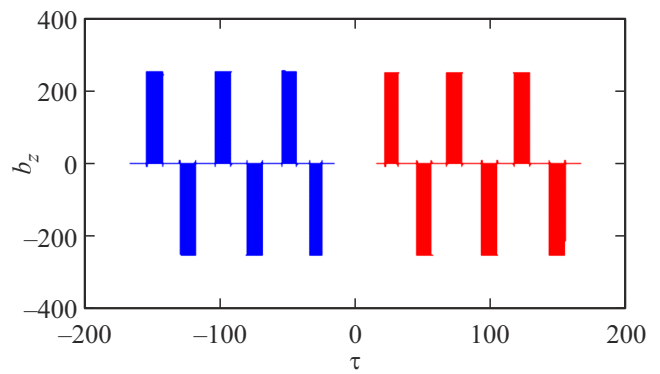


**Рис. 3.** (а) Безразмерное поле  $b_z$  излучения (2) в положительном (красные отрезки) и отрицательном (синие отрезки) направлениях оси  $Y$  как функция безразмерного времени  $\tau$  в симметричных по  $y$  точках пространства; отрицательная и положительная части оси абсцисс соответствуют отрицательной и положительной координате  $y$  симметричных точек.  $a_0 = 10$ , длительность лазерного импульса — 3 периода. (б) Поле  $b_z$  излучения (2) в положительном направлении оси  $Y$  (красный цвет) и отрицательном направлении (сиреневый цвет) как функция безразмерного времени  $\tau$  в симметричных по  $y$  точках пространства при наличии двух компонент амбиполярного поля.  $\varepsilon_y = 0.3$ ,  $\varepsilon_x = 0.6$ ,  $a_0 = 10$ .

электронов сдвинуты по времени относительно друг друга (рис. 4).

Следующие по времени два униполярных импульса генерируются второй вершиной траектории (левый кружок на рис. 1, а). Всего лазерный импульс из трех периодов содержит шесть полупериодов и в каждом направлении оси  $Y$  генерируется шесть импульсов.

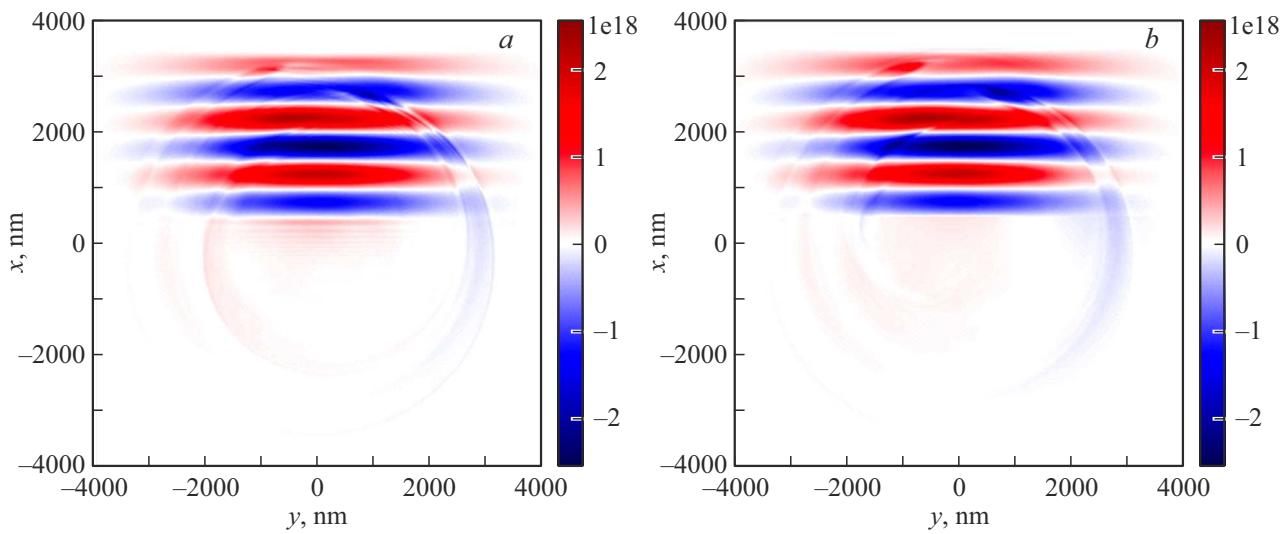
При искажении (асимметрии) вершин траектории за счет внешнего амбиполярного поля  $\varepsilon_{x,y}$  или диссипации электронного тока импульсы излучения от разных вершин (разных периодов лазерного импульса) не повто-



**Рис. 4.** Безразмерное поле излучения  $b_z$  как функция безразмерного времени  $\tau$  для нити электронов длиной  $2l = \lambda/2$  в положительном (красные столбики) и отрицательном направлениях оси  $Y$  (синие столбики) в симметричных по  $y$  точках пространства (в отсутствие амбиполярного электрического поля).

ряют друг друга и их сумма может приобретать униполярность. Добавление амбиполярного поля  $\varepsilon_{x,y} \ll a_0$  слабо меняет структуру импульсов излучения отдельной вершины траектории, однако из-за неоднородного „сжатия“ траектории по оси  $X$  появляется переменная разность фаз между импульсами излучения разных вершин. В результате меняются амплитуды и временные интервалы между униполярными импульсами, генерируемыми разными вершинами траектории. На рис. 3, б показано влияние тормозящего электрического поля  $\varepsilon_x = -0.6$  и поперечного поля  $\varepsilon_y = -0.3$  на импульсы излучения отдельного электрона. Итоговая сумма всех импульсов теряет биполярность в соответствии с появлением униполярной компоненты ускорения  $a_y$ . Видно, что поперечное электрическое поле приводит к униполярности, а продольное поле собирает импульсы вместе, сокращается интервал между ними.

Переход от отдельного электрона ко всей мишени (интегрирование в (3) по начальным координатам электрона) приводит к суммированию сдвинутых по времени отдельных униполярных импульсов и формированию рассеянного поля излучения, показанного на рис. 4 для  $x_{i0} \in [0; \lambda/2]$ ,  $y_{i0} = 0$ . Форма импульсов в виде идеального прямоугольника связана с масштабом шкалы абсцисс — при увеличении разрешения (как на вкладке к рис. 3, а) огибающая импульса будет гладкой функцией. Ширина отдельных импульсов на рис. 3 определяется уже не длительностью ускорения, а разбросом  $\Delta x_{i0}$  по начальным координатам электронов  $x_{i0}$  и составляет  $\Delta \tau \sim \Delta x_{i0} / \sqrt{5}c$ ,  $a_0 \gg 1$ . При  $\Delta \tau > 1/2$  импульсы на рис. 4 начнут сливаться в один непрерывный сигнал. Увеличение ширины прямоугольников на рис. 4 приведет к компенсации импульсов разной полярности (уменьшению амплитуды рассеянного поля), и в случае длинной мишени ( $L_{\parallel} / \lambda \gg 1$ ) не скомпенсированными [5] останутся импульсы от концов мишени (первый и последний импульсы цуга на рис. 4).



**Рис. 5.** Сечение  $XY$  ( $z = 0$ ) магнитного поля  $B_z$  (V/m) через 25 fs от начала взаимодействия лазерного импульса с фольгой толщиной  $L_{\perp} = 20$  nm, длиной  $L_{\parallel} = 500$  nm (в 3D-расчете высота фольги 8  $\mu\text{m}$ ) с ультракоротким (5 fs) линейно поляризованным импульсом,  $I_L = 10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>: (a) 3D-моделирование, (b) 2D-моделирование.

Представление о полном подобии траекторий электронов с разными  $x_{i0}, y_{i0}$  является приближенным и работает на небольших временных интервалах, сравнимых со временем прохождения электроном расстояния порядка дебаевского радиуса в плазме лазерной мишени. На больших временах сказывается расходимость фазовых траекторий разных электронов, приводящая к размытию в пространстве электронной плотности и исчезновению электронного тока. Процессы диссипации (хаотизации траекторий) описываются включением затухающего множителя в плотность электронного тока электронов с радиусами-векторами  $\bar{s}_i(t)$ :

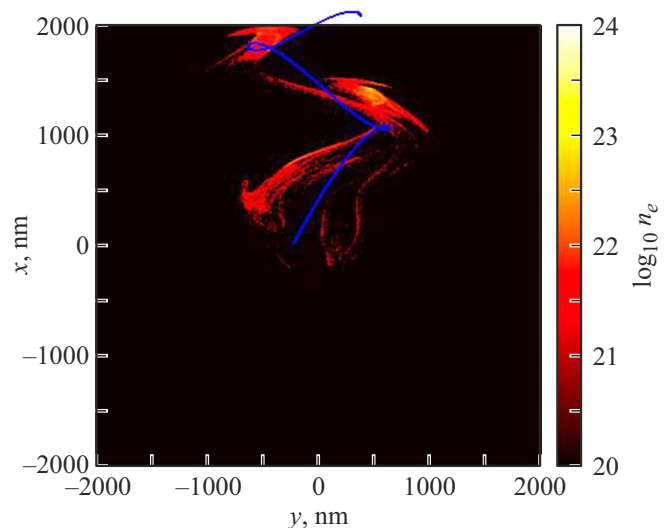
$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \exp(-ct/r_D) \sum_{i=0}^{N_e} e\dot{s}_i(t)\delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}_i(t)).$$

Формула (2) при использовании приведенного выше затухающего тока также позволяет построить пространственное распределение магнитного поля  $b_z$  в плоскости  $XY$ . Такое распределение задается следующими формулами:

$$b_z(x, y; \xi, x_{i0}, y_{i0}) = \exp\left(\frac{-ct(\xi)}{r_D}\right) \frac{\lambda}{r} \times \frac{(n_y v_{xi} - n_x v_{yi})(n_y w_{yi}(\xi, x_{i0}, y_{i0}) + n_x w_{xi}(\xi, x_{i0}, y_{i0})) + (n_y w_{xi} - n_x w_{yi})(1 - n_x v_{xi} - n_y v_{yi})}{(1 - n_x v_{xi}(\xi, x_{i0}, y_{i0}) - n_y v_{yi}(\xi, x_{i0}, y_{i0}))^3}$$

$$n_x = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad n_y = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$b_z(t, x, y) = \frac{N_e}{L_{\text{parallel}}L_{\perp}} \int_V b_z(t, x, y, x_{i0}, y_{i0}) dx_{i0} dy_{i0} \quad (4)$$

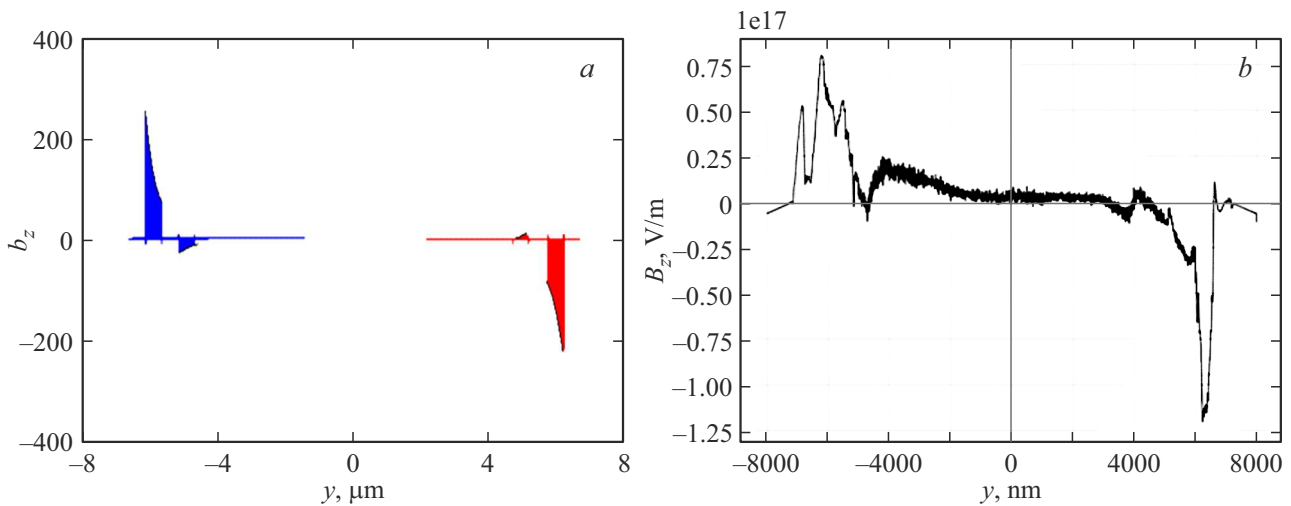


**Рис. 6.** Численный 2D-расчет при интенсивности лазерного импульса  $10^{21}$  W/cm<sup>2</sup> и траектория (5) в поле импульса в присутствии амбиполярного поля  $\epsilon_y = 0.1, \epsilon_x = -0.6$  при  $t = 34$  fs.

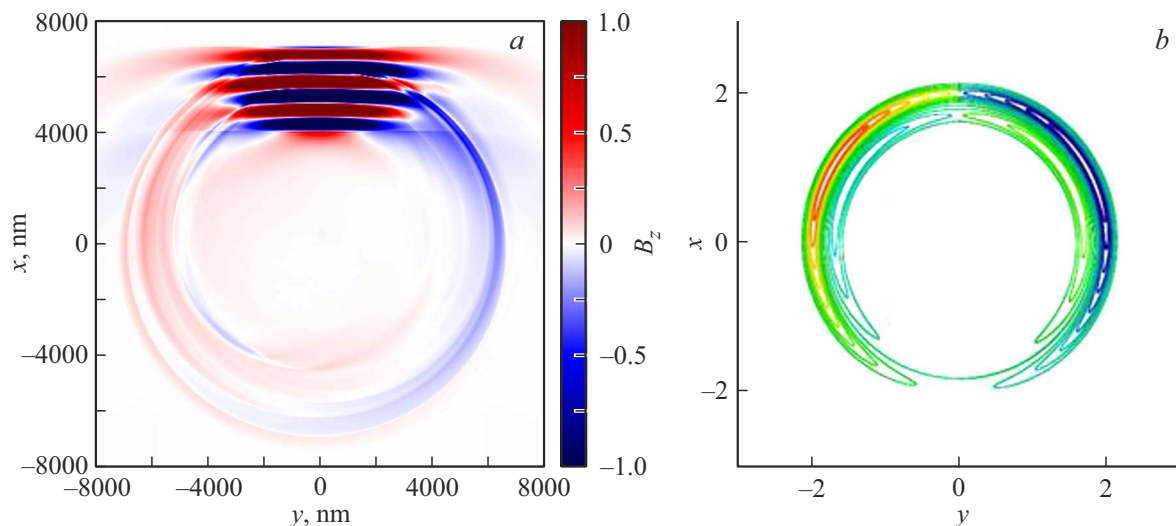
### Численное моделирование

Для подтверждения вышеописанного механизма вторичного излучения электронов, уравнений динамики и вторичного поля излучения было проведено численное моделирование взаимодействия линейно поляризованного ( $Y$ -поляризованного) лазерного импульса длительностью 5 fs с гауссовым временным и пространственным профилем поля (минимальная ширина пучка в зоне фокусировки  $2w_0 = 4.0 \mu\text{m}$ ), интенсивностью  $I_L = 10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>, длиной волны  $\lambda = 1.0 \mu\text{m}$  с фольгой толщиной  $L_{\perp} = 20$  nm, длиной  $L_{\parallel} = 500$  nm. Профиль





**Рис. 7.** (а) Безразмерное поле излучения  $b_z$  как функция поперечной координаты  $y$  для мишени длиной  $\lambda/2$  в положительном (красный цвет) и в отрицательном (синий цвет) направлениях оси  $Y$  в симметричных точках пространства при затухании тока и в присутствии амбиполярного поля  $\varepsilon_y = 0.1$ ,  $\varepsilon_x = -0.6$ . (б) Поле  $B_z$  (V/m) рассеянного импульса в поперечном направлении (2D-расчет) при  $t = 50$  fs.



**Рис. 8.** (а) Нормированная на максимум компонента  $B_z$  магнитного поля (2D-расчет), где контрастность сферической волны повышена для наглядности рисунка; (б) пространственное распределение безразмерного магнитного поля в плоскости  $XY$ , построенное по формуле (4) при  $t = 50$  fs. Здесь лазерная интенсивность  $I_L = 10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>,  $L_{\perp} = 20$  nm,  $L_{\text{parallel}} = 500$  nm, длительность импульса — 3 периода.

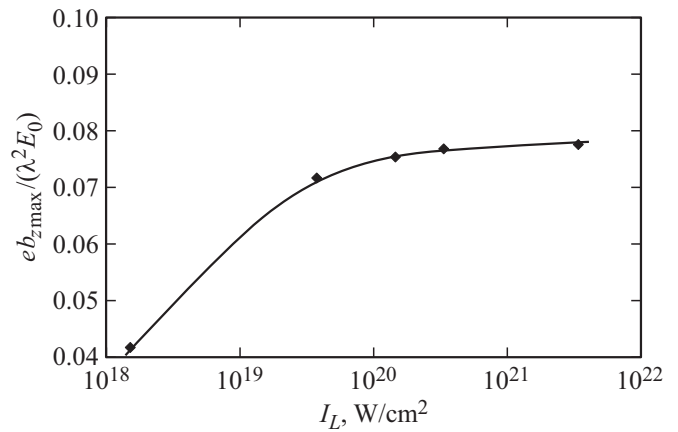
мишени прямоугольный. Материал был подобран так, что его начальная электронная плотность соответствует значению  $n_{e0} = 200 n_c$ ,  $n_{i0} = 6 \cdot 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ . Для расчётов использован код ЕРОСН в 2D- и 3D-геометрии. Шаг по времени для выходных файлов был взят 2 fs, шаг по времени решателя кода для одной итерации в моделировании равен 20 as. В 2D-моделировании шаг сетки по пространству равен 3.2 nm, бокс моделирования  $16 \times 16 \mu\text{m}^2$ , с числом узлов сетки  $5000 \times 5000$ . Мишень была задана 40 ионами и 200 электронами на ячейку. В 3D-моделировании бокс моделирования  $8 \times 8 \times 16 \mu\text{m}^3$ , с числом узлов сетки  $600 \times 1000 \times 1200$ .

Мишень по дополнительной оси  $Z$  имела размер  $8 \mu\text{m}$  и была задана 20 ионами и 80 электронами на ячейку. В 2D- и 3D-моделировании использованы граничные условия „simple-outflow“ для полей и частиц: электромагнитные волны, падающие на такие границы, проходят с минимальным отражением (в пределах погрешности численного счета), а частицы удаляются из моделирования при достижении границы. На рис. 5 показано сравнение рассеянного мишенью поля в 3D- (рис. 5, а) и в 2D-расчете (рис. 5, б). Поскольку размер мишени по оси  $Z$  был существенно больше размеров  $L_{\parallel}$ ,  $L_{\perp}$  и диаметр лазерного пучка также был больше, чем  $L_{\parallel}$ ,  $L_{\perp}$ ,

2D- и 3D-расчеты дали близкие результаты. В качестве примера на рис. 5 видно согласие результатов 2D- и 3D-расчетов, а в дальнейшем мы будем указывать тип расчета в подписи к рисункам. Сравнение модельной траектории электронов с результатом численного счета показано на рис. 6. Видно, что система (1) при надлежащем выборе параметров  $\varepsilon_{x,y}$  адекватно описывает траектории численного моделирования. Безразмерное магнитное поле вторичного излучения электрона, построенное на рис. 7, *a* по формуле (5) (см. следующий раздел), соответствует результатам численного расчета, приведенным на рис. 7, *b*. На рис. 8, *a* приведены результаты численного моделирования пространственного распределения рассеянного поля  $B_z$  на плоскости  $XY$ . Видно, что рассеянное мишенью поле имеет вид расходящейся сферической волны. В боковых направлениях (по и против оси  $Y$ ) сферическая волна имеет вид униполярного (один знак электрического поля) короткого импульса излучения. При фиксированном  $t$  формулы (4) позволяют построить на рис. 8, *b* изолинии  $b_z(x, y) = \text{const}$  на плоскости  $XY$ . Сравнение рис. 8, *a, b* показывает адекватность аналитической модели генерации рассеянных импульсов. Отметим, что суммарное (по всем направлениям) рассеянное поле остается при этом биполярным и интеграл от него по всему пространству (т.е. по площади бокса моделирования на рис. 8, *a*) в каждый момент времени равен нулю. Рассеянное биполярное поле, таким образом, разделяется на две униполярные части, каждая из которых распространяется в своем направлении и может быть детектирована отдельно. Отметим, что направление максимальной интенсивности излучения определяется направлением скорости электрона в момент времени максимального значения компоненты ускорения  $w_{xi}$ . При  $a_0 = 27$  ( $I_L = 10^{21}$  W/cm<sup>2</sup>) угол между направлением скорости и осью  $X$  в этот момент времени  $\alpha^* \approx 70^\circ$ . На рис. 2 (построен без учета влияния амбиполярного поля) угол  $\alpha^*$  соответствует пересечению красной и вертикальной серой линий. Учет влияния амбиполярного поля на траекторию электрона на рис. 1 меняет этот угол не слишком сильно, и на рис. 8, *b*, построенном с учетом амбиполярного поля, максимальной интенсивности соответствует угол  $\sim 50^\circ$ .

### Оптимизация

Поле вторичного излучения мишени, согласно (3), пропорционально количеству электронов  $N_e$ , извлеченных лазерным импульсом из мишени и двигающихся под действием полей лазерного импульса. Поэтому оптимальные значения параметров мишени должны соответствовать максимуму  $N_e$  при заданных параметрах лазерного импульса. Соответственно магнитное поле (4) вторичного излучения мишени в виде отдельной пластины, нормированное на амплитуду падающего лазерного



**Рис. 9.** Максимальное значение по времени отношения напряженности магнитного поля излучения  $eb_{z,max}/\lambda^2$  (при  $x = 0$ ,  $y = 6 \mu\text{m}$ ) рассеянного импульса к напряженности лазерного поля  $E_0$  на расстоянии  $6 \mu\text{m}$  от мишени размерами  $L_{\parallel} = \lambda/2$ ,  $L_{\perp} = a_0 n_{cr} \lambda / \pi Z_i n_i$ , как функция интенсивности падающего лазерного импульса.

импульса и с учетом затухания, примет вид

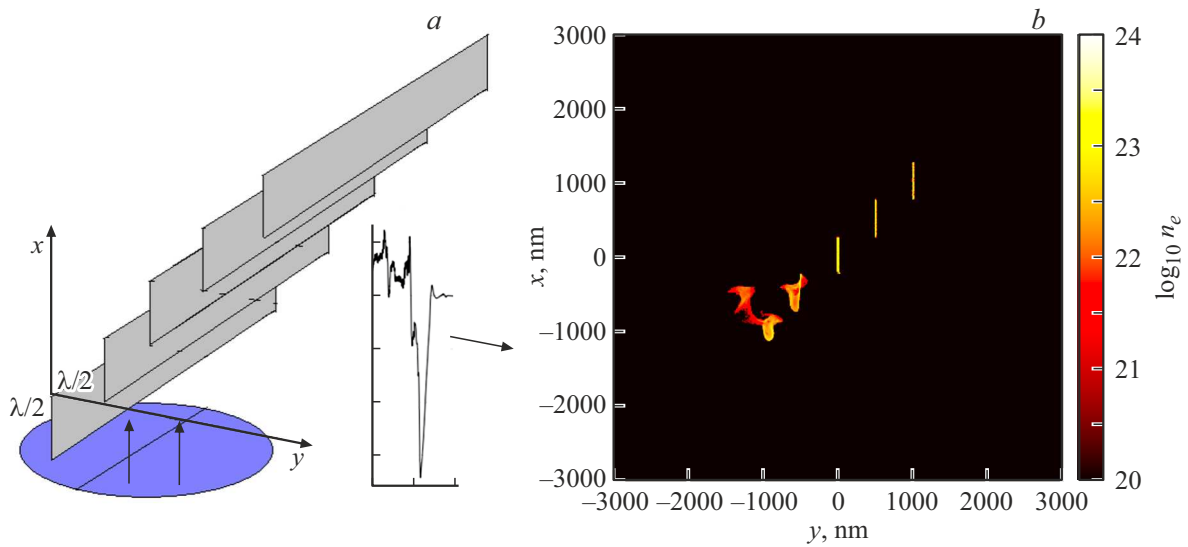
$$\frac{B_z(t, x, y)}{E_0} = \frac{eb_z(t, x, y)}{\lambda^2 E_0} = \exp\left(\frac{-\omega t}{\sqrt{a_0}}\right) \frac{D}{2\pi\lambda^2 L_{\perp}} \times \int_0^{L_{\parallel}} dx_{i0} \int_0^{L_{\perp}} dy_{i0} b_z(t, x, y, x_{i0}, y_{i0}). \quad (5)$$

Из вышеизложенного следует, что оптимальная толщина мишени составляет  $a_0 n_{cr} \lambda / \pi Z_i n_i \approx 40 \text{ nm}$  при  $Z_i n_i / n_{cr} = 200$  и интенсивности  $10^{21} \text{ W/cm}^2$ . В численном моделировании использовалось  $L_{\perp} = 20 \text{ nm}$ , что меньше оптимального значения, однако при  $L_{\perp} \leq a_0 n_{cr} \lambda / \pi Z_i n_i$  поле  $b_z$  слабо зависит от  $L_{\perp}$  и отличие от оптимального значения не существенно. Амплитуда  $b_z$  сильнее зависит от длины мишени и максимально возможные значения  $L_{\parallel}$  могут давать большие, но биполярные значения.

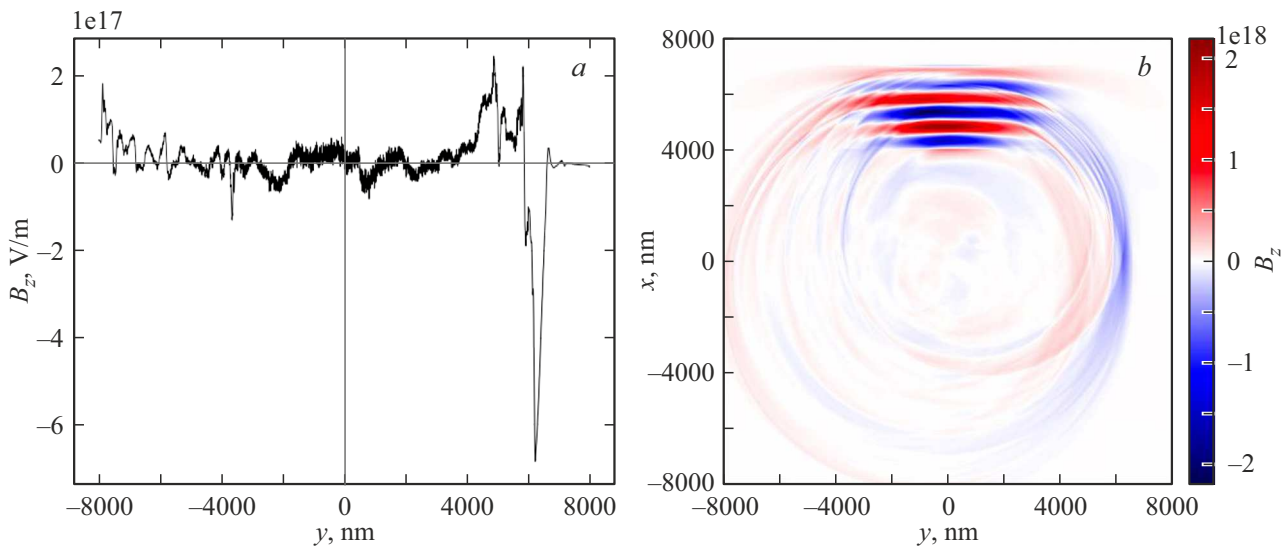
Таким образом, максимальная амплитуда поля вторичного излучения в формуле (4) достигается при  $L_{\parallel} \sim \lambda/2$ . Для лазерного импульса интенсивностью  $I = 10^{21} \text{ W/cm}^2$ ,  $D = 4 \mu\text{m}$ ,  $\lambda = 1.0 \mu\text{m}$ , взаимодействующего с фольгой длиной  $L_{\parallel} = \lambda/2$  и  $L_{\perp} = a_0 n_{cr} \lambda / \pi Z_i n_i = 40 \text{ nm}$ , максимальное значение отношения магнитного поля излучения  $eb_z/\lambda^2$  из (4) к лазерному полю  $E_0$  в точке  $x = 0$ ,  $y = 6 \mu\text{m}$  (рис. 8, *b*) составляет  $eb_z/\lambda^2 E_0 \approx 0.08$ . В численном расчете на рис. 8, *b* амплитуда короткого импульса составляет близкое значение  $B_z/E_0 \approx 0.06$ , поэтому расчет имел параметры, близкие к оптимальным.

Зависимость отношения  $eb_z/\lambda^2 E_0$  от лазерной интенсивности для мишени с  $L_{\parallel} = \lambda/2$ ,  $L_{\perp} = a_0 n_{cr} \lambda / \pi Z_i n_i$ ,  $Z_i n_i / n_{cr} = 200$  приведена на рис. 9. Рисунок 9 показывает, что при лазерных интенсивностях  $\geq 10^{20} \text{ W/cm}^2$





**Рис. 10.** (а) Схема повышения коэффициента конверсии лазерного излучения в короткий униполярный импульс с использованием всей поверхности лазерного пятна. (b) Электронная плотность пяти мишеней в виде пластин продольной длиной  $L_{||} = \lambda/2$  и расстоянием между пластинами  $\lambda/2$ , 26 fs от начала взаимодействия (2D-расчет).



**Рис. 11.** (а) Напряженность поля (V/m) рассеянного импульса пяти мишеней в поперечном направлении (2D-расчет); (b) пространственное распределение нормированной на максимум компоненты  $B_z$  магнитного поля пяти мишеней (2D-расчет).  $t = 50$  fs.

коэффициент конверсии по амплитуде (отношение напряженности поля вторичного излучения к напряженности поля лазерного импульса) одиночной мишени с  $L_{||} = \lambda/2$ ,  $L_{\perp} = a_0 n_{cr} \lambda / \pi Z_i n_i$ , выходит на не зависящее от интенсивности значение  $\sim 0.1$ . Коэффициент конверсии по энергии существенно меньше  $\sim 0.02$  из-за короткой длительности аттоимпульса по сравнению с лазерным импульсом и ограниченной площади взаимодействия по сравнению с площадью лазерного пятна.

Для эффективного использования энергии всего лазерного импульса и увеличения коэффициента конверсии ( $eb_z \max / \lambda^2 E_0$ ) целесообразно рассмотреть ряд па-

раллельных пластин с расстоянием  $d_y \sim 2\Delta y$  между ними. Пример такой конфигурации показан на рис. 10, а, а электронная плотность в начале процесса взаимодействия лазерного излучения с пятью мишенями — на рис. 10, b. Рассеянный импульс, распространяющийся в положительном направлении оси  $Y$  усиливается при этом в  $\sim 5$  раз (пропорционально количеству пластин), как это следует из рис. 11. Во столько же раз возрастает безразмерное поле  $b_z$  (4). Использование нескольких мишеней позволяет „выпрямить“ фронт рассеянного импульса и создать „плоскую“ рассеянную униполярную волну, пространственное распределение поля в которой

показано на рис. 11, *b*. Сравнение рис. 11 с рис. 8, *a* показывает возможность генерации „плоской“ рассеянной униполярной волны, распространяющейся в отличие от сферической на большие расстояния. Отметим, что ориентация в пространстве плоскости фронта вторичного излучения мишеней зависит от продольного  $d_x$  (по оси  $x$ ) и поперечного  $d_y$  (по оси  $y$ ) расстояний между мишенями на рис. 10, *a*, изменением которых можно направить униполярный импульс вторичного излучения в заданном направлении. Угол  $\theta$ , в направлении которого рассеянное поле разных мишеней когерентно складывается, определяется из уравнения соответствующей рис. 10, *a* „дифракционной решетки“:

$$d_x + d_x \cos \theta + \frac{d_y}{\sin \theta} = l\lambda. \quad (6)$$

Для  $d_x = d_y = \lambda/2$  главный дифракционный максимум ( $l = 1$ ) уравнения (6) соответствует углу  $\theta = \pi/2$ , что соответствует данным расчета пяти мишеней на рис. 11.

Оптимальный случай, когда угол интерференционного максимума (6) нескольких мишеней совпадает с углом максимума излучения отдельной мишени  $\theta \approx \alpha^*$  (для  $\varepsilon_{x,y} = 0$   $\alpha^* \approx \arctg \sqrt{10} \sim 70^\circ$  при  $a_0 \gg 1$ ). Рассеянный импульс нескольких мишеней в этом случае максимален по амплитуде.

## Заключение

В настоящей работе численно и аналитически исследована генерация вторичного когерентного излучения, возникающего при распространении релятивистских лазерных импульсов вдоль мишеней вытянутой формы, имеющих в направлении распространения лазерного импульса протяженность, сравнимую с длиной волны лазерного излучения и десятые доли длины волны в поперечном направлении. Показано, что вторичное, рассеянное мишенью поле, имеет вид расходящейся сферической волны. В каждом из боковых направлений сферическая волна представляет собой короткий, униполярный (один знак электрического поля) импульс излучения, при этом суммарное (интеграл по всему пространству) рассеянное поле остается биполярным (интеграл по всему пространству равен нулю). Для реализации наибольшей интенсивности рассеянного вторичного излучения мишени оптимальной является мишень с длиной в продольном направлении  $L_{\parallel} \approx \lambda/2$ , в поперечном направлении вдоль электрического поля лазерной волны  $L_{\perp} \approx (2 \div 4)l_s$ , где  $l_s$  — масштаб скин-слоя для заданной лазерной интенсивности  $I_L$ . В поперечном направлении вдоль магнитного поля размер мишени должен перекрывать лазерное пятно. Интенсивность должна быть ультрарелятивистской  $a_0 \gg 1$ , а длительность импульса короткой — (3–5) периодов. Длительность импульса составляет  $\sim 0.5$  лазерного периода, а его амплитуда от отдельной мишени порядка 0.1 амплитуды лазерного поля. Интерференция рассеянных импульсов нескольких

мишеней, образующих дифракционную решетку, позволяет увеличить амплитуду суммарного рассеянного импульса пропорционально количеству мишеней, попадающих в поперечное сечение лазерного импульса.

## Финансирование работы

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 23-12-00012. Для проведения численных расчетов использовался компьютерный кластер „Политехник — РСК Торнадо“ Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

## Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] V. Hartemann. Phys. Plasmas, **5**, 2038 (1998).
- [2] А.А. Андреев, А.Л. Галкин, М.П. Калашников, В.В. Коробкин, М.Ю. Романовский, О.Б. Ширяев. Квант. электрон., **41**, 729 (2011).
- [3] L. Di Lucchio, P. Gibbon. Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams, **18**, 023402 (2015).
- [4] Zs. Lecz, A. Andreev. Phys. Plasmas, **24**, 033113 (2017).
- [5] В.В. Кулагин, В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин, Д.Н. Гупта, Х. Сак. Квант. электрон., **51**, 323 (2021).
- [6] Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.Б. Плачев, Д.А. Тумаков. Опт. и спектр., **131**, 212 (2023).
- [7] Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, П.А. Образцов, Н.Н. Розанов. Письма в ЖЭТФ, **117**, 10 (2023).
- [8] М.В. Архипов, Р.М. Архипов, Н.Н. Розанов. Опт. и спектр., **130**, 1216 (2022).
- [9] N.N. Rosanov, M.V. Arkhipov, R.M. Arkhipov, A.V. Pakhomov. Contemporary Physics, **64**, 224 (2023).
- [10] А.А. Баландин. Nat. Mater., **10**, 569 (2011).
- [11] I.A. Andriyash, R. Lehe, A. Lifschitz, C. Thaur, J.-M. Rax, K. Krushelnick, V. Malka. Nature Commun., **5**, 4736 (2014).
- [12] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теория поля (Наука, М., 1988).
- [13] А.А. Андреев, S. Steinke, M. Schnuerer, P.V. Nickles, T. Sokollik, W. Sandner, K.Yu. Platonov, A. Henig. Phys. Plasmas, **17**, 123111-11 (2010).