

09

Формирование оптических вихрей в эллиптических гауссовых пучках после одноосного кристалла

© Н.В. Шостка (Ляхович), Б.В. Соколенко, Ю.А. Егоров

Крымский федеральный университет им. В.И. Вернадского,
Симферополь, Россия

E-mail: nataliya_shostka@mail.ru

Поступило в Редакцию 2 сентября 2024 г.

В окончательной редакции 10 октября 2024 г.

Принято к публикации 31 октября 2024 г.

Предложен простой для практической реализации метод формирования пучков, переносящих оптические вихри с единичным топологическим зарядом, а также их цепочки, основанный на наклонном распространении эллиптического гауссова пучка к перпендикуляру к оптической оси одноосного кристалла. Изменением угла наклона пучка и вращением одноосного кристалла вокруг оси пучка осуществляется управление формой вихревого пучка и числом сингулярностей в видимой области.

Ключевые слова: оптический вихрь, эллиптический пучок Гаусса, одноосный кристалл.

DOI: 10.61011/PJTF.2025.05.59897.20101

Лазерные пучки, обладающие фазовой сингулярностью и орбитальным угловым моментом, находят широкое применение в оптических ловушках и вращателях микрочастиц [1], системах волоконной акустооптики и микрорезонаторов [2,3], а также в измерительных устройствах и микроскопах [4]. Объектом исследований является оптический вихрь — наблюдаемая область минимума интенсивности светового поля, в которой поток энергии приобретает спиральный вид, а фаза меняется от 0 до 2π при обходе по замкнутому контуру вокруг сингулярности. Принимая во внимание продолжительную историю сингулярной оптики, берущей начало в 1970-х годах [5], и развитие основных подходов получения вихревых пучков, можно заключить, что вопросы совершенствования методов формирования сингулярностей в лазерных пучках в настоящее время не теряют своей актуальности [6]. Наиболее распространенными инструментами генерации вихревых пучков считаются лазерные резонаторы и оптические волокна [7], спиральные фазовые пластины [8], дифракционные элементы и голограммы с „вилкой“, формируемые с помощью пространственных модуляторов света [9,10]. Отдельно выделяется класс поляризационных элементов, таких как q -пластины, жидкие и двулучепреломляющие кристаллы [11,12], принцип действия которых состоит в управлении геометрической фазой, обуславливающей возникновение поляризационных сингулярностей [13]. Их основные преимущества — это простота манипуляции поляризацией светового пучка, применимость для полихроматического излучения и лазерных пучков большой мощности [14,15].

В настоящей работе предлагается метод генерации одиночных оптических вихрей и их цепочек, основан-

ный на распространении эллиптического гауссова пучка под малым углом к перпендикуляру к оптической оси одноосного кристалла [16]. Схематически данная модель приведена на рис. 1.

Рассмотрим наклонный циркулярно поляризованный пучок Гаусса, распространяющийся в одноосном кристалле под малым углом α ($\alpha \approx \sin \alpha \ll 1$) к оси z . Оптическая ось кристалла C ориентирована перпендикулярно z , а тензор диэлектрической проницаемости имеет диагональный вид $\hat{\epsilon} = \text{diag}(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_1)$. Параксиальному волновому уравнению в таком случае будут удовлетворять две поперечные компоненты пучка: обыкновенная и необыкновенная, имеющие разные волновые числа $k_1 = 2\pi\sqrt{\epsilon_1}/\lambda$ и $k_2 = 2\pi\sqrt{\epsilon_2}/\lambda$, где λ — длина волны падающего излучения. Запишем выражения для комплексных амплитуд обыкновенной E_o и необыкновенной E_e компонент в линейном поляризационном базисе с учетом эллиптичности падающего на кристалл гауссова пучка в системе координат, связанной с

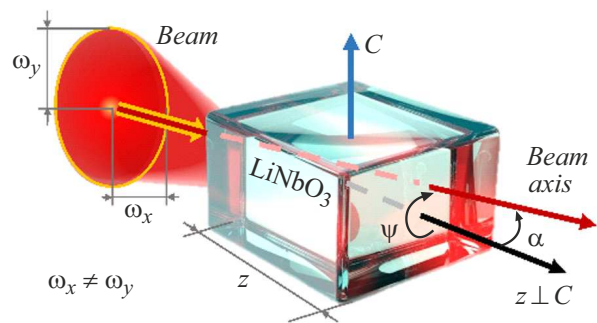


Рис. 1. Схема распространения наклонного пучка под малым углом к оси z в одноосном кристалле.

кристаллом [16,17]:

$$E_o(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{\sigma_{ox}\sigma_{oy}}} \exp\left[-\frac{x_o^2}{\omega_x^2\sigma_{ox}} - \frac{y_o^2}{\omega_y^2\sigma_{oy}} - f_o\right] \times \exp(-ik_1z), \quad (1)$$

$$E_e(x, y, z) = \frac{i\chi}{\sqrt{\sigma_{ex}\sigma_{ey}}} \exp\left[-\frac{x_e^2}{\omega_x^2\sigma_{ex}} - \frac{y_e^2}{\omega_y^2\sigma_{ey}} - f_e\right] \times \exp(-ik_2z), \quad (2)$$

где $\sigma_{ox} = 1 - iz/z_{ox}$, $\sigma_{oy} = 1 - iz/z_{oy}$, $\sigma_x = 1 - iz/z_{ex}$, $\sigma_y = 1 - iz/z_{ey}$, $\chi = \pm 1$. Выбор знака χ в выражении (2) зависит от направления циркулярной поляризации: правой ($\chi = -1$) и левой ($\chi = +1$). Длины Рэлея в данном случае различны для каждой из компонент поля $z_{ox} = k_1\omega_x^2/2$, $z_{oy} = k_1\omega_y^2/2$, $z_{ex} = k_2\omega_x^2/2$, $z_{ey} = k_2\omega_y^2n_1^2/2n_2^2$, где ω_x, ω_y — перетяжки исходного эллиптического пучка на входной грани кристалла ($z = 0$). Наклон пучка и поворот кристалла на угол ψ вокруг оси z учитываются с помощью преобразования координат вида

$$x_o \rightarrow x + i\alpha z_{ox} \cos \psi,$$

$$y_o \rightarrow y + i\alpha z_{oy} \sin \psi,$$

$$x_e \rightarrow x + i\alpha(n_1/n_2)z_{ex} \cos \psi,$$

$$y_e \rightarrow y + i\alpha(n_2/n_1)z_{ey} \sin \psi;$$

$$f_e = (\alpha^2(n_1/n_2)^2k_2z_x \cos^2 \psi + \alpha^2k_1(n_2/n_1)z_y \sin^2 \psi)/2,$$

$$f_o = (\alpha^2k_1z_{ox} + \alpha^2k_1z_{oy})/2.$$

На выходной грани кристалла будет наблюдаться суперпозиция обыкновенного и необыкновенного пучков, амплитуду которой можно найти из выражения

$$E(x, y, z) = E_x(x, y, z) + E_y(x, y, z). \quad (3)$$

Таким образом, пространственная структура светового поля описывается соответствующим набором параметров: перетяжкой исходного пучка (ω_x, ω_y), углом наклона α и углом поворота кристаллографических осей ψ . На рис. 2 представлены результаты численного моделирования поперечного распределения модуля результирующей комплексной амплитуды после одноосного кристалла ниобата лития. Вследствие достаточно большой разности показателей преломления: $n_o = 2.286$, $n_e = 2.203$ ($\lambda = 632.8$ nm), наряду с эллиптичностью сечения необыкновенного пучка наблюдается изменение пространственной поляризации поля. Данный эффект обусловлен различием фазовых скоростей обыкновенного и необыкновенного пучков, имеющих разную расходимость и исходный ненулевой угол наклона. Как следует из рис. 2, *a*, при распространении через кристалл пучков с большой расходимостью наблюдается асимметричная коноскопическая картина в виде семейства изоклин. С увеличением ω освещается только часть изоклин,

одновременно с этим в области перекрытия обыкновенного и необыкновенного пучков изолируется локальный минимум амплитуды. Заметим, что угол наклона пучка остается столь малым, что пространственное расщепление обыкновенного и необыкновенного пучков не происходит. В зоне их перекрытия формируется сингулярность волнового фронта с характерным спиральным фазовым портретом в окрестности минимума модуля амплитуды (рис. 2, *a, c*).

Увеличение угла наклона α падающего на кристалл пучка (рис. 2, *b*) при прочих постоянных параметрах приводит к постепенному расщеплению обыкновенного и необыкновенного пучков и увеличению области их перекрытия, в которой локализуется все большее число ветвей изоклин (максимальная плотность которых приходится на угол ψ , кратный $\pi/4$). Как следствие, число локальных минимумов с фазовой сингулярностью также увеличивается, вырождаясь в цепочку вихрей с единичным топологическим зарядом. Расстояние между локальными минимумами в цепочке обратно пропорционально углу наклона α , так что большее число вихрей локализуется в апертуре пучка с ростом α .

Поворот кристалла на угол ψ позволяет управлять формой локальных минимумов модуля амплитуды, эллиптичность которых заметно увеличивается при достижении значений ψ , кратных $\pi/2$. Важным следствием поворота кристалла является переменная смена знака топологического заряда оптического вихря. Как показано на рис. 2, *c*, вследствие увеличения угла ψ до значения $\sim 3/4\pi$ фаза в области минимума модуля амплитуды имеет вид спирали, направление которой инвертировано относительно случая, показанного на рис. 2, *a*, при $\psi = 5/4\pi$. Смена знака топологического заряда происходит с периодичностью в $\pi/2$ rad. Дальнейшее увеличение угла $\psi \rightarrow \pi$ приводит к преобразованию локальных минимумов в темные горизонтальные полосы с краевой дислокацией волнового фронта. Заметим, что перечисленные выше явления не возникают, если исходный гауссов пучок имеет круговую симметрию ($\omega_x = \omega_y$).

Возможность формирования сингулярных пучков, а также топологических диполей в белом свете при распространении вдоль оптической оси кристалла показана в работах группы Воляра [12,14]. При условии, что пучок и оптическая ось кристалла лежат во взаимно ортогональных плоскостях, потери энергии могут быть снижены за счет меньшего числа необходимых поляризационных элементов, что актуально при работе с пучками большой мощности. На рис. 3, *a, b* продемонстрирована возможность получения „белого“ вихревого пучка в результате сложения пучков с тремя базовыми длинами волн (633, 550 и 450 nm). Показатели преломления для обыкновенного и необыкновенного пучков в кристалле ниобата лития рассчитаны по формулам Зельмейера [18]. Незначительное смещение минимума амплитуды относительно центра пучка обусловлено отклонением оптической разности хода обыкновенного и

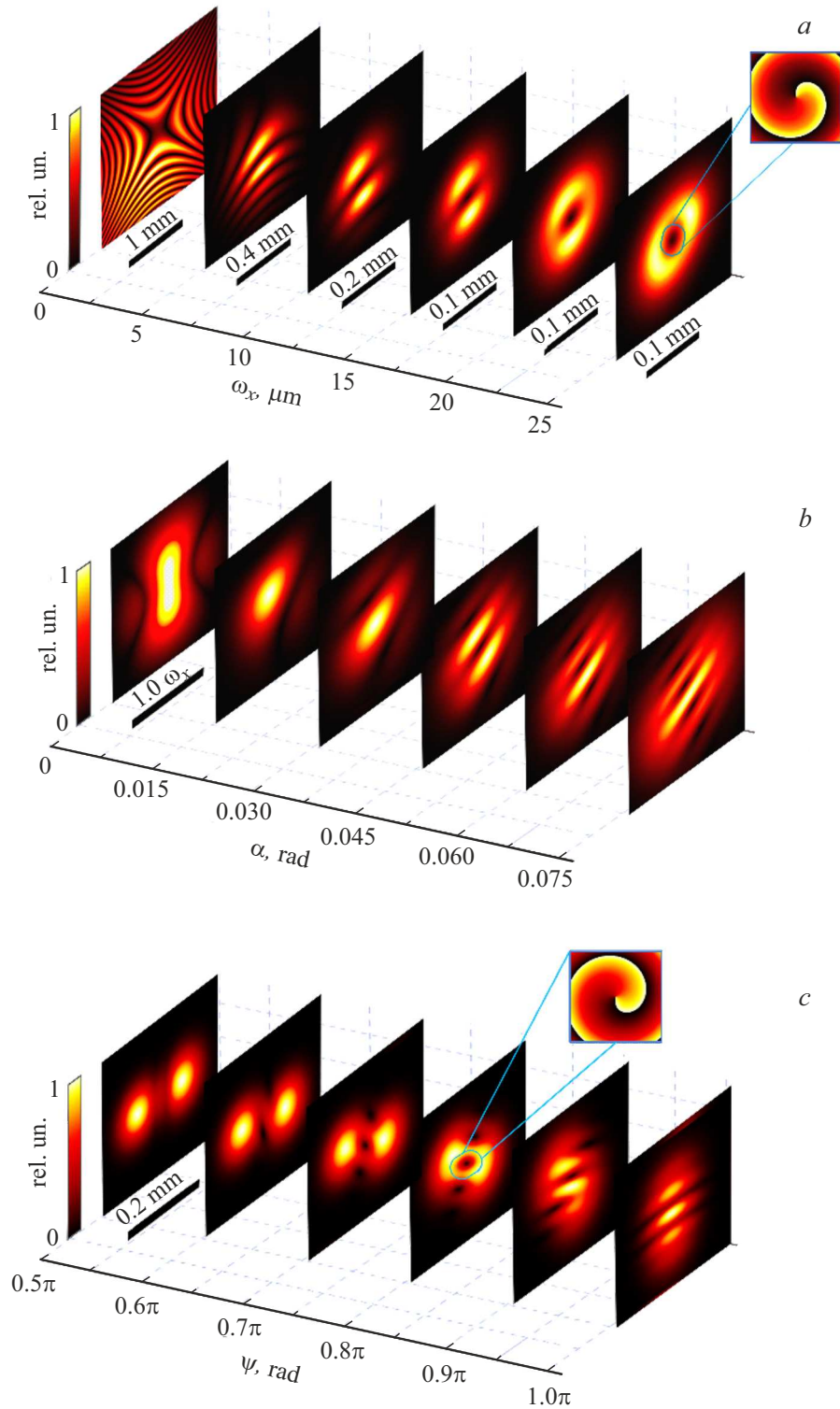


Рис. 2. Численный расчет поперечного распределения модуля амплитуды на выходной грани кристалла LiNbO_3 для случая различных радиусов перетяжки исходного пучка ω (*a*), угла наклона α (*b*) и угла поворота кристалла ψ (*c*). Параметры моделирования: исходный и результирующий пучки в проекции левой циркулярной поляризации ($\chi = +1$), $z = 20$ mm. *a* — $\psi = -3\pi/4$ rad, $\alpha = 0.031$ rad; *b* — $\psi = \pi/4$ rad, $1.2\omega_x = \omega_y = 12$ μm ; *c* — $1.2\omega_x = \omega_y = 18$ μm , $\alpha = 0.08$ rad.

необыкновенного пучков от значения $m\lambda/2$, где $m \in \mathbb{N}$. Зависимость $k_{o,e}(\lambda)$ отражена неодинаковостью разме-

ров поперечного сечения частичных пучков, вследствие чего результирующий „белый“ вихревой пучок

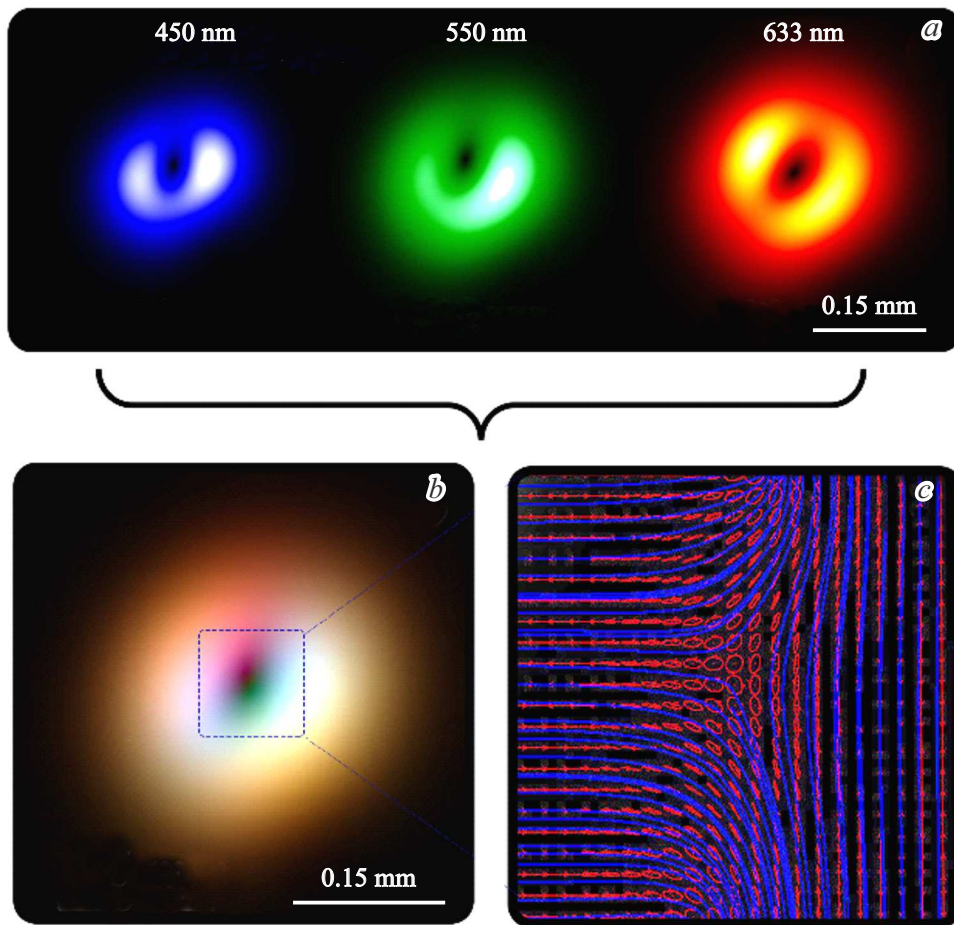


Рис. 3. Численный расчет поперечного распределения модуля амплитуды на выходной грани кристалла LiNbO_3 для случая суперпозиции пучков с длинами волн 633, 550, 450 нм (а), результат их сложения (б) и распределение поляризации поля в окрестности минимума амплитуды (с). Параметры моделирования: исходный и результирующий пучки в проекции левой циркулярной поляризации ($\chi = +1$), $\psi = -3\pi/4$ rad, $\alpha = 0.031$ rad, $z = 20$ mm, $1.2\omega_x = \omega_y = 24$ μm .

имеет оранжевый ореол, а в области минимума наблюдаются коротковолновые составляющие. Распределение поляризации поля в окрестности минимума амплитуды показано на рис. 3, с. Силовые линии, построенные вдоль большей оси эллипсов поляризации, указывают на формирование пространственной поляризационной сингулярности „звезда“ по классификации Ная [19] с характерной областью циркулярной поляризации (С-точками) в центре вихря и линейной поляризацией (L-линии) на периферии пучка.

Полученные результаты демонстрируют возможность применения явления суперпозиции обыкновенного и необыкновенного пучков после одноосного кристалла для генерации одиночных оптических вихрей, а также их цепочек. Управление числом вихрей, их формой и расположением обеспечивается подбором таких параметров, как перетяжка падающего пучка, угол наклона относительно перпендикуляра к оптической оси кристалла, а также вращением кристаллографических осей. Такой подход имеет преимущество в реализации без пространственного модулятора света, спиральной фазо-

вой пластинки или искусственного совмещения пучков с помощью интерферометра [20].

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 24-12-20013).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Б.В. Соколенко, Н.В. Шостка, О.С. Каракчиева, УФН, **192** (8), 867 (2022). DOI: 10.3367/UFNr.2022.02.039161 [B.V. Sokolenko, N.V. Shostka, O.S. Karakchieva, Phys. Usp., **65** (8), 812 (2022). DOI: 10.3367/UFNe.2022.02.039161].
- [2] B. Sokolenko, N. Shostka, O. Karakchieva, S. Degtyarev, D. Vikulin, A. Alexeyev, M. Yavorsky, Opt. Lett., **48** (16), 4400 (2023). DOI: 10.1364/OL.498264

- [3] C.N. Alexeyev, E.V. Barshak, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky, *J. Opt. Soc. Am. B*, **40** (12), 3044 (2023). DOI: 10.1364/JOSAB.497949
- [4] P. Schovánek, P. Bouchal, Z. Bouchal, *Opt. Lett.*, **45** (16), 4468 (2020). DOI: 10.1364/OL.392072
- [5] J. Nye, M. Berry, *Proc. R. Soc. Lond. A*, **336** (1605), 165 (1974). DOI: 10.1098/rspa.1974.0012
- [6] L. Stoyanov, S. Topuzoski, G.G. Paulus, A. Dreischuh, *Eur. Phys. J. Plus*, **138** (8), 702 (2023). DOI: 10.1140/epjp/s13360-023-04227-3
- [7] C.N. Alexeyev, S.S. Aliyeva, E.V. Barshak, B.P. Lapin, M.A. Yavorsky, *Phys. Rev. A*, **108** (4), 043516 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevA.108.043516
- [8] V.V. Kotlyar, H. Elfstrom, J. Turunen, A.A. Almazov, S.N. Khonina, V.A. Soifer, *J. Opt. Soc. Am. A*, **22** (5), 849 (2005). DOI: 10.1364/JOSAA.22.000849
- [9] A.Y. Bekshaev, A.I. Karamoch, *Opt. Commun.*, **281** (6), 1366 (2008). DOI: 10.1016/j.optcom.2007.11.032
- [10] M. Szatkowski, J. Masajada, I. Augustyniak, K. Nowacka, *Opt. Commun.*, **463** (1), 125341 (2020). DOI: 10.1016/j.optcom.2020.125341
- [11] И.А. Будаговский, А.С. Золотько, Д.Л. Коршунов, М.П. Смаев, С.А. Швецов, М.И. Барник, *Оптика и спектроскопия*, **119** (2), 295 (2015). DOI: 10.7868/S0030403415080048. [I.A. Budagovsky, A.S. Zolot'ko, D.L. Korshunov, M.P. Smayev, S.A. Shvetsov, M.I. Barnik, *Opt. Spectrosc.*, **119** (2), 280 (2015). DOI: 10.1134/S0030400X15080044].
- [12] A. Volyar, V. Shvedov, T. Fadeyeva, A.S. Desyatnikov, D.N. Neshev, W. Krolikowski, Y.S. Kivshar, *Opt. Express*, **14** (9), 3724 (2006). DOI: 10.1364/OE.14.003724
- [13] Q. Wang, C.-H. Tu, Y.-N. Li, H.-T. Wang, *APL Photon.*, **6** (4), 040901 (2021). DOI: 10.1063/5.0045261
- [14] Y. Egorov, A. Rubass, *J. Opt. Soc. Am. A*, **41** (6), 1000 (2024). DOI: 10.1364/JOSAA.523057
- [15] M. Gecevicius, M. Ivanov, M. Beresna, A. Matijosius, V. Tamuliene, T. Gertus, A. Cerkauskaitė, K. Redeckas, M. Vengris, V. Smilgevičius, P.G. Kazansky, *J. Opt. Soc. Am. B*, **35** (1), 190 (2018). DOI: 10.1364/JOSAB.35.000190
- [16] T.A. Fadeyeva, A.F. Rubass, B.V. Sokolenko, A.V. Volyar, *J. Opt.*, **11** (9), 094008 (2009). DOI: 10.1088/1464-4258/11/9/094008
- [17] T. Fadeyeva, C. Alexeyev, B. Sokolenko, M. Kudryavtseva, A. Volyar, *Ukr. J. Phys. Opt.*, **12** (2), 62 (2011). DOI: 10.3116/16091833/12/2/62/2011
- [18] U. Schlarb, K. Betzler, *Ferroelectrics*, **156** (1), 99 (1994). DOI: 10.1080/00150199408215934
- [19] J.F. Nye, *Natural focusing and fine structure of light* (Institute of Physics Publ., Bristol and Philadelphia, 1999), p. 81. DOI: 10.1119/1.19543
- [20] D.N. Naik, T.P. Chakravarthy, N.K. Viswanathan, *Appl. Opt.*, **55** (12), B91 (2016). DOI: 10.1364/AO.55.000B91