04,15

Влияние кулоновского взаимодействия на ударно-волновой процесс в ионных кристаллах при наносекундном импульсе удара

© Б.А. Зимин[1], Ю.В. Судьенков[2,¶], С.А. Чертищева[2]

[1] Балтийский государственный технический университет „Военмех“ им. Д.Ф. Устинова,
Санкт-Петербург, Россия
[2] Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия
[¶] E-mail: y.sudenkov@yandex.ru

Поступила в Редакцию 30 августа 2024 г.
В окончательной редакции 31 января 2025 г.
Принята к публикации 2 февраля 2025 г.

Рассмотрены акустические колебания ионного кристалла при нагружении ударом короткого импульса. Оценивается вклад кулоновской энергии связи ионных кристаллов в зависимость модулей упругости от поля напряжений, обусловленного среднеквадратичным значением электромагнитного поля при его отсутствии в начальный момент времени. Динамические уравнения колебаний записываются с использованием тензора напряжений Максвелла, определяемого вторым моментом электромагнитного поля напряжений. Показано, что описание неравновесного коэффициента Пуассона в ионных кристаллах качественно описывает экспериментальные результаты.

Ключевые слова: ударное нагружение, электростатическое взаимодействие, тензор Максвелла, релаксационные процессы, коэффициент Пуассона.

DOI: 10.61011/FTT.2025.02.59980.226

1. Введение

В настоящее время подавляющее большинство существующих моделей процесса распространения ударных возмущений в твердых телах основано на анализе установившегося стационарного ударно-волнового процесса [1,2]. В то же время наиболее интересной и информативной областью ударных исследований является область нестационарного ударно-волнового процесса вблизи поверхности нагружения. Однако информация о сильно неравновесных и нестационарных процессах вблизи поверхности ударного нагружения, определяющих эволюцию начальных профилей возмущения к характерным для установившегося процесса, крайне незначительна. Это связано как с целым рядом ограничений, присущих традиционным экспериментальным методам исследований ударно-волнового процесса, так и ограниченностью современных возможностей теоретического описания нестационарных сильнонеравновесных процессов [3–5].

В этой связи актуальным представляется развитие методов создания ударных нагрузок пико- и наносекундной длительности, а также проведение исследований эволюции параметров ударно-волновых процессов в материалах при таких коротких ударных возмущениях. Особенности эволюции параметров ударных возмущений в процессе распространения и формирования стационарной волны отмечались как в теоретических, так и в экспериментальных исследованиях [6–9].

В работах [8,9] были представлены результаты экспериментальных исследований особенностей реакции твердых тел на наносекундные импульсы давления. Внимание было уделено процессам релаксации напряжений вблизи поверхности удара. В частности, отмечалась подобная жидкости мгновенная реакция щелочно-галоидных кристаллов на короткие ударные импульсы.

Возбуждение ударных нагрузок осуществлялось при воздействии лазерного импульса через оптическое стекло на тонкий $(3-5\,\mu\mathrm{m})$ слой поглощающего излучение материала, находящегося в акустическом контакте с исследуемыми образцами.

Контроль параметров ударной нагрузки в серии измерений параметров продольных напряжений производился пьезокерамическим датчиком, находящимся на тыльной стороне образцов разной толщины. В серии измерений параметров поперечных напряжений, пьезодатчик из пленки поливинилидентофторида $(25\,\mu\mathrm{m})$ размещался в центре области ударного возмущения на разных расстояниях от плоскости нагружения образца, склеенного из двух параллелепипедов исследуемого материала.

Нормализованные зависимости изменения амплитуд продольных и поперечных составляющих импульса напряжений от толщины образцов $\sigma_l(h)$, $\sigma_t(h)$ в ионных кристаллах NaCl, полученные в ходе проведенных экспериментов, приведены на рис. 1 [8].

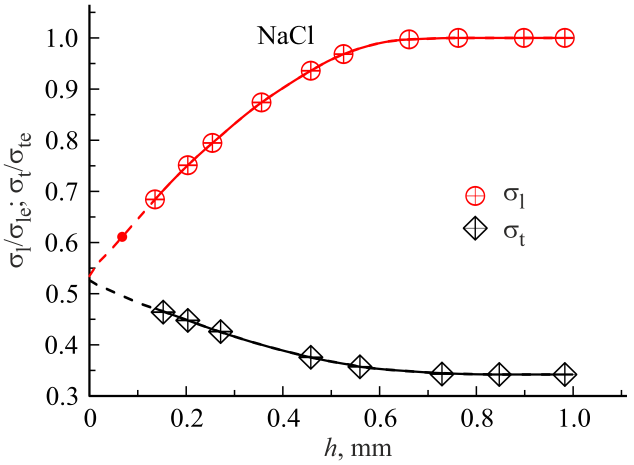

Рис. 1. Нормированная зависимость амплитуды продольных $\sigma_l(h)$ и поперечных напряжений $\sigma_t(h)$ от толщины образцов h.

2. Теоретический анализ результатов экспериментальных исследований реакции ионных кристаллов на воздействие наносекундных импульсов давления

В ионных кристаллах кулоновская энергия играет основную роль во взаимодействии ионов. Суммарный электрический заряд каждой элементарной ячейки равен нулю. При длинноволновых акустических колебаниях ионы, содержащиеся в элементарной ячейке, равномерно смещаются, и ее электрическая нейтральность не нарушается, в колебаниях участвуют только силы упругости. Акустические колебания в ионных кристаллах практически не отличаются от акустических колебаний в обычных диэлектриках. Однако оптические моды колебаний, связанные с относительным движением электрически заряженных ионов, имеют различия вследствие особенности природы сил межатомного взаимодействия в ионных кристаллах. Обычно предполагается, что эти кристаллы состоят из слегка искаженных локализованных ионов, взаимодействующих посредством электростатического поля.

Рассмотрим акустические колебания в ионных кристаллах, полагая, что такая система однородна, изотропна и описывается плотностью, давлением P и массовой скоростью частиц $\bar{V}$. При выводе уравнений движения ионных кристаллов будем рассматривать составляющие электрического поля как независимые динамические переменные. В уравнения состояния таких материалов добавляется тензор напряжений Максвелла.

В результате смещения иона из положения равновесия в таком кристалле создается дипольный момент, порождающий кулоновское поле, состоящее из макроскопического поля и поля Лоренца [10]. Изменение термодинамических свойств диэлектриков определяется тем, что электрическое поле, проникая внутрь тела, в отличие от металлов, оказывает значительное влияние на термодинамические потенциалы [10]. Так как деформируемость и поляризуемость ионов определяются электронной подсистемой и не могут быть включены в теорию колебаний решетки, основанную на разложении потенциала решетки по смещениям ионов, то предлагается дополнительный анализ колебательных процессов, учитывающий влияние электромагнитного поля в таких материалах при быстрых динамических возмущениях.

Исходной системой уравнений для изучения движения сплошной среды являются уравнения Эйлера [11]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \bar{V}) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial(\rho V_i)}{\partial t} + \partial_k \sigma_{ik} = 0, \tag{2}$$

где

$$\partial_k = \frac{\partial}{\partial X_k}.$$

Диэлектрические свойства тела меняются не только при изменении его плотности, но и при деформациях, так как деформация нарушает изотропию тела и появляется анизотропия диэлектрических свойств. Анализ такой ситуации упрощается, если рассматривать только изменение объема [10].

В электродинамике сплошных сред макроскопические величины обычно рассматриваются путем усреднения соответствующих микроскопических. Поле E_i — это случайная величина, среднее которой равно нулю $\langle E_i \rangle = 0$, поэтому уравнения движения Эйлера должны включать тензор напряжений Максвелла, который квадратичен по отношению к полю E_i и определяется тензором $\langle E_i E_k \rangle$ [10].

Тогда анализ диэлектриков в электрическом поле позволяет написать формулу для тензора напряжений в виде [10]:

$$\sigma_{ik} = P\delta_{ik} - \left(\langle E_i E_k \rangle - \langle E_0^2 \rangle \delta_{ik}/2\right) \frac{\varepsilon}{4\pi}. \tag{3}$$

где P — давление, $\langle E_i E_k \rangle - \langle E_0^2 \rangle \delta_{ik}/2$ — тензор напряжений Максвелла, ε — диэлектрическая проницаемость, $E_0^2 = E_1^2 + E_2^2 + E_3^2$.

Запишем уравнение Максвелла для E_i [10]:

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = \operatorname{crot}_i \bar{B}' - 4\pi\sigma V_i, \tag{4}$$

где σ — плотность электрических зарядов, c — скорость света, $\bar{B}'$ — вектор индукции магнитного поля, μ — магнитная проницаемость. Учитывая, что $\varepsilon = 1/(\mu c^2)$, получим для $(1 - \mu\varepsilon)/c \approx 1/c$.

Соотношение индукции B и напряженности магнитного поля H, $B = \mu H$, справедливо в неподвижных телах. Для движущейся среды при малых скоростях $V \ll c\bar{B}'$ имеет вид [10]

$$\bar{B}' = \bar{B} + [\bar{V}, \bar{E}] \frac{1 - \mu\varepsilon}{c}. \tag{5}$$

Для нахождения E_iE_k умножим (4) на E_k и симметризуем произведение по индексам i, k (1, 2, 3):

$$\frac{\partial}{\partial t}(E_iE_k) = c\,\mathrm{rot}_i\left(\bar{B} + [\bar{V}, \bar{E}]\,\frac{1}{c}\right)E_k$$
$$+ c\,\mathrm{rot}_k\left(\bar{B} + [\bar{V}, \bar{E}]\,\frac{1}{c}\right)E_i - 4\pi\sigma(V_iE_k + V_kE_i). \quad (6)$$

Рассматриваем ионные кристаллы, в которых магнитное поле практически отсутствует — $\bar{B} \ll [\bar{V}, \bar{E}](1)/c$. Нелинейными членами $(V_iE_k + V_kE_i)$ в (6) можно пренебречь, так как градиенты скорости $\nabla \times [\bar{V}, \bar{E}]$ при коротком ударе существенно превышают значения $(\bar{V}, \bar{E}) \sim E^2 \approx 0$.

Для изотропной среды среднеквадратичная величина $\langle E_iE_k\rangle$ равна [12]

$$\langle E_iE_k\rangle = \langle E_0^2\rangle\,\frac{\delta_{ik}}{3}. \quad (7)$$

С учетом всех допущений и выражения (7), получим для линеаризованных уравнений (6) систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial}{\partial t}(E_1^2) = -2(\partial_2V_2 + \partial_3V_3)\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{3}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(E_2^2) = -2(\partial_1V_1 + \partial_3V_3)\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{3}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(E_3^2) = -2(\partial_1V_1 + \partial_2V_2)\,\dfrac{\langle E_3^2\rangle}{3}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(E_1E_2) = -2(\partial_1V_2 + \partial_2V_1)\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{3}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(E_1E_3) = -2(\partial_1V_3 + \partial_3V_1)\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{3}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(E_2E_3) = -2(\partial_2V_3 + \partial_3V_2)\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{3}, \\ \dfrac{\partial}{\partial t}(E_iE_k) = \dfrac{\partial}{\partial t}(E_kE_i). \end{cases} \quad (8)$$

Запишем (2) с учетом (3) в виде

$$\partial_tV_i + \partial_k\left[\delta_{ik}\rho C^2 - \left(\langle E_iE_k\rangle - \langle E_0^2\rangle\,\delta_{ik}/2\right)\frac{\varepsilon}{4\pi}\right]\frac{1}{\rho_0} = 0, \quad (9)$$

где

$$C^2 = \left.\frac{\partial P}{\partial \rho}\right|_{\rho_0},$$

C — скорость звука, ρ_0 — равновесная плотность.

После дифференцирования уравнения (9) по времени с учетом уравнения (8) получим систему уравнений

$$\begin{cases} \partial_t^2V_1 - C^2\partial_1(\partial_1V_1 + \partial_2V_2 + \partial_3V_3) \\ \quad - [\Delta^2V_1 + \partial_1(\partial_1V_1 + \partial_2V_2 + \partial_3V_3)]\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{2\pi\rho_0} = 0, \\ \partial_t^2V_2 - C^2\partial_2(\partial_1V_1 + \partial_2V_2 + \partial_3V_3) \\ \quad - [\Delta^2V_2 + \partial_2(\partial_1V_1 + \partial_2V_2 + \partial_3V_3)]\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{2\pi\rho_0} = 0, \\ \partial_t^2V_3 - C^2\partial_3(\partial_1V_1 + \partial_2V_2 + \partial_3V_3) \\ \quad - [\Delta^2V_3 + \partial_3(\partial_1V_1 + \partial_2V_2 + \partial_3V_3)]\,\dfrac{\langle E_0^2\rangle}{2\pi\rho_0} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Ищем решение (10) в виде

$$\bar{V}(\bar{x}, t) = \tilde{V}(k, \omega)e^{i\bar{k}\bar{x} - i\omega t}, \quad (11)$$

Подставляя (11) в (10), получим дисперсионные соотношения

$$\omega^2 = \frac{\langle E_0^2\rangle\varepsilon}{12\pi\rho_0}\,k^2, \quad (12)$$

$$\omega^2 = \left(C^2 + \frac{\langle E_0^2\rangle\varepsilon}{6\pi\rho_0}\right)k^2. \quad (13)$$

Соотношения (12) и (13) являются дисперсионными соотношениями для поперечных и продольных мод колебаний, демонстрирующими существенные различия частот и соответствующих скоростей распространения. Скорости поперечных C_t и продольных C_l волн равны

$$C_t = \sqrt{\frac{\langle E_0^2\rangle\varepsilon}{12\pi\rho}}, \quad C_l = \sqrt{C + \frac{\langle E_0^2\rangle\varepsilon}{6\pi\rho}}. \quad (14)$$

По-видимому, эти различия и определяют характер изменения продольных и поперечных составлявших напряжений (рис. 1) демонстрирующих релаксационный отклик кристаллов NaCl на короткое ударное возмущение длительностью порядка $\tau \approx 10^{-9}{-}10^{-8}$ s и скоростями нагружения $\partial\sigma/\partial t \approx 10^{11}{-}10^{10}$ MPa/s. Релаксационный характер волновых процессов в различных материалах и ионных кристаллах при воздействии коротких ударных импульсов были исследованы в [8,9].

3. Релаксационный характер изменения модуля Пуассона в ионных кристаллах при наносекундном импульсном нагружении

При выводе уравнений движения ионных кристаллов составляющие электрического поля рассматривались как независимые динамические переменные, а в уравнение состояния таких материалов добавлялся тензор напряжений Максвелла. В результате смещения иона из положения равновесия в таком кристалле создается дипольный момент, порождающий кулоновское поле, состоящее из макроскопического поля и поля Лоренца [10].

При длинноволновых акустических колебаниях ионы, содержащиеся в элементарной ячейке, равномерно смещаются и ее электрическая нейтральность не нарушается. Но оптические моды колебаний, связанные с относительным движением электрически заряженных ионов, могут вносить различия в ее электрическую нейтральность. При этом инерционность относительного движения подрешеток положительных и отрицательных ионов, с существенно различающимися размерами и молекулярными массами ионов, может приводить к значительному нарушению электрической нейтральности ячеек.

Энергию ионных кристаллов в данном случае можно записать в виде [10]:

$$G = G_{\mathrm{el}} + \langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}, \tag{15}$$

где G_{el} — упругая часть энергии, $\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}$ — энергия электрического поля.

При этом уравнение баланса энергии запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(G_{\mathrm{el}} + \langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}\right) + \frac{\partial}{\partial x}\left(G_{\mathrm{el}} + \langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}, V_{\mathrm{gr}}\right) = 0, \tag{16}$$

где V_{gr} — групповая скорость.

Анализ поведения неравновесного отклика ионных диэлектриков проведем, используя простейшее кинетическое уравнение с релаксационным членом [13], временем релаксации τ и переменной ξ, определяющей степень развития релаксационного процесса [3]:

$$\frac{d\xi}{dt} = -\frac{\xi - \xi_0}{\tau}, \tag{17}$$

где ξ_0 соответствует равновесному состоянию среды.

В качестве переменной выберем параметр, позволяющий описать слабое взаимодействие упругих и электрических полей [11]:

$$\xi = \langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} - G_{\mathrm{el}}. \tag{18}$$

Здесь G_{el}, $\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}$ — энергии упругого и кулоновского взаимодействия в результате ударного нагружения, $\xi_0 = \langle E_0^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}$ энергия кулоновского взаимодействия в равновесном состоянии среды.

С учетом уравнения баланса (16) и малости τ ($\partial x \cong \tau V_{\mathrm{gr}}$) запишем кинетическое уравнение (17) в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}\right) + \frac{\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}}{\tau} = \frac{1}{2}\,\frac{\langle E_0^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}}{\tau}. \tag{19}$$

Тогда решение уравнения (19), учитывая, что в начальный момент времени $\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} = 0$, получим в виде

$$\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} = \left[\frac{1}{2}\langle E_0^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} - \frac{1}{2}\langle E_0^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]. \tag{20}$$

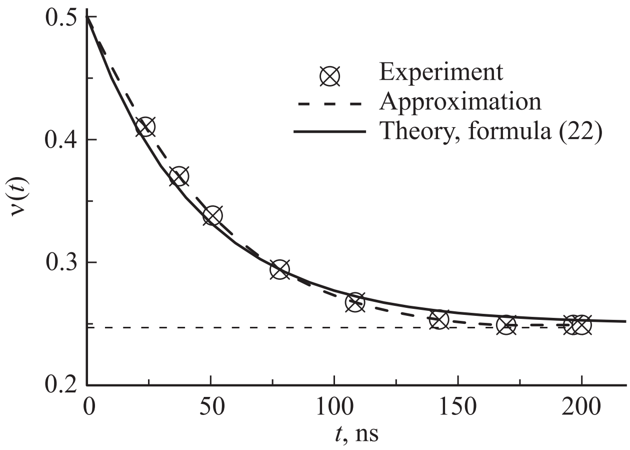

Рис. 2. Зависимость коэффициента Пуассона NaCl от времени при ударном нагружении импульсами длительностью 10^{-9}–10^{-8} s (пунктир) и расчет по (22) (сплошная кривая).

Используя известное соотношение для коэффициента Пуассона [14]

$$\nu = \frac{1}{2}\,\frac{C_l^2 - 2C_t^2}{C_l^2 - C_t^2} \tag{21}$$

и подставляя в (14) текущее значение $\langle E^2 \rangle$ из (20), получим для коэффициента Пуассона

$$\nu = \frac{1}{2}\,\frac{12\pi\rho C^2}{12\pi\rho C^2 + \frac{1}{2}\langle E_0^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi}\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]}. \tag{22}$$

Анализируя соотношение для коэффициента Пуассона (22), получаем, что в начальный момент времени ($t = 0$) изменение энергии кулоновского взаимодействия $\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} = 0$, и коэффициент Пуассона равен $\nu = 0.5$.

На стадии равновесного процесса при $t \gg \tau$ энергия кулоновского взаимодействия равна равновесной

$$\langle E^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi} = \frac{1}{2}\langle E_0^2 \rangle \frac{\varepsilon}{4\pi},$$

и соответственно $\nu < 0.5$. При равенстве в равновесном состоянии кулоновской и упругой энергий коэффициент Пуассона будет соответствовать табличному значению $\nu \approx 0.25$.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициента Пуассона, построенные по данным работы [8] и рассчитанные по соотношению (22).

Отметим, что для строгого обоснования характера поведения неравновесного коэффициента Пуассона необходимо использовать полную теорию кинетических уравнений для взаимодействующих систем [11]. Тем не менее, при сделанных в нашей модели предположениях удается получить зависимость коэффициента Пуассона от времени, качественно коррелирующую с зависимостью коэффициента Пуассона от времени построенной по результатам экспериментов работы [8] при ударном нагружении образцов NaCl импульсом длительностью 10^{-9}–10^{-8} s (см. рис. 2).

4. Заключение

Для корректного описания механических явлений в ионных кристаллах нужно использовать неравновесные модули, изменение которых обусловлено влиянием электромагнитного поля на колебательные процессы при быстрых механических возмущениях.

В случае достаточно слабого взаимодействия этих полей обмен энергии между ними затруднен, поэтому стремление к равновесному состоянию происходит поэтапно. В начале устанавливается равновесия внутри каждой из подсистем и только затем вся система стремится к равновесному состоянию. То есть ионные кристаллы можно рассматривать как среду, в которой распространение волн нарушает равновесие между внутренними термодинамическими параметрами системы.

Таким образом, выражение коэффициента Пуассона ν через продольную и поперечную скорости звука позволяет описать релаксационный характер его изменения при коротких временах ударного нагружения $\tau \approx 10^{-9}-10^{-8}$ s.

Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 25-29-00218).

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Список литературы

[1] Б. Зельдович, Э.П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, М. (1963). 632 с.
[2] Высокоскоростные ударные явления / Под ред. В.Н. Николаевского. Мир, М. (1973). 533 с. [High-Velocity Impact Phenomena / Ed. R. Kinslow. Elsevier Inc. (1970).]
[3] С. де Гроот, П. Мазур. Неравновесная термодинамика. Мир, М. (1964). 456 с. [S.R. de Groot, P. Mazur. Non-equilibrium Thermodynamics. North-Holland, Amsterdam; Wiley, New York (1962).]
[4] Г.М. Заславский, Р.З. Сагдеев. Введение в нелинейную физику. Наука, М. (1988). 368 с.
[5] С.Л. Соболев. УФН **167**, *10*, 1095 (1997). [S.L. Sobolev. Phys.—Uspekhi **40**, *10*, 1043 (1997)]
[6] Н.А. Видмонт, А.А. Максимов, И.И. Тартаковский. Письма в ЖЭТФ **37**, *12*, 578 (1983).
[7] А.А. Максимов, И.И. Тартаковский. Письма в ЖЭТФ **42**, *11*, 458 (1985).
[8] О.Д. Байзаков, Ю.В. Судьенков. Письма в ЖТФ **1**, *10*, 1433 (1985).
[9] Ю.В. Судьенков. Письма в ЖТФ **9**, *23*, 1418 (1983).
[10] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Электродинамика сплошных сред. Наука, М. (1992). 664 с.
[11] Д.Н. Зубарев. Неравновесная статистическая термодинамика. Наука, М. (1971). 417 с.
[12] И.Т. Селезов, Л.В. Селезова. Волны в магнитогидроупругих средах. Наукова думка, Киев (1975). 163 с.
[13] В.С. Постников. Физика и химия твердого состояния. Металлургия, М. (1978). 544 с.
[14] Р. Труэлл, Ч. Эльбаум, А. Хиката. Ультразвуковые методы исследования пластической деформации. Мир, М. (1969). 307 с. [R. Truell, C. Elbaum, A. Hikata. Ultrasonic Methods in the Study of Plastic Deformation. Phys. Acoust. 3A, 199 (1966).]

Редактор Е.В. Толстякова