

13,14

О степенных распределениях локальных деформаций и напряжений при разрушении гетерогенных материалов в методе дискретных элементов

© В.Л. Гиляров, Е.Е. Дамаскинская

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
Санкт-Петербург, Россия

E-mail: Vladimir.Hilarov@mail.ioffe.ru

Поступила в Редакцию 15 января 2025 г.

В окончательной редакции 21 января 2025 г.

Принята к публикации 22 января 2025 г.

Изучено распределение локальных растягивающих напряжений и деформаций в гетерогенных материалах методом дискретных элементов в процессе разрушения. Под локальными напряжениями понимаются напряжения на связях в модели связанных частиц. Показано, что в процессе разрушения эти распределения уширяются. Проведена аппроксимация длинноволновых хвостов экспоненциальными и степенными функциями и рассчитано изменение во времени параметров этих функций.

Ключевые слова: Разрушение гетерогенных материалов, метод дискретных элементов, распределение деформаций и напряжений.

DOI: 10.61011/FTT.2025.02.59995.10-25

1. Введение

Степенные распределения величин в физических системах возникают обычно в критических ситуациях, таких как фазовые переходы [1], на пороге перколяции [2], в состоянии самоорганизованной критичности [3]. Подобные распределения наблюдаются и в физике разрушения механически нагруженных материалов: например, хорошо известный закон Гутенберга-Рихтера, распределение сигналов акустической эмиссии (АЭ) по энергиям при приближении материала к разрушению [4], а также распределение образовавшихся в результате нагружения дефектов по размерам [5].

Настоящая работа посвящена изучению распределения связей по деформациям и напряжениям, а также корреляции между ними. Расчеты были проведены методом дискретных элементов в модели связанных частиц ВРМ, предложенной в работе [6]. Модельные эксперименты выполнялись в свободно распространяемом пакете программ MUSEN [7].

2. Описание компьютерного эксперимента

Моделировались образцы цилиндрической формы диаметром 10 mm и высотой 20 mm. Образец помещался в виртуальный пресс. Нижняя плита была неподвижна, а верхняя перемещалась вниз с постоянной скоростью $v = 0.02$ m/s. Тем самым имитировалось одноосное сжатие. Схема эксперимента аналогична изложенной в работе [8].

Изучались две серии образцов. Образцы первой серии содержали 48695 сферических частиц с диаметрами и процентным составом, указанными в табл. 1. Размеры частиц представляют собой набор величин со средним значением 0.3 mm и стандартным отклонением 0.1 mm, полученный генератором случайных чисел с нормальным распределением.

Во второй серии образцов было 33670 сферических частиц с диаметрами и процентным составом, указанными в табл. 2. Эти размеры представляют собой набор величин со средним значением 0.08 mm и стандартным

Таблица 1. Диаметры зерен (mm) и процентный состав каждой из фракций

	Диаметр зерен различных фракций d_i , mm					Доля каждой фракции
Кварц	0.36	0.188	0.52	0.28	0.42	0.0595745
Ортоклаз	0.27	0.28	0.4	0.36	0.26	0.0702128
Олигоклаз	0.16	0.168	0.288	0.24	0.4	0.0702128

Таблица 2. Диаметры зерен (mm) и процентный состав каждой из фракций

	Диаметр зерен различных фракций d_i , mm					Доля каждой фракции
Кварц	0.09	0.047	0.132	0.079	0.106	0.0595745
Ортоклаз	0.068	0.07	0.096	0.91	0.064	0.0702128
Олигоклаз	0.041	0.042	0.077	0.063	0.098	0.0702128

Таблица 3. Параметры материалов, использованные при моделировании

№	Материал	ρ , kg/m ³	E , GPa	ν	σ_n , МПа	σ_t , МПа	η , Pa·s
1	Кварц	2650	94	0.29	600	600	5E19
2	Ортоклаз	2560	62	0.29	420	420	1E19
3	Олигоклаз	2560	70	0.29	480	480	1E19
4	Стекло	2500	50	0.22	50	50	1E40
5	Связь кварц-ортоклаз	2500	5.8	0.2	200	200	5E19
6	Связь кварц-олигоклаз	2500	5.8	0.2	300	300	5E19
7	Связь ортоклаз-олигоклаз	2500	5.8	0.2	100	100	5E19

Примечание. ρ — плотность материала, E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона, σ_n — прочность материала на разрыв, σ_t — прочность материала на сдвиг, η — динамическая вязкость.

Таблица 4. Параметры связей

№ образца	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Число связей	33670	33670	48695	48695	48695	48695	48695	48695	33670
Тип связей	1	1	1	1	2	3	3	3	3
Диаметр связей (mm)	$d = 0.04$	$d \leq 0.1$	$d = 0.1$	$d \leq 0.6$	$d \leq 0.6$	$d \leq 0.2$	$d = 0.1$	$d \leq 0.6$	$d \leq 0.1$

отклонением 0.025 mm, полученный генератором случайных чисел с нормальным распределением. Диаметр фракции 4 для ортоклаза увеличен на порядок для повышения степени гетерогенности.

Физические параметры материалов для частиц и связей выбирались из табл. 3.

Всего исследовалось 9 образцов с параметрами связей из табл. 4. Использовались три типа связей между частицами: тип 1 соответствовал связям из ортоклаза, тип 2 отвечал случаю, когда частицы из одного материала соединялись связями из того же материала, а частицы из разных материалов соединялись низко модульными связями 5–7 (табл. 3). Тип 3 отвечал случаю, когда связи между частицами из одного материала соединялись связями из того же материала, а частицы из разных материалов соединялись хрупкими стеклянными связями (табл. 3).

В процессе разрушения через равные промежутки времени (интервал времени сохранения данных) записывался большой набор различных механических параметров образцов, который мог быть использован для дальнейшего анализа. В настоящей работе в качестве таких параметров выступали распределения растягивающих деформаций и напряжений на связях по их величинам.

3. Результаты компьютерного эксперимента и их обсуждение

Полученные в результате компьютерного эксперимента длинноволновые хвосты распределений напряжений и деформаций на каждом временном шаге аппроксимировались экспоненциальными и степенными функциями, так как именно такие функции отвечают за Марковские процессы с короткой памятью (экспонента) и скейлинг

(степенная зависимость), проявляющийся в критических состояниях (фазовые переходы, самоорганизованная критичность и т.д.). Качество аппроксимации определялось по коэффициенту детерминации R^2 . В качестве примера на рис. 1 приведены типичные зависимости от времени этих коэффициентов для образца № 5 (распределение напряжений).

Видно, что экспоненциальная зависимость хорошо описывает распределение на всем протяжении процесса. Степенная зависимость описывает процесс несколько хуже в его начале (но тоже неплохо, $R^2 > 0.93$), но превосходит экспоненциальную аппроксимацию в его конце, что характерно для процесса самоорганизованной критичности. Аналогичный характер имеют временные зависимости R^2 и для других образцов.

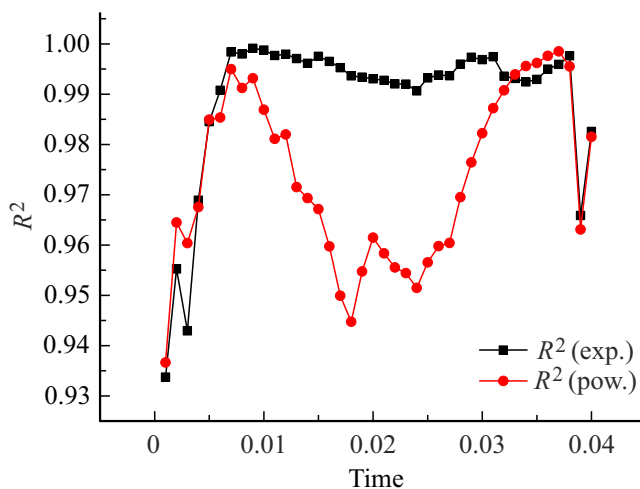


Рис. 1. Коэффициенты детерминации при аппроксимации зависимости от времени распределения напряжений в образце №5.

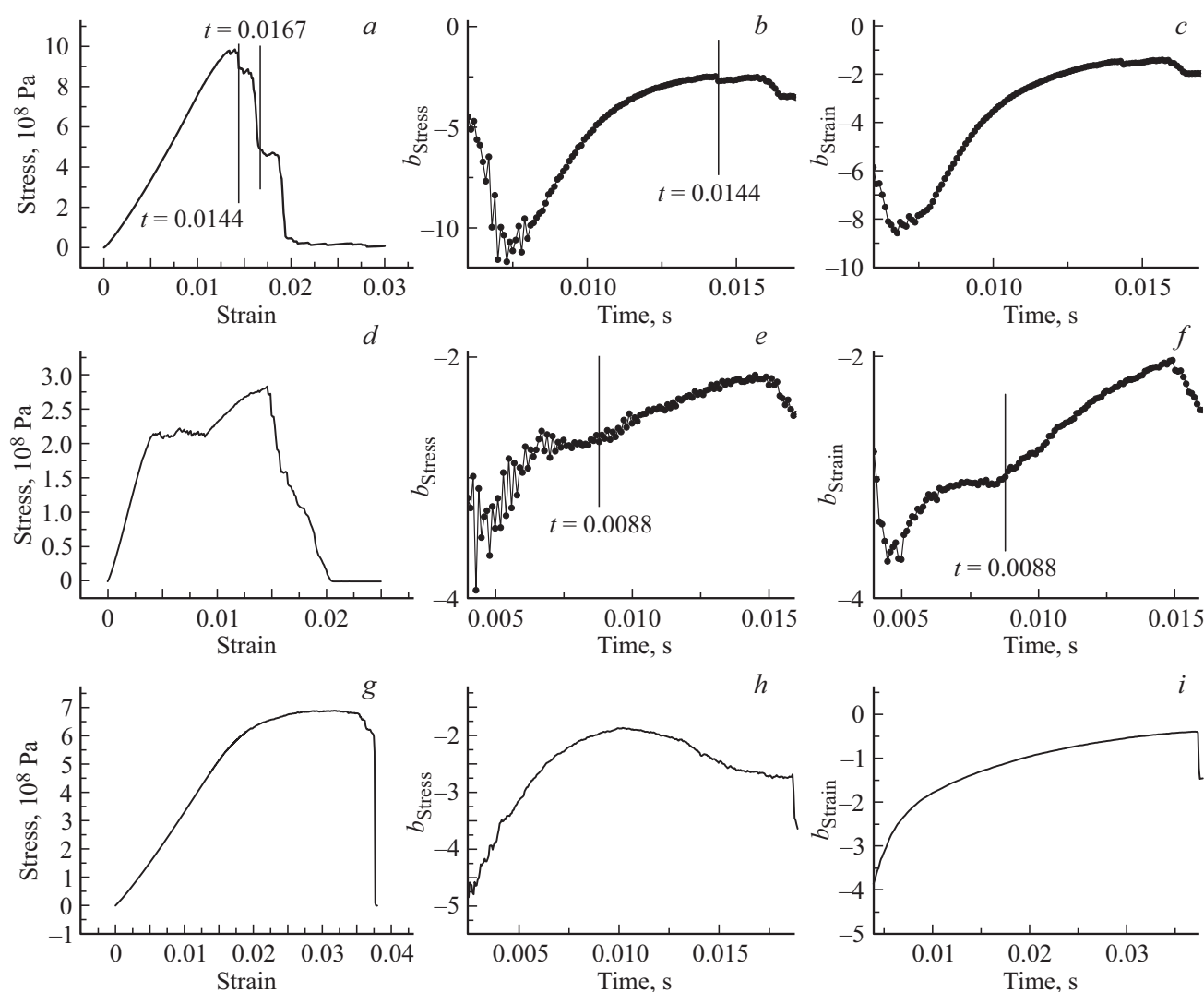


Рис. 2. Диаграмма нагружения, временная зависимость скейлингового коэффициента для напряжений (b_{stress}) и деформаций (b_{strain}) образца с ортоклазовыми связями 48695 $d \leq 0.6$ (a–c), для образца со стеклянными связями (d–f) и для образца с низкомолекулярными связями (g–i).

Так как нас в первую очередь интересуют скейлинговые коэффициенты (показатели степени), мы в этой работе будем в дальнейшем говорить именно о них. На рис. 2 представлены диаграммы нагружения и временные зависимости скейлинговых показателей для образцов 4, 5 и 8, имеющих одинаковые размеры зерен и связей между ними, но разный тип этих связей (табл. 4 и текст к ней).

Видно, что в целом распределения напряжений и деформаций расширяются по мере приближения системы к разрушению. Некоторые детали можно понять, исходя из диаграммы нагружения, а также из кинетики разрыва связей в этих образцах, представленной на рис. 3.

Так насыщение зависимостей на рис. 2, d–f при $t \approx 0.088$ s связано с исчерпанием разрывов „стеклянных“ связей и низкой скоростью разрыва остальных связей. Максимум на зависимости рис. 2, g–i для скейлин-

гового коэффициента напряжений при $t \approx 0.02$ s можно понять, если построить временную зависимость скейлингового коэффициента напряжений для каждого типа связей, присутствующих в данном материале (рис. 4). Как следует из этих графиков распределения для отдельных типов связей также уширяются при приближении образца к разрушению, для всех типов связей, за исключением 7 (ортоклаз–олигоклаз). (Для связи типа 7 степенная аппроксимация оказывается неудовлетворительной в значительной временной области). За счет того, что „межзеренные связи“ (т.е. низкомолекулярные связи, соединяющие частицы из разных материалов) начинают разрушаться гораздо позже „внутризеренных“ (т.е. связей, соединяющих частицы из одного материала), и изменение скейлингового коэффициента в области $t \approx 0.02$ s носит нерегулярный характер, и появляется этот максимум. Таким образом он имеет характер ар-

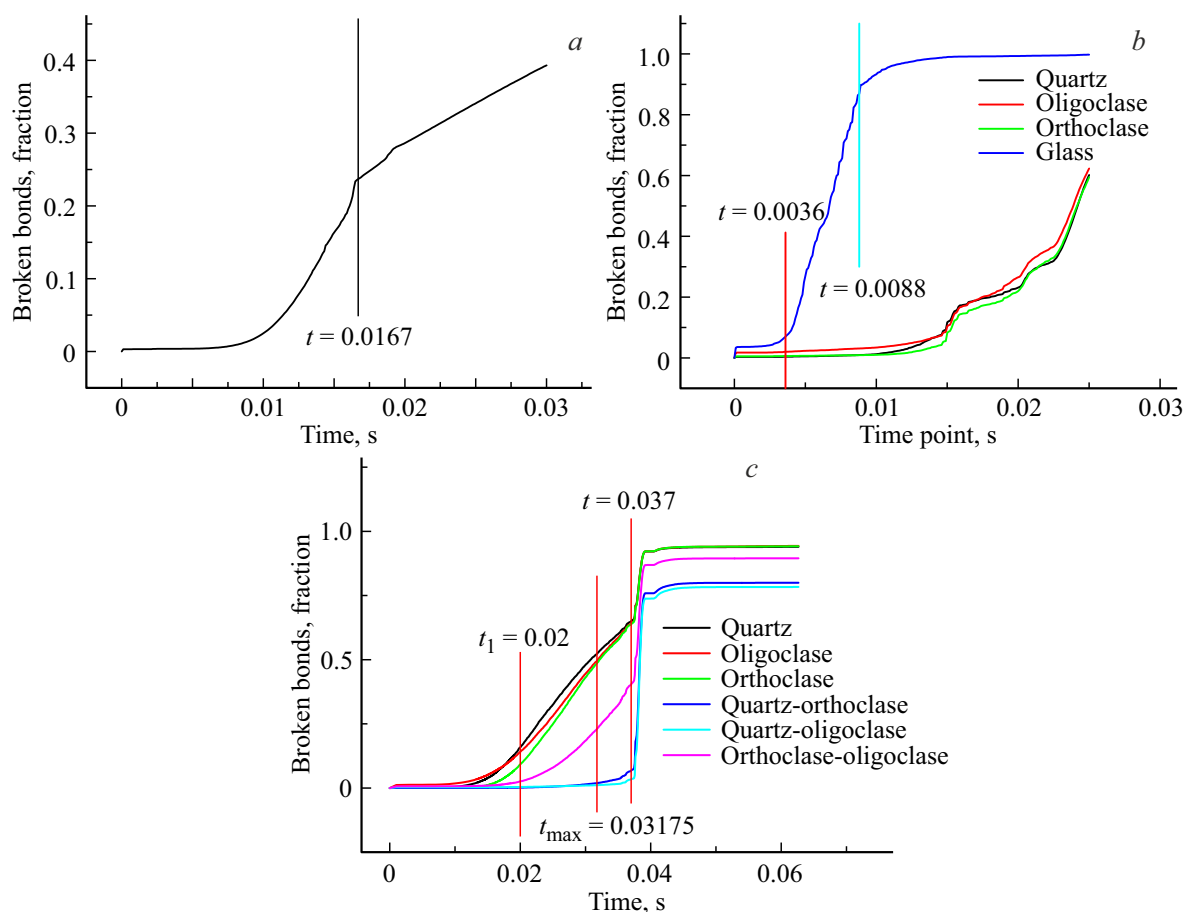


Рис. 3. Кинетика разрыва связей в образцах 4 (а), 8 (b) и 5 (с).

тефакта. При этом распределение деформаций для этого образца продолжает расширяться, поскольку его показатель степени монотонно уменьшается по величине.

Коэффициенты корреляции скейлинговых коэффициентов деформации и напряжения для всех исследованных образцов ($\rho_{\sigma\varepsilon}$) приведены в табл. 5.

Таблица 5. Коэффициенты корреляции скейлинговых коэффициентов деформации и разрушения

Образец	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\rho_{\sigma\varepsilon}$	0.971	0.967	0.921	0.994	0.644	0.845	0.835	0.846	0.815

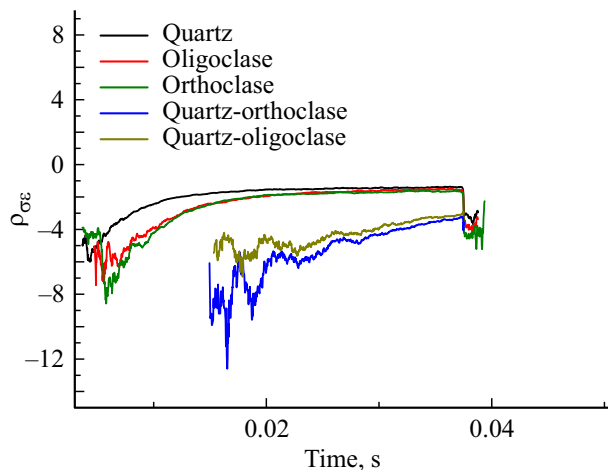


Рис. 4. Временная зависимость скейлингового коэффициента напряжений для образца с низкомоульными связями.

Как следует из табл. 5, наибольшие коэффициенты корреляции наблюдаются для более однородных образцов (1–4) с одним типом ортоклазовых связей. Такие образцы деформируются упруго вплоть до момента разрушения (хрупкое разрушение), поэтому соблюдение в них закона Гука и обеспечивает сильные корреляции между напряжениями и деформациями (рис. 2, а–с). Менее значимые корреляции наблюдаются для образцов со стеклянными связями (7–9). В этом случае повышенная гетерогенность обуславливается более низкой (на порядок) прочностью стеклянных связей при небольшом отличии их модулей от других связей. До момента начала разрушения этих связей выполняется закон Гука. После того, как почти все они разрушились, закон Гука опять выполняется, так как за счет более высокой прочности остальных связей они еще имеют

возможность упруго деформироваться. Для образца с низкомолекулярными связями (5) коэффициент корреляции еще меньше.

Были также рассчитаны коэффициенты корреляции между максимальными значениями показателей степени (критическими индексами [1]) перед разрушением для всех изученных материалов. Наибольшими оказались корреляции между индексами деформации и напряжения (-0.601). Такие соотношения между ширинами распределений можно объяснить тем, что как установлено в работе [8], неоднородность по структуре приводит к большей однородности по напряжениям (множественность мест с повышенными напряжениями) и наоборот, более однородные материалы разрушаются от одного очага (трещины). Значительный разброс величин самих критических индексов не позволяет однозначно утверждать, что они не зависят от физической природы материала.

4. Заключение

Таким образом, показано, что распределения деформаций связей и напряжений на них уширяются в процессе деформирования материалов и становятся степенными. Коэффициенты корреляции временных зависимостей скейлинговых коэффициентов деформаций и разрушений определяются соответствием зависимости $\sigma(\varepsilon)$ закону Гука. Коэффициенты корреляции критических индексов (максимальных значений скейлинговых коэффициентов) связаны с характером гетерогенности материала (по структуре или по внутренним напряжениям). При этом, достижение максимума значения (минимума по абсолютной величине) предшествует моменту разрушения.

Формирование степенных распределений перед разрушением материала отражает масштабную инвариантность физических систем в критическом состоянии, которая, по нашему мнению, в случае процесса разрушения является реализацией процесса самоорганизованной критичности.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках Государственного задания ФТИ им. А.Ф. Иоффе.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] Р. Балеску. Равновесная и неравновесная статистическая механика. Т. 1. Мир, М. (1978). 408 с.
- [2] Х. Гүлд, Я. Тобочник. Компьютерное моделирование в физике. Т. 2. Мир, М. (1990). 390 с.
- [3] D. Marković, C. Gros. Phys. Rep. **536**, 2, 41 (2013).

- [4] E. Damaskinskaya, D. Frolov, D. Gafurova, D. Korost, I. Panteleev. Interpretation **5**, 4, SP1 (2017).
- [5] Е.Е. Дамаскинская, В.Л. Гиляров. ФТТ **66**, 142 (2024).
- [6] D.O. Potyondy, P.A. Cundall. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. **41**, 1329 (2004).
- [7] M. Dosta, V. Skorych. Software **X12**, 100618 (2020).
- [8] В.Л. Гиляров, Е.Е. Дамаскинская. ФТТ **64**, 676 (2022).

Редактор А.Н. Смирнов