05

Влияние отжига на высокоскоростную деформацию меди в тестах Тейлора

© Е.С. Родионов, А.Е. Майер, В.Г. Лупанов, В.В. Погорелко, П.Н. Майер, Ю.А. Лупицкая, А.Г. Фазлитдинова

Челябинский государственный университет,
454001 Челябинск, Россия
e-mail: rodionoves.pgd@gmail.com

Поступило в Редакцию 20 сентября 2024 г.
В окончательной редакции 19 ноября 2024 г.
Принято к публикации 20 ноября 2024 г.

Представлены результаты экспериментов по высокоскоростному соударению цилиндрических и профилированных образцов из мягкой отожженной меди со скоростями соударения до 103−112 m/s в сравнении с предыдущими результатами для твердой холоднокатанной меди. Проведено трехмерное численное моделирование экспериментов на основе модели дислокационной пластичности, численно реализованной методом сглаженных частиц. Показано, что модель дислокационной пластичности, ранее параметризованная с использованием методов машинного обучения для твердой холоднокатанной меди, может успешно описывать деформационное поведение мягкой отожженной меди при изменении только начальной плотности дислокаций до уровня, характерного для отожженных металлов. При этом форма деформированных образцов и характер деформации холоднокатанных и отожженных образцов существенно отличаются. Показано, что предложенная модель адекватно описывает измельчение зерен в результате динамической деформации

Ключевые слова: динамическая деформация, модель дислокационной пластичности, микроструктура материала, деформационное поведение, плотность дислокаций.

DOI: 10.61011/JTF.2025.04.60008.276-24

Введение

Ускоренное развитие и внедрение новых технологий требует разработки цифровых двойников, позволяющих в сжатые сроки оптимизировать параметры изделий и технологических процессов. Одним из важных элементов цифровых двойников является надежное и достоверное описание деформационного поведения материалов и конструкций, особенно в условиях интенсивного динамического нагружения. Вопросы динамического нагружения материалов актуальны для многих сфер промышленности, включая авиастроение, военную промышленность, создание и защиту космических аппаратов, транспортное машиностроение, высокоскоростную и прецизионную обработку металлов. В последнее время возникла потребность замещающего развития отечественных программных комплексов в этой сфере. Для того чтобы отечественные программные комплексы не просто повторяли зарубежные аналоги, а превосходили их, они должны опираться на более точные модели материалов с большей предсказательной способностью.

В настоящее время в инженерной практике так же, как и в коммерческих пакетах конечно-элементного моделирования, для описания деформационного поведения преобладающими являются эмпирические модели пластичности, в которых предел текучести задается в виде аналитической функции деформации, скорости деформации и температуры. Примерами таких моделей являются модели Джонсона–Кука [1,2], Зерилли–Армстронга [3,4] и Престона–Тонкса–Уоллеса [5]. Среди них наибольшее распространение получила модель Джонсона–Кука. Эмпирические модели характеризуются малыми вычислительными затратами и приемлемой точностью, однако они не способны предсказать зависимость деформационного поведения от исходной микроструктуры, изменение микроструктуры в ходе деформации, а также детали высокоскоростной пластической релаксации, такие как пики напряжений в упругих предвестниках ударных волн [6]. В качестве примера можно привести цветные металлы, важное влияние на механические свойства которых оказывает не только химический состав сплава, но и его исходное состояние, твердое, мягкое или полутвердое, получаемое в ходе предварительной термомеханической обработки. Ключевым отличием таких состояний друг от друга является внутренняя микроструктура материала, характеризуемая различием в плотности дефектов, включая плотности дислокаций и границ зерен. В случае эмпирических моделей пластичности при изменении исходного состояния металла (после процедур отжига, закалки, протяжки, старения и т. д.) возникает необходимость повторного определения коэффициентов модели. Подобные проблемы возникают и при описании повторной деформации материала.

Дислокационные модели пластичности с явным описанием эволюции дислокационного ансамбля в ходе деформации [7–13] дают более точное и полное описание процесса, включая изменение микроструктуры образца в ходе деформации. В сравнении с эмпирическими моделями модели дислокационной пластичности обладают более сложным математическим аппаратом, что приводит

к некоторому увеличению времени вычислений, но они могут работать в более широком диапазоне скоростей деформации (до $10^9\,\mathrm{s}^{-1}$ и больше). Дислокационные модели позволяют учитывать эволюцию подвижных и неподвижных групп дислокаций, включая размножение, аннигиляцию, захват дислокаций в скопления (иммобилизацию), а также гомогенную нуклеацию, существенную для ультравысоких скоростей деформации [14,15]. Использование дислокационных моделей позволяет избежать повторной параметризации при изменении исходного состояния материала: достаточно будет выбрать правильную начальную плотность дефектов, что и будет показано в настоящей работе.

Для использования той или иной модели материала важным вопросом является поиск оптимальных параметров. Эмпирические модели в целом проще параметризовать, поскольку они содержат меньше параметров. С другой стороны, активное развитие методов машинного обучения и их применение для поиска оптимальных параметров моделей материалов [16–22] делает оптимизацию многопараметрических моделей более доступной. В качестве набора обучающих данных могут использоваться результаты экспериментов по высокоскоростной деформации [17,19,23]. В настоящее время существует большое разнообразие экспериментальных методик исследования свойств металлов в широком диапазоне скоростей деформации от квазистатических нагрузок до ультравысоких скоростей деформации, достигающих $10^9\,\mathrm{s}^{-1}$. Стержни Гопкинсона–Кольского используются для исследования скоростей деформации до $10^4\,\mathrm{s}^{-1}$ [24–26]; сопоставление профиля падающей, прошедшей и отраженной волн напряжений позволяет восстановить кривые напряжение–деформация. Важную роль в исследовании динамических свойств играют эксперименты по генерации плоских ударных волн в металлах, которые обеспечивают хорошо контролируемые условия динамического нагружения для экспериментального измерения динамической текучести и откольной прочности [27,28] путем интерпретации истории скорости свободной поверхности, зарегистрированной с помощью лазерной интерферометрии [29]. Различные методы генерации плоских ударных волн позволяют охватить широкий диапазон скоростей деформации, так, эксперименты по соударению пластин [30–33] обеспечивают ударно-волновое нагружение со скоростями деформации от 10^4 до $10^6\,\mathrm{s}^{-1}$ в зависимости от толщины образца. Скорости деформации около $10^6\,\mathrm{s}^{-1}$ и выше могут быть достигнуты в ударных волнах, генерируемых сильноточным электронным облучением [34,35] или мощным ионным облучением [36,37]. Интенсивные лазерные импульсы короткой [38,39] и ультракороткой [40–42] длительности могут генерировать в тонких образцах крутые фронты ударных волн со скоростями деформации до $10^7-10^9\,\mathrm{s}^{-1}$. Наиболее простую реализацию среди других методов динамических испытаний имеет тест Тейлора [13,19,43–46], предполагающий высокоскоростное соударение цилиндрических образцов исследуемых материалов с жесткой преградой. Такой метод сочетает высокие скорости деформации до $10^5\,\mathrm{s}^{-1}$ и степени деформации порядка единиц, но приводит к неоднородной деформации по объему образца, что затрудняет интерпретацию результатов. С другой стороны, применение методов машинного обучения позволяет эффективно параметризовать модели материалов по данным тестов Тейлора [18,19].

Целью настоящей работы является дальнейшее развитие модели дислокационной пластичности [12] и ее численной реализации в трехмерном случае [13]. Основным вопросом является переносимость модели на другие исходные микроструктурные состояния. Для ответа на этот вопрос проведено экспериментальное и теоретическое исследование деформации мягких отожженных медных ударников в сравнении с результатами предыдущей работы [19], в которой с использованием методов машинного обучения была проведена параметризация модели дислокационной пластичности для твердой холоднокатанной меди. Проведены эксперименты по соударению классических и профилированных образцов со скоростями до $103-112\,\mathrm{m/s}$ (в зависимости от формы ударника). Профилирование образцов в головной части позволяет повысить скорости деформации до величины порядка $10^5\,\mathrm{s}^{-1}$ уже при скорости соударения порядка $100\,\mathrm{m/s}$ [19]. Описываются результаты экспериментов и микроструктурного анализа отожженных образцов в сравнении со случаем холоднокатанной меди. Для численного моделирования использовалась модель дислокационной пластичности [12] с учетом кинетики дислокаций, дополненная подмоделью изменения размеров зерна [19]. Модель дислокационной пластичности численно реализована в трехмерном случае [13] с помощью метода сглаженных частиц (SPH) [47–49]. Показано, что модель дислокационной пластичности, параметризованная в [19] для твердой холоднокатанной меди, может успешно описывать деформационное поведение мягкой отожженной меди при изменении только начальной плотности дислокаций до уровня, характерного для отожженных металлов. При этом форма деформированных образцов и характер деформации холоднокатанных и отожженных образцов существенно отличаются. В разд. 1 описана методика проведения эксперимента и полученные результаты. В разд. 2 дано описание дислокационной модели пластичности и ее численной реализации. В разд. 3 приведены результаты расчетов в сравнении с экспериментальными данными.

1. Экспериментальное исследование отожженных медных ударников

1.1. Экспериментальная установка и образцы

Метание образцов осуществляется сжатым воздухом при помощи модифицированной ударной трубы (рис. 1). Внутри металлической ударной трубы помещается полипропиленовая направляющая труба длиной $2.1\,\mathrm{m}$ и

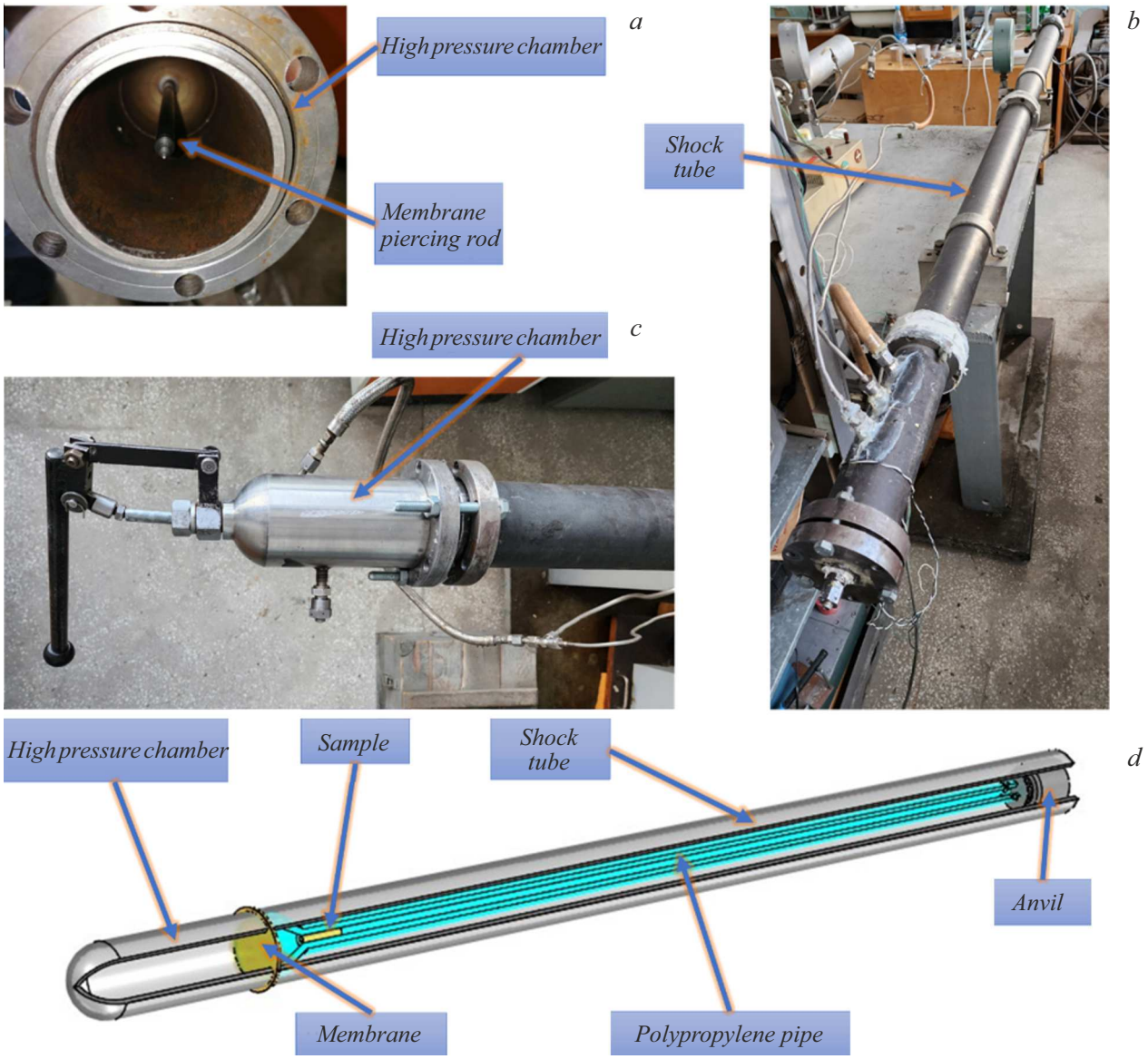

Рис. 1. Фотография и схематическое изображение ударной трубы, модифицированной для проведения динамических испытаний; *a* — камера высокого давления, вид изнутри; *b* — ударная труба в сборе; *c* — камера высокого давления; *d* — схематическое изображение ударной трубы.

внутренним диаметром 12 mm, внутри которой движется ударник. Около края полипропиленовой трубы установлена наковальня из нержавеющей стали, которая также находится внутри металлического корпуса ударной трубы. При проведении эксперимента рабочая часть полипропиленовой трубы и наковальня экранированы металлическим корпусом ударной трубы, обеспечивая дополнительную защиту. К краю металлического корпуса ударной трубы присоединена камера высокого давления (камера накачки). Максимальное давление в камере накачки составляет 10 bar. При прокалывании или разрыве мембраны сжатый воздух направляется в полипропиленовую трубу с помощью переходной манжеты. Внутри рабочей части ударной трубы давление составляет 0.05 bar, что существенно снижает сопротивление воздуха, возникающее в процессе разгона ударника, повышая скорость соударения. В качестве мембраны используется полипропиленовая мембрана. Для предотвращения протекания сжатого газа в область перед образцом ударник помещается в мягкую резиновую или силиконовую оболочку. Образец и оболочка смазываются силиконовой смазкой WD-40, что позволяет уменьшить трение при разгоне ударника и достичь больших скоростей соударения. Скорость образца измеряется времяпролетным методом с базой в 50 mm; сигналом является разрыв проводящей нити (мягкого припоя).

Для проведения динамических испытаний используются образцы из отожженной меди. За основу взята

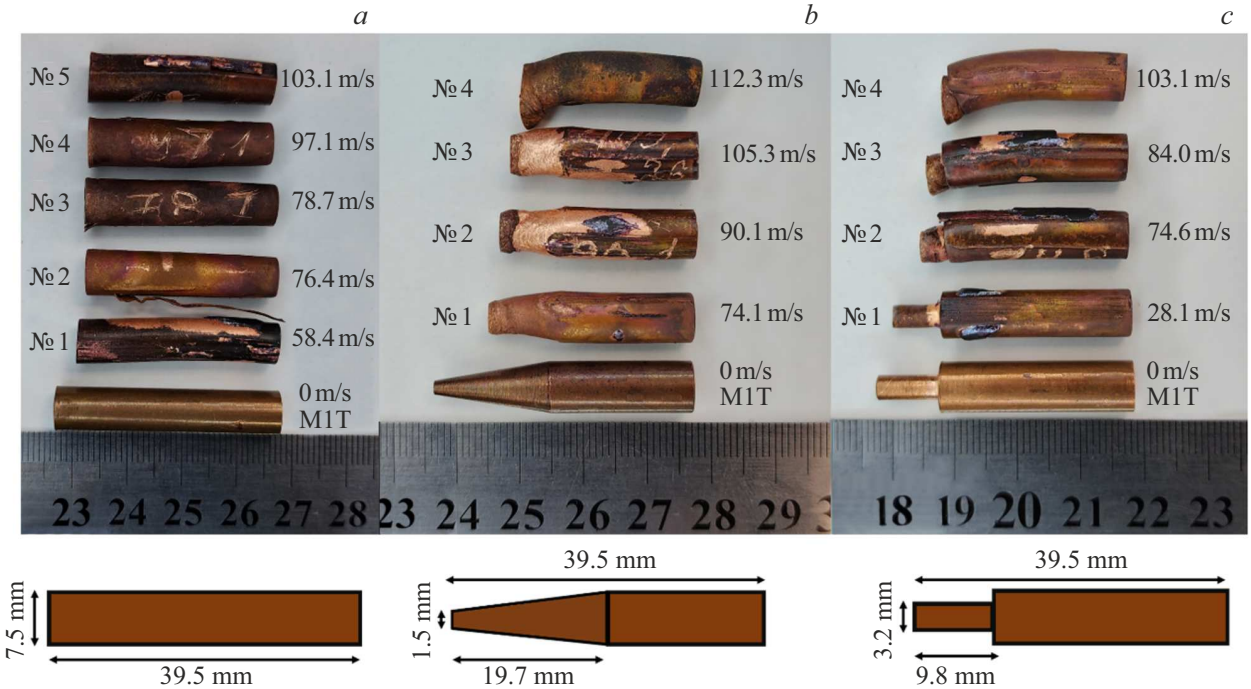

Рис. 2. Фотографии медных образцов после динамических испытаний, а также схемы с геометрическими размерами отожженных образцов до динамической деформации; *a* — классический 8-mm цилиндр; *b* — усеченный конус; *c* — уменьшенный 4-mm цилиндр.

твердая холоднокатанная медь марки M1T с содержанием примесей не более 0.1%. Отжиг проводился в муфельной печи при температуре 900°C в течение 2 h, далее образцы охлаждались вместе с печью естественным образом (процедура полного отжига). Отжиг проводился в воздухе, поэтому на поверхности медных образцов после отжига появляется окалина, которая легко удаляется с поверхности металла. Отожженные образцы после удаления окалины в среднем меньше по длине и диаметру на 0.5 mm в сравнении с образцами из холоднокатанной меди. Термической обработке подвергались как классические цилиндры, так и профилированные образцы, предложенные в работе [19]. Профилирование цилиндров в головной части позволяет уменьшить диаметр ударной поверхности и достичь больших значений скоростей деформации и степеней деформации материала за счет концентрации энергии удара. При высокотемпературном отжиге снимаются механические напряжения и уменьшается концентрация дефектов, что уменьшает прочность и повышает пластичность. Сравнение динамически деформированных отожженных образцов с холоднокатанной медью, дополненное микроструктурным анализом, позволяет показать влияние в различных исходных структурных состояниях одного и того же металла на процесс пластической деформации.

1.2. Результаты динамических испытаний

Геометрические размеры образцов после отжига приведены на рис. 2. Эксперименты с классическими цилиндрическими образцами диаметром до отжига 8 mm и длиной до отжига 40 mm были проведены со скоростями соударения от 58.4 до 103.1 m/s (рис. 2, *a*). Для образцов с усеченным конусом в головной части скорости соударения составили от 74.1 до 112.3 m/s (рис. 2, *b*). Для профилированных образцов с головной частью в виде уменьшенного цилиндра диаметром до отжига 4 mm и длиной до отжига 10 mm эксперименты проведены со скоростями соударения от 28.1 до 103.1 m/s (рис. 2, *c*). Предыдущие расчеты [19] для твердой холоднокатанной меди при скоростях соударения порядка 100–120 m/s дают скорости деформации, варьирующиеся от $10^4\,\mathrm{s}^{-1}$ для классических цилиндров до $10^5\,\mathrm{s}^{-1}$ для усеченного конуса. Поскольку степень деформации образцов из отожженной меди выше, мы можем ожидать здесь скорости деформации как минимум того же порядка при максимальной исследованной скорости соударения.

Результаты динамических испытаний показаны на рис. 2, сравнение формы отожженных ударников с образцами из холоднокатанной меди из работы [19] показано на рис. 3. В случае классического 8-mm цилиндра (рис. 2, *a*, 3, *a*) на скоростях соударения, аналогичных экспериментам по соударению холоднокатанной меди M1T [19], наблюдается существенное сокращение длины образца. Диаметр образца также увеличивается практически по всей длине, но расплющивание ударной поверхности менее выражено, чем в образцах из твердой холоднокатанной меди. Аналогичное изменение характера деформации наблюдается и для профилированных цилиндров с кониче-

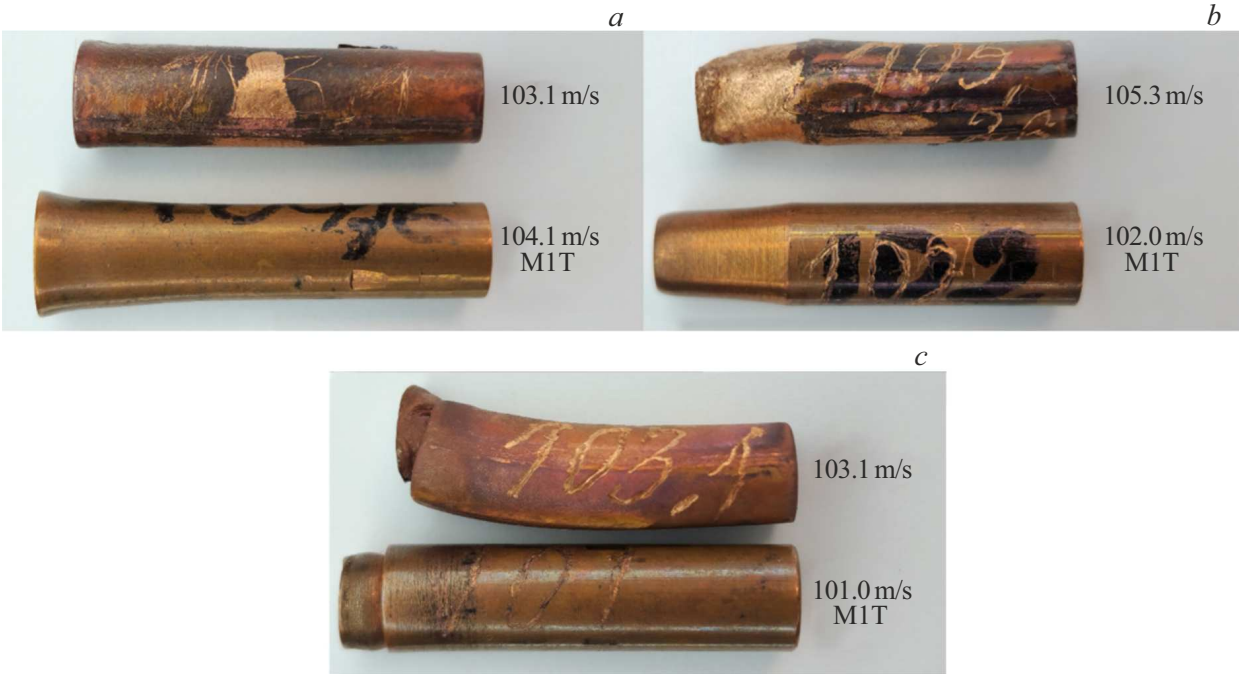

Рис. 3. Сравнение деформированных отожженных ударников с результатами динамических испытаний холоднокатанной меди; *a* — классический 8-mm цилиндр; *b* — усеченный конус; *c* — уменьшенный 4-mm цилиндр. Эксперименты для твердой холоднокатаной меди из [19].

ской (рис. 2, *b*, 3, *b*) и уменьшенной цилиндрической (рис. 2, *c*, 3, *c*) головной частью. Деформация хвостовой части достигается на меньших скоростях соударения, что еще раз подтверждает увеличившуюся пластичность материала.

Форма отожженных профилированных образцов после соударения в существенной степени утрачивает цилиндрическую симметрию, наблюдается выраженное загибание образцов (рис. 2). При этом в холоднокатанных образцах тенденция к загибанию менее выражена (рис. 3). Помимо возможной неперпендикулярности соударения существуют фундаментальные причины нарушения симметрии деформированных образцов. Как показано в разд. 1.3, начальный размер зерен в отожженном образце составляет порядка $300\,\mu$m, т. е. в головной части профилированных ударников на диаметр приходится порядка $5-10$ зерен. Анизотропия отдельных зерен приводит к неоднородности свойств материала на пространственных масштабах, сравнимых с головной частью профилированного образца. С другой стороны, в холоднокатанной меди размер зерен составляет всего порядка $20\,\mu$m, что обеспечивает большое количество зерен, как следствие, достаточное усреднение свойств материала в головной части образца и равномерность деформации. Данный вывод подтверждается результатами молекулярно-динамического моделирования [50], в которых показано загибание образца при идеально перпендикулярном соударении за счет анизотропии отдельных зерен.

1.3. Результаты микроструктурных исследований отожженных медных образцов

В работе [19] исследовались образцы из холоднокатанной твердой меди марки М1Т. Особенности изготовления этого материала заключаются в его прессовании и последующей протяжке (волочении), что существенно влияет на внутреннюю структуру материала. Зерна в таком металле имеют размер $(18 \pm 4)\,\mu$m и вытянуты в направлении прокатки. В образцах до проведения экспериментальных исследований при этом наблюдались единичные поры и большое количество полос локализации пластической деформации в направлении прокатки (особенность изготовления материала). В деформированных образцах наблюдались трещины различного размера: небольшие трещины локализовались вблизи ударной поверхности, а в местах перехода профилированной части цилиндра в основную трещины распространялись по всему диаметру образца. Материал с такой структурой более твердый по сравнению с горячекатанной медью, но обладает меньшими прочностными свойствами, это обусловливается изначально большой плотностью дефектов.

Для снятия остаточных напряжений и большей гомогенизации внутренней структуры с целью повышения пластичности материала и улучшения механических свойств, необходимых для металлургии, используют процедуру термической обработки (отжига) материала. Металл помещается внутрь муфельной печи и нагрева-

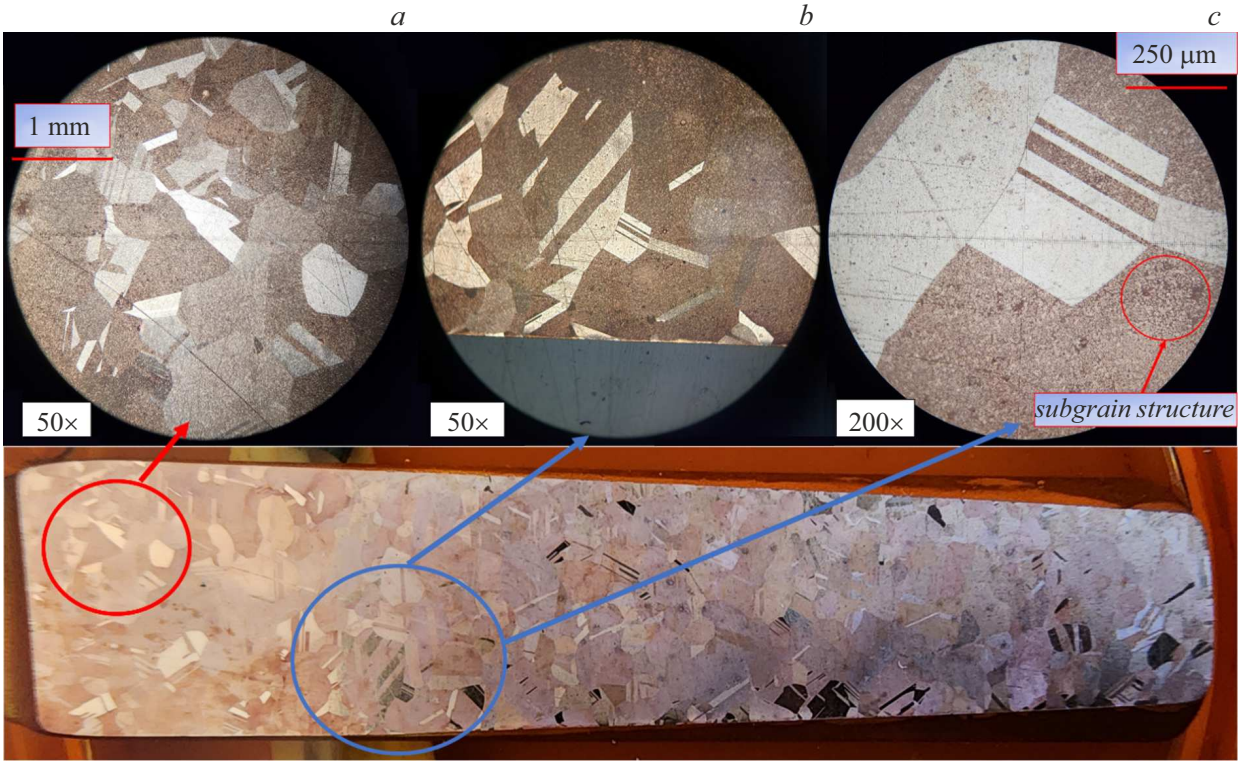

Рис. 4. Оптические микрофотографии поперечного сечения образца из отожженной меди, полученные с помощью металлографического микроскопа; *a, b* — зеренная структура; *c* — структура субзерен, размер субзерен $9\,\mu$m.

ется до выбранных температур, выдерживается, после чего охлаждается в воде, либо на воздухе. Существует большое количество видов термической обработки металлов: для гомогенизации, рекристаллизации, полный отжиг и т.д. Полный отжиг приводит к рекристаллизации внутренней структуры металла, запуская процессы разупрочнения, позволяет получить более однородную структуру металла [51]. В этом разделе будет рассмотрена внутренняя структура отожженной меди в сравнении со структурой холоднокатанной меди в исходном состоянии до термической обработки.

Металлографический анализ выполнялся с помощью оптического микроскопа МЕТАМ-ЛВ с максимальным увеличением 1000x. В качестве образцов использовались 8-mm классический цилиндры: один недеформированный, другой — динамически деформированный со скоростью соударения 76.4 m/s. Основной целью было исследование исходной микроструктуры и ее изменения при динамическом деформировании. Известно, что начальная микроструктура материала оказывает существенное влияние на его деформацию и разрушение [52]. Для травления использовали 3%-й раствор перекиси водорода, лимонной кислоты и соли (хлорида натрия).

Сначала рассмотрим недеформированный отожженный образец (рис. 4). Примесей в образце не наблюдается. Зеренную структуру металла после травления можно наблюдать невооруженным глазом. Размер зерна недеформированного отожженного образца составляет $(290 \pm 60)\,\mu$m, в исходном образце холоднокатанной меди диаметр зерна $(18 \pm 4)\,\mu$m [19]. Таким образом, после термической обработки линейный размер зерен увеличился более чем в 10 раз. После отжига не наблюдаются зерна, которые были вытянуты в направлении прокатки образца. В отожженных образцах полностью пропали полосы локализации пластического течения, а диаметр субзеренной структуры увеличился до $9\,\mu$m против $3\,\mu$m до отжига [19]. Субзеренная структура преимущественно видна в виде сетки внутри больших зерен. На границах образца зеренная структура не отличается от структуры в середине образца, в отличие от холоднокатанной меди. В целом пропали признаки того, что материал был прессован и протянут в процессе изготовления.

В динамически деформированном образце (рис. 5) вблизи ударной поверхности наблюдается уменьшение диаметра зерна до $(85 \pm 1)\,\mu$m; в этой области наблюдается характерное „перерезание“ зерна вследствие пластической деформации. Полосы локализации пластического течения, порообразные структуры и трещины, характерные для холоднокатаной меди [19], не обнаруживаются. При этом изменение размера зеренной структуры наблюдается по всей длине всего образца, в тыльной части размер зерна составляет $(150 \pm 40)\,\mu$m, что меньше, чем в недеформированном образце. Можно заключить, что пластическая деформация происходила

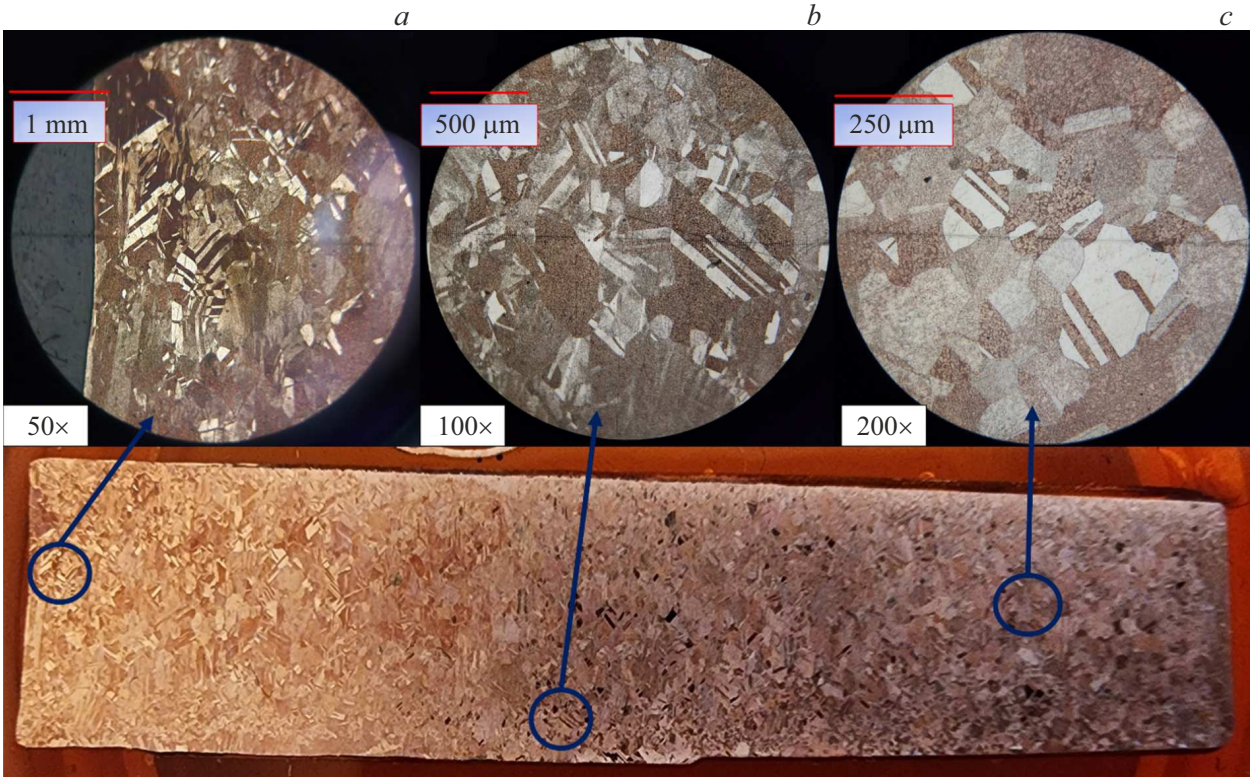

Рис. 5. Оптические микрофотографии поперечного сечения деформированного образца из отожженной меди (8-mm цилиндр, скорость соударения 76.4 m/s), полученные с помощью металлографического микроскопа; *a* — ударная поверхность, *b* — центральная часть образца; *c* — тыльная часть образца.

по всей длине образца, изменяя в разной степени размер зерна. Такой характер измельчения зерна не был свойственен образцам из холоднокатанной меди. Изменение структуры хорошо соотносится с результатами экспериментов, в которых существенно уменьшалась длина термически обработанных ударников.

Из полученных результатов следует, что после динамических испытаний структура термически обработанного материала и холоднокатанной меди существенно отличается. Отожженные образцы более пластичны. После термической обработки и динамических испытаний ударная поверхность по своей структуре все еще является более однородной, чем в холоднокатанных образцах, так как не проявляются поры и полосы локализации пластической деформации. Зерна в плоскости соударения все еще видны невооруженным взглядом, в отличие от холоднокатанных образцов, в которых размер зерна на ударной поверхности можно оценить сверху как менее $1\,\mu$m [19]. В термически обработанных образцах после динамических испытаний наблюдается изменение размеров зерна по всей длине ударника, в холоднокатанных образцах глубина видимых изменений структуры на схожих скоростях соударения составляла как правило 3–6 mm.

2. Модель дислокационной пластичности и численная реализация

Численное моделирование экспериментов проведено при помощи трехмерной реализации [13,19] модели дислокационной пластичности, которая была впервые предложена в [11] и усовершенствована в [12], за счет введения более детального описания кинетики с учетом иммобилизованных дислокаций. В рамках модели упругая часть деформации считается малой, а пластическая часть деформации полностью определяется скольжением дислокаций по системам скольжения кристалла под действием механических напряжений и противодействующего фононного трения, что применимо для динамического нагружения. Деформационное упрочнение учитывается как следствие накопления в материале дислокаций. Параметры модели приведены в таблице.

Законы сохранения составляют ядро моделей механики сплошной среды [53] и определяют эволюцию плотности ρ, скорости вещества $\mathbf{v}$ и удельной внутренней энергии E_Σ, которую можно представить в виде суммы $E_\Sigma = E + E_S + E_D$, где E — часть, связанная с гидростатическим сжатием и нагревом, E_S — часть, связанная с упругим изменением формы, и E_D — энергия дефектов решетки (дислокаций). Законы сохранения записываются

Параметры модели дислокационной пластичности для отожженной меди

Параметр	Значение	Источник
B, [Pa×s]	$0.45 \cdot 10^{-5} + 2.5 \cdot 10^{-8} \times T$	[59,67]
μ	0.34	[12]
γ_{s0}, [MPa]	30	[12]
A_{I}	2.8	[19]
V_{I}, [m/s]	0.4	[19]
k_{D}, [J^{-1}]	$7.8 \cdot 10^{16}$	[12]
k_{A}	5	[12]
$\rho_{\mathrm{D}}^{\mathrm{free}}$, [$\mathrm{m}^{-2}$]	10^{11}	[12]
$\rho_{\mathrm{D}}^{\delta}(t=0)$, [$\mathrm{m}^{-2}$]	10^{11}	[12]
$\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}(t=0)$, [$\mathrm{m}^{-2}$]	10^{11}	–
β	0.9	[54]
ε_{D}, [eV/b]	8	[19]
γ_{GB}, [$\mathrm{J/m}^2$]	0.5	[61–64]

Примечание. Параметры упрочнения определены в [19] при помощи методов машинного обучения.

следующим образом:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho(\nabla \cdot \mathbf{v}), \tag{1}$$

$$\rho\,\frac{d\mathbf{v}}{dt} = (\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}), \tag{2}$$

$$\rho\,\frac{dE}{dt} = -P(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \beta(\mathbf{S} : \dot{\mathbf{w}}), \tag{3}$$

где полные производные обозначают скорости изменения величин в частицах среды, $\boldsymbol{\sigma} = -P\mathbf{I} + \mathbf{S}$ — тензор напряжений, $p = p(\rho, e)$ — давление, вычисляемое из уравнения состояния, и $\mathbf{s}$ — девиатор напряжений; $\mathbf{I}$ — единичный тензор. Последний член в правой части уравнения (3) представляет собой нагрев за счет пластически рассеянной механической энергии, где $\dot{\mathbf{w}}$ — скорость пластической деформации, $\beta = 0.9$ — коэффициент Тейлора–Квинни [54].

Упругопластическое состояние описывается тензором макроскопических деформаций $\mathbf{u}$ и тензором пластической деформации $\mathbf{w}$. В случае малых упругих деформаций можно использовать разницу $\mathbf{u} - \mathbf{w}$ в качестве тензора упругих деформаций. Девиаторы напряжений вычисляются из закона Гука [55]:

$$\mathbf{S} = 2G\left[\mathbf{u} - \frac{1}{3}\,\mathrm{tr}(\mathbf{u})\mathbf{I} - \mathbf{w}\right], \tag{4}$$

где G — модуль сдвига, рассчитываемый аналогично работе [12] в предположении постоянства коэффициент Пуассона μ из соотношения $G = (3/2)\rho c_b^2(1-2\mu)(1+\mu)^{-1}$, где c_b — объемная скорость звука, определяемая из уравнения состояния по текущей плотности и внутренней энергии. Эволюция тензора макроскопических деформаций определяется следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{2}\big[(\nabla \otimes \mathbf{v}) + (\nabla \otimes \mathbf{v})^{\mathrm{T}}\big] + \big[(\mathbf{u} \cdot \dot{\mathbf{R}}) + (\dot{\mathbf{R}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{u})\big], \tag{5}$$

где тензор скоростей поворота $\dot{\mathbf{R}} = 0.5[(\nabla \otimes \mathbf{v}) - (\nabla \otimes \mathbf{v})^{\mathrm{T}}]$ представляет собой антисимметричную часть градиента скорости, верхний индекс „T“ означает транспонирование, а символ „⊗“ означает диадное произведение тензоров. Последнее слагаемое в уравнении (5) учитывает изменение компонент тензора деформаций за счет вращения элементов среды в лабораторной системе координат. Изменение $\mathbf{w}$ определяется как скоростью пластической деформации $\dot{\mathbf{w}}$, так и вращением:

$$\frac{d\mathbf{w}}{dt} = \dot{\mathbf{w}} + \big[(\mathbf{w} \cdot \dot{\mathbf{R}}) + (\dot{\mathbf{R}}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{w})\big]. \tag{6}$$

Пластичность обеспечивается скольжением дислокаций и описывается уравнением Орована:

$$\dot{\mathbf{w}} = \sum_{\delta} \frac{1}{2}\big[(\mathbf{b}^{\delta} \otimes \mathbf{n}^{\delta}) + (\mathbf{b}^{\delta} \otimes \mathbf{n}^{\delta})^{\mathrm{T}}\big]\rho_{\mathrm{D}}^{\delta} V_{\mathrm{D}}^{\delta}, \tag{7}$$

где индекс $\delta \in [1, 12]$ нумерует системы скольжения ГЦК кристалла [56], $\mathbf{b}^{\delta}$ — вектор Бюргерса, $\mathbf{n}^{\delta}$ — нормаль к плоскости скольжения; $\rho_{\mathrm{D}}^{\delta}$ — скалярная плотность подвижных дислокаций и V_{D}^{δ} — скорость скольжения дислокаций относительно вещества. При повороте элементов среды в ходе деформации компоненты тензора преобразуются аналогично компонентам тензоров $\mathbf{u}$ и $\mathbf{w}$ в уравнениях (5) и (6) соответственно, что учитывает изменение ориентации систем скольжения дислокаций.

Действие на дислокацию со стороны поля механических напряжений описывается силой Питча–Кёлера на единицу длины дислокации в плоскости скольжения [54,57]:

$$F^{\delta} = \mathbf{b}^{\delta} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{n}^{\delta}. \tag{8}$$

Баланс этой силы и силы фононного трения определяет скорость скольжения дислокаций, для расчета которой используется квазистационарное аналитическое решение [58–60]:

$$V_{\mathrm{D}}^{\delta} = \frac{c_t \xi^{\delta}}{6\sqrt{6}\chi^{\delta}}\big[(\chi^{\delta})^{2/3} - 12\big]^{3/2}, \tag{9}$$

$$\xi^{\delta} = \frac{1}{c_t B}\Big(F^{\delta} - \frac{bY_s}{2}\,\mathrm{sign}\,(F^{\delta})\Big)H\Big(|F^{\delta}| - \frac{bY_s}{2}\Big), \tag{10}$$

$$\chi^{\delta} = 108|\xi^{\delta}| + 12\sqrt{3}\sqrt{4 + 27|\xi^{\delta}|^2}, \tag{11}$$

где c_t — продольная скорость звука, Y_s — статический предел текучести, $H(\bullet)$ — функция Хевисайда, $b = (2\sqrt{2})^{-1}\sqrt[3]{4m_1/\rho}$ — модуль вектора Бюргерса, m_1 — масса одного атома.

Кинетика дислокаций учитывает как подвижные, так и неподвижные дислокации, характеризующиеся скалярными плотностями $\rho_{\mathrm{D}}^{\delta}$ и $\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}$ соответственно. Под подвижными понимаются дислокации, не имеющие сильных стопоров и способные двигаться под действием приложенных сдвиговых напряжений, превышающих статический предел текучести, см. уравнения (9)–(11). Неподвижные дислокации закреплены сильными стопорами и

не участвуют в пластической релаксации напряжений, но обеспечивают деформационное упрочнение. Уравнения кинетики выражают баланс скоростей размножения Q_{D}^{δ}, иммобилизации Q_{I}^{δ}, аннигиляции подвижных дислокаций Q_{A}^{δ} и аннигиляции подвижных дислокаций с неподвижными Q_{AI}^{δ} [12]:

$$\frac{d\rho_{\mathrm{D}}^{\delta}}{dt} = Q_{\mathrm{D}}^{\delta} - Q_{\mathrm{I}}^{\delta} - Q_{\mathrm{A}}^{\delta} - Q_{\mathrm{AI}}^{\delta} - \rho_{\mathrm{D}}^{\delta}(\nabla \cdot \mathbf{v}), \tag{12}$$

$$\frac{d\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}}{dt} = Q_{\mathrm{I}}^{\delta} - Q_{\mathrm{AI}}^{\delta} - \rho_{\mathrm{I}}^{\delta}(\nabla \cdot \mathbf{v}). \tag{13}$$

Последние слагаемые в правой части уравнений (12) и (13) учитывают кинематическое изменение плотности дислокаций за счет сжатия или растяжения вещества. Для расчета скорости размножения дислокаций используется энергетический подход, предложенный в [11]:

$$Q_{\mathrm{D}}^{\delta} = k_{\mathrm{D}} b \rho_{\mathrm{D}}^{\delta} |F_{\mathrm{D}}^{\delta} V_{\mathrm{D}}^{\delta}|, \tag{14}$$

где $k_{\mathrm{D}} = (1-\beta)/(8\,\mathrm{eV})$ — коэффициент генерации. Скорость иммобилизации можно записать следующим образом [12]:

$$Q_{\mathrm{I}}^{\delta} = V_{\mathrm{I}}(\rho_{\mathrm{D}}^{\delta} - \rho_{\mathrm{D}}^{\mathrm{free}})\sqrt{\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}}, \tag{15}$$

где $\rho_{\mathrm{D}}^{\mathrm{free}}$ — пороговое значение для начала иммобилизации, V_{I} — параметр скорости иммобилизации. Скорость аннигиляции равна

$$Q_{\mathrm{A}}^{\delta} = 2k_{\mathrm{A}} b |V_{\mathrm{D}}^{\delta}| (\rho_{\mathrm{D}}^{\delta})^2, \;\; Q_{\mathrm{AI}}^{\delta} = k_{\mathrm{A}} b |V_{\mathrm{D}}^{\delta}| (\rho_{\mathrm{D}}^{\delta}\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}), \tag{16}$$

где k_{A} — коэффициент аннигиляции. Деформационное упрочнение описывается законом Тейлора:

$$Y_s = Y_{s0} + \mathrm{A_I} G b \sqrt{\rho_{\mathrm{I}}}, \quad \rho_{\mathrm{I}} = \sum_{\delta} \rho_{\mathrm{I}}^{\delta}, \tag{17}$$

где Y_{s0} — статический предел текучести в материале без дислокаций. Помимо накопления дислокаций, упрочнение может быть связано с границами зерен, что обычно учитывается соотношением Холла–Петча. С другой стороны, для динамической деформации существенный вклад этого слагаемого можно ожидать при субмикронных размерах зерен, что далеко от рассматриваемого нами диапазона размеров зерен.

В работе [19] предложено дополнительное уравнение для учета изменения размера зерна d в процессе деформации материала:

$$d = \left[d_0^{-1} = \frac{1}{3\gamma_{\mathrm{GB}}} \int_0^t \prod dt' \right]^{-1}, \tag{18}$$

где d_0 — начальный размер зерна, $\gamma_{\mathrm{GB}} = 0.5\,\mathrm{m}^2$ — характерная энергия границ зерен [61–64]. При выводе уравнения (14) считается, что образование новых границ зерен происходит за счет мощности, выделяющейся при аннигиляции дислокаций:

$$\prod = \varepsilon_{\mathrm{D}} \sum_{\delta} (Q_{\mathrm{A}}^{\delta} + 2Q_{\mathrm{AI}}^{\delta}), \tag{19}$$

где $\varepsilon_{\mathrm{D}} = 8\,\mathrm{eV}/b$ — энергия единицы длины дислокационной линии.

Численная реализация модели в трехмерном случае описана в работе [13]. Используется метод расщепления по физическим процессам. Для вычисления пространственных градиентов применяется метод сглаженных частиц (SPH — smoothed particle hydrodynamics) [48,49,65]. В рамках этого подхода сплошная среда разбивается на частицы, а механические характеристики каждой частицы размываются с помощью сглаживающего ядра. Нахождение пространственных производных сводится к аналитическому вычислению производных функции ядра и суммированию по соседним частицам. Кинетика дислокационной пластичности рассчитывается независимо в каждой частице среды. Интегрирование уравнений по времени производится явным методом Эйлера с временным шагом, определяемым условием Куранта. Для стабилизации решений с резкими градиентами скорости используется искусственная вязкость [48]. Для расчета давления используется уравнение состояния меди в форме искусственной нейронной сети [13]. Параметры модели в таблице взяты из предыдущей работы [19] для твердой холоднокатаной меди, кроме начальной плотности неподвижных дислокаций $\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}(t=0)$, для которой использовано характерное значение для отожженных металлов. Начальное значение плотности подвижных дислокаций в каждой системе скольжения $\rho_{\mathrm{D}}^{\delta}(t=0)$ взято равным порогу начала иммобилизации $\rho_{\mathrm{D}}^{\mathrm{free}}$, см. уравнение (15).

Численное решение в однопоточном режиме реализовано в виде программы SPHEP на языке Фортран [13]. Частицы изначально размещаются в узлах ОЦК решетки, что обеспечивает их лучшую связанность по сравнению с простой решеткой. Число SPH-частиц в системе составляет от 39 000 до 55 000, в зависимости от формы ударника. На всех поверхностях ударника задавались свободные граничные условия, кроме контакта с наковальней, на которой задаются условия непроницаемости и свободного скольжения. В начальный момент времени всем частицам придается одинаковая начальная скорость по направлению к наковальне. Для визуализации полученных результатов используется программа OVITO [66].

3. Результаты моделирования

3.1. Сравнение расчетов и экспериментов для отожженной меди

Для неотожженной холоднокатанной меди оптимизация параметров модели методами машинного обучения [19] привела к начальной плотности иммобилизованных дислокаций $\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}(t=0) = 6.3 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^{-2}$, что в сумме по всем плоскостям скольжения дает величину $76 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^{-2}$, соответствующую случаю сильно деформированных металлов. Большая пластическая деформация отожженных образцов и результаты их микро-

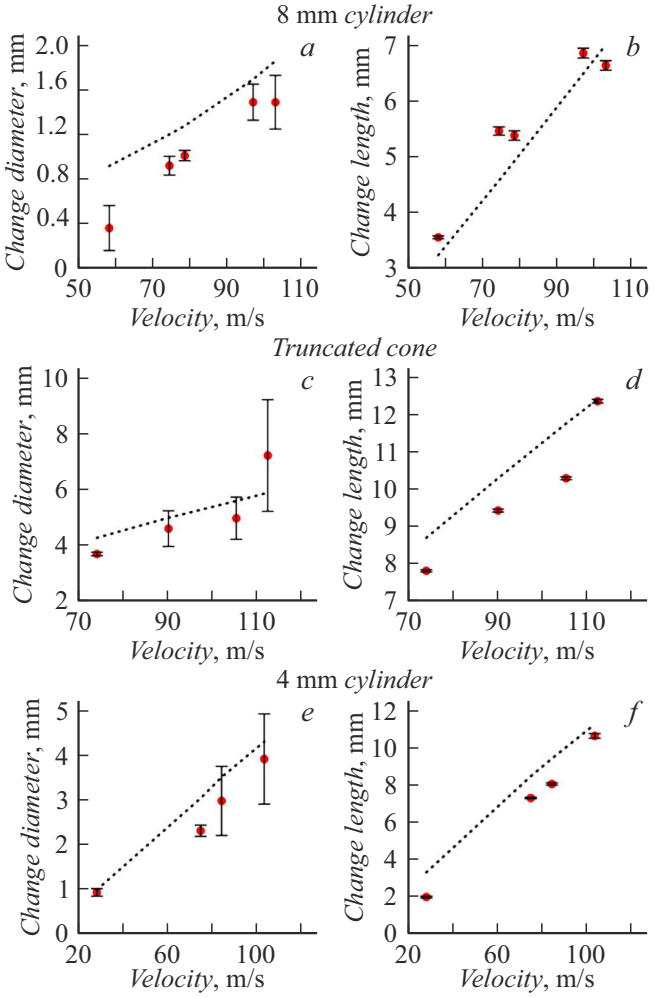

Рис. 6. Сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными данными для образцов из отожженной меди. Зависимости от скорости удара величин изменения диаметра (a, c, e) и изменения длины (b, d, f) для 8-mm классического цилиндра (a, b), усеченного конуса (c, d) и 4-mm профилированного цилиндра (e, f). Результаты расчетов представлены черной пунктирной линией, а результаты экспериментов — кружками с интервалами ошибок.

структурного анализа показывают, что отжиг сделал металл существенно более мягким. Отжиг понижает концентрацию дефектов, и для отожженных металлов характерная плотность дислокаций составляет порядка $10^{12}\,\mathrm{m}^{-2}$. Поэтому в расчетах для отожженных образцов начальная плотность дислокаций была взята равной $\rho_{\mathrm{I}}^{\delta}(t=0) = 10^{11}\,\mathrm{m}^{-2}$, что в сумме по всем плоскостям скольжения дает величину $1.2 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^{-2}$. Данное изменение начальной плотности дислокаций можно считать физически обоснованным. Отметим, что такая же пониженная начальная плотность дислокаций использовалась в [19] при сравнении расчетов с ударно-волновыми экспериментами [68], выполненными на нормализованных образцах. Остальные параметры модели дислокационной пластичности, в частности, коэффициент упрочнения A_{I} и скорость иммобилизации дислокаций V_{I}, остались такими же, как для холоднокатанной меди в [19]. Отсутствие необходимости параметризации теоретической модели при изменении внутренней структуры материала является существенным преимуществом физически обоснованных моделей пластичности по сравнению с эмпирическими моделями.

На рис. 6 показано сравнение экспериментальных данных и результатов теоретической модели. В качестве геометрических параметров для сравнения выбрано изменение длины и диаметра образца в головной части в результате соударения относительно их начальных значений. В случае 8-mm классического цилиндра предсказание модели для изменения диаметра головной части (рис. 6, a) несколько превышает экспериментальные значения, но в абсолютных значениях погрешность составляет лишь десятые доли миллиметра. Стоит отметить, что существуют эксперименты, в которых погрешность изменения диаметра головной части профилированных цилиндров достаточно большая. Это связано с тем, что после процедуры отжига размер зерна существенно увеличивается. При этом на головную часть отожженных образцов может приходится всего несколько крупных зерен. Подобная структура может приводить к локализации пластической деформации на границах зерен, что может нарушать цилиндрическую симметрию образцов, в качестве примера показана ударная поверхность усеченного конуса на рис. 7, d. Подобное явление менее выражено на классических 8-mm образцах, так как на ударной поверхности сосредоточивается большое количество зерен.

На рис. 7, a–c показано сравнение формы экспериментального образца с SPH-расчетами. В случае классического 8-mm цилиндра (рис. 7, a), модель хорошо описывает увеличение диаметра образца практически по

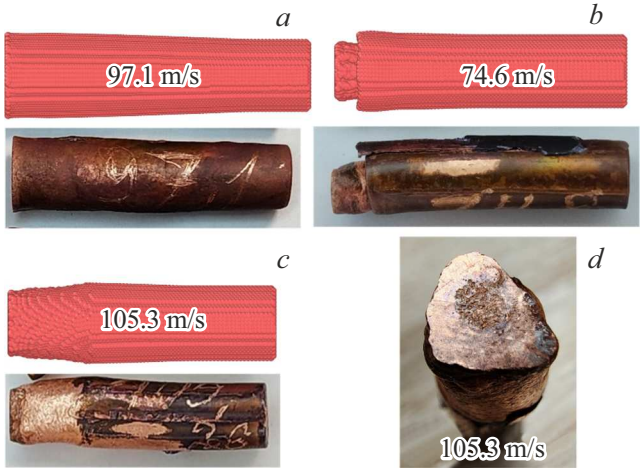

Рис. 7. Сравнение финальной формы образца после деформации для различных форм ударников: a — однородный 8 mm цилиндр; b — уменьшенный 4 mm цилиндр; c — усеченный конус; d — приведена фотография ударной поверхности усеченного конуса с явным нарушением осевой симметрии.

всей его длине. В случае 4-mm уменьшенного цилиндра (рис. 7, *b*), и усеченного конуса (рис. 7, *c*), результаты численного моделирования предсказывают деформацию не профилированной части цилиндра, что соответствует экспериментальным данным.

В целом модель, которая ранее была параметризована для холоднокатанных медных цилиндров [19], с хорошей точностью описывает экспериментальные результаты для отожженных образцов. Для этого потребовалось изменить только один параметр модели — начальную плотность иммобилизованных дислокаций, что физически обоснованно.

3.2. Динамика деформации на основе SPH-расчетов

Сравнение расчетной формы образца с экспериментальной для однородного 8-mm цилиндра представлено на рис. 7, *a* и показывает увеличение диаметра практически по всей длине образца. На рис. 8, *a* показана эквивалентная пластическая деформация w_M, которая является скалярной мерой тензора пластической деформации $\mathbf{W}$:

$$w_M = \sqrt{(2/3)(\mathbf{W} : \mathbf{W})}. \tag{20}$$

Пластическая деформация распределена практически по всей длине образца и уменьшается до нуля только вблизи тыльной поверхности. Наибольшие значения пластической деформации сосредоточены на ударной поверхности практически по всему диаметру образца, это хорошо коррелирует с результатами микроструктурного анализа, где наибольшее измельчение зерен фиксировалось на ударной поверхности образца.

На рис. 8, *b* показано распределение температуры в численном эксперименте. Наиболее высокие температуры получаются в центральной части ударной поверхности образца. Максимальное повышение температуры составляет около 110 K. На рис. 8, *c* показано пространственное распределение эквивалентного напряжения фон Мизеса σ_M, которое представляет собой меру девиатора напряжения $\mathbf{S}$:

$$\sigma_M = \sqrt{(3/2)(\mathbf{S} : \mathbf{S})}. \tag{21}$$

После начала деформации наблюдается равномерное распределение напряжений практически по все длине образца со значениями 0.16–0.18 GPa. Наибольшие напряжения наблюдаются на ударной поверхности. После остановки образца и дальнейшего отскока наблюдается резкое падение напряжений.

На рис. 7, *b* показано сравнение формы экспериментального образца с результатом численного расчета для профилированного образца с головной частью в виде цилиндра меньшего радиуса. Моделирование повторяет тенденцию равномерного увеличения диаметра головной части ударника. Степень увеличения диаметра повышается с увеличением скорости соударения. Моделирование также хорошо описывает порог скорости, с которой

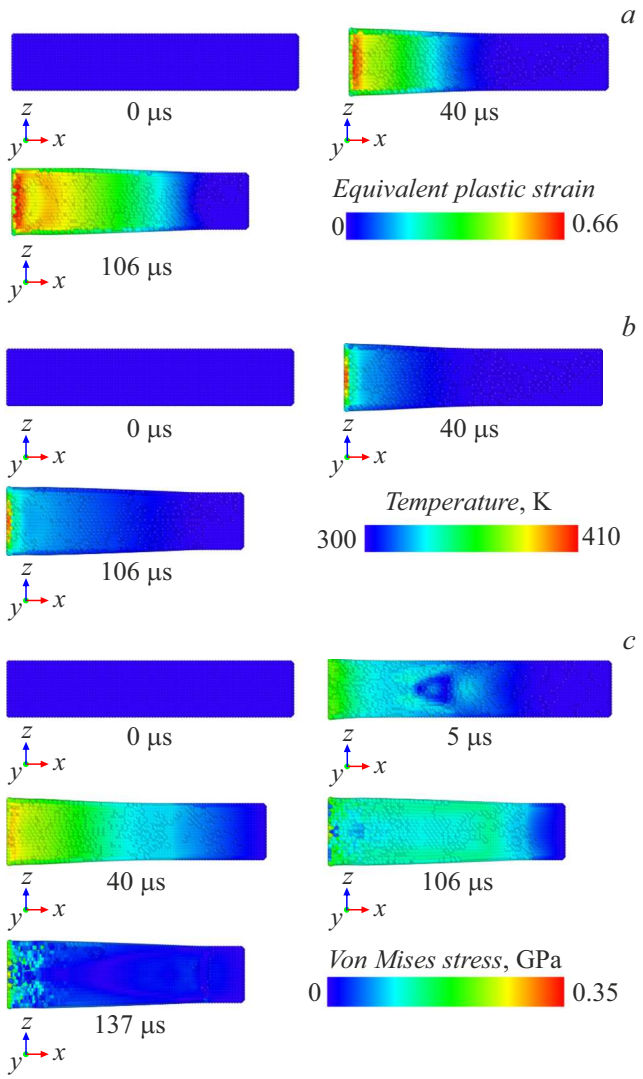

Рис. 8. SPH-расчеты для классического 8-mm цилиндра (удар со скоростью 103.1 m/s); пространственные распределения: *a* — эквивалентной пластической деформации, *b* — температуры; *c* — эквивалентного напряжения фон Мизеса в центрально-поперечном сечении в последовательные моменты времени.

начинается увеличение диаметра основной (хвостовой) части цилиндра. На рис. 9, *a, b* показано пространственное распределение пластической деформации и повторяющее его распределение температуры. Пластическая деформация в основном сосредоточена в головной части, что соответствует предположению [69], но распространяется и вглубь основной части образца. Наибольшие значения достигаются на ударной поверхности. Наибольшее повышение температуры на ударной поверхности достигает 360 K. Средняя температура в головной части образца составляет порядка 380–400 K. Напряжение по Мизесу достигает значений около 0.7 GPa (рис. 9, *c*). Среднее напряжение в деформированной части образца составляет 0.28–0.32 GPa. Стоит отметить, что рас-

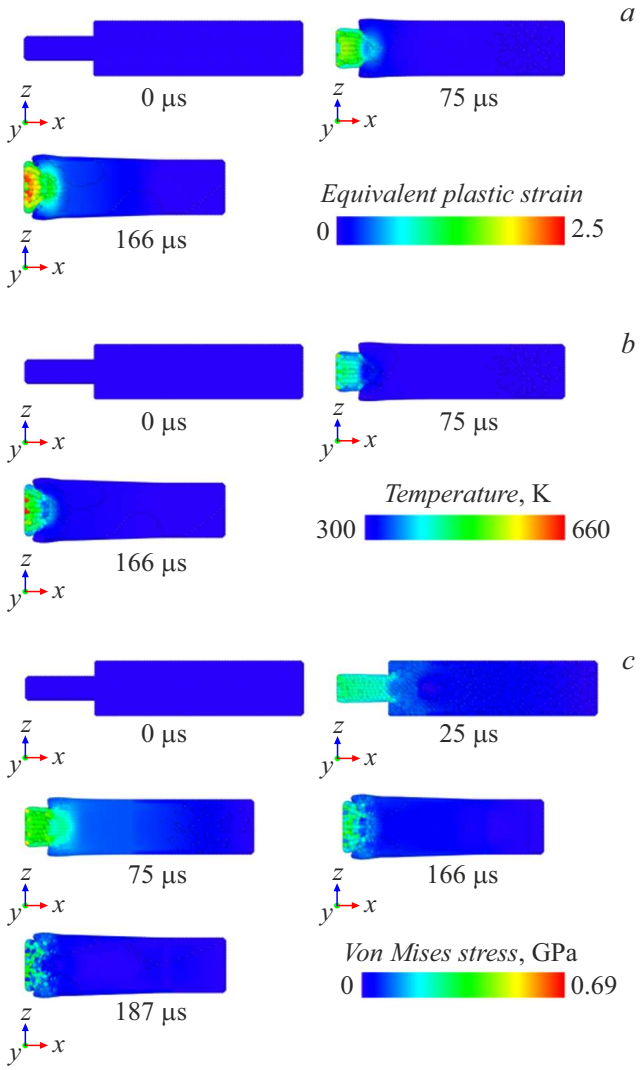

Рис. 9. SPH-расчеты для профилированного 4-mm цилиндра при скорости удара 103.1 m/s: пространственные распределения: *a* — эквивалентной пластической деформации, *b* — температуры; *c* — эквивалентного напряжения фон Мизеса в центральном сечении в последовательные моменты времени.

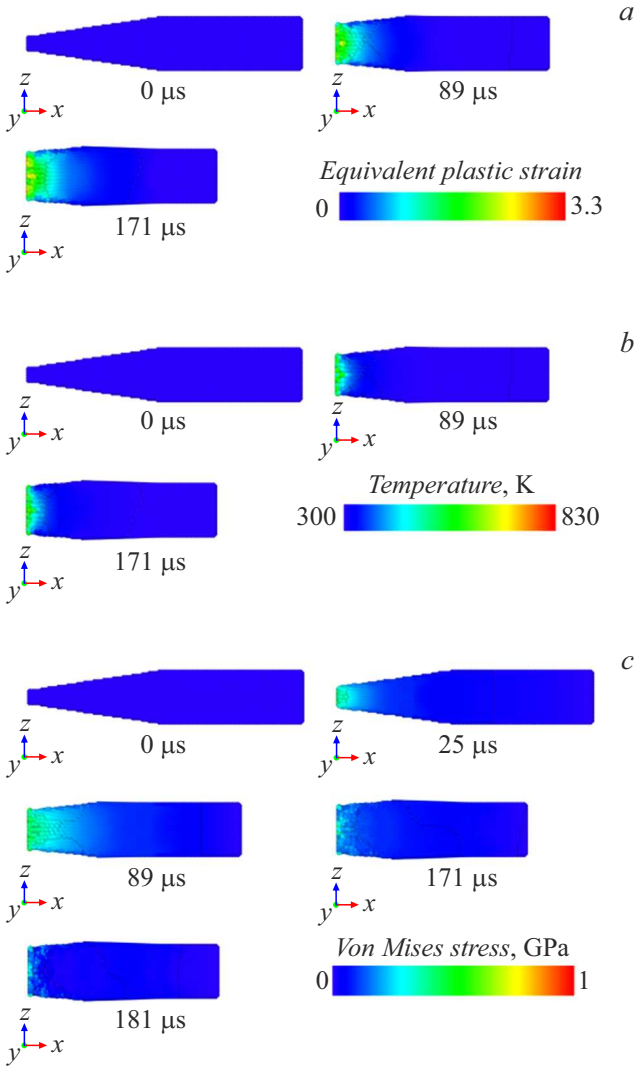

Рис. 10. SPH-расчеты для усеченного конуса в головной части при скорости удара 112.3 m/s: пространственные распределения: *a* — эквивалентной пластической деформации, *b* — температуры и *c* — эквивалентного напряжения фон Мизеса в центральном сечении в последовательные моменты времени.

пределение напряжений и пластической деформации отличается от случая классического 8-mm цилиндра. Это обусловлено изменением диаметра при переходе от головной части образца к основной части, что влияет на картину распространения ударных волн в образце.

Для случая конусов сравнение форм деформированных образцов представлено на рис. 7, *c* и показывает преимущественное сплющивание в ходе соударения конусообразной головной части. На рис. 10, *a* показаны распределение пластической деформации в последовательные моменты времени. Пластическая деформация затрагивает головную часть вплоть до перехода в хвостовую часть образца. Распределение температуры показано на рис. 10, *b*. Температура в деформированной области усеченного конуса составляет в среднем 610–650 K, максимальная температура около 830 K, что еще далеко от температуры плавления меди. Поле сдвиговых напряжений показано на рис. 10, *c*. Максимальное напряжение на контактной поверхности составляет около 1 GPa, среднее для головной части образца около 0.4 GPa.

3.3. Сравнение динамической деформации мягкой и твердой меди

Для сравнения пространственного распределения эквивалентной пластической деформации, температуры и напряжений фон Мизеса с образцами из холоднокатанной меди была проведена серия расчетов для классического 8-mm цилиндра, профилированного 4-mm цилиндра и усеченного конуса. Для холоднокатанных образцов использовались параметры модели дислокационной пластичности из работы [19]. Начальная гео-

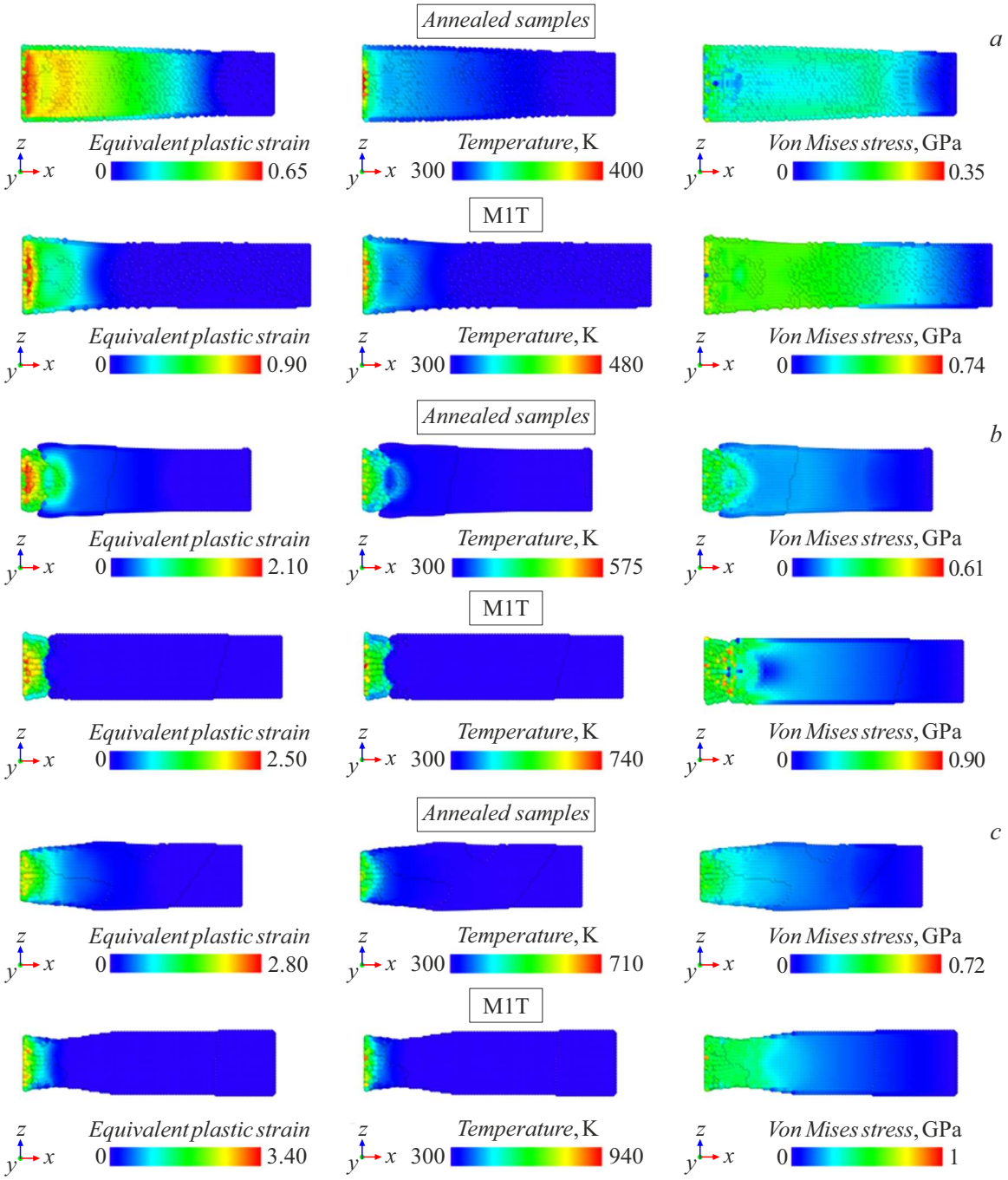

Рис. 11. Пространственное распределение пластической деформации, температуры и напряжений фон Мизеса для образцов из мягкой отожженной и твердой холоднокатанной меди для разных форм ударников: *a* — классический 8-mm цилиндр, *b* — профилированный 4-mm цилиндр, *c* — усеченный конус.

метрия образцов взята одинаковой. Каждому цилиндру задавалась начальная скорость 100 m/s. Картины распределений фиксировались в момент остановки тыльной части ударника. Результаты сравнения представлены на рис. 11.

В случае классических 8-mm ударников (рис. 11, *a*) у отожженных образцов видна тенденция к большему уменьшению длины и меньшему увеличению диаметра по сравнению с ударниками из холоднокатанной меди. Диаметр у отожженных образцов меняется практически по всей длине образца, в отличие от ударников из холоднокатанной меди. Максимальные значения пластической деформации, температуры и напряжений выше у холоднокатанного ударника. Пластическая деформация в отожженных ударниках стремится к нулю только вблизи тыльной части образца, а в случае твердой меди M1T

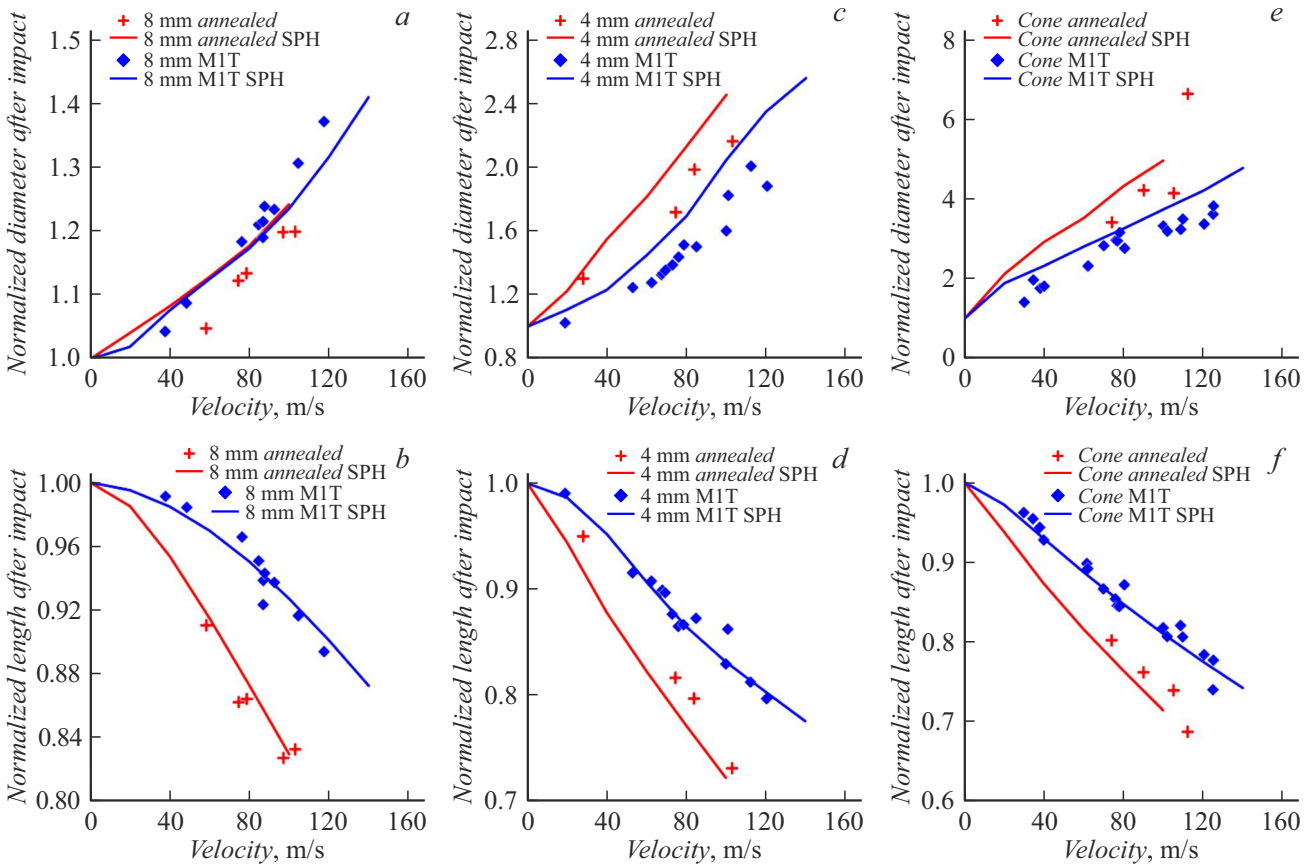

Рис. 12. Сравнение результатов экспериментов (маркеры) и расчетов (линии) для холоднокатанных и отожженных образцов в случае *a, b* — классических 8-mm цилиндров, *c, d* — профилированных 4-mm цилиндров и *e, f* — усеченных конусов: *a, c, e* — нормированный на начальный диаметр ударной поверхности образца после соударения, *b, d, f* — нормированная на начальную длину образца после соударения. Для случая холоднокатанной меди приведены результаты работы [19].

она становится нулевой примерно на 1/4 общей длины цилиндра. Распределения температур похожи друг на друга с максимумом на ударной поверхности. Распределения сдвиговых напряжений похожи, отличны только максимальные и средние значения этих величин.

В случае профилированных 4 mm ударников (рис. 11, *b*), как и для классических 8 mm цилиндров, наблюдается тенденция к уменьшению длины отожженных образцов по сравнению с холоднокатанными. В случае отожженных образцов наблюдается деформация и увеличение диаметра основной, не профилированной части цилиндра, в образцах из холоднокатанной меди подобный эффект прослеживается только на больших скоростях соударения. В случае отожженных образцов пластическая деформация затрагивает основную часть цилиндра, тогда как в ударниках из меди M1T пластическая деформация в основной части цилиндра нулевая. На рис. 11, *c* показано распределение пластической деформации, температуры и напряжений для образцов в виде усеченного конуса. В случае отожженного конуса прослеживается тенденция к выравниванию диаметра ударной поверхности и основной части цилиндра. Как и для других форм образцов, пластическая деформация в меньшей степени локализована около ударной поверхности в сравнении с холоднокатанной медью.

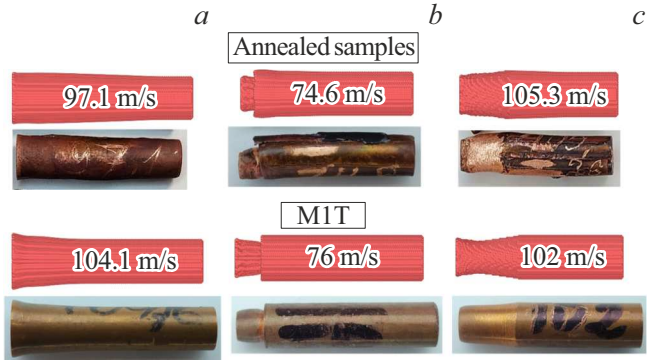

Рис. 13. Сравнение экспериментальной и рассчитанной формы образцов из холоднокатанной (нижний ряд) меди из работы [19] и отожженной (верхний ряд) меди для: *a* — классических 8-mm цилиндров, *b* — профилированных 4-mm цилиндров, *c* — усеченных конусов. Результаты приведены для близких скоростей соударения.

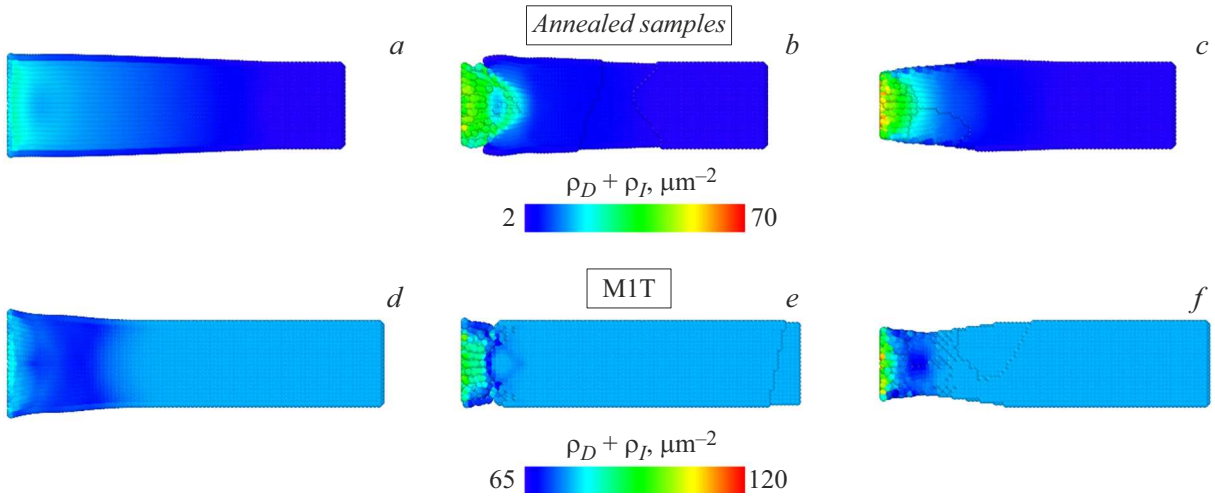

Рис. 14. Полные плотности дислокаций в отожженной (*a, b, c*) и холоднокатанной (*d, e, f*) меди на момент остановки образца для: *a, d* — классических 8-mm цилиндров; *b, e* — профилированных 4-mm цилиндров; *c, f* — усеченных конусов. Плотность дислокаций у тыльного конца стержня соответствует начальному состоянию.

На рис. 12 приведены зависимости от скорости соударения нормированных геометрических размеров образцов отожженной меди в сравнении с результатами работы [19] для холоднокатанной меди. Численные модели для двух микроструктурных состояний отличаются только начальной плотностью неподвижных дислокаций, при этом модель правильно учитывает тенденцию к более сильному увеличению диаметра и уменьшению длины отожженных образцов в сравнении с твердыми холоднокатанными. Этот же вывод подтверждает рис. 13, на котором приведено сравнение формы образцов после соударения для случая отожженной меди с экспериментальными и расчетными результатами работы [19] для холоднокатанной меди. Поскольку параметризация модели для отожженной меди не проводилась, а величина начальной плотности дислокаций взята из физических соображений как характерное значение для отожженного металла, полученные результаты можно считать верификацией модели.

На рис. 14 приводится сравнение финальной полной плотности дислокаций в образцах из мягкой отожженной и твердой холоднокатанной меди. В отожженной меди с низкой начальной плотностью дислокаций пластическая деформация приводит к монотонному росту плотности дислокаций и деформационному упрочнению (росту статического предела текучести (см. уравнение (17))). При соударении по мере распространения пластической деформации по длине отожженного образца в нем формируются упрочненные слои материала, которые далее деформировать тяжелее, чем расположенные рядом еще не упрочненные слои. Как следствие, пластическая деформация переносится все дальше от поверхности соударения. В холоднокатанной меди исходная плотность дислокаций уже очень высокая, и динамическая деформация на начальных этапах приводит к уменьшению плотности дислокаций и разупрочнению материала. Это связано с аннигиляцией генерируемых при пластической деформации подвижных дислокаций с неподвижными; подобные процессы понижения плотности дислокаций после пиковых значений наблюдаются в молекулярно-динамическом моделировании [70]. На рис. 14 видно, что в холоднокатанных образцах присутствует область пониженной по сравнению с начальным состоянием плотности дислокаций. Такое разупрочнение материала приводит к локализации пластической деформации в головной части образца. Этим объясняется отличие характера деформации отожженных и холоднокатанных образцов. Следует отметить, что дальнейшая деформация приводит к увеличению плотности дислокаций вблизи ударной поверхности до уровня выше начального (рис. 14, *d–f*); таким образом, разупрочнение в холоднокатанных образцах сменяется упрочнением.

3.4. Кривые деформация–напряжение

В механике деформируемого твердого тела важным аспектом является анализ кривых напряжение–деформация. Используя модель дислокационной пластичности, нами были рассчитаны такие кривые при заданной однородной внешней деформации. На рис. 15 приведены зависимости истинных напряжений от истинных деформаций для мягкой отожженной и твердой холоднокатанной меди, рассчитанные для простого растяжения (одноосное напряженное состояние) при различных скоростях деформации. В первом случае исходная плотность неподвижных дислокаций составляет $1.2 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^{-2}$, а во втором случае — $76 \cdot 10^{12}\,\mathrm{m}^{-2}$. На начальном участке кривой для высоких скоростей деформации наблюдается всплеск напряжений (зуб текучести), связанный с временной нехваткой подвижных дислокаций для релаксации напряжений. Далее

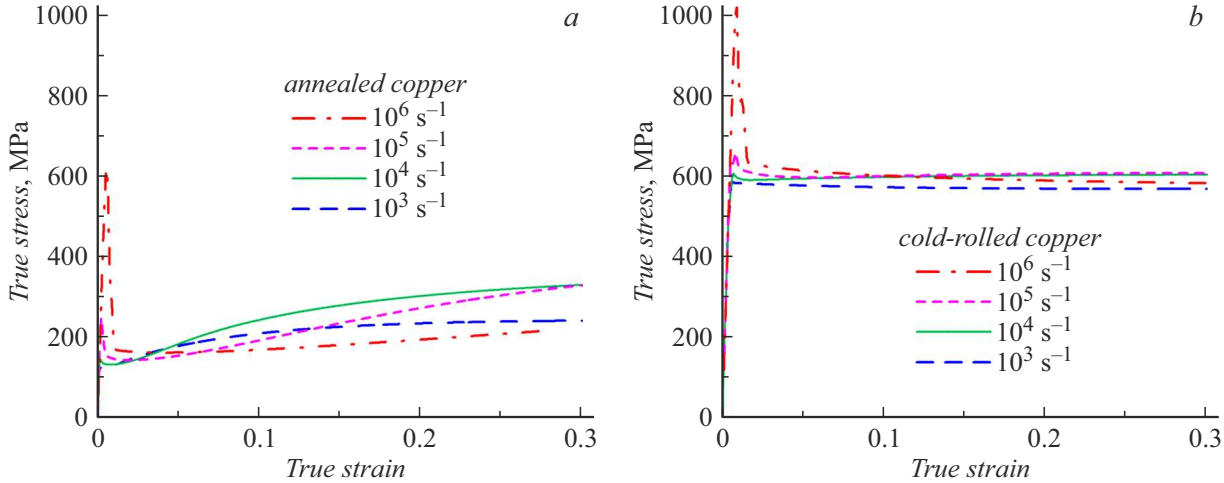

Рис. 15. Кривые деформация–напряжение для: *a* — отожженной меди; *b* — холоднокатанной меди при скоростях деформации 10^3, 10^4, 10^5 и 10^6 s^{-1}, рассчитанные по модели дислокационной пластичности.

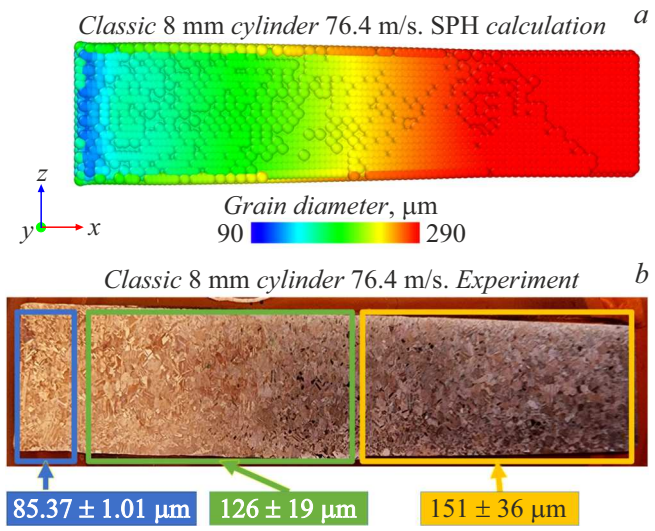

Рис. 16. Рассчитанный диаметр зерна в отожженном медном ударнике для 8-mm цилиндра при скорости удара 76.4 m/s (*a*) в сравнении с экспериментальными данными (*b*).

для отожженной меди наблюдается монотонное упрочнение, связанное с накоплением неподвижных дислокаций. При этом зависимость предела текучести от скорости деформации при деформации более 0.03 является немонотонной из-за конечной скорости иммобилизации дислокаций в дислокационные структуры. Для холоднокатанной меди при скорости деформации 10^4 s^{-1} и менее напряжения быстро выходят на уровень, близкий к постоянному. Такое поведение качественно совпадает с экспериментальными кривыми напряжение–деформация работы [71]; количественное совпадение с уровнем напряжений порядка 350 MPa имеет место при промежуточном значении исходной плотности неподвижных дислокаций, равном $24 \cdot 10^{12}$ m^{-2}. При высоких скоростях деформации наблюдается зуб текучести, как и для отожженной меди. После начального интервала установления, напряжения в холоднокатанной меди поддерживаются в более узком интервале, чем для отожженной меди. При этом может наблюдаться как упрочнение, так и разупрочнение холоднокатанной меди из-за взаимной аннигиляции подвижных и неподвижных дислокаций, что обсуждалось ранее. Экспериментальные результаты [72] дают рост напряжений течения от 300 до 450 MPa при уменьшении среднего размера зерна от 315 до 9.5 μm, что меньше, чем рассчитанная нами разница напряжений течения между отожженной и холоднокатанной медью при сопоставимой разнице размеров зерен (рис. 15). С другой стороны, прочность существенно зависит от плотности дислокаций, а не только от размера зерен. Помимо этого, важны конкретная постановка эксперимента и напряженное состояние в образце.

3.5. Оценка измельчения зерна

Для отожженных медных образцов была выполнена оценка измельчения зеренной структуры с использованием уравнения (18). Сравнение изменения размера зерна в теоретической модели и эксперименте показано на рис. 16. Начальный диаметр $d_0 = d(t = 0) \approx 290\,\mu$m берется из экспериментальных данных для исходного материала. Предложенная в [19] модель измельчения зерна с хорошей точностью описывает изменение размера зерен вблизи ударной поверхности. В численном расчете повторяется тенденция измельчения размера зерна на большей протяженности по сравнению с холоднокатанными образцами. Толщина зоны измельченных зерен также хорошо согласуется с экспериментом.

Заключение

1. Проведены экспериментальное и численное исследования деформации мягких отожженных медных ударников в сравнении с результатами предыдущей работы [19] для твердой холоднокатанной меди. Проведены сравнения расчетных и экспериментальных данных по изменению размеров и формы образцов, а также измельчению зерен при динамической деформации.

2. Модель дислокационной пластичности [12] в трехмерной постановке [13], параметризованная в работе [19] для холоднокатанной меди, успешно описывает деформацию мягкой отожженной меди при уменьшении начальной плотности неподвижных дислокаций до уровня, соответствующего отожженным металлам, что является физически обоснованным подходом. Остальные параметры модели взяты такими же, как для холоднокатанной меди.

3. Для мягких отожженных ударников сокращение длины, а следовательно, и степень деформации больше, чем для твердых холоднокатанных, при этом сама пластическая деформация более равномерно распределена по длине образца, в то время как в образцах холоднокатанной меди она локализована в головной части.

4. Различие в характере деформации мягкой и твердой меди может быть объяснено на основе численных исследований монотонным упрочением мягкой меди и частичным деформационным разупрочнением твердой меди за счет аннигиляции дислокаций, что приводит к локализации пластической деформации в твердой меди.

Финансирование работы

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 20-11-20153-П), https://rscf.ru/project/23-11-45024/.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] G.K. Johnson, W.H. Cook. In Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, The Hague, 19–21, 1983.
[2] K.R.S. Vasu, Y.G. Vinith, S.G. Uday, G. Suneesh, M.B. Krishna. Mater. Today Proc, **62** (6), (2022). DOI: 10.1016/j.matpr.2022.04.279
[3] F.J. Zerilli, R.W. Armstrong. J. Appl. Phys., **61**, 1987. DOI: 10.1063/1.338024
[4] R.W. Armstrong, W. Arnold, F.J. Zerilli. Metall. Mater. Trans. A, **38**, 2007. DOI: 10.1007/s11661-007-9142-5
[5] D.L. Preston, D.L. Tonks, D.C. Wallace. J. Appl. Phys., **93** (1), (2003). DOI: 10.1063/1.1524706
[6] J.D. Colvin, R.W. Minich, D.H. Kalantar. Int. J. Plast., **25**, (2009). DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.12.008
[7] R.A. Austin, D.L. McDowell. Int. J. Plast., **27**, (2011). DOI: 10.1016/j.ijplas.2010.03.002
[8] N.R. Barton, J.V. Bernier, R. Becker, A. Arsenlis, R. Cavallo, J. Marian, M. Rhee, H.-S. Park, B.A. Remington, R.T. Olson. J. Appl. Phys., **109**, (2011). DOI: 10.1063/1.3553718
[9] D.J. Luscher, J.R. Mayeur, H.M. Mourad, A. Hunter, M.A. Kenamond. Int. J. Plast., **76**, (2016). DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.07.007
[10] S. Yao, X. Pei, J. Yu, Q. Wu. Int. J. Plast., **158**, (2022). DOI: 10.1016/j.ijplas.2022.103434
[11] V.S. Krasnikov, A.E. Mayer, A.P. Yalovets. Int. J. Plast., **27**, (2011). DOI: 10.1016/j.ijplas.2011.02.008
[12] A.E. Mayer, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov, P.N. Mayer. J. Appl. Phys., **113**, (2013). DOI: 10.1063/1.4805713
[13] E.S. Rodionov, V.G. Lupanov, N.A. Grachyova, P.N. Mayer, A.E. Mayer. Metals, **12**, (2022). DOI: 10.3390/met12020264
[14] A.E. Mayer, V.S. Krasnikov, V.V. Pogorelko. Int. J. Plast., **139**, (2021). DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.102953
[15] N.A. Gracheva, M.V. Lekanov, A.E. Mayer, E.V. Fomin. Mech. Solids., **3**, (2021). DOI: 10.31857/S0572329921020082
[16] D.J. Walters, A. Biswas, E.C. Lawrence, D.C. Francom, D.J. Luscher, D.A. Fredenburg, K.R. Moran, C.M. Sweeney, R.L. Sand-berg, J.P. Ahrens, C.A. Bolme. J. Appl. Phys., **124** (20), (2018). DOI: 10.1063/1.5051442
[17] T. Nguyen, D.C. Francom, D.J. Luscher, J.W. Wilkerson. J. Mech. Phys. Solids., **149**, (2021). DOI: 10.1016/j.jmps.2020.104284
[18] D. Rivera, J. Bernstein, K. Schmidt, A. Muyskens, M. Nelms, N. Barton, A. Kupresanin, J. Florando. Comput. Mater. Sci., **210**, (2022). DOI: 10.1016/j.commatsci.2021.110999
[19] E.S. Rodionov, V.V. Pogorelko, V.G. Lupanov, P.N. Mayer, A.E. Mayer. Materials, **16** (16), (2023). DOI: 10.3390/ma16165602
[20] V.V. Pogorelko, A.E. Mayer, E.V. Fomin, E.V. Fedorov. Int. J. Mech. Sci., **265**, (2024). DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2023.108912
[21] K. Frydrych, M. Tomczak, S. Papanikolaou. Materials, **17**, (2024). DOI: 10.3390/ma17143397
[22] J. Halamka, M. Bartošák. Eng. Comput., in press, 2024. DOI: 10.1108/EC-02-2024-0166
[23] S.A. Zelepugin, R.O. Cherepanov, N.V. Pakhnutova. Materials, **16** (15), (2023). DOI: 10.3390/ma16155452
[24] D.A. Bilalov, M.A. Sokovikov, V.V. Chudinov, V.A. Oborin, Y.V. Bayandin, A.I. Terekhina, O.B. Naimark. J. Appl. Mech. Tech. Phys., **59** (7), (2018). DOI: 10.1134/S0021894418070027
[25] T. Nguyen, S.J. Fensin, D.J. Luscher. Int. J. Plast., **139**, (2021). DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.102940
[26] Y.-M. Jeong, S. Hong, J.Y. Won, C. Kim, M.-G. Lee. Metals Mater. Intern., **30** (8), (2024). DOI: 10.1007/s12540-024-01636-6
[27] T. Antoun, L. Seaman, D.R. Curran, G.I. Kanel, S.V. Razorenov, A.V. Utkin. *Spall Fracture* (Springer, NY., 2003)
[28] G.I. Kanel, V.E. Fortov, S.V. Razorenov. Phys. Usp., **50**, (2007). DOI: 10.1070/PU2007v050n08ABEH006327
[29] L.M. Barker, R.E. Hollenbach. J. Appl. Phys., **43** (11), (1972). DOI: 10.1063/1.1660986
[30] G.I. Kanel, S.V. Razorenov, K. Baumung, J. Singer. J. Appl. Phys., **90**, (2001). DOI: 10.1063/1.1374478
[31] J.M. Winey, B.M. LaLone, P.B. Trivedi, Y.M. Gupta. J. Appl. Phys., **106**, (2009). DOI: 10.1063/1.3236654

[32] B. Gurrutxaga-Lerma, M.A. Shehadeh, D.S. Balint, D. Dini, L. Chen, D.E. Eakins. Int. J. Plast., **96**, (2017). DOI: 10.1016/j.ijplas.2017.05.001
[33] Н.В. Савельева, Ю.В. Баяндин, А.С. Савиных, Г.В. Гаркушин, С.В. Разоренов, О.Б. Наймарк. Письма в ЖТФ, **44** (18), 39 (2018). [N.V. Saveleva, Y.V. Bayandin, A.S. Savinykh, G.V. Garkushin, S.V. Razorenov, O.B. Naimark. Tech. Phys. Lett., **44**, (2018). DOI: 10.1134/S1063785018090286]
[34] S.F. Gnyusov, V.P. Rotshtein, A.E. Mayer, V.V. Rostov, A.V. Gunin, K.V. Khishchenko, P.R. Levashov. Int. J. Fract., **199**, (2016). DOI: 10.1007/s10704-016-0088-8
[35] S.F. Gnyusov, V.P. Rotshtein, A.E. Mayer, E.G. Astafurova, V.V. Rostov, A.V. Gunin, G.G. Maier. J. Alloys. Compd., **714**, (2017). DOI: 10.1016/j.jallcom.2017.04.219
[36] K. Baumung, H.J. Bluhm, B. Goel, P. Hoppé, H.U. Karow, D. Rusch, V.E. Fortov, G.I. Kanel, S.V. Razorenov, A.V. Utkin, O.Yu. Vorobjev. Laser Part. Beams, **14**, (1996). DOI: 10.1017/S0263034600009939
[37] K. Baumung, H. Bluhm, G.I. Kanel, G. Müller, S.V. Razorenov, J. Singer, A.V. Utkin. Int. J. Impact. Eng., **25**, (2001). DOI: 10.1016/S0734-743X(01)00004-5
[38] E. Moshe, S. Eliezer, E. Dekel, A. Ludmirsky, Z. Henis, M. Werdiger, I.B. Goldberg. J. Appl. Phys., **83**, (1998). DOI: 10.1063/1.367222
[39] I.K. Krasyuk, P.P. Pashinin, A.Y. Semenov, K.V. Khishchenko, V.E. Fortov. Laser Phys., **26**, (2016). DOI: 10.1088/1054-660X/26/9/094001
[40] S.I. Ashitkov, P.S. Komarov, E.V. Struleva, M.B. Agranat, G.I. Kanel. JETP Lett., **101**, (2015). DOI: 10.1134/S0021364015040049
[41] G.I. Kanel, E.B. Zaretsky, S.V. Razorenov, S.I. Ashitkov, V.E. Fortov. Phys. Usp., **60**, (2017). DOI: 10.3367/UFNe.2016.12.038004
[42] B. Zuanetti, S.D. McGrane, C.A. Bolme, V. Prakash. J. Appl. Phys., **123**, (2018). DOI: 10.1063/1.5027390
[43] W. Moćko, J. Janiszewski, J. Radziejewska, M. Grazka. Int. J. Impact. Eng., **75**, (2015). DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2014.08.015
[44] N.V. Pakhnutova, E.N. Boyangin, O.A. Shkoda, S.A. Zelepugin. Adv. Eng. Res., **22**, (2022). DOI: 10.23947/2687-1653-2022-22-3-224-231
[45] S.A. Zelepugin, N.V. Pakhnutova, O.A. Shkoda, E.N. Boyangin. Metals, **12**, (2022). DOI: 10.3390/met12122186
[46] J. Xu, Q. Liu, Y.F. Xu, S.H. Guo, C. Li, N.B. Zhang, Y. Cai, X.Y. Liu, L. Lu, S.N. Luo. J. Alloys Compd., **936**, (2023). DOI: 10.1016/j.jallcom.2022.168261
[47] R.A. Gingold, J.J. Monaghan. Mon. Not. R. Astron. Soc., **181**, (1977). DOI: 10.1093/mnras/181.3.375
[48] J.J. Monaghan. Rep. Prog. Phys., **68**, (2005). DOI: 10.1088/0034-4885/68/8/R01
[49] J.J. Monaghan. Comput. Phys. Commun., **48**, (1998). DOI: 10.1016/0010-4655(88)90026-4
[50] A.E. Mayer, E.S. Rodionov, V.V. Pogorelko, P.N. Mayer. Chelyabinsk Phys. Math. J. 2025. in press.
[51] Г.А. Меркулова. *Металловедение и термическая обработка цветных сплавов*: учебн. пособие (Сибирский федер. ун-т, Красноярск, 2008)
[52] N.V. Skripnyak, V.A. Skripnyak. *VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering* (2016). DOI: 10.7712/100016.1818.11099
[53] V.F. Kuropatenko. J. Eng. Phys. Thermophys., **84**, (2011). DOI: 10.1007/s10891-011-0457-0
[54] D. Rittel, L.H. Zhang, S. Osovski. J. Mech. Phys. Solids., **107**, (2017). DOI: 10.1016/j.jmps.2017.06.016
[55] L.D. Landau, E.M. Lifshitz. *Theory of Elasticity; Course of Theoretical Physics* (Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, **7**, 1986)
[56] J.P. Hirth, J. Lothe. *Theory of Dislocations* (Wiley & Sons, NY., USA, 1982)
[57] M. Peach, J.S. Koehler. Phys. Rev., **80**, (1950). DOI: 10.1103/PhysRev.80.436
[58] А.Е. Дудоров, А.Е. Майер. Вестник Челябинского гос. ун-та, **39** (254), (2011).
[59] V.S. Krasnikov, A.E. Mayer. Int. J. Plast., **101**, (2018). DOI: 10.1016/j.ijplas.2017.11.002
[60] K.V. Khishchenko, A.E. Mayer. Int. J. Mech. Sci., **189**, (2021). DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2020.105971
[61] V.V. Bulatov, B.W. Reed, M. Kumar. Acta Mater., **65**, (2014). DOI: 10.1016/j.actamat.2013.10.057
[62] G. Zhou, Q. Huang, Y. Chen, X. Yu, H. Zhou. Metals, **12**, (2022). DOI: 10.3390/met12030451
[63] E.V. Fomin. Metals, **14** (4), (2024). DOI: 10.3390/met14040415
[64] J. Han, V. Vitek, D.J. Srolovitz. Acta Mater., **104**, (2016). DOI: 10.1016/j.actamat.2015.11.035
[65] S. Marrone, A. Di Mascio, D. Le Touzé. J. Comput. Phys., **310**, (2016). DOI: 10.1016/j.jcp.2015.11.059
[66] A. Stukowski. Modell. Simul. Mater. Sci. Eng., **18**, (2010). DOI: 10.1088/0965-0393/18/1/015012. http://www.ovito.org
[67] A.E. Mayer, V.S. Krasnikov. *ICTAEM 2019. In Proceedings of the Second International Conference on Theoretical, Applied and Experimental Mechanics* (Corfu, Greece, 23–26 June 2019, Springer, Manhattan, NY., USA, **8**, 2019) DOI: 10.1007/978-3-030-21894-2_12
[68] G.I. Kanel, A.S. Savinykh, G.V. Garkushin, S.V. Razorenov. J. Appl. Phys., **128** (11), (2020). DOI: 10.1063/5.0021212
[69] E.S. Rodionov, A.E. Mayer. Chelyabinsk Phys. Math. J., **8** (3), 399. DOI: 10.47475/2500-0101-2023-8-3-399-409
[70] I.A. Bryukhanov. Int. J. Plast., **165**, (2023). DOI: 10.1016/j.ijplas.2023.103599
[71] X. Wu, X. Wang, Y. Wei, H. Song, C. Huang. Int. J. Impact. Eng. **69**, (2014). DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2014.02.016
[72] M.A. Meyers, U.R. Andrade, A.H. Chokshi. Metall. Mater. Trans. A, **26A**, (1995).