

Метод исследования пространственных корреляционных свойств стохастического волнового поля

© Л.А. Максимова, Д.В. Лякин, Н.Ю. Мысина, В.П. Рябухо

Институт проблем точной механики и управления Федерального исследовательского центра
„Саратовский научный центр РАН“,
410028 Саратов, Россия
e-mail: MaksimovaLA@yandex.ru

Поступило в Редакцию 26 декабря 2024 г.

В окончательной редакции 26 декабря 2024 г.

Принято к публикации 26 декабря 2024 г.

Предложен и апробирован метод исследования пространственных корреляционных свойств стохастического волнового поля с широким угловым спектром на основе корреляционного анализа реализации пространственного распределения комплексной амплитуды этого поля, сформированного с помощью численного моделирования. Сравнение результатов определения поперечных корреляционных свойств монохроматического поля в различных его сечениях на основе предложенного метода с результатами, получаемыми на основе аналитических формул, показало их очень хорошее совпадение. Численно выполнено моделирование распределения комплексной амплитуды волнового поля оптического диапазона с широким угловым спектром пространственных гармоник при различных интервалах вариации случайных начальных фаз гармоник в диапазоне от 0 до 2π радиан. Исследованы численно корреляционные свойства флуктуационных компонент образующихся полей возмущений в поперечной плоскости волнового поля. Установлено, что длина поперечной корреляции флуктуаций поля не изменяется при изменении интервала разности начальных фаз. Исследования показали, что поперечная пространственная когерентность — форма функции когерентности и длина когерентности, квазимонохроматического волнового поля определяется величиной числовой апертуры и формой его углового спектра.

Ключевые слова: угловой спектр, корреляционный анализ, пространственное распределение комплексной амплитуды, численное моделирование.

DOI: 10.61011/JTF.2025.05.60291.465-24

Введение

Поверхности природных, технических и биологических объектов, как правило, не гладкие с оптической точки зрения. Неровности поверхностей часто сравнимы с длиной волны оптического излучения, и поэтому они рассеивают свет. При освещении таких поверхностей лазерным (когерентным) излучением в отраженном поле возникают спекл-структуры, представляющие собой результат интерференции волн от отдельных неоднородностей поверхности [1–5]. Пространственные вариации толщины объекта, показателя преломления, отражательной или поглощательной способности среды также приводят к рассеянию света. Лазерное излучение обладает высокой степенью пространственной и временной когерентности, поэтому световые волны, образующиеся при рассеянии такого излучения оптически неоднородным объектом, способны интерферировать, поскольку они оказываются взаимно когерентными. Поэтому практически всегда при рассеянии лазерного излучения волновые поля, формирующиеся в свободном пространстве и в оптических системах, оказываются спекл-модулированными [1–5].

На практике, что всегда имеет место, излучатели испускают немонахроматические волны разной ча-

стоты, и в излучении такого источника возникает динамическая спекл-структура, которая имеет стохастический характер с временем флуктуаций (временем когерентности) τ_c , обратно пропорциональным ширине $\Delta\omega$ частотного спектра такого излучения, $\tau_c \approx 2\pi/\Delta\omega$ [6–8]. Это примерное время квазистационарности мгновенных спекл-структур. Излучение квазимонохроматического источника при ширине частотного спектра $\Delta\lambda = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$ и средней длине волны $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$ имеет время когерентности $\tau_c = l_c/c = \lambda_0^2/c\Delta\lambda \approx 10^{-11} \text{ s}$. В реальных условиях мгновенные спекл-структуры оказываются экспериментально ненаблюдаемыми в силу малости времени когерентности τ_c и относительно большого времени реакции существующих фотодетекторов. За время порядка одной микросекунды (такого порядка приблизительно минимальное время реакции существующих фотодетекторов) происходит смена $N \approx 10^5$ реализаций мгновенных спекл-модулированных картин, и регистрируется изображение, усредненное по N реализациям мгновенных спекл-модулированных картин.

Однако мгновенные спекл-структуры могут быть численно смоделированы и исследованы качественно и количественно с использованием интегральных дифракционных преобразований полей [9,10]. В работе [11]

с помощью численного эксперимента показано, что в частично когерентном оптическом волновом поле всегда формируются мгновенные спекл-структуры, изменяющиеся во времени, которые определяют пространственно-временные флуктуации поля и соответственно его пространственные когерентные свойства.

Математическое моделирование является инструментом для исследования процессов, происходящих в различных оптических системах [12–16]. Моделирование процессов формирования волновых полей в свободном пространстве и в оптических системах позволяет исследовать свойства этих полей и оптических систем, их формирующих, например, в оптической высокоразрешающей интерференционной микроскопии [17–19]. Дифракционные процессы, имеющие место в оптических системах, являются основой для моделирования сложных измерительных сигналов в интерференционных измерительных системах и получения точных результатов для исследований на системном уровне [20,21]. В настоящее время моделирование является основой развития достаточно новых методов формирования изображений, таких, как безлинзовые методы получения изображений, например, птихография [22], и методы фантомных изображений [23]. При этом часто используемое параксиальное приближение дифракционных интегралов, использующихся для описания волновых полей, уже не удовлетворяет задачам описания волновых полей с широкими угловыми спектрами [22].

Количественная оценка декорреляции волновых оптических полей с широкими частотными и угловыми спектрами в оптических системах важна с прикладной точки зрения при прохождении таких полей через границы раздела сред с различными показателями преломления [24,25], для развития методов корреляционной интерференционной микроскопии [18,19,26,27], для определения геометрических и оптических параметров объектов [28,29], для оценки влияния оптических полей на биологические объекты на клеточном уровне [30], для анализа волновых полей терагерцового диапазона, при формировании полей с большой числовой апертурой [31].

Цель настоящей работы состояла в разработке и апробации метода исследования пространственных корреляционных свойств квазимонохроматического волнового поля с широким угловым спектром на основе численного моделирования и корреляционного анализа пространственных распределений комплексной амплитуды этого поля в его сечениях без привлечения параксиального приближения и в разработке методов исследования пространственных корреляционных свойств волновых полей на основе их компьютерного моделирования как альтернативы или дополнения натурному эксперименту. Целью работы также являлось исследование с помощью предложенного метода корреляционного анализа влияния ширины углового спектра волнового поля на поперечные корреляционные свойства этого поля.

1. Метод численного моделирования оптических спекл-модулированных волновых полей и дифракционных структур в дальней области дифракции

Пространственно частично когерентное волновое поле создается протяженным пространственно-некогерентным или частично когерентным полихроматическим источником света [6,7]. В дифракционной области таких источников формируется пространственно частично когерентное волновое поле с ограниченными длинами пространственной когерентности, которые определяются и шириной углового спектра, и шириной частотного спектра этого поля [32]. Пространственно некогерентными самосветящимися первичными источниками волнового поля являются тепловые источники света, газоразрядные лампы, светодиоды, имеющие широкий частотный спектр излучения. В соответствии с принципом Гюенса–Френеля формируются вторичные протяженные источники света, на практике, например, тонкий рассеиватель или зрачок оптической системы, которые могут служить источником частично-когерентного волнового поля.

При когерентном освещении рассеивателя элементарные рассеянные вторичные волны оказываются взаимно когерентными и интерферируют в пространстве. В рассеянном волновом поле формируется нерегулярная интерференционная спекл-модулированная структура, имеющая выраженный стохастический характер по причине случайного пространственного расположения рассеивающих центров и их случайных оптических свойств [1–5]. Если рассеиватель неподвижен и неизменен во времени его рассеивающие элементарные центры, то сформированные в рассеянном поле спекл-модулированные структуры имеют стационарный характер. В ином случае в рассеянном поле формируется динамическая спекл-структура [1,4]. На рис. 1 представлена оптическая схема формирования спекл-модулированной картины в плоскости x, y в дальней области дифракции при рассеянии лазерного когерентного излучения.

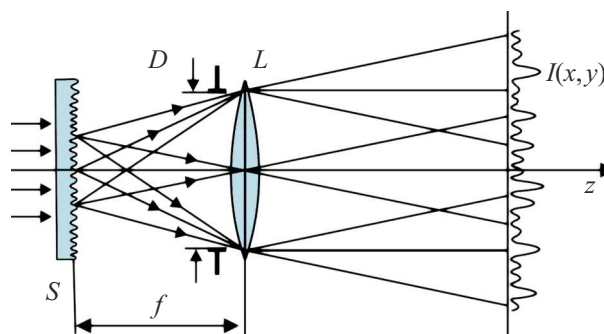


Рис. 1. Схема формирования спекл-структуры в дальней области дифракции.

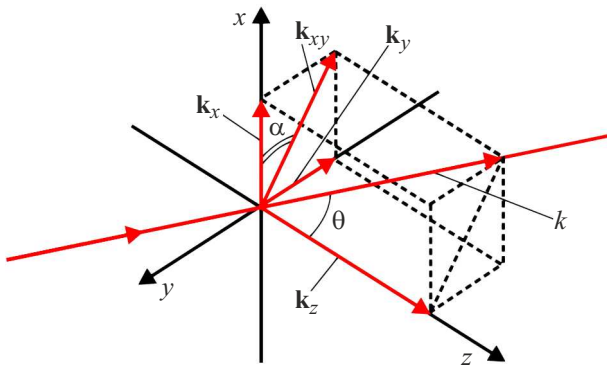


Рис. 2. Волновой вектор плоской волны, падающей под углом θ к оси z , и его компоненты в трехмерном пространстве.

Поле комплексных амплитуд $E(x, y, z, t = 0)$ в дальней области дифракции можно определить как суперпозицию плоских волн для всех составляющих частотного спектра этого поля со всевозможными пространственными частотами (k_x, k_y, k_z) в пределах углового спектра поля с заданной числовой апертурой NA_i со случайными начальными фазами пространственных гармоник $\varphi_0(k_x, k_y)$ в диапазоне от 0 до 2π радиан:

$$E(x, y, z, t = 0) \sim \int_{k_1}^{k_2} g(k) \left[\iint E(k_x, k_y) P(k_x, k_y) \times \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] dk_x dk_y \right] dk, \quad (1)$$

где $g(k)$ — частотный спектр, $P(k_x, k_y)$ — функция апертуры углового спектра волнового поля, $E(k_x, k_y) = A(k_x, k_y) \exp(\varphi_0(k_x, k_y))$ — комплексная амплитуда плоской волны, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, соответствующее длине волны λ монохроматического волнового поля; k_x, k_y и k_z — пространственные частоты — проекции волнового вектора $\mathbf{k}$ на оси X, Y и Z соответственно, которые могут быть выражены следующим образом:

$$\begin{aligned} k_x &= k \cos \alpha \sin \theta, \\ k_y &= k \sin \alpha \sin \theta, \\ k_z &= \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2} = k \cos \theta, \end{aligned} \quad (2)$$

где α и θ — азимутальный и зенитный углы, задающие направление волнового вектора $\mathbf{k}$ в пространстве (рис. 2). Азимутальный угол α изменяется в пределах от 0 до 2π , зенитный угол θ — в пределах от 0 до некоторого апертурного угла θ_A , равного $\theta_{\max}$ — максимальному углу распространения плоских волн, суперпозиция которых составляет волновое поле (1).

Формулу (1), определяющую поле комплексных амплитуд волнового поля $E(x, y, z, t = 0)$, можно записать в дискретном виде

$$E(x, y, z, t = 0) \sim \sum_{k=k_1}^{k_2} \sum_{k_y=k_{y \min}}^{k_{y \max}} \sum_{k_x=k_{x \min}}^{k_{x \max}} g(k) A(k_x, k_y) P(k_x, k_y) \times \exp(\varphi_0(k_x, k_y)) \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)]. \quad (3)$$

На основе формулы (3) с дискретным представлением волнового поля было выполнено численное моделирование спекл-модулированных дифракционных структур. Формирование волнового поля было выполнено сложением и интерференцией плоских волн всевозможных направлений в пределах числовой апертуры волнового поля для всех составляющих частотного спектра. Для моделирования прямоугольной формы апертуры в процессе формирования волнового поля складывались плоские волны со всеми дискретными значениями k_y и k_x в интервалах $k_{y \min} - k_{y \max}$ и $k_{x \min} - k_{x \max}$ соответственно, в границах прямоугольной числовой апертуры NA_i , которой соответствует волновой вектор $\mathbf{k}_{NAi}$. Для моделирования апертуры криволинейной формы, например круглой, сначала определялась квадратная область с заданной числовой апертурой NA_i по сторонам квадрата, затем в этой области выбирались все точки в пределах вписанного в эту область круга с дискретными значениями k_y и k_x , которые удовлетворяют условию $k_{xy} \leq |\mathbf{k}_{NAi}|$, $k_{xy} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ — проекция волнового вектора $\mathbf{k}$ на плоскость (x, y) (рис. 2). Аналогичным образом могут быть смоделированы угловые апертуры поля более сложной формы. На рис. 3 представлены фрагменты смоделированных изображений спекл-структур в плоскости (x, y) для квазимонохроматического волнового поля $\Delta k \approx 0$, которые представляют собой распределение интенсивности спекл-модулированного поля $I(x, y) = |E(x, y)|^2$.

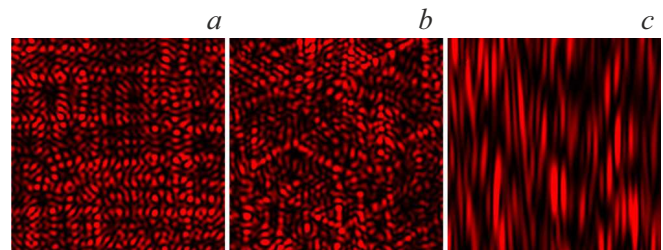


Рис. 3. Фрагменты спекл-модулированных дифракционных структур, смоделированных в численном эксперименте, $\lambda_0 = 0.63 \mu\text{m}$, $\Delta k \approx 0$, с апертурой углового спектра поля в форме: *a* — кольцевого квадрата, *b* — кольцевого треугольника, *c* — прямоугольника.

2. Метод исследования пространственной когерентности волнового поля на основе корреляционного анализа пространственного распределения его комплексной амплитуды

Минимальные поперечные $\varepsilon_{\perp}$ и продольные $\varepsilon_{\parallel}$ размеры мгновенных спеклов определяют соответственно длины поперечной $\rho_{\perp}$ и продольной L_c пространственной когерентности волнового поля [33]. Размер спеклов совпадает с размером области поперечной корреляции рассеянного поля, поскольку в пределах отдельного спекла амплитуда и фаза поля остаются приблизительно неизменными. Поперечная длина когерентности $\rho_{\perp}$ определяется средней длиной волны λ_0 частотного спектра и шириной углового спектра $2\theta_i$ волнового поля [7,9]. Зависимость $\rho_{\perp}$ от ширины частотного спектра проявляется только при достаточно большой ширине частотного спектра [32,34] и малой числовой апертуре NA_i . Величина поперечной корреляции волнового поля с квадратной апертурой углового спектра определяется формулой [32,34]:

$$\rho_{\perp} \approx \frac{\lambda_0^2}{n_1(2\lambda_0 + \Delta\lambda) \sin(\theta_i)} \approx \frac{\lambda_0}{2n_1 \sin(\theta_i)} = \frac{\lambda_0}{2NA_i}, \quad (4)$$

где $\Delta\lambda$ — ширина частотного спектра в шкале длин волн. Для длины поперечной корреляции монохроматического волнового поля с круглой апертурой углового спектра можно записать выражение [32,34]:

$$\rho_{\perp} \approx 1.22 \frac{\lambda_0}{2n_1 \sin(\theta_i)} = 1.22 \frac{\lambda_0}{2NA_i}, \quad (5)$$

Минимальные продольные размеры мгновенных спеклов $\varepsilon_{\parallel}$, и, следовательно, продольная длина когерентности L_c определяются и шириной частотного, и шириной углового спектров поля [32,34]:

$$L_c \approx \left[\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0^2} n_1 + \frac{2n_1}{\lambda_0} \sin^2 \left(\frac{\theta_i}{2} \right) \right]^{-1} \approx \left[\frac{1}{l_c} + \frac{1}{\rho_{\parallel}} \right]^{-1}, \quad (6)$$

где l_c — длина временной когерентности волнового поля в среде с показателем преломления n_1

$$l_c \approx v\tau_c \approx \frac{\lambda_0^2}{n_1\Delta\lambda} = \frac{l_{cv}}{n_1}, \quad (7)$$

v — скорость света в среде, τ_c — время когерентности, l_{cv} — длина временной когерентности волнового поля в вакууме, $\rho_{\parallel}$ — длина продольной когерентности волнового поля в среде, зависящая только от ширины углового спектра:

$$\rho_{\parallel} \approx \frac{\lambda_0}{2n_1 \sin^2(\theta_i/2)} = \frac{\lambda_0}{n_1 - \sqrt{n_1^2 - NA_i^2}}. \quad (8)$$

Корреляционные свойства спекл-модулированного поля, как некоторого пространственного случайного поля, могут быть установлены с помощью автокорреляционной функции согласно теореме автокорреляции [5,10]. Для нахождения функции автокорреляции $\Gamma(\Delta x, \Delta y)$ волнового поля $E(x, y)$ в плоскости x, y можно записать выражение

$$\begin{aligned} \mathbf{F}\{\Gamma(\Delta x, \Delta y)\} &= \mathbf{F} \left\{ \iint E(x, y) E^*(x - \Delta x, y - \Delta y) dx dy \right\} \\ &= \mathbf{F}\{E(x, y)\} \cdot [\mathbf{F}\{E(x, y)\}]^* = |\mathbf{F}\{E(x, y)\}|^2 \\ &= |E(k_x, k_y)|^2 = I(k_x, k_y), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\Gamma(\Delta x, \Delta y) = \iint [E(x, y) E^*(x - \Delta x, y - \Delta y)] dx dy$ — функция автокорреляции поля комплексных возмущений $E(x, y)$, $E(k_x, k_y)$ — комплексный пространственный частотный спектр поля возмущений, $I(k_x, k_y)$ — пространственный частотный спектр по интенсивности (мощности), $\mathbf{F}$ — прямое преобразование Фурье, $*$ — знак комплексного сопряжения.

К обеим частям уравнения (9) применим обратное фурье-преобразование

$$\begin{aligned} \mathbf{F}^{-1}\{\mathbf{F}\{\Gamma(\Delta x, \Delta y)\}\} &= \mathbf{F}^{-1}\{\mathbf{F}\{E(x, y)\} \cdot [\mathbf{F}\{E(x, y)\}]^*\} \\ &= \mathbf{F}^{-1}\{|\mathbf{F}\{E(x, y)\}|^2\}, \end{aligned} \quad (10)$$

откуда получаем формулу для расчета функции автокорреляции по рассчитанному полю комплексных амплитуд $E(x, y)$:

$$\begin{aligned} \Gamma(\Delta x, \Delta y) &= \mathbf{F}^{-1}\{\mathbf{F}\{E(x, y)\} \cdot [\mathbf{F}\{E(x, y)\}]^*\} \\ &= \mathbf{F}^{-1}\{|\mathbf{F}\{E(x, y)\}|^2\} = \mathbf{F}^{-1}\{|E(k_x, k_y)|^2\} \\ &= \mathbf{F}^{-1}\{I(k_x, k_y)\}, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$\mathbf{F}^{-1}\{I(k_x, k_y)\} = \iint I(k_x, k_y) \exp[-i(k_x \Delta x + k_y \Delta y)] dk_x dk_y.$$

Выражение (11), записанное в укороченном виде, представляет собой теорему Винера–Хипчина [6]:

$$\Gamma(\Delta x, \Delta y) = \iint I(k_x, k_y) \exp[-i(k_x \Delta x + k_y \Delta y)] dk_x dk_y. \quad (12)$$

Функцию (11) автокорреляции волнового поля в плоскости XY , проходящей через точку $z = 0$, в момент времени $t = 0$, можно записать в дискретном виде

$$\begin{aligned} \Gamma(\Delta x, \Delta y, z = 0, t = 0) &= \sum_{x=x_1}^{x_2} \sum_{y=y_1}^{y_2} E(x, y, z = 0, t = 0) \\ &\times E^*(\Delta x - x, \Delta y - y, z = 0, t = 0) \\ &= \mathbf{F}^{-1}\left\{ \mathbf{F}(E(x, y, z = 0, t = 0)) \right. \\ &\times [\mathbf{F}(E(x, y, z = 0, t = 0))]^* \left. \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

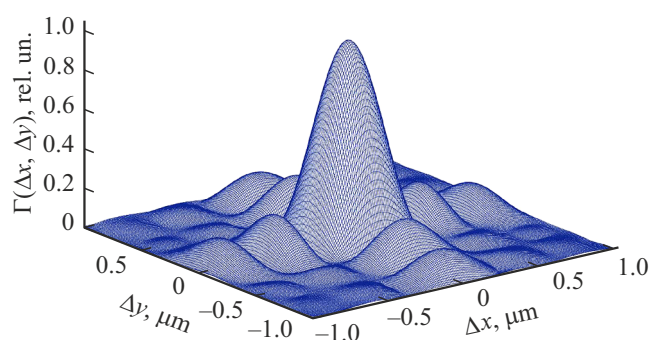


Рис. 4. Функция корреляции комплексной амплитуды волнового поля в поперечном сечении; $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta k \approx 0$, квадратная апертура углового спектра поля, числовая апертура $NA_i = 0.5$.

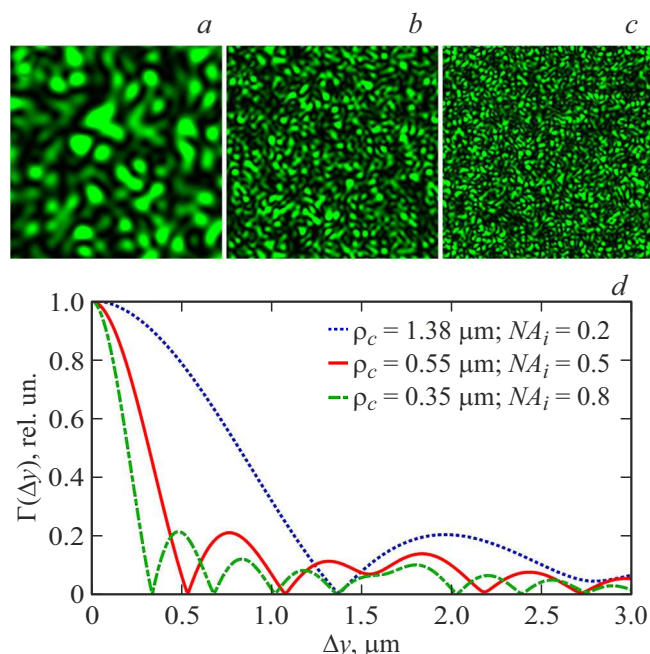


Рис. 5. Смоделированные спекл-картины волнового поля в поперечном сечении для квадратной апертуры углового спектра с числовой апертурой NA_i , равной: *a* — 0.2, *b* — 0.5, *c* — 0.8; размер фрагментов спекл-картин $20 \times 20 \mu\text{m}$. Функции поперечной корреляции поля (*d*): ρ_c — длина поперечной корреляции поля (координата первого минимума $\Gamma(\Delta y)$), $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta k \approx 0$.

Формула (13) была использована в численных расчетах функции автокорреляции волнового спекл-модулированного поля. Нормированная трехмерная автокорреляционная функция спекл-поля, функция апертуры углового спектра которого имеет форму квадратного кольца, рассчитанная по формуле (13), представлена на рис. 4.

В натурном и численном экспериментах поперечные размеры спеклов и, следовательно, длины поперечной $\rho_\perp$ и продольной L_c пространственной когерентности

волнового поля можно определить по ширине функции автокорреляции спекл-поля, как половине ширины центрального максимума функции. Применение в численном эксперименте алгоритма быстрого фурье-преобразования для вычисления функции автокорреляции существенно сокращает время вычисления корреляционных параметров волнового поля.

3. Исследование поперечной корреляции квазимонохроматического волнового поля с широким угловым спектром

В разд. 3 представлены результаты исследования, полученные с помощью численного моделирования корреляционных свойств волнового поля в его поперечном сечении. Смоделированное в численном эксперименте поле комплексных амплитуд $E(x, y)$ в поперечном сечении, согласно формуле (3), формировалось как суперпозиция плоских волн со всевозможными пространственными частотами k_x, k_y в пределах пространственного спектра поля с заданной угловой числовой апертурой NA со случайными начальными фазами $\varphi_0(k_x, k_y)$ в диапазоне от 0 до 2π радиан. Фрагменты смоделированных спекл-модулированных картин представлены на рис. 5, *a–c* и 6, *a–c*.

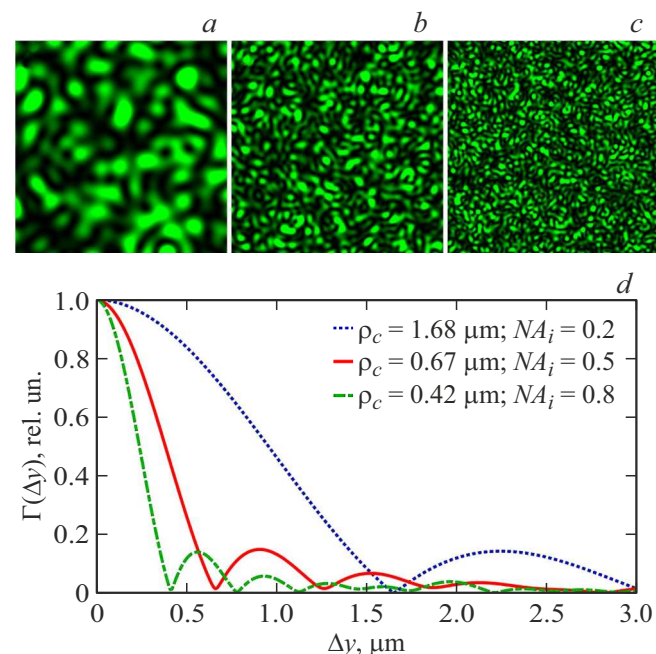


Рис. 6. Смоделированные спекл-картины волнового поля в поперечном сечении для круглой апертуры углового спектра с числовой апертурой NA_i , равной: *a* — 0.2, *b* — 0.5, *c* — 0.8; размер фрагментов спекл-картин $20 \times 20 \mu\text{m}$. Функции поперечной корреляции поля (*d*): ρ_c — длина поперечной корреляции поля (координата первого минимума $\Gamma(\Delta y)$), $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta k \approx 0$.

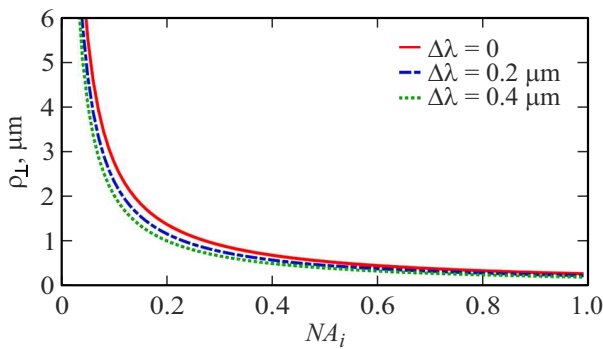


Рис. 7. Зависимость поперечной длины когерентности от числовой апертуры при различных значениях ширины частотного спектра.

Функция поперечной корреляции волнового поля рассчитывалась по формуле (11). В численном эксперименте исследовалось влияние числовой апертуры на величину корреляции поля. На рис. 5, *d* и 6, *d* представлены нормированные функции поперечной корреляции смоделированного волнового поля при числовой апертуре, имеющей разную величину и форму.

На рис. 7 представлены графики зависимости поперечной длины когерентности от числовой апертуры $\rho_{\perp}(\sin \theta) = \rho_{\perp}(NA_i)$, построенные по формуле (4), при различных значениях ширины частотного спектра в шкале длин волн $\Delta\lambda$.

Длины когерентности ρ_c , определяемые по графикам функции когерентности $\Gamma(\Delta y)$ (рис. 5, *d* и 6, *d*), в численном эксперименте с высокой точностью со-

ответствуют теоретическим значениям, определяемым по формуле (4). Точность определения ρ_c зависит от соотношения размера B_y анализируемого поля и размеров пространственных флуктуаций — спеклов поля, $\varepsilon_y \approx \rho_c$. Величина разброса $\Delta\rho_c$ значений ρ_c , получаемых для разных реализаций поля, уменьшается с ростом отношения B_y/ε_y , поскольку в этом случае возрастает эффективность операции усреднения, используемой для вычисления функции корреляции поля $\Gamma(\Delta y)$ (рис. 6, *d*). Например, при относительно большой числовой апертуре поля $NA_i = 0.2$ имеем крупные спеклы, $\rho_c \approx 1.68 \mu\text{m}$, и получаем $\Delta\rho_c \approx 0.09 \mu\text{m}$, тогда как при $NA_i = 0.8$ имеем более мелкие спеклы, $\rho_c \approx 0.42 \mu\text{m}$, и величину разброса $\Delta\rho_c \approx 0.02 \mu\text{m}$ при том же размере B_y анализируемого поля.

4. Исследование поперечной корреляции квазимонохроматического волнового поля с широким угловым спектром при различных интервалах $\Delta\varphi$ случайных начальных фаз

В настоящей работе был выполнен численный эксперимент по исследованию процессов формирования спекл-структур в поперечном сечении волнового поля с круглой апертурой с постепенным увеличением интервала случайных начальных фаз $\Delta\varphi$ плоских волн, из совокупности которых формируется волновое поле. Фраг-

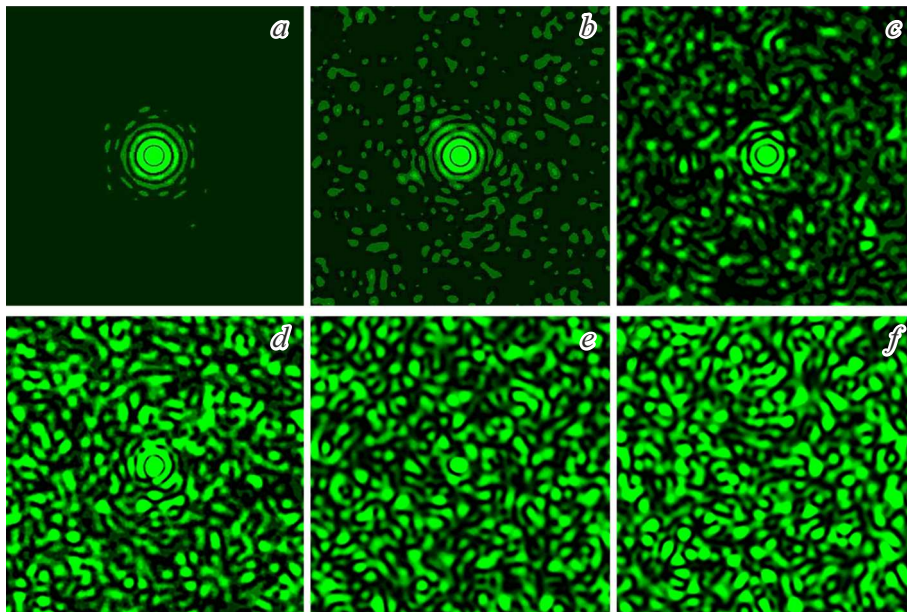


Рис. 8. Фрагменты смоделированных спекл-картин волнового поля в поперечном сечении для круглой апертуры; интервал случайных начальных фаз $\Delta\varphi$ и яркость спекл-картины: *a* — 0.4π , +95%; *b* — 0.8π , +95%; *c* — 1.2π , +95%; *d* — 1.4π , +95%; *e* — 1.8π , +60%; *f* — 2π , +30%; $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta k \approx 0$, круглая форма апертуры углового спектра с $NA_i = 0.5$, размер фрагментов спекл-картин — $20 \times 20 \mu\text{m}$.

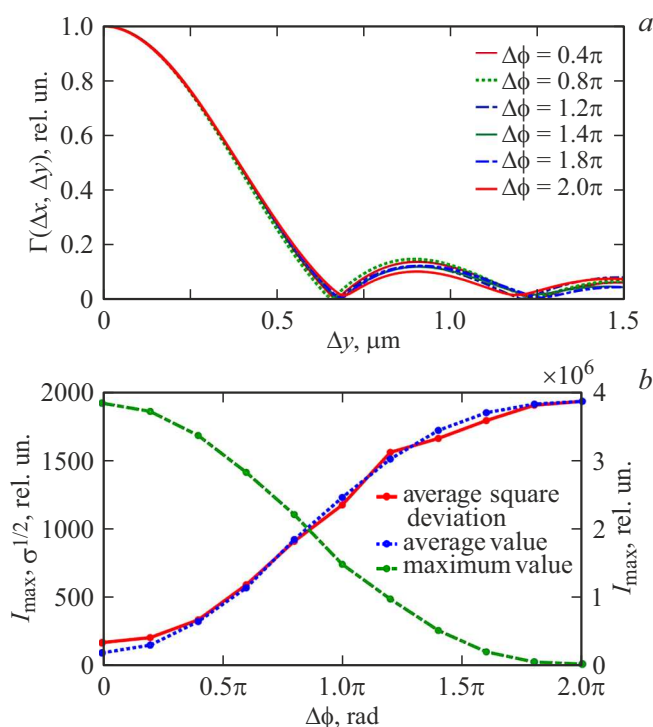


Рис. 9. Степень корреляции комплексной амплитуды волнового поля в поперечном сечении (a); статистические характеристики распределения интенсивности волнового поля в поперечном сечении (b); $\Delta\phi$ — интервал случайных начальных фаз гармонических составляющих поля, $\lambda_0 = 0.55 \mu\text{m}$, $\Delta k \approx 0$, круглая форма апертуры углового спектра $NA_i = 0.5$.

менты сформированных спекл-структур при различных интервалах $\Delta\phi$ случайных начальных фаз представлены на рис. 8.

Как видно из рисунка, развитое спекл-поле формируется при интервале распределения случайных начальных фаз $\Delta\phi = 2\pi \text{ rad}$ (рис. 8, f), при небольшом интервале $\Delta\phi$ наблюдается ярко выраженный максимум нулевого порядка интерференции (рис. 8, a–c). При дальнейшем увеличении интервала $\Delta\phi$ наблюдается постепенное уменьшение максимума интенсивности в центре картины (рис. 8, d, e) и переход к развитой спекл-картине при интервале $\Delta\phi = 2\pi \text{ rad}$. На рис. 9 представлены нормированные функции поперечной корреляции смоделированных волновых полей вдоль координаты Δy соответственно для фрагментов спекл-картин, которые представлены на рис. 8. Как видно из графиков, длины поперечной корреляции поля ρ_c (координаты первого минимума $\Gamma(\Delta y)$) практически совпадают при всех интервалах случайных начальных фаз плоских волн $\Delta\phi$.

Результаты численного моделирования показывают, что поперечная длина когерентности квазимонохроматического волнового поля, получаемого при суперпозиции плоских волн с разными случайными фазами $\Delta\phi$, не зависит от интервала вариации фаз — дисперсии фаз, а зависит от ширины и формы углового спектра волнового поля.

Заключение

В работе предложен и апробирован метод исследования пространственных корреляционных свойств стохастического волнового поля с широким угловым спектром на основе корреляционного анализа реализации пространственного распределения комплексной амплитуды этого волнового поля, сформированного (рассчитанного) с помощью численного моделирования. Сравнение результатов определения поперечных корреляционных свойств монохроматического поля на основе корреляционного анализа смоделированных распределений комплексной амплитуды этого поля с результатами, получаемыми на основе аналитических формул, показало их очень хорошее совпадение. С помощью предложенного метода в работе показано, что поперечная пространственная когерентность — форма функции когерентности и длина когерентности квазимонохроматического волнового поля — определяется величиной числовой апертуры и формой его углового спектра.

В работе выполнено численное моделирование распределения комплексной амплитуды квазимонохроматического волнового поля в поперечном сечении при интервале случайных начальных фаз гармонических составляющих поля в диапазоне от 0 до 2π радиан. Исследования показали, что длина поперечной корреляции флуктуаций поля зависит от ширины и формы углового спектра волнового поля и не изменяется при изменении интервала разности начальных фаз пространственных гармонических составляющих поля.

Исследования показали, что численное моделирование является инструментом, который в достаточно высокой степени соответствует реальным процессам формирования спекл-структур и их пространственных спектров, и является хорошим дополнением к реальному эксперименту в проводимых исследованиях [35,36]. Это обстоятельство является важным фактором, поскольку при реализации натурального эксперимента могут возникать определенные трудности технического характера, связанные с подготовкой и реализацией эксперимента. Исследования показали эффективность и перспективность численных методов формирования оптических спекл-модулированных волновых полей и дифракционных структур и изучения пространственных корреляционных свойств стохастического волнового поля с широким угловым спектром для дальнейшего развития и использования предложенных численных методов в качестве альтернативы и дополнения натурному эксперименту.

Финансирование работы

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121022000123-8 Прецизионная диагностика, сенсорики и управление процессами в техниче-

ских и живых системах на основе фотонных технологий, включая решение теплофизических проблем).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] J.W. Goodman. *Speckle Phenomena in Optics: Theory and Applications* (SPIE PRESS, Washington, 2020)
- [2] M. Françon. *La granularité laser (spekle) et ses applications en optique* (Masson, Paris, 1978)
- [3] J.C. Dainty, ed. *Laser Speckle and Related Phenomena* (Springer Science & Business Media, 2013)
- [4] H.J. Rabal, R.A. Braga, ed. *Dynamic Laser Speckle and Applications* (CRC Press, Taylor and Francis Group, NY., 2009)
- [5] Г.Р. Локшин. *Основы радиооптики* (Интеллект, М., 2009)
- [6] L. Mandel, E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics* (Cambridge University Press, NY., 1995)
- [7] J.W. Goodman. *Statistical Optics* (Wiley, 2000)
- [8] С.А. Ахманов, Ю.Е. Дьяков, А.С. Чиркин. *Статистическая радиофизика и оптика. Случайные колебания и волны в линейных системах* (Физматлит, М., 2010)
- [9] M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics* (Cambridge University Press, NY., 2002)
- [10] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics* (Roberts & Company Publishers, 2005)
- [11] В.П. Рябухо, Л.А. Максимова, Н.Ю. Мысина, Д.В. Лякин, П.В. Рябухо. *Опт. и спектр.*, **126** (2), 186 (2019). DOI: 10.21883/OS.2019.02.47202.226-18 [V.P. Ryabukho, L.A. Maksimova, N.Yu. Mysina, D.V. Lyakin, P.V. Ryabukho. *Opt. Spectr.*, **126** (2), 124 (2019). DOI: 10.1134/S0030400X19020218]
- [12] P. De Groot, X. Colonna de Lega, J. Kramer, M. Turzhitsky. *Appl. Opt.*, **43** (25), 4821 (2004). DOI: 10.1364/AO.43.004821
- [13] T. Pahl, S. Hagemeyer, M. Künne, D. Yang, P. Lehmann. *Opt. Exp.*, **28** (28), 39807 (2020). DOI: 10.1364/OE.411167
- [14] P.J. De Groot, X. Colonna de Lega. *J. Opt. Soc. Am. A*, **37** (9), B1 (2020). DOI: 10.1364/JOSAA.390746
- [15] M.J. Simpson. *J. Opt. Soc. Am. A*, **40** (7), D7 (2023). DOI: 10.1364/JOSAA.488033
- [16] J.C. Ranasinghesagara, E.O. Potma, V. Venugopalan. *J. Opt. Soc. Am. A*, **40** (5), 883 (2023). DOI: 10.1364/JOSAA.478713
- [17] W. Osten, ed. *Optical Inspection of Microsystems* (CRC Press, Taylor and Francis Group, NY., 2007)
- [18] W. Gao. *J. Mod. Opt.*, **62** (21), 1764 (2015). DOI: 10.1080/09500340.2014.952689
- [19] I. Abdulhalim. *Ann. Phys.*, **524** (12), 787 (2012). DOI: 10.1002/andp.201200106
- [20] Ю.Н. Кульчин, О.Б. Витрик, А.А. Камшилин, Р.В. Ромашко. *Адаптивные методы обработки спекл-модулированных оптических полей* (Физматлит, М., 2009)
- [21] D.J. Burrell, M.F. Spencer, N.R. Van Zandt, R.G. Driggers. *Appl. Opt.*, **60** (25), G64 (2021). DOI: 10.1364/AO.427963
- [22] Н.Л. Попов, И.А. Артюков, А.В. Виноградов, В.В. Протопопов. *УФН*, **190** (8), 820 (2020). DOI: 10.3367/UFNr.2020.05.038775 [N.L. Popov, I.A. Artyukov, A.V. Vinogradov, V.V. Protopopov. *Phys. Usp.*, **63**, 766 (2020). DOI: 10.3367/UFNr.2020.05.038775]
- [23] Д.П. Агапов, И.В. Беловолов, С.А. Магницкий, Д.Н. Фроловцев, А.С. Чиркин. *ЖЭТФ*, **164** (5), 722 (2023). DOI: 10.31857/S0044451023110032 [D.P. Agapov, I.V. Belovolov, S.A. Magnitskii, D.N. Frolovtssev, A.S. Chirkin. *JETP*, **137** (5), 622 (2023). DOI: 10.1134/s1063776123110122]
- [24] V.V. Lychagov, V.P. Ryabukho, A.L. Kalyanov, I.V. Smirnov. *J. Optics*, **14** (1), 015702 (2012). DOI: 10.1088/2040-8978/14/1/015702
- [25] S. Labiau, G. David, S. Gigan, A.C. Boccara. *Opt. Lett.*, **34** (10), 1576 (2009). DOI: 10.1364/OL.34.001576
- [26] A. Dubois. *Appl. Opt.*, **56** (9), D142 (2017). DOI: 10.1364/AO.56.00D142
- [27] W. Gao. *J. Microscopy*, **261** (3), 199 (2016). DOI: 10.1111/jmi.12333
- [28] M. Ohmi, H. Nishi, T. Konishi, Y. Yamada, M. Haruna. *Meas. Sci. Technol.*, **15** (8), 1531 (2004). DOI: 10.1088/0957-0233/15/8/017
- [29] Д.В. Лякин, Л.А. Максимова, А.Ю. Сдобнов, В.П. Рябухо. *Опт. и спектр.*, **123** (3), 463 (2017). DOI: 10.7868/S0030403417090240 [D.V. Lyakin, L.A. Maksimova, A.Yu. Sdobnov, V.P. Ryabukho. *Opt. Spectr.*, **123** (3), 487 (2017). DOI: 10.1134/S0030400X17090235]
- [30] А.В. Будаговский, М.В. Маслова, О.Н. Будаговская, И.А. Будаговский. *Квант. электр.*, **47** (2), 158 (2017). [A.V. Budagovsky, O.N. Budagovskaya, M.V. Maslova, I.A. Budagovsky. *Quant. Electr.*, **47** (2), 158 (2017). DOI: 10.1070/QEL16168]
- [31] Н.В. Черномырдин, А.О. Щадько, С.П. Лебедев, И.Е. Спектор, В.Л. Толстогузов, А.С. Кучерявенко, К.М. Малахов, Г.А. Командин, В.С. Горелик, К.И. Зайцев. *Опт. и спектр.*, **124** (3), 420 (2018). DOI: 10.21883/OS.2018.03.45664.250-17 [N.V. Chernomyrdin, A.O. Shchadko, S.P. Lebedev, I.E. Spektor, V.L. Tolstoguzov, A.S. Kucheryavenko, K.M. Malakhov, G.A. Komandin, V.S. Gorelik, K.I. Zaytsev. *Opt. Spectr.*, **124** (3), 428 (2018). DOI: 10.1134/S0030400X18030086]
- [32] Д.В. Лякин, Н.Ю. Мысина, В.П. Рябухо. *Опт. и спектр.*, **124** (3), 348 (2018). DOI: 10.21883/OS.2018.03.45657.199-17 [D.V. Lyakin, N.Yu. Mysina, V.P. Ryabukho. *Opt. Spectr.*, **124** (3), 349 (2018). DOI: 10.1134/S0030400X18030165]
- [33] Д.В. Лякин, П.В. Рябухо, В.П. Рябухо. *Опт. и спектр.*, **122** (2), 336 (2017). DOI: 10.7868/S0030403417020179 [D.V. Lyakin, P.V. Ryabukho, V.P. Ryabukho. *Opt. Spectr.*, **122** (2), 329 (2017). DOI: 10.1134/S0030400X17020175]
- [34] V.P. Ryabukho, D.V. Lyakin, A.A. Grebenyuk, S.S. Klykov. *J. Optics*, **15** (2), 025405 (2013). DOI: 10.1088/2040-8978/15/2/025405
- [35] Л.А. Максимова, Н.Ю. Мысина, Б.А. Патрушев, В.П. Рябухо. *ЖТФ*, **93** (4), 525 (2023). DOI: 10.21883/JTF.2023.04.55041.3-23 [L.A. Maksimova, N.Y. Mysina, B.A. Patrushev, V.P. Ryabukho. *Tech. Phys.*, **68** (4), 490 (2023). DOI: 10.21883/TP.2023.04.55941.3-23]
- [36] R. Castañeda, J. Laverde, J. Moreno. *Appl. Opt.*, **59** (13), D21 (2020). DOI: 10.1364/AO.381010