Журнал технической физики, 2025, том 95, вып. 5

11

Итерационный метод решения задачи дифракции на нелинейной диэлектрической решетке в сильных электромагнитных полях

© А.М. Лерер, И.Н. Иванова, В.И. Кравченко

Южный федеральный университет,
344090 Ростов-на-Дону, Россия
e-mail: lerer@sfedu.ru

Поступило в Редакцию 15 января 2025 г.
В окончательной редакции 15 января 2025 г.
Принято к публикации 15 января 2025 г.

Решены три задачи нелинейной электродинамики. Приведено аналитическое решение краевых задач об отражении электромагнитной волны от диэлектрического слоя, покрытым нелинейным графеном, и от нелинейного диэлектрического слоя. Предложен метод решения нелинейного объемного интегро-дифференциального уравнения (ОИДУ) второго рода для задач дифракции на нелинейном диэлектрическом теле. Показано, что ОИДУ может быть преобразовано к ОИДУ с линейным интегральным членом и нелинейным свободным. Это значительно увеличивает скорость расчетов. Реализован итерационный метод для решения преобразованного ОИДУ.

Ключевые слова: нелинейный диэлектрик, графен, отражение, дифракция, интегро-дифференциальное уравнение, метод Галеркина, метод возмущения.

DOI: 10.61011/JTF.2025.05.60296.2-25

Введение

Нелинейные метаповерхности, использующие как традиционные диэлектрики, так и плазмонные материалы (металлы в оптическом диапазоне, графен) и их комбинации, широко используются в современной фотонике — сенсоры, визуализация, оптическое мультиплексирование, генерация высших гармоник, терагерцового излучения, запутанных фотонов [1–12]. Основные достоинства метаповерхностей — компактность, возможность управления волновым фронтом за счет манипулирования линейной фазой проходящего или отраженного света, наличие резонансных элементов. Для повышения уровня генераций гармоник, смешения естественно использовать резонансы, в том числе плазмон — поляритонные резонансы, резонанс локализованных плазмонов. Хотя, как утверждается [13,14], графен имеет большую нелинейность, чем диэлектрики, графеновые метаповерхности имеют большие потери по сравнению диэлектрическими. Поэтому диэлектрические резонансные метаповерхности могут работать при больших мощностях.

Цель настоящей работы — показать возможность численно-аналитического решения задач отражения и дифракции на нелинейных метаповерхностях в сильных электромагнитных полях, оценка погрешности метода возмущения.

Объекты исследования: 1) нелинейный графеновый слой; 2) дифракционная решетка, образованная нелинейными диэлектрическими слоями; 3) нелинейный диэлектрический слой для тестирования метода объемного интегро-дифференциального уравнения (ОИДУ).

1. Отражение электромагнитной волны от графенового слоя, лежащем на диэлектрическом слое

Теоретически и экспериментально установлено, что графен обладает чрезвычайно сильной нелинейностью третьего порядка по сравнению с широко используемыми диэлектриками. Этим обусловлено появлению большого числа работ (в большинстве своем теоретических) по разработке нелинейных фотонных устройств [15].

Самым простым способом решения нелинейной задачи является метод возмущения — использовать напряженность электрического поля, полученную при решении линейной задачи. Однако можно получить аналитическое решение простой задачи об отражении плоской электромагнитной волны от графенового слоя [16]. Поставленная в данном разделе задача — развитие работы [16].

Система координат — ось z перпендикулярна плоскопараллельному диэлектрическому слою толщиной h и диэлектрической проницаемостью ε_1. Плоская электромагнитная волна падает под углом θ из $z = -\infty$. Плоскость падения $x = 0$. На нижней грани слоя с координатой $z = 0$ расположен графеновый слой. При $z \geq h$ подложка диэлектрической проницаемостью ε_2. Поляризация волны вдоль оси x — $\mathbf{E} = E\mathbf{e}_x$. Решение ортогональной поляризации аналогично. Меняются лишь граничные условия (ГУ) на границах раздела диэлектрических слоев.

ГУ:

1) непрерывность E на всех границах, в том числе на бесконечно тонком графеновом слое;

2) непрерывность компоненты магнитного поля H_y при $z = h$;

3) импедансное ГУ на графене $j(y) = \sigma E(y, 0)$, где $j(y)$, σ-проводимость — $\sigma(E_g) = \sigma_1 + \sigma_3|E_g|^2$, E_g — напряженность электрического поля на графене, где σ_1 — линейная проводимость, определяемая формулой Кубо [17], σ_3 — нелинейная проводимость третьего порядка графена. Для частот от THz до оптического диапазона нелинейная проводимость графена третьего порядка определяется формулой, основанной на квантовой теории [18,19]. Сравнение различных формул для расчета нелинейной проводимости графена приведено в обзоре [20]. В настоящей работе мы использовали формулу

$$\sigma_3 = -i\frac{3}{32}\frac{e^4 v_F^2}{\omega^3\hbar^2\mu_c},$$

где e — заряд электрона, μ_c — химический потенциал (уровень Ферми), $v_F = 10^6$ m/s — скорость Ферми, ω — частота падающей волны, $\hbar$ — приведенная постоянная Планка. Формула применима при энергии кванта $\hbar\omega \ll 2\mu_c$.

Нетрудно получить решение уравнение Гельмгольца для поля в диэлектрике, удовлетворяющее первому ГУ:

$$E(y, z) = E_0$$
$$\times \begin{Bmatrix} \exp\Big[i(-k_{z,1}z + k_{y,1}y)\Big]\exp(i\omega t) + \sum\limits_{j=1,3}(A_j - \delta_{j,1}) \\ \times\exp\Big[i(k_{z,j}z + k_{y,j}y)\Big]\exp(ij\omega t),\ z \le 0 \\ \sum\limits_{j=1,3}\frac{1}{\sin\gamma_{1,j}h}\Big[A_j\sin\gamma_{1,j}(h-z) + T_j\sin\gamma_{1,j}z\Big] \\ \times\exp(ik_{y,j}y)\exp(ij\omega t),\ 0 \le z \le h \\ \sum\limits_{j=1,3}T_j\exp\Big[-i\gamma_{2,j}(z-h) + ik_{y,j}y\Big]\exp(ij\omega t), \\ z \ge h \end{Bmatrix},$$

где E_0 — амплитуда падающей волны,

$$k_{y,3} = k_{y,1} = k_1\sin\theta,\quad k_{z,j} = \sqrt{k_j^2 - k_{y,1}^2},$$

$$\gamma_{\{\substack{1\\2}\},j} = \sqrt{k_j^2\varepsilon_{\{\substack{1\\2}\}} - k_{y,1}^2},\quad k_1,\ k_3 = 3k_1$$

— волновые числа первой и третей частотной гармоник.

Удовлетворив второму ГУ, выразим неизвестные коэффициенты A_j через искомый коэффициент прохождения T_j:

$$A_j = U_jT_J,\quad U_j = \cos\gamma_{1,j}h + \frac{i\gamma_{2,j}}{\overline{\gamma}_{1,j}}\sin\gamma_{1,j}h.$$

Наконец, удовлетворив третьему ГУ получим

$$-\frac{1}{Z_0}\Bigg\{\frac{k_{z,1}}{k_1} - \sum_{j=1,3}(T_jU_j - \delta_{j,1})\frac{k_{z,j}}{k_j}\exp(ij\omega t)$$
$$-i\sum_{j=1,3}T_jV_j\exp(ij\omega t)\Bigg\} = \sigma\Bigg[\exp(i\omega t)$$
$$+\sum_{j=1,3}(T_jU_j - \delta_{j,1})\exp(ij\omega t)\Bigg], \tag{1}$$

где $V_j = \frac{\gamma_{1,j}}{k_j}\Big[-\Big(\frac{i\gamma_{2,j}}{\gamma_{1,j}}\Big)\cos\gamma_{1,j}h + \sin\gamma_{1,j}h\Big]$.

Из ГУ для основной гармоники после элементарных преобразований получим

$$T_1\Big[U_1\Big(1 - \sigma\frac{k_1}{k_{z,1}}\Big) + iV_1\frac{k_1}{k_{z,1}}\Big], \tag{2}$$

при

$$\sigma(|T_1|) = \sigma_1 + \sigma_3\frac{3}{4}\Big[E_0^2\Big[|U_1||T_1|\Big]^2\Big]. \tag{3}$$

Из (1) следует

$$|T_1|\Bigg[U_1\Bigg(1 - \sigma(|T_1|)\frac{k_1}{k_{z,1}}\Bigg) + iV_1\frac{k_1}{k_{z,1}}\Bigg] = 2. \tag{4}$$

Уравнение (4) с проводимостью (3) —- трансцендентное уравнение относительно неизвестной $|T_1|$. Решение находим численно, потом находим $\sigma(|T_1|)$ из (3), затем из (2) комплексный коэффициент прохождения T_1 и коэффициент отражения $R_1 = U_1T_1 - 1$. Зная T_1, из (1) находим коэффициенты для третей гармоники T_3, R_3.

2. Отражение от нелинейного слоя

Структура, аналогичная описанной выше, но без графена, при этом в слое толщиной h диэлектрик с квадратичной нелинейностью $\varepsilon(y) = \varepsilon_{lin} + \alpha|E(x)|^2$. В ходе решения нелинейный слой разбивается на N-слоев. Считаем, что в пределах каждого слоя диэлектрическая проницаемость постоянная, зависящая от напряженности поля в центре слоя.

Поставленная в данном разделе задача — развитие работы [21,22].

Введем функции: а) $U(y, z, t) = E_x(y, z, t)$ для s-поляризации падающей плоской волны с циклической частотой ω_1; б) $U(y, z, t) = H_x(y, z, t)$ для p-поляризации падающей плоской волны

$$U^{(\exp)}(y, z, t) = U_0\exp[i(-k_yy - k_zz + \omega_1t)].$$

Ограничимся только двумя частотными гармониками. Решение представим в виде

$$U(y, z, t) = [V_1(z)\cos(\omega_1t) + V_3(z)\cos(\omega_3t)]\exp(-ik_yz).$$

Полагаем, что $|V_3(z)| \ll |V_1(z)|$.

В этом случае уравнение Гельмгольца в нелинейном слое примет вид

$$\sum_{j=1,3}\left[\frac{d^2V_j}{dz^2}+V_j\left(\kappa_j^2+k_j^2\alpha|V_1|^2\cos^2(\omega_1 t)\right)\cos(\omega_j t)\right], \quad (5)$$

где $\kappa_j^2=k_j^2\varepsilon_l-k_x^2$, k_j — волновое число при циклической частоте ω_j. Распишем по гармоникам:

$$\frac{d^2V_1}{dz^2}+\gamma_1^2V_1=0, \quad \gamma_1^2=\kappa_1^2+k_1^2\alpha\,\frac{3}{4}\,|V_1|^2, \quad (6)$$

$$\frac{d^2V_3}{dz^2}+\gamma_3^2V_3+k_1^2\beta V_1=0,$$

$$\gamma_3^2=\kappa_3^2+k_3^2\alpha\,\frac{1}{2}\,|V_1|^2, \quad \beta=\frac{1}{4}\,\alpha|V_1|^2. \quad (7)$$

Решение (6) представим в виде

$$V_1 z=U_0\begin{Bmatrix}[\exp(-ik_z z)+R_1\exp(ik_z z)],\, z\le 0\\ T_1U_+(z,|T_1|),\, z\ge 0,\end{Bmatrix},$$

где R_1, T_1 — искомые коэффициенты отражения и прохождения волны с частотой ω_1, на данном этапе считаем функцию $U_+(z,|T|)$ известной. Будем считать, что $U_+(0,|T|)=1$. Способ ее нахождения опишем ниже.

Удовлетворяем условиям непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля при $z=0$. В частности, для s-поляризации получим

$$1+R_1=T_1, \quad 1-R_1=T_1\eta, \quad (8)$$

где $\eta(|T_1|)=iU'_+(0,|T_1|)/k_z$, штрих — производная по z. Из (8) получим

$$T_1[1+\eta(|T_1|)]-2=0. \quad (9)$$

Решаем численно трансцендентное уравнение (9) относительно неизвестной $|T_1|$. Затем из (8) находим зависящие от амплитуды поля коэффициенты R_1.

Реализован также метод последовательных приближений для решения (9) при больших амплитудах волны. Полагаем $E_0^{(p)}=E_0\,\frac{p}{P}$. Решаем (6) за P шагов [18]:

$$T^{(p)}=\frac{2}{1+\eta(T^{(p-1)})}, \quad p=1,2\ldots P,$$

где $T^{(p)}$ — решение при $E_0^{(p)}$, $T^{(0)}$ — линейное решение.

Полученный алгоритм быстро сходится по количеству шагов P. Оба метода дают одинаковое решение даже при больших амплитудах поля.

Рассмотрим теперь построение функции $U_+(z,|T|)$. Разобьем слой на N-слоев. Толщина слоев одинаковая h_n. Считаем, что в пределах слоя ε_n постоянная, зависящая от напряженности поля в центре слоя. Слой $N+1$ — полубесконечная линейная подложка. Обозначим $z_n=\sum\limits_{m=1}^{n}h_n$.

В этом случае решение запишем в виде

$$U_{(z)}=\begin{Bmatrix}\dfrac{1}{\sin\gamma_n h_n}[A_n\sin\gamma_n(z_n-z)+A_{n+1}\sin\gamma_n(z-z_{n-1})],\\ n=1,2\ldots N\\ A_{N+1}\exp[-i\gamma_{N-1}(z-z_n)]\end{Bmatrix},$$

$$\gamma_n=\sqrt{k^2\varepsilon_n-k_y^2}.$$

Это решение удовлетворяет условию непрерывности на границах раздела слоев. Из условия непрерывности нормальных производных получим рекуррентную схему для определения неизвестных $A_n=\tilde{A}_n/\tilde{A}_1$:

$$\tilde{A}_n=Q_n^{-1}\left[\tilde{A}_{n+1}(P_n+P_{n+1})-\tilde{A}_{n+2}Q_{n+1}\right],$$

$$n=N,N-1,\ldots,1,\tilde{A}_{N+2}=0,\tilde{A}_{N+1}=1.$$

$$Q_n=\frac{\gamma_n}{\sin\gamma_n h_n}, \quad P_n=\gamma_n\operatorname{ctg}\gamma_n h_n, \quad n=1,\ldots N,$$

$$P_{N+1}=-i\overline{\gamma}_{N+1}.$$

Определив все A_n, находим поле в центре слоя

$$E\left(z_n+\frac{h_n}{2}\right)=E_0TU_+\left(z_n+\frac{h_n}{2}\right)=\frac{E_0T[A_n+A_{n+1}]}{\left[2\cos\frac{\gamma_n h_n}{2}\right]},$$

а затем нелинейную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_n=\varepsilon_{lin}+\alpha|E(z_n+h_n/2)|^2$, где ε_{lin} — линейная диэлектрическая проницаемость.

Полученный алгоритм быстро сходится по количеству разбиений N.

Решаем теперь (8) для третьей гармоники. Все параметры для первой гармоники определены на последнем шаге прямого или итерационного метода.

По-прежнему нелинейный слой разбиваем на N-слоев.

Решение неоднородного уравнения (8) ищем в виде двух функций

$$V_3=V_3^{(1)}+V_3^{(2)},$$

где 1-я функция — общее решение однородного уравнения, $\frac{d^2V_3^{(1)}}{dy^2}+\gamma_3^2V_3^{(1)}=0$ во всех слоях; 2-я — решение неоднородного уравнения $\frac{d^2V_3^{(2)}}{dy^2}+k_1^2\beta V_1=0$ только в нелинейном слое.

$$V_3^{(1)}(y)=\begin{cases}R_3\exp(i\gamma_{3,0}y), \quad y\le 0;\\ \frac{1}{\sin\gamma_{3,n}h_n}\,[A_{3,n}\sin\gamma_{3,n}(y_n-y)\\ +B_{3,n}\sin\gamma_{3,n}(y-y_{n-1})], \quad n=1,2\ldots N\\ T_3\exp(-i\gamma_{3,y-1}(y-y_N)), \quad y\ge y_N;\end{cases}$$

$$V_3^{(2)}(y)=\begin{cases}0, \quad y\le 0;\\ M_n\,\frac{1}{\sin\gamma_{1,n}h_n}\,[A_{1,n}\sin\gamma_{1,n}(y_n-y)\\ +A_{1,n+1}\sin\gamma_{1,n}(y-y_{n-1})], \quad n=1,2\ldots N\\ 0, \quad y\ge y_N;\end{cases}$$

$$M_n=\frac{k_1^2\beta}{(\gamma_{1,n})^2}.$$

Удовлетворяем ГУ. Процедура достаточно простая, но громоздкая, поэтому ее здесь не приводим. В результате получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядка $2N+2$ относительно неизвестных $A_{3,n}, n = 1, \dots N$; R_3; $B_{3,n}, n = 1, \dots N$; T_3, из решения которой найдем R_3, T_3 — коэффициенты отражения и прохождения волы с частотой ω_3.

Полученный алгоритм быстро сходится по количеству разбиений N и числу итераций P.

3. Дифракция на нелинейном диэлектрическом теле

Решение дифракции на линейной дифракционной решетке методом ОИДУ с изотропными слоями приведено в [23]. Решаем объемное интегро-дифференциальное уравнение относительно $\mathbf{E}(x, y, z)$ — напряженности внешнего электромагнитного поля в нелинейных диэлектрических полосках

$$\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}^{ext}(x, y, z) + [\mathrm{grad\,div} + k^2] \times \int\limits_V G(\overline{x}, \overline{y}, z, z')\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|)\mathbf{E}(x', y', z')dv', \quad x, y, z \in V,$$

где $\mathbf{E}^{ext}$ — напряженность внешнее электромагнитного поля, $\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) = \varepsilon - \varepsilon^{ext}$, $\varepsilon, \varepsilon^{ext}$ — диэлектрические проницаемости полосок и диэлектрика, окружающего полоски, $G(\overline{x}, \overline{y}, z, z')$ —- функция Грина, $\overline{x} = x - x', \overline{y} = y - y'$.

Полагаем, что диэлектрическая проницаемость нелинейная

$$\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) = \varepsilon(|\mathbf{E}(x', y', z')|) - \varepsilon^{ext}.$$

Пусть $\mathbf{E}^{ext}(x, y, z) = E_0\mathbf{E}_1^{exy}(x, y, z)$, где $\mathbf{E}_1^{ext}(x', y', z')$ поле единичной амплитуды; $\mathbf{E}(x', y', z') = E_0\mathbf{E}_1^{exy}(x', y', z')$. Получим

$$\mathbf{E}_1(x, y, z) = \mathbf{E}_1^{ext}(x, y, z) + [\mathrm{grad\,div} + k^2] \times \int\limits_V G(\overline{x}, \overline{y}, z, z')\tau\,\mathbf{E}_1(x', y', z')dv', \quad x, y, z \in V \tag{10}$$

Введем функцию $\mathbf{D} = \tau\,\mathbf{E}_1$ и преобразуем (10):

$$\frac{\mathbf{D}(x, y, z)}{\tau(x, y, z)} = \mathbf{E}_1^{ext}(x, y, z) + [\mathrm{grad\,div} + k^2] \times \int\limits_V G(\overline{x}, \overline{y}, z, z')\mathbf{D}(x', y', z')dv', \quad x, y, z \in V \tag{11}$$

где

$$\tau(|\mathbf{E}(x', y', z')|) = \varepsilon\left(\left|E_0\,\frac{1}{\tau}\,\mathbf{D}(x', y', z')\right|\right) - \varepsilon^{ext}. \tag{12}$$

Уравнение (11) решаем методом последовательных приближений $E_0^{(p)} = E_0\,\frac{p}{P}$, $p = 1, \dots P$, $E_0^{(0)}$ — линейное приближение,

$$\frac{\mathbf{D}^{(p)}(x, y, z)}{\tau^{(p)}(x, y, z)} = \mathbf{E}_1^{ext}(x, y, z) + [\mathrm{grad\,div} + k^2] \times \int\limits_V G(\overline{x}, \overline{y}, z, z')\mathbf{D}^{(p)}(x', y', z')dv', \quad x, y, z \in V \tag{13}$$

где $\tau^{(p)}(x, y, z)$ определяется (12), в которой $\mathbf{D}(x', y', z') = \mathbf{D}^{(p-1)}(x', y', z')$.

Метод возмущения — первый шаг итерационного метода. В (12) $\mathbf{D}(x', y', z')$ — решение линейного ОИДУ, τ — неоднородное внутри тела и также зависит от линейного решения.

Для диэлектрических тел на слоистой диэлектрической подложке функция Грина тензорная [23]. Однако преобразования ОИДУ остаются теми же.

Следует отметить, что нелинейная часть находится в левой части уравнения (13), поэтому метод решения (13) и программа для линейного диэлектрика легко трансформируются в метод и программу для диэлектрика нелинейного. По сравнению с линейным приближением изменяются лишь диагональные элементы, обусловленные первым (свободным) членом в (13).

ОИДУ (13) относительно неизвестной линейной функции решались методом Галеркина, аналогично тому, как это сделано в [23,24]:

$$\mathbf{D}^{(p)}(x', y', z') = \sum_m \mathbf{X}_m^{(p)} V_m(x', y', z'),$$

где $\mathbf{X}_m^{(p)}$ — матрица неизвестные коэффициентов, $V_m(x', y', z')$ — скалярные базисные функции, не зависящие от номера шага итерационного процесса. В результате применения метода Галеркина получим СЛАУ относительно $\mathbf{X}_m^{(p)}$. Причем матричные элементы СЛАУ, порождаемые интегро-дифференциальным членом в (13), такие же, как и при решении аналогичной линейной задачи. Они не зависят от номера шага итерационного процесса. В отличии от линейной задачи матричные элементы СЛАУ, порождаемые свободным членом (13), находятся численным интегрированием.

После решения ОИДУ находим дифрагированное поле, которое определяется (13) при $x, y, z \notin V$

4. Численные результаты

На рис. 1 приведены результаты расчета отражения гауссова импульса длительностью $\tau = 0.1$ ns, с несущей

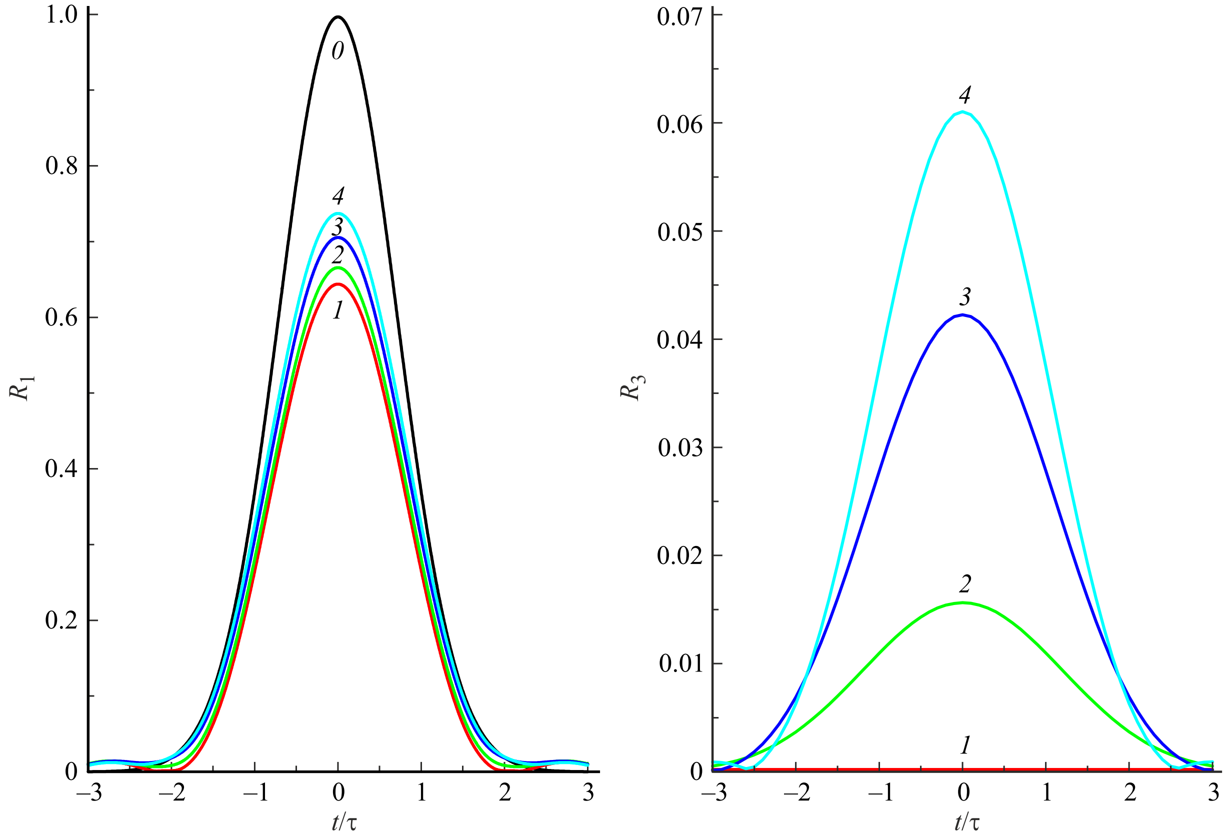

Рис. 1. Отражение гауссова импульса от графенового слоя. Кривая *0* — падающий импульс (нормированная на максимум), кривые *1* — линейный режим, *2* — напряженность электрического поля в максимуме падающего импульса $E_0 = 3$ MV/cm, *3* — $E_0 = 5$ MV/cm, *4* — $E_0 = 9$ MV/cm.

частотой 1 THz. Параметры диэлектрического слоя — $\varepsilon = 2$, $h = 26.5\,\mu$m, подложки $\varepsilon_s = 4$. Параметры графена $\mu_c = 0.25$ eV, температура 300 K, время релаксации 1 ps. Нормальное падение. $R_{1,3}$ — коэффициенты отражения по мощности первой и третей гармоник. Напряженность электрического поля при пробое графена составляет более 1.2 MV/cm [25].

Метод расчета — находился спектр падающего импульса, затем по изложенной методике рассчитывался спектр отраженного и прошедшего импульса, после численного обратного преобразования Фурье находились эти импульсы. Так как проводимость графена зависит от квадрата амплитуды напряженности электрического поля, то амплитуды отраженных импульсов как на основной, так и на третей гармонике не прямо пропорциональны амплитуде падающего импульса.

Так же как и в [16], погрешность метода возмущения для данной структуры несколько процентов (менее 5). Максимальная погрешность при частотах менее 1 THz. Это обусловлено тем, что проводимость графена (σ_1 и σ_3) увеличивается при уменьшении частоты. Расхождение не принципиальное, но его следует учитывать при расчете нелинейных графеновых структур в области плазмонного резонанса.

На рис. 2 приведены зависимости коэффициентов отражения от нелинейного слоя при различных безразмерных нормированных напряженностях внешнего поля $U_0 = E_0\sqrt{\alpha}$. Длины волны нормирована на толщину слоя h. Параметры $\varepsilon_{lin} = 9$, диэлектрическая проницаемость подложки 2.25. Из рис. 2 видно, что эффект самовоздействия в основном проявляется вблизи минимума коэффициента отражения R_1.

Сравнение метода возмущения (число итераций $P = 2$) и итерационного метода приведено на рис. 3. Параметры структуры те же, что на рис. 2. Основное расхождение при больших напряженностях поля и коротких длинах волн. При сравнении следует учесть, что и итерационном методе и в методе возмущения число слоев N, на которые разбивался нелинейный слой одинаковые.

Рассмотрим теперь дифракцию на решетке из нелинейных диэлектрических полосок. На рис. 4 изображена элементарная ячейка такой дифракционной решетки (ДР), заштрихованный прямоугольник — поперечное сечение нелинейной диэлектрической полоски. Решетка бесконечная в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка. На рисунке изображена однослойная подложка, но в разработанной программе число слоев произвольное. Тестировалось до 100 слоев. Метод опи-

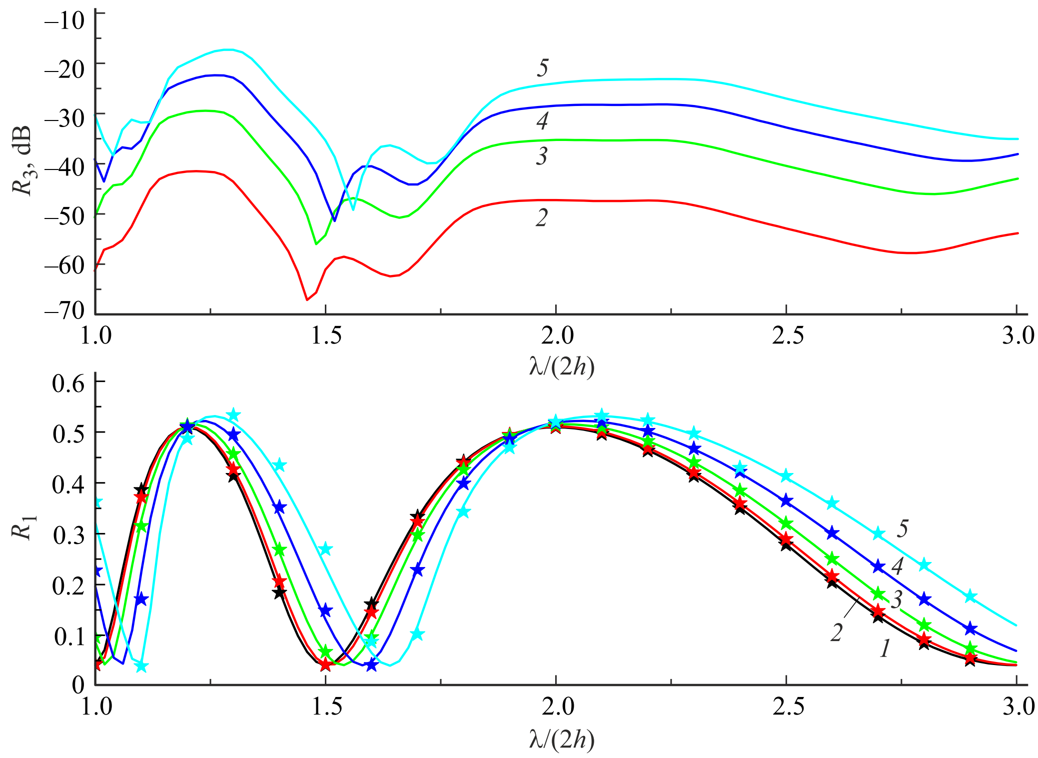

Рис. 2. Отражение от нелинейного слоя. Нормальное падение. R_p — коэффициент отражения по мощности. Кривая *1* — $U_0 \ll 1$, *2* — $U_0 = 0.5$, *3* — $U_0 = 1$, *4* — $U_0 = 1.5$, *5* — $U_0 = 2$. Звездочки — расчет по программе для нелинейной дифракционной решетки.

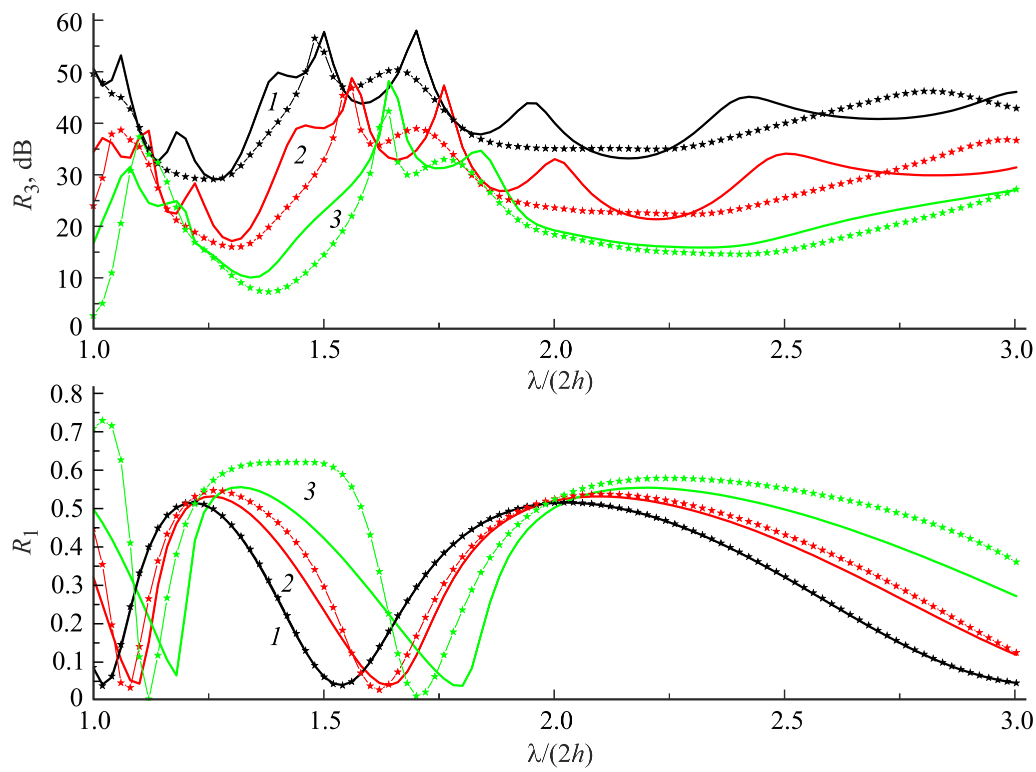

Рис. 3. Сравнение результатов расчета итерационным методом (сплошные кривые) и методом возмущения (кривые со звездочками). Цифры у кривых — нормированная напряженность внешнего поля.

сан в [23] и в других работах, основное отличие, как уже было сказано выше, численное, а не аналитическое, как в линейной задаче, интегрирование при вычислении матричных элементов, обусловленных свободным членом в (13).

Один их тестов метода и программы переход от ДР к сплошному слою при . Результаты изображены на рис. 2 звездочками.

Некоторые результаты расчетов нелинейных ДР представлены на рис. 5, 6. Ширина диэлектрических полосок $L = d/2$, толщина $h = d$, линейная часть диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{lin} = 9$, диэлектрическая проницаемость подложки 2.25; s-поляризация — вектор **E** перпендикулярен плоскости падения вдоль диэлектрических полосок, магнитное поле в плоскости падения; p-поляризация — вектор **H** перпендикулярен плоскости падения. При p-поляризации — наблюдается поперечный резонанс — коэффициент отражения близок к единице (рис. 5). Даже небольшая нелинейность приводит к значительному изменению характеристик. Особенно это заметно вблизи резонанса.

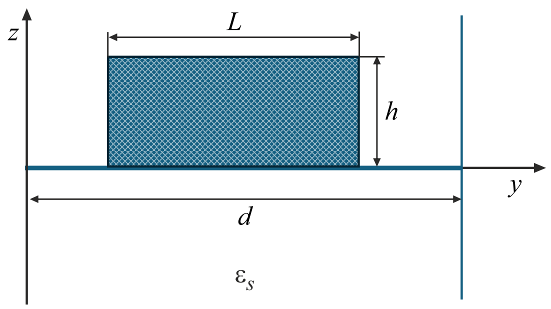

Рис. 4. Элементарная ячейка дифракционной решетки.

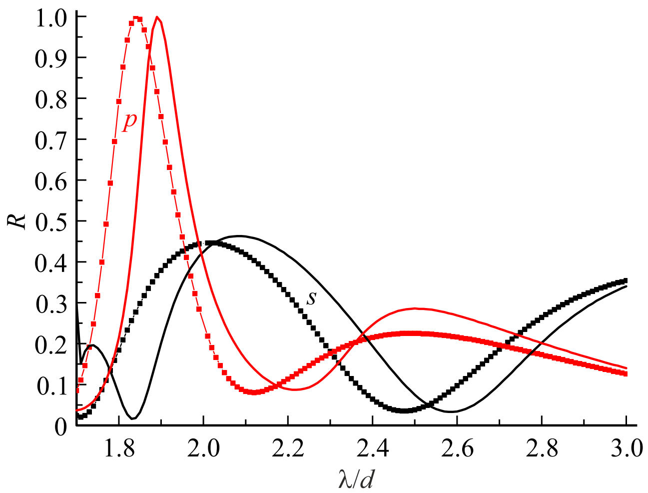

Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения основной пространственной гармоники с нелинейными диэлектрическими полосками от нормированной длины волны. Самовоздействие. $U_0 = 1$. Буквы p, s означают p- и s-поляризацию падающей волны. Кривые без символов — итерационный метод, с символами — линейное приближение.

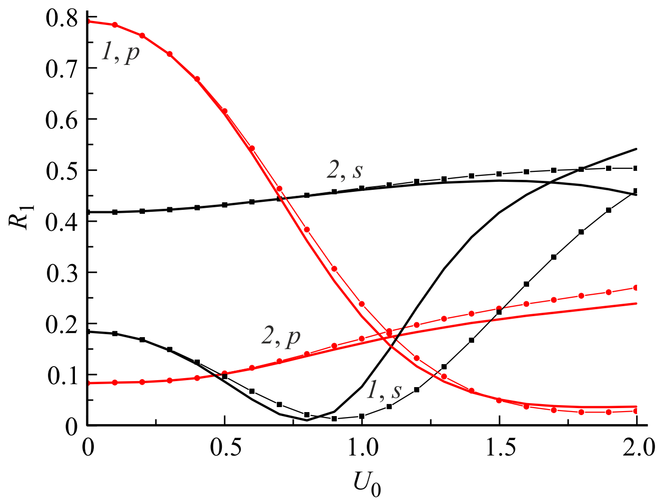

Рис. 6. Зависимость коэффициента отражения основной пространственной гармоники с нелинейными диэлектрическими полосками от нормированной напряженности электрического поля нормально падающей на ДР плоской волны. Самовоздействие. *1* — $\lambda/d = 1.8$, *2* — $\lambda/d = 2.1$. Буквы p, s после номера кривой означают p- и s-поляризацию падающей волны. Кривые без символов — итерационный метод, с символами — метод возмущения.

Погрешность метода возмущения (рис. 6) несколько процентов, за исключением коротких длин волн при s-поляризации.

Выводы

Разработаны аналитические и численно-аналитические методы решения нелинейных краевых задач об отражении электромагнитной волны от графенового слоя и диэлектрического слоя, дифракции на диэлектрическом теле. Показано, что нелинейное ОИДУ может быть преобразовано к ОИДУ с линейным интегральным членом и нелинейным свободным. Это значительно увеличивает скорость расчетов. Разработаны компьютерные программы на языке C для численного моделирования указанных объектов. Проведена оценка погрешности метода возмущения.

Финансирование работы

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (государственное задание в области научной деятельности, № FENW-2022-0001).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] J. Wang, S.A. Maier, A. Tittl. Adv. Opt. Mater., **10** (7), 2102366 (2022).
[2] A.S. Solntsev, G.S. Agarwal, Y.S. Kivshar. Nat. Photonics, **15**, 327 (2021).
[3] M.J. Huttunen, S. Bin-Alam, O. Reshef, Y. Mamchur, T. Stolt, J.-M. Menard, K. Dolgaleva, R.W. Boyd, M. Kauranen. 2020 22nd Int. Conf. on Transparent Optical Networks (ICTON). DOI: 10.1109/ICTON51198.2020.9203026
[4] T. Santiago-Cruz, S.D. Gennaro, O. Mitrofanov, S. Addamane, J. Reno, I. Brener, M.V. Chekhova. Science, **377**, 991(2022).
[5] M.J. Huttunen, R. Czaplicki, M. Kauranen. J. Nonlinear Opt. Phys. Mater., **28**, 1950001 (2019).
[6] D. Hähnel, C. Golla, M. Albert, T. Zentgraf, V. Myroshnychenko, J. Förstner, C. Meier. Light Sci. Appl., **12**, 97 (2023). https://doi.org/10.1038/s41377-023-01134-1
[7] Hui-Hsin Hsiao, Jou-Chun Hsieh, Ai-Yin Liu, Kuang-I Lin, Yi-Chien Hsu. Nanophotonics, **13** (17), (2024). DOI: org/10.1515/nanoph-2024-0194
[8] Y. Ra'di, N. Nefedkin, P. Popovski, A. Alù. IEEE Antennas and Propagation Magazine, **66** (5), 52 (2024).
[9] J. Noh, T. Santiago-Cruz, S.D. Gennaro. V. Sultanov, I. Brener, M.V. Chekhova. CLEO Optica Publishing Group, FM3O.1 (2024).
[10] J.H. Krakofsky, S. Stich, G. Böohm, M.A. Belkin. CLEO Optica Publishing Group, SM4P.3. (2024).
[11] M.D. Feinstein1, A. Adronikides, E. Almeida. CLEO Optica Publishing Group, FTh1P.6. (2024).
[12] I. Brener. 2024 Intern. Conf. on Optical MEMS and Nanophotonics (OMN). DOI: 10.1109/OMN61224.2024.10685263
[13] S.A. Mikhailov. Europhys. Lett., **79**, 27002 (2007).
[14] E. Hendry, P.J. Hale, J. Moger, A.K. Savchenko, S.A. Mikhailov. Phys. Rev. Lett., **105**, 097401 (2010).
[15] В.В. Черепанов. *Электродинамический анализ плазмонных устройств на основе графена в ТГц и ИК диапазоне* (Автореф. канд. дисс. ЮФУ, Ростов-на-Дону, 2023)
[16] А.М. Лерер. РЭ, **57** (11), 1160 (2012). [A.M. Lerer. J. Commun. Technol. Electron., **57** (11), 1151 (2012). DOI: 10.1134/S106422691210004X]
[17] G.W. Hanson. J. Appl. Phys., **103** (6), 064302 (2008).
[18] J.L. Cheng, N. Vermeulen, J. Sipe. Phys. Rev. B, **91**, 235320 (2015).
[19] S.A. Mikhailov. Phys. Rev. B, **93** (8), 085403 (2016).
[20] В.В. Черепанов. Физические основы приборостроения, **9** (4), 2 (2020).
[21] G.A. Kalinchenko, A. Lerer. J. Electromagnetic Waves and Application, **13** (11), 1539 (1999).
[22] А.М. Лерер, И.Н. Иванова. Тр. конф. *Аналитические и численные методы моделирования естественно-научных и социальных проблем АЧМ-2023.* Сб. статей по материалам XVIII Всероссийской с международным участием конференции АЧМ-2023. (Пенза, Россия, 2023), т. 1. т. 44.
[23] А.М. Лерер. РЭ, **57** (11), 1160 (2012). [A.M. Lerer. J. Commun. Technol. Electron., **57** (11), 1151 (2012). DOI: 10.1134/S106422691210004X]
[24] А.М. Лерер, Г.С. Макеева, В.В. Черепанов. РЭ, **68** (6), 543 (2021). DOI: 10.31857/S0033849421060188. [A.M. Lerer, G.S. Makeeva, V.V. Cherepanov. J. Commun. Technol. Electron., **66** (6), 656 (2021). DOI: 10.1134/S1064226921060188]
[25] M.E. Abbassi, L. Pósa, P. Makk, C. Nef, K. Thodkar, A. Halbritter., M. Calame. Nanoscale, **9**, 17312 (2017). DOI: 10.1039/C7NR05348G