

01
Поверхностные плазменные колебания в полупроводниковом нанослое

© О.В. Савенко, И.А. Кузнецова

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150003 Ярославль, Россия
e-mail: savenko.oleg92@mail.ru

Поступило в Редакцию 22 октября 2024 г.
В окончательной редакции 10 марта 2025 г.
Принято к публикации 10 марта 2025 г.

Построена теоретическая модель, описывающая распространение поверхностных плазменных колебаний, распространяющихся вдоль слоистой наноструктуры „диэлектрик-полупроводник-диэлектрик“. Рассмотрен случай симметричного распределения носителей заряда на границах полупроводникового нанослоя. Получены выражения для коэффициентов распространения и затухания волны как функции толщины полупроводникового слоя, частоты поверхностной волны, химического потенциала, диэлектрической проницаемости изолирующих слоев и параметров шероховатости границ раздела „полупроводник-диэлектрик“. Обнаружены осцилляции частотных зависимостей длины распространения волны, период которых зависит от толщины полупроводникового нанослоя, а амплитуда — от параметров шероховатости поверхностей.

Ключевые слова: поверхностные плазмоны, полупроводниковый нанослой, кинетическое уравнение, модель Соффера.

DOI: 10.21883/0000000000

Введение

В последнее время большой интерес у исследователей вызывает изучение особенностей распространения поверхностных плазменных колебаний в различных наноструктурах [1–5]. Причиной активного развития плазмоники является совершенствование технологий, позволяющих создавать наноструктуры любой сложности с характерным размером порядка нанометров. Примером могут являться металлические нанослои с нанесенной периодической решеткой или с нанотверстиями, используемыми в качестве плазмонных волноводов [6–8]. Развитию плазмоники способствует совершенствование высокочувствительных оптических технологий, позволяющих экспериментально изучить характеристики поверхностных волн [9]. Все вышесказанное говорит об актуальности теоретических исследований в области плазмоники.

На сегодняшний день можно выделить ряд теоретических работ, посвященных изучению особенностей распространения поверхностных плазменных волн в проводящих нанослоях. В работах [2] авторы учли пространственную дисперсию поляризуемости электронного газа $\text{HgTe}/\text{CdHgTe}$ и показали, что в высокочастотной области закон дисперсии плазмона переходит от корневого к линейному виду. В работах [10,11] получены выражения для коэффициентов распространения и затухания поверхностного плазмона с учетом поверхностного рассеяния носителей заряда для симметричной и антисимметричной конфигурации. Отметим, что в работах [10,11] рассматривался случай металла

и не учитывалось квантование энергетического спектра носителей заряда.

В настоящей работе получено аналитическое решение задачи о поверхностных плазменных колебаниях в полупроводниковом нанослое с учетом квантовой теории явлений переноса. Поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера [12].

1. Постановка задачи

Рассмотрим полупроводниковый нанослой толщины a , расположенный между двумя немагнитными изолирующими слоями с одинаковыми диэлектрическими проницаемостями. Возьмем декартову систему координат с осью Z , ориентированной вглубь нанослоя, и осью X , направленной параллельно распространению поверхностной волны (рис. 1). Отметим, что поверхностная волна не может распространяться в случае ТЕ-поляризации [1]. Будем рассматривать только ТМ-поляризацию, когда векторы напряженностей электрического и магнитного полей имеют следующий вид: $\mathbf{E} = \{E_x, 0, E_z\}$, $\mathbf{H} = \{0, H_y, 0\}$.

Известно, что вдоль тонких слоев могут распространяться плазменные колебания с симметричным и антисимметричным распределением заряда на границах [1]. Первый случай соответствует ситуации, когда знаки заряда на верхней и нижней границах слоя совпадают, а второй случай — различаются. В настоящей работе будем рассматривать первый случай, что связано со следующими соображениями. Слой, вдоль которого

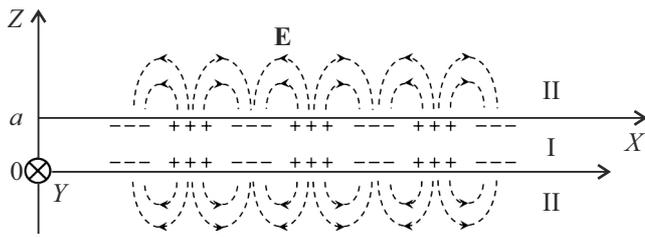


Рис. 1. Наноструктура „диэлектрик-полупроводник-диэлектрик“, вдоль которого распространяется поверхностная волна: I — полупроводник, II — диэлектрик. Пунктирными линиями показаны силовые линии вектора напряженности электрического поля.

распространяются колебания, можно условно разделить на области, где сосредоточен избыточный положительный (отрицательный) заряд. Рис. 1 показывает, что в центре данных областей, где заряд максимален, будет доминировать компонента электрического поля E_z (и, как следствие, H_y). Между областями, где заряд на границах минимален, доминирующим будет компонента E_x . В случае симметричного распределения заряда и тонкого слоя напряженность электрического поля практически не будет иметь z -компоненту внутри слоя. Это следует из принципа суперпозиции, т.е. силовые линии вектора напряженности электрического поля, идущие от верхней и нижней границ слоя, противоположно направлены друг к другу. Следовательно, внутри слоя будет только компонента E_x . В случае антисимметричного распределения заряда доминирующим будет поперечная компонента электрического поля E_z . Под действием этого поля носители заряда движутся перпендикулярно поверхности слоя и накапливаются на границах, модифицируя само поле. В этой ситуации возникает необходимость в решении самосогласованной задачи, сводящейся к системе интегральных уравнений функции распределения носителей заряда и напряженности поля E_z . Это представляет более сложную задачу по сравнению со случаем, когда знак заряда на границах нанослоя одинаковый. Поэтому остановимся на рассмотрении случая симметричного распределения заряда.

Отметим, что поверхностные заряды на границах проводящего слоя влияют на характер распределения заряда и электрического поля по толщине, что требует решения системы уравнений для определения функции распределения носителей заряда и напряженности электрического поля. Данный вопрос рассматривался в работах [13–15], где для пленки лантан-стронциевого купрата и наночастицы из оксида индия были найдены зависимости концентрации носителей заряда и напряженности электрического поля от координаты. Результаты показали, что ширина области неравномерного распределения заряда вблизи границ слоя оценивается в 5 nm. Поверхностный заряд порождает достаточно сильное поперечное электрическое поле напряженности 10^8 V/m. Это поле вызывает движение носителей

заряда в направлении, перпендикулярном поверхностям слоя. Как отмечалось выше, в случае симметричного распределения заряда на характер плазменных колебаний преимущественным образом влияет продольное электрическое поле. Поэтому неравномерность заряда и неоднородность поперечного электрического поля не будут рассматриваться.

В настоящей работе диэлектрическая проницаемость изолирующих слоев предполагается постоянной. Данный фактор накладывает ограничение на материал, из которого изготовлены изолирующие слои. Будем предполагать, что эти слои сделаны из неполярного диэлектрика. В этом случае будет только электронная поляризация, не вносящая ощутимого вклада в частотную зависимость диэлектрической проницаемости вплоть до частот ультрафиолетового диапазона [16]. Возможно использование неполярных диэлектриков или широкозонных полупроводников с ионным типом связи между атомами (например, твердые растворы $Al_{1-x}Ga_xAs$, $Al_{1-x}In_xSb$ и т.д.). При этом возможно резонансное поглощение при частотах ИК диапазона, тем не менее вдали от резонанса диэлектрическую проницаемость можно считать постоянной.

Предполагается, что толщина полупроводникового нанослоя может быть сравнима или меньше длины волны де Бройля носителей заряда. В этой ситуации системе носителей заряда необходимо рассматривать как квантовую. Электронный газ необходимо рассматривать как квазидвумерный газ, заключенный в потенциальную яму с бесконечно высокими стенками. Выражение для полной энергии электрона (дырки) для l -й подзоны будет иметь вид:

$$\varepsilon_l = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2) + \varepsilon_1 l^2, \quad (1)$$

$$l = \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \pm N, \quad (2)$$

где m — эффективная масса электрона (дырки), \hbar — постоянная Планка, $\varepsilon_1 = (\pi\hbar)^2/(2ma^2)$ — собственное значение энергии носителя заряда на первом энергетическом уровне, N — общее число подзон.

Согласно квантовой теории явлений переноса, система носителей заряда описывается оператором плотности [17]:

$$\hat{\rho}(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = \sum_l W_l \langle \psi_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) \rangle \langle \psi_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) \rangle, \quad (3)$$

который подчиняется квантовому уравнению Лиувилля:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}], \quad (4)$$

где ψ_l — волновая функция системы носителей заряда на l -й подзоне, W_l — статистический вес, \mathbf{k}_{\parallel} — продольная компонента волнового вектора.

Отметим, что в действительности поверхность нанослоя не является идеально гладкой. Среднеквадратичная

высота поверхностного рельефа может варьироваться от десятых долей нанометра до нескольких нанометров. При толщине нанослоя порядка 10 nm неровность поверхности на атомарном уровне может оказать существенное влияние на явления переноса в нанослое. Одним из факторов, влияющих на поверхностное рассеяние носителей заряда, является нетривиальное распределение электрического поля и заряда в зависимости от кривизны поверхности обусловленной ее шероховатостью. В работе [18] исследовалось распределение электрического поля и заряда в металлическом острие, имитирующем элемент неровности поверхности. Было показано, что наиболее существенное изменение напряженности поля наблюдается вблизи вершины конуса в области шириной 0.5 nm. Величина электрического поля вблизи вершины конуса может превосходить приложенное поле в четыре раза. Изучение распределения электрического поля и заряда в зависимости от кривизны поверхности представляет собой отдельную сложную задачу. Расчеты существенно упрощаются при допущении малости высоты поверхностного рельефа по сравнению с толщиной нанослоя. В этом случае потенциальную яму с неровной границей можно заменить потенциальной ямой с гладкими границами, а неровность поверхности интерпретировать как возмущение гамильтониана системы. Полный гамильтониан системы носителей заряда можно представить как сумму гамильтониана, описывающего равновесное состояние \hat{H}_0 и поправки, учитывающей объемное и поверхностное рассеяние \hat{V} [19]:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}. \quad (5)$$

Отметим, что в большинстве полупроводников n-типа гамильтониан системы электронов в зоне проводимости зависит от волнового числа по квадратичному закону. В некоторых полупроводниках, у которых в кристаллической структуре отсутствует центр инверсии (например, GaAs, имеющий структуру цинковой обманки), имеет место отступление от квадратичной зависимости $\hat{H}_0(\mathbf{k})$ за счет спин-орбитального взаимодействия носителей заряда [20] на несколько процентов. В большинстве случаев этим отклонением можно пренебречь. В валентной зоне спин-орбитальное взаимодействие носителей заряда становится существенным [21]. Анализ особенностей закона дисперсии валентной зоны в полупроводниках показывает, что зависимость энергии от волнового вектора не описывается квадратичным законом.

В настоящей работе предполагается, что проводящий нанослой представляет собой полупроводник n-типа проводимости. Будем считать, что гамильтониан системы носителей заряда зависит от волнового числа носителя заряда по квадратичному закону:

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}. \quad (6)$$

В работах [19,22] показано, что в ситуации, когда система носителей заряда несильно отклоняется от

равновесного состояния, уравнение (4) можно привести к следующему кинетическому уравнению:

$$-v f_l^{(1)} + v_z \frac{\partial f_l^{(1)}}{\partial z} + \frac{e\mathbf{E}}{\hbar} \frac{\partial f_l^{(0)}}{\partial \mathbf{k}_{\parallel}} = 0. \quad (7)$$

Здесь $v = \tau^{-1} - i\omega$ — комплексная частота рассеяния, τ — время релаксации, \hbar — постоянная Планка, v_z — проекция вектора скорости носителя заряда на ось Z, \mathbf{k}_{\parallel} — компонента волнового вектора носителя заряда, параллельная плоскости нанослоя, e — заряд электрона (дырки), f_l — функция распределения носителей заряда на l -й подзоне, выполняющая роль l -го диагонального элемента матрицы плотности. Функцию f_l можно представить в виде линейного по внешнему электрическому полю разложения:

$$f_l(z, \mathbf{k}_{\parallel}, t) = f_l^{(0)} + f_l^{(1)}(z, \mathbf{k}_{\parallel}) \exp(-i\omega t), \quad (8)$$

$$f_l^{(0)} = \frac{1}{1 + \exp((\epsilon_l - \mu)/k_B T)}, \quad (9)$$

где $f_l^{(0)}$ — равновесная функция распределения, $f_l^{(1)}$ — неравновесная поправка, μ — химический потенциал, k_B — постоянная Больцмана, T — температура.

Поверхностное рассеяние носителей заряда учитывается через граничные условия Соффера [12], накладываемых на уравнение (7):

$$\begin{cases} f_l^{(1)+} = q_1(g_{1,2}, \theta) f_l^{(1)-} & \text{при } z = 0, \\ f_l^{(1)-} = q_2(g_{2,1}, \theta) f_l^{(1)+} & \text{при } z = a, \end{cases} \quad (10)$$

$$q_{1,2}(g_{1,2}, \theta) = \exp\left(-4\pi g_{1,2} \cos \theta\right), \quad (11)$$

$$g_{1,2} = \frac{g_{s1,2}}{\lambda_B}, \quad (12)$$

где $f_l^{(1)\pm}$ — соответственно функции распределения электронов с положительной и отрицательной проекцией волнового вектора на ось Z, $g_{s1,2}$ — соответственно среднеквадратичная высота поверхностного рельефа верхней и нижней поверхности, λ_B — длина волны де Бройля электрона (дырки), θ — угол падения носителя заряда на внутреннюю поверхность полупроводникового нанослоя.

Отметим, что модель Соффера (10)–(12) получена в результате решения задачи о взаимодействии квазимонохроматической волны с границей металла с учетом приближения дальнего поля. Пакет плоских волн предполагался достаточно большим, чтобы волну можно было считать квазимонохроматической, но малым, чтобы выполнялось приближение дальнего поля для вычисления амплитуды рассеянной от поверхности нанослоя волны де Бройля. Отметим, что автор работы [12] высказывает сомнения относительно применимости модели граничных условий для полуметаллов и полупроводников (не выполняется приближение дальнего поля). Покажем, что в случае полупроводниковой

пленки приближение дальнего поля применимо и модель Соффера может быть использована. В металле свободные носители заряда, обеспечивающие протекание электрического тока, имеют фиксированную энергию, соответствующую энергии Ферми. Следовательно, длина волны де Бройля электронов в металле будет постоянной. Носители заряда испытывают объемное и поверхностное рассеяние, электронный газ можно представить как совокупность отраженных от источников рассеяния сферических волн с одинаковой длиной волны. Волновой пакет, рассматриваемый в работе [12], представляет собой результат интерференции сферических волн, размер которого определяется расстоянием между источниками рассеяния (в случае металла это атомы кристаллической решетки). В полупроводнике дополнительным фактором, оказывающим влияние на размер волнового пакета, является разброс тепловых скоростей носителей заряда. Волновой вектор в результате фононного и примесного рассеяния может менять свою амплитуду, т.е. меняется длина волны де Бройля. Данный фактор уменьшает размер волнового пакета, в пределах которого волну можно считать монохроматической. Это делает возможным применение приближения дальнего поля в полупроводниках. Будем предполагать, что среднеквадратичная высота поверхностного рельефа предполагается малой по сравнению с толщиной пленки, поскольку кинетическое уравнение (7) было получено в рамках теории возмущения. Следовательно, параметры g_{s1} и g_{s2} меньше длины волны де Бройля носителей заряда λ_B в случае, когда толщина нанослоя сравнима с λ_B . Это соответствует условию, при котором выполняется приближение дальнего поля [23]:

$$\frac{g_{s1,2}^2}{b\lambda_B} \ll 1, \quad (13)$$

где b — характерный масштаб изменения амплитуды волны де Бройля.

Отметим, что модель Соффера применима в случае, когда имеют место эффекты размерного квантования носителей заряда [12].

Неравновесная функция распределения позволяет рассчитать плотность тока интегральную проводимость по формулам [19,22]:

$$j = \frac{2ek_1}{(2\pi)^3} \sum_l \int \int v_x (f_l^{(1)+} + f_l^{(1)-}) dk_x dk_y, \quad (14)$$

$$\sigma_a = \int_0^a \frac{j}{E} dz, \quad (15)$$

где k_1 — z -компонента волнового вектора носителя заряда, находящегося на первой подзоне.

2. Расчет характеристик поверхностной волны

Решая уравнение (7) с учетом граничных условий (10), подставляя функции $f_l^{(1)+}$ и $f_l^{(1)-}$ последовательно в (14) и (15) и проведя серию математических расчетов, получим следующее выражение для интегральной проводимости:

$$\sigma_a = \sigma_0 a \Sigma(x_0, x_\lambda, y_0, g_1, g_2, u_\mu), \quad (16)$$

$$\sigma_0 = \frac{n_v e^2 \tau_v}{m}, \quad (17)$$

$$\Sigma = \frac{\sqrt{u_{0v}}}{2x_0 l_{1/2} z_0} \sum_{l=1}^{\infty} \ln \left(\exp(u_\mu - u_1 l^2) + 1 \right) \times \left(1 - \chi \left(\frac{2x_0^2 z_0}{l x_\lambda} \right) \right), \quad (18)$$

$$\chi(p) = \frac{1}{2p} \left(1 - e^{-p} \right) \frac{2 - q_1 - q_2 + (q_1 + q_2 - 2q_1 q_2) e^{-p}}{1 - q_1 q_2 e^{-2p}}, \quad (19)$$

$$q_{1,2}(g_1, 2, \theta) = \exp \left(- \left(2\pi g_{1,2} l / x_0 \right)^2 \right), \quad (20)$$

$$z_0 = v \tau_v = \frac{\tau_v}{\tau} - i y_0, \quad x_0 = \frac{a}{\lambda_{B0}}, \quad x_\lambda = \frac{\Lambda}{\lambda_{B0}}, \quad y_0 = \omega \tau_v, \quad (21)$$

$$I_s = \int_0^{\infty} \frac{(u^s du)}{\exp(u - u_\mu) + 1}, \quad (22)$$

$$u_0 = \frac{m v_0^2}{2k_B T}, \quad u_{0v} = \frac{m v_{0v}^2}{2k_B T}, \quad u_1 = \frac{m v_1^2}{2k_B T} = \frac{u_{0v}}{4x_0^2}, \quad u_\mu = \frac{\mu}{k_B T}. \quad (23)$$

Здесь введены следующие безразмерные параметры: z_0 — комплексная частота рассеяния, x_0 — толщина полупроводникового нанослоя, x_λ — длина свободного пробега носителей заряда, y_0 — частота поверхностной волны. Параметры x_0 и x_λ нормированы на длину волны де Бройля носителя заряда, движущегося с характерной скоростью u_{0v} . z_0 и y_0 нормированы на время релаксации носителей заряда τ_v без учета квантования их энергетического спектра. u_1 — поперечная скорость носителей заряда для первой подзоны, u_0 и u_{0v} — соответственно характерные скорости носителей заряда с учетом и без учета квантования энергетического спектра носителей заряда, которые вводятся следующим образом:

$$m v_0^2 = 4 \left(\frac{m}{h} \right)^3 v_1 \frac{5}{3} \sum_{l=1}^{\infty} \int \int (v_{\parallel}^2 + v_l^2) f_l^{(0)} dv_x dv_y, \quad (24)$$

$$n_v v_0 v^2 = 2 \left(\frac{m}{h} \right)^3 \frac{5}{3} \int \int \int v^2 f_0 d^3 v, \quad (25)$$

v_{\parallel} — продольная скорость носителя заряда, n_v и n — соответственно концентрация носителей заряда в макроскопическом образце и в нанослое, определяемые

выражениями:

$$n = 4 \sum_{l=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f_l^{(0)} k_1 \frac{dk_x dk_y}{(2\pi)^3} = 4\pi \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left(\frac{2k_B T}{m}\right)^{3/2} \sqrt{u_1} P, \quad (26)$$

$$n_v = 2 \int \int \int f_0 \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = 4\pi \left(\frac{m}{h}\right)^3 \left(\frac{2k_B T}{m}\right)^{3/2} I_{1/2}. \quad (27)$$

Используя (24)–(25), получим следующие выражения для параметров u_0 и u_{0v} :

$$u_0 = \frac{5}{3} \frac{K}{P}, \quad u_{0v} = \frac{5}{3} \frac{I_{3/2}}{I_{1/2}}, \quad (28)$$

$$K = \sum_{l=1}^{\infty} \int_{u_{1l^2}}^{\infty} \frac{u du}{\exp(u - u_{\mu}) + 1}, \quad (29)$$

$$P = \sum_{l=1}^{\infty} \ln(\exp(u_{\mu} - u_{1l^2}) + 1). \quad (30)$$

В случае вырожденного электронного газа u_0 и u_{0v} переходят в скорость Ферми u_F , а в случае невырожденного Ферми-газа имеют порядок средней тепловой скорости носителей заряда:

$$v_0 v^2 \approx \frac{5k_B T}{m}, \quad (31)$$

$$v_0^2 \approx \frac{10k_B T}{3m} \left(1 + \frac{\sum u_{1l^2} \exp(-u_{1l^2})}{\sum \exp(-u_{1l^2})}\right). \quad (32)$$

Смысл введения величин τ_v и u_{0v} заключается в следующем. Изменение толщины нанослоя приводит к варьированию положения энергетических уровней и, как следствие, к изменению среднеквадратичной скорости движения носителей заряда u_0 (имеет место зависимость $u_0(a)$). В настоящей работе длина свободного пробега носителей заряда без учета поверхностного рассеяния считается независимой от толщины и определяется как произведение средней скорости движения носителя заряда на время свободного пробега:

$$\Lambda = u_0 \tau = u_{0v} \tau_v. \quad (33)$$

Следовательно, наличие зависимости $u_0(a)$ приводит к тому, что параметр τ зависит от толщины нанослоя. Параметры τ_v и u_{0v} не зависят от толщины, поэтому они были использованы для нормировки величин v , a , Λ , ω .

Используя выражение (33), выразим отношение τ_v/τ , входящее в параметр z_0 , через характерные скорости:

$$z_0 = \frac{\tau_v}{\tau} - iy_0 = \frac{\sqrt{u_0}}{\sqrt{u_{0v}}} - iy_0. \quad (34)$$

Для нахождения характеристик поверхностной волны найдем поверхностные импедансы внутри полупроводникового нанослоя и со стороны изолирующих слоев,

определяемые, как отношение x -компоненты напряженности электрического поля E_x и y -компоненты напряженности магнитного поля H_y .

Электрическая и магнитная составляющие поверхностной волны описываются системой волновых уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{E} = 0, \\ \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \Delta \mathbf{H} = 0. \end{cases} \quad (35)$$

Вне проводящего слоя зависимость \mathbf{E} и \mathbf{H} от времени и координат x и z можно получить как решение системы уравнений (35), представленное в виде бегущей вдоль оси X волны, затухающей при $z \rightarrow \pm\infty$:

$$\begin{cases} \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t + \alpha z + ikx), & z < 0, \\ \mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(-i\omega t + \alpha(a - z) + ikx), & z > a, \end{cases} \quad (36)$$

$$\begin{cases} \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t + \alpha z + ikx), & z < 0, \\ \mathbf{H} = \mathbf{H}_0 \exp(-i\omega t + \alpha(a - z) + ikx), & z > a. \end{cases} \quad (37)$$

Здесь α — поперечный коэффициент затухания, определяющийся через параметры k , ω и ε соотношением

$$\alpha = \sqrt{k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon}. \quad (38)$$

Со стороны изолирующих слоев компоненты E_x и H_y связаны между собой уравнением Максвелла:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} + i\varepsilon \frac{\omega}{c} E_x = 0. \quad (39)$$

Здесь ω — частота волны, k — волновое число, c — скорость света, ε — диэлектрическая проницаемость.

Используя (39) и учитывая (36) и (37), получим поверхностный импеданс вне проводящего слоя:

$$Z_1 = \frac{E_x}{H_y} \Big|_{z=0} = -\frac{i\alpha c}{\varepsilon \omega}. \quad (40)$$

Внутри проводящего слоя зависимости \mathbf{E} и \mathbf{H} от времени и координат x и z запишем таким образом, чтобы амплитуды компонент E_{0x} и H_{0y} были функциями координаты z :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x}(z) \exp(-i\omega t + ikx), \\ E_z = E_{0z}(z) \exp(-i\omega t + ikx), \\ H_y = H_{0y}(z) \exp(-i\omega t + ikx). \end{cases} \quad (41)$$

Заменив ε в выражении (39) на комплексную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_m = 1 + i4\pi\sigma/\omega$, где σ — проводимость, получим связь между E_x и H_y внутри проводящего слоя:

$$-\frac{\partial H_y}{\partial z} + i \frac{\omega}{c} E_x = \frac{4\pi}{c} \sigma E_x. \quad (42)$$

Симметричное распределение носителей заряда (рис. 1) соответствует ситуации, когда компоненты

векторов E_x и H_y на границах нанослоя связаны между собой соотношением:

$$\begin{cases} H_y(0) = -H_y(a), \\ E_x(0) = E_x(a). \end{cases} \quad (43)$$

Из условия (43) следует, что компонента напряженности электрического поля E_x практически не зависит от координаты z . Из уравнения (42) получим выражение для поверхностного импеданса со стороны проводящего слоя:

$$Z_2 = \frac{E_x}{H_y} \Big|_{z=a} = \frac{2ic}{(\omega a + 4\pi i \sigma_a)}. \quad (44)$$

Приравняв поверхностные импедансы, получим выражения для поперечного коэффициента затухания поверхностной волны:

$$\alpha = -\frac{2\varepsilon\omega}{(\omega a + 4\pi i \sigma_a)}. \quad (45)$$

Используя соотношение (38), получим выражение для волнового вектора поверхностной волны:

$$k = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon + \frac{4\varepsilon^2 \omega^2}{(\omega a + 4\pi i \sigma_a)^2}}. \quad (46)$$

Выражение (46) описывает закон дисперсии поверхностного плазмона.

Нормируем параметры k и α на толщину полупроводникового нанослоя и запишем выражения (45) и (46) через безразмерные параметры:

$$\alpha_0 = -\frac{2\varepsilon y_0}{(y_0 + i y_p^2 \Sigma)}, \quad (47)$$

$$k_0 = \sqrt{y_0^2 \frac{x_0^2}{x_\lambda^2} \rho^2 \varepsilon + \frac{4y_0^2 \varepsilon^2}{(y_0 + i y_p^2 \Sigma)^2}}, \quad (48)$$

где введены следующие обозначения: $\rho = v_{0v}/c$, $y_p = \omega_p \tau_v$.

Отметим, что в общем случае параметры α_0 и k_0 являются комплексными величинами и могут быть представлены в виде

$$\alpha_0 = \text{Re}(\alpha_0) + i \text{Im}(\alpha_0) = \alpha_{01} + i \alpha_{02}, \quad (49)$$

$$k_0 = \text{Re}(k_0) + i \text{Im}(k_0) = k_{01} + i k_{02}. \quad (50)$$

Вещественную часть волнового числа k_{01} , равную числу длин волн, укладывающихся в отрезке длиной 2π , мы будем называть коэффициентом распространения. Мнимую часть волнового числа k_{02} , описывающую затухание поверхностной волны вдоль направления распространения, назовем продольным коэффициентом затухания. Под коэффициентом поперечного затухания будем понимать вещественную часть параметра α_0 .

Введем понятие длины распространения поверхностной волны L , представляющего собой расстояние, проходимое волной, в результате которого амплитуды векторов напряженностей электрического и магнитного полей

уменьшаются в e раз. Из выражений (36) и (37) следует, что длина распространения определяется как величина, обратная мнимой части волнового числа k . Нормировав на толщину полупроводникового нанослоя, получим

$$L_0 = \frac{L}{a} = \frac{1}{\text{Im}(k_0)}. \quad (51)$$

Рассмотрим случай вырожденного электронного газа ($\exp(\mu k_B T) \gg 1$), соответствующий высокой концентрации, малой эффективной массе носителей заряда и низкой температуре. Равновесная функция распределения принимает вид ступенчатой аппроксимации:

$$f_l^{(0)}(\varepsilon_l) = \begin{cases} 1, & 0 < \varepsilon_l < \varepsilon_F, \\ 0, & \varepsilon_l > \varepsilon_F, \end{cases} \quad (52)$$

где ε_F — энергия Ферми.

Выражения для k_0 и α_0 принимают вид (47) и (48) соответственно, в которых безразмерная проводимость Σ определяется следующим образом:

$$\Sigma = \frac{3}{4x_0 z_0} \sum_{l=1}^N \left(1 - \frac{l^2}{4x_0^2}\right) \left(1 - \chi\left(\frac{2x_0^2 z_0}{x_\lambda l}\right)\right), \quad (53)$$

$$N = \left[\frac{k_F}{k_1}\right] = [2x_0], \quad (54)$$

где N — число подзон, квадратные скобки в формуле (54) обозначают целую часть, k_F — волновой вектор носителя заряда с энергией Ферми.

Рассмотрим случай невырожденного электронного газа ($\exp(\mu k_B T) \ll 1$), соответствующий относительно низкой концентрации, большой эффективной массе и высокой температуре. Равновесная функция распределения носителей заряда будет иметь вид

$$f_l^{(0)}(\varepsilon_l) = \exp((\mu - \varepsilon_l)/k_B T). \quad (55)$$

Выражения для k_0 и α_0 принимают вид (47) и (48) соответственно, в которых параметр Σ определяется следующим образом:

$$\Sigma = \frac{1}{x_0 z_0} \sqrt{\frac{5}{2\pi}} \sum_{l=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{5l^2}{8x_0^2}\right) \left(1 - \chi\left(\frac{2x_0^2 z_0}{x_\lambda l}\right)\right). \quad (56)$$

3. Анализ результатов

На рис. 2 представлены зависимости коэффициента распространения от безразмерной частоты поверхностной волны при разной диэлектрической проницаемости изолирующих слоев. Рисунок показывает, что частотная зависимость коэффициента распространения является практически монотонной. На рисунке наблюдается отклонение от линейной зависимости в сторону больших k_{01} с увеличением безразмерной частоты, что характерно для закона дисперсии плазменных колебаний [1].

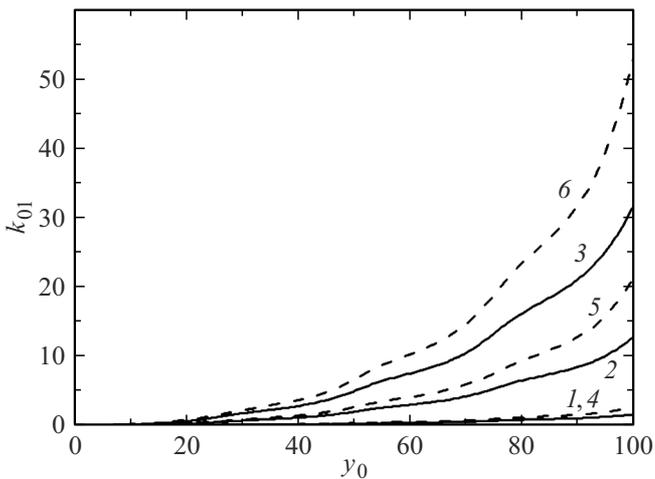


Рис. 2. Зависимости безразмерного коэффициента распространения k_{01} от безразмерной частоты y_0 при $x_0 = 0.8$; $x_\lambda = 10$; $\rho = 0.005$; $y_p = 200$; $g_1 = 0$; $g_2 = 0.2$. Сплошные кривые 1–3 и штриховые кривые построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно: 1, 4 — $\varepsilon = 1$; 2, 5 — $\varepsilon = 8$; 3, 6 — $\varepsilon = 20$.

С увеличением диэлектрической проницаемости коэффициент распространения возрастает.

На рис. 3 изображены частотные зависимости длины распространения L_0 . Из рисунка следует, что возрастание диэлектрической проницаемости изолирующих слоев приводит к уменьшению длины распространения. Наблюдаются осцилляции частотных зависимостей параметра L_0 , имеющие более выраженный характер с ростом ε . Причина возникновения осцилляций, вероятно, аналогична появлению осцилляций на спектрах поглощения [24]. Осцилляционные максимумы параметра L_0 наблюдаются при частотах, кратных частоте поверхностных столкновений носителей заряда: поверхностная волна будет слабее затухать, что способствует более эффективному переносу энергии волны вдоль нанослоя. Наиболее резкое изменение зависимости $L_0(y_0)$ наблюдается вблизи первого максимума в диапазоне безразмерных частот 25–30: максимальное значение безразмерной длины L_0 практически в пять раз превышает минимальное. Эффект, связанный с осцилляциями длины распространения волны, может быть использован для проектирования плазмонных волноводов, фильтрующих частоты, соответствующие минимальному затуханию волны (плазмонные фильтры). Рис. 3 показывает, что при минимальном затухании в нанослоях толщиной порядка десятков нанометров поверхностная волна может распространяться на характерное расстояние порядка нескольких микрон ($L_0 \approx 250$). Для большинства полупроводников при комнатной температуре время свободного пробега носителей заряда τ лежит в диапазоне $10^{-12} - 10^{-13}$ с. Осцилляционные эффекты возникают в полупроводниковых нанослоях толщиной около 10 nm при частотах порядка десятков терагерц. Отметим, что в

случае невырожденного электронного газа осцилляции частотных зависимостей длины распространения менее выражены по сравнению со случаем вырожденного газа из-за разброса тепловых скоростей носителей заряда. Наиболее сильное отличие между сплошными и пунктирными кривыми наблюдается вблизи максимумов L_0 , это делает возможным использование поверхностных плазменных колебаний для определения характера вырождения и концентрации носителей заряда в полупроводниковом нанослое.

Из рис. 3 следует, что с уменьшением частоты длина распространения неограниченно возрастает, т.е. затухание волны в низкочастотном пределе отсутствует. В действительности, теоретическая модель имеет ограничения и необходимо уточнить область ее применимости. При низких частотах коэффициент распространения поверхностной волны мал (рис. 2), что соответствует большим размерам участков поверхности нанослоя, где сосредоточен положительный (отрицательный) заряд. В реальных условиях существуют ограничения на размер этих областей и на длину распространения в результате тепловых колебаний носителей заряда. В типичных полупроводниках диффузионная длина носителей заряда, определяющая характерное расстояние, в пределах которой избыточная концентрация носителей заряда уменьшается в ε раз, лежит в диапазоне от десятков до тысяч микрон. Построенная в настоящей работе теоретическая модель применима, когда длина распространения поверхностной волны не превышает несколько микрон (много меньше диффузионной длины).

На рис. 4 построены спектры длины распространения поверхностной волны при разных толщинах полупроводникового нанослоя. Из рисунка следует, что период

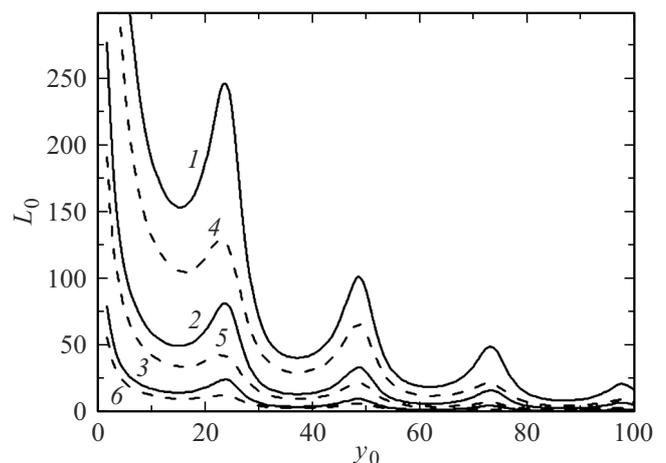


Рис. 3. Зависимости безразмерной длины распространения L_0 от безразмерной частоты y_0 при $x_0 = 0.8$; $x_\lambda = 10$; $\rho = 0.005$; $y_p = 200$; $g_1 = 0$; $g_2 = 0.2$. Сплошные кривые 1–3 и штриховые кривые построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газа соответственно: 1, 4 — $\varepsilon = 1$; 2, 5 — $\varepsilon = 3$; 3, 6 — $\varepsilon = 10$.

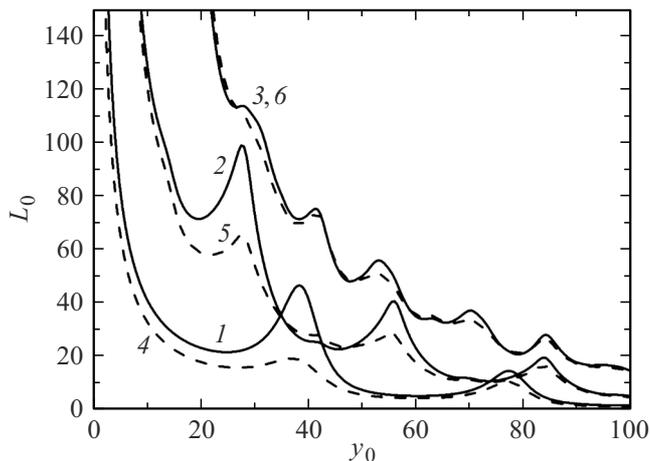


Рис. 4. Зависимости безразмерной длины распространения L_0 от безразмерной частоты y_0 при $x_\lambda = 10$; $\rho = 0.005$; $y_p = 200$; $\varepsilon = 3$; $g_1 = g_2 = 0.2$. Сплошные и штриховые кривые построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газов соответственно: 1, 4 — $x_0 = 0.9$; 2, 5 — $x_0 = 1.5$; 3, 6 — $x_0 = 3$.

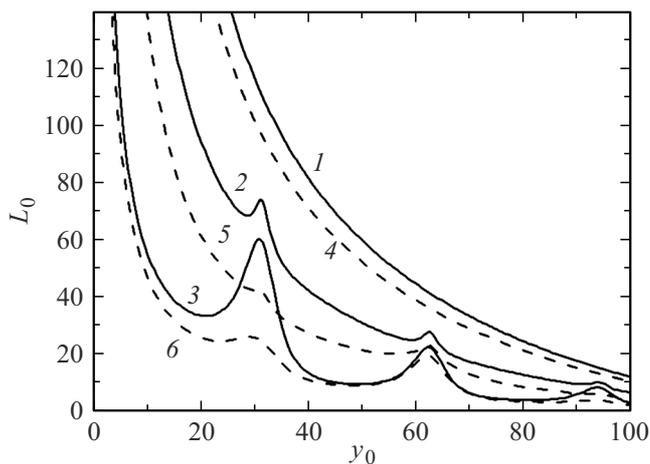


Рис. 5. Зависимости безразмерной длины распространения L_0 от безразмерной частоты y_0 при $x_\lambda = 10$; $\rho = 0.005$; $y_p = 200$; $\varepsilon = 3$; $x_0 = 1$, $g_2 = 0$. Сплошные и штриховые кривые построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газов соответственно: 1, 4 — $g_1 = 0$; 2, 5 — $g_1 = 0.07$; 3, 6 — $g_1 = 0.2$.

осцилляций достаточно сильно зависит от толщины нанослоя. С уменьшением толщины на $0.6\lambda_B$ (что соответствует 6 nm) период возрастает практически в 1.5 раза. Это говорит о том, что характеристики распространяющейся с минимальным затуханием поверхностной волны (частота, амплитуда и т.д.) могут быть легко настроены, создавая нанослой определенной толщины. С увеличением толщины осцилляции становятся менее ярко выраженными, и их амплитуда убывает. Осцилляции зависимостей $L_0(y_0)$ наблюдаются в достаточно тонких нанослоях, толщина которых не превышает $3\lambda_B$.

На рис. 5 изображены частотные зависимости длины распространения при разных параметрах шероховатости поверхностей. Кривые на рис. 5 построены в ситуации, когда параметры шероховатости верхней и нижней границ нанослоя одинаковые. В случае гладких поверхностей осцилляции спектров длины распространения не наблюдаются. Это подтверждает гипотезу о том, что осцилляции возникают не только в результате эффектов размерного квантования, но и при наличии поверхностного рассеяния (не нулевых параметров g_1 и g_2). Варьирование степени неровности поверхности приводит к изменению амплитуды осцилляций зависимостей $L_0(y_0)$. Данный эффект позволяет применять поверхностные плазменные колебания для определения шероховатости поверхности, измеряя характерное расстояние, проходимое волной при минимальном затухании.

На рис. 6 приведено сравнение спектров длины распространения, построенных в случае двух шероховатых поверхностей и в ситуации, когда одна граница нанослоя зеркальная, а другая — шероховатая. Рисунки показывают, что в случае одной шероховатой и другой гладкой поверхности период осцилляций в два раза меньше, чем в случае одинаковых шероховатостей (см. кривые 1, 4 и 3, 6). Это связано с тем, что в случае одной зеркальной поверхности частота поверхностного рассеяния носителей заряда в два раза меньше, чем в ситуации, когда обе поверхности шероховатые.

На рис. 7 представлены частотные зависимости коэффициента распространения k_1 плазменных колебаний, распространяющихся вдоль слоя GaAs толщиной 33 nm при температуре 1.85 K . Рис. 7 показывает сравнение результатов, полученных в рамках модели с экспериментальными данными работы [25]. Слой из узкозонного полупроводника GaAs размещен между двумя широкозонными полупроводниками $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ ($0.01 < x < 0.03$),

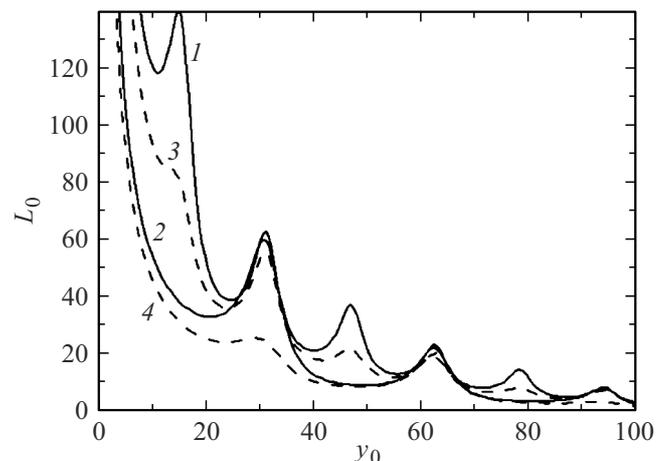


Рис. 6. Зависимости безразмерной длины распространения L_0 от безразмерной частоты y_0 при $x_\lambda = 10$; $\rho = 0.005$; $y_p = 200$; $\varepsilon = 3$; $x_0 = 1$, $g_2 = 0.2$. Сплошные и штриховые кривые построены для случаев вырожденного и невырожденного электронного газов соответственно: 1, 3 — $g_1 = 0$; 2, 4 — $g_1 = 0.2$.

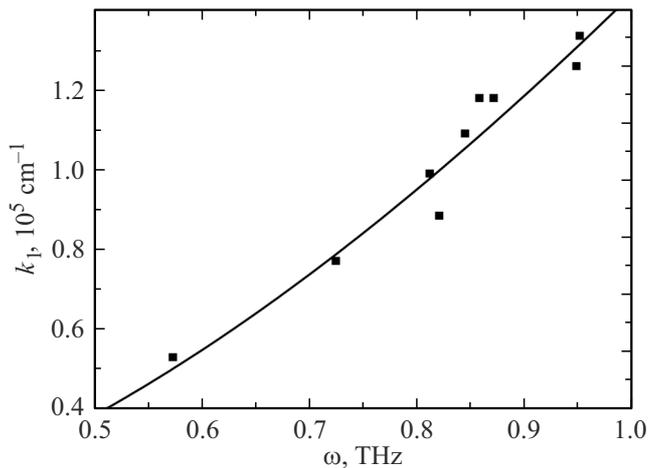


Рис. 7. Зависимости параметра распространения k_1 от частоты ω слоя GaAs толщиной 33 нм. Точки — экспериментальные данные работы [21]. Сплошная кривая — теоретический расчет при следующих параметрах: $\lambda_{B0} = 67 \text{ nm}$; $\Lambda = 5 \mu\text{m}$; $\varepsilon = 12$; $g_1 = 0.02$; $g_2 = 0.09$.

выполняющими роль барьерных слоев Согласно результатам измерений с помощью квантового эффекта Холла [25], поверхностная концентрация носителей заряда и подвижность равны $4 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-2}$ и $9 \cdot 10^5 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ соответственно.

Для сравнения полученных результатов с теоретическими расчетами были определены следующие параметры: концентрация носителей заряда без учета эффектов размерного квантования $3 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$, длина свободного пробега носителей заряда $5.5 \mu\text{m}$. Наилучшее согласие наблюдается при значениях параметров шероховатости поверхностей $g_1 = 0.02$ и $g_2 = 0.09$, что соответствует средне-квадратичной высоте поверхностного рельефа 1.3 и 6 нм соответственно.

Теоретические расчеты были проведены для симметричного распределения зарядов на границах слоя. Другой случай, когда заряды на границах нанослоя будут противоположны по знаку, требует отдельного рассмотрения, хотя можно предположить, что коэффициенты распространения и затухания поверхностной волны будут более существенным образом зависеть от поверхностных эффектов. Это связано с тем, что при таком распределении носителей заряда на границах слоя оказывать влияние на колебания носителей заряда будет поперечная компонента напряженности электрического поля, величина которой определяется зарядом на границах слоя. Размер приповерхностных областей, где сосредоточен заряд, зависит от шероховатости поверхностей. Следовательно, поверхностное рассеяние носителей заряда будет влиять не только на их отклик со стороны электрического поля, но и на само поле. Можно отметить, что в предельном случае очень тонкого слоя будут генерироваться плазменные колебания преимущественно с симметричным распределением заряда на

границах нанослоя. Это можно объяснить следующим образом. При малой толщине нанослоя области, на которых сосредоточен поверхностный заряд, будут соприкасаться друг с другом, т. е. будет происходить обмен поверхностных зарядов в результате тепловых флуктуаций. Если знаки заряда на противоположных границах нанослоя разные (антисимметричное распределение), абсолютная величина заряда на границах будет убывать с уменьшением толщины.

Заключение

Получены аналитические выражения для коэффициентов затухания и распространения поверхностной волны, как функции безразмерных параметров: толщины нанослоя, частоты, диэлектрической проницаемости внешней среды и параметров шероховатости поверхностей. Показано, что дисперсионные кривые содержат характерные максимумы. С уменьшением толщины максимум дисперсионной кривой смещается в сторону низких частот. Данный эффект становится существенным при толщинах, меньших длины волны де Бройля носителей заряда. Обнаружены осцилляции спектров продольного параметра затухания, период которых варьируется с изменением толщины, а их амплитуда — с изменением параметров шероховатости поверхностей. Полученные выражения позволяют рассчитать толщину проводящего нанослоя и параметры шероховатости поверхностей по периоду, амплитуде и форме осцилляций спектров затухания.

Результаты работы могут иметь практическое приложение для проектирования эффективно передающих энергию плазмонных волноводов с минимальным затуханием.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] С.А. Майер. *Плазмоника: теория и приложения* (R&C Dynamics, М., Ижевск, 2011)
- [2] В.Я. Алешкин, А.А. Дубинов. *ФТП*, **55** (11), 973 (2021). DOI: 10.21883/FTP.2021.11.51549.45 [V.Ya. Aleshkin, A.A. Dubinov. *Semiconductors*, **56** (13), 2026 (2022). DOI: 10.21883/SC.2022.13.54781.45]
- [3] А.Б. Петрин. *Опт. спектр.*, **127** (6), 1051 (2019). DOI: 10.21883/OS.2019.12.48708.160-19 [A.B. Petrin. *Opt. Spectr.*, **127** (6), 1051 (2019). DOI: 10.1134/S0030400X19120178]
- [4] М.В. Давидович. *Опт. спектр.*, **126** (3), 360 (2019). DOI: 10.21883/OS.2019.03.47379.228-18 [M.V. Davidovich. *Opt. Spectr.*, **126** (3), 279 (2019). DOI: 10.1134/S0030400X19030056]
- [5] O. Prikhodko, U. Dosseke, R. Nemkayeva, O. Rofman, N. Guseinov, Y. Mukhametkarimov. *Thin Solid Films*, **757**, 139387 (2022). DOI: 10.1016/j.tsf.2022.139387

- [6] П.Н. Найденов, А.Л. Чехов, О.Л. Голикова, А.В. Беспалов, А.А. Гераськин, С.С. Савин, Т.В. Мурзина. *ФТТ*, **61** (9), 1706 (2019). DOI: 10.21883/FTT.2019.09.48114.22N
- [7] Y. Lin, D. Che, W. Hao, Y. Dong, H. Guo, J. Wang, X. Zhang. *Nanomaterials*, **13** (4), 629 (2023). DOI: 10.3390/nano13040629
- [8] L. Huang, L. Zhang, J. Zhou, M. Li, Ch. Li, Ch. Li, J. Zhang, Sh. Wang, H. Zeng. *Opt. Express*, **29** (13), 19853 (2021). DOI: 10.1364/OE.424230
- [9] С.А. Минтаиров, С.А. Блохин, Н.А. Калюжный, М.В. Максимов, Н.А. Малеев, А.М. Надточий, Р.А. Салий, Н.В. Крыжановская, А.Е. Жуков. *Письма в ЖТФ*, **48** (4), 32 (2022). DOI: 10.21883/PJTF.2022.04.52082.19059
- [10] А.В. Латышев, А.А. Юшканов. *Вестник МГОУ. Серия: Физика-математика*, **2**, 116 (2012).
- [11] А.В. Латышев, А.А. Юшканов. *Опт. спектр.* **114** (3), 487 (2013). DOI: 10.7868/S0030403413020165. [A.V. Latsyshev, A.A. Yushkanov. *Opt. Spectr.*, **114** (3), 444 (2013). DOI: 10.1134/S0030400X13020161]
- [12] S.B. Soffer. *J. Appl. Phys.*, **38** (4), 1710 (1967). DOI: 10.1063/1.1709746
- [13] K.S. Kurmangaleev, M.I. Ikim, V.L. Bodneva, V.S. Posvyanskii, O.J. Pegbusi, L.I. Trakhtenberg. *Sensors Actuators: B Chem.*, **396**, 134585 (2023). DOI: 10.1016/j.snb.2023.134585
- [14] М.А. Кожушнер, В.С. Посвянский, Б.В. Лидский, В.Л. Боднева, Л.И. Трахтенберг. *ФТТ*, **62** (8), 1154 (2020). DOI: 10.21883/FTT.2020.08.49595.059 [M.A. Kozhushner, V.S. Posvyanskii, B.V. Lidskii, V.L. Bodneva, L.I. Trakhtenberg. *Phys. Solid State*, **62**, 1300 (2020). DOI: 10.1134/S1063783420080211]
- [15] В.Л. Боднева, Б.В. Лидский, В.С. Посвянский, Л.И. Трахтенберг. *Химическая физика*, **42** (7), 3 (2023). DOI: 10.31857/S0207401X2307004X
- [16] М.Э. Борисова, С.Н. Койков. *Физика диэлектриков* (Издание Ленингр. ун-та, Л., 1979)
- [17] К. Блум. *Теория матрицы плотности и ее приложения* (Мир, М., 1983)
- [18] М.А. Кожушнер, В.С. Посвянский, Б.В. Лидский, В.Л. Боднева, Л.И. Трахтенберг. *ЖЭТФ*, **157** (2), 238 (2020). DOI: 10.31857/S0044451020020042 [M.A. Kozhushner, V.S. Posvyanskii, B.V. Lidskii, V.L. Bodneva, L.I. Trakhtenberg. *JETP*, **130**, 198 (2020). DOI: 10.1134/S1063776120010069]
- [19] I.A. Kuznetsova, O.V. Savenko, D.N. Romanov. *Phys. Lett. A*, **427**, 127933 (2022). DOI: 10.1016/j.physleta.2022.127933
- [20] Б.П. Захарчени, Ф. Майер. *Оптическая ориентация* (Наука, Л., 1989)
- [21] М.И. Дьяконов, А.В. Хаецкий. *ЖЭТФ*, **82** (5), 1584 (1982). [M.I. D'yakonov, A.V. Khaetskii. *JETP*, **55** (5), 917 (1982).]
- [22] О.В. Савенко, И.А. Кузнецова. *Наноиндустрия*, **15** (S8–2), 580 (2022). DOI: 10.22184/1993-8578.2022.15.s8.580.589
- [23] А.Б. Шмелев. *УФН*, **106** (3), 459 (1972). DOI: 10.3367/UFNr.0106.197203c.0459 [A.B. Shmelev. *Sov. Phys. Usp.*, **15**, 173 (1972). DOI: 10.1070/PU1972v015n02ABEH004961]
- [24] И.А. Кузнецова, О.В. Савенко. *ФТП*, **56** (8), 794 (2022). DOI: 10.21883/FTP.2022.08.53147.33 [I.A. Kuznetsova, O.V. Savenko. *Semiconductors*, **56** (8), 570 (2022). DOI: 10.21883/SC.2022.08.54116.33]
- [25] C.F. Hirjibehedin, A. Pinczuk, B.S. Dennis, L.N. Pfeiffer, K.W. West. *Phys. Rev. B*, **65**, 161309(R) (2002). DOI: 10.1103/PhysRevB.65.161309