01

Поляризационная зависимость поглощения паров цезия на линии D1 в малых магнитных полях: изотропия перехода $F = 3 \to F' = 4$

© Г.Г. Козлов

Лаборатория оптики спина, Санкт-Петербургский государственный университет,
Санкт-Петербург, Россия

e-mail: gkozlov@photonics.phys.spbu.ru

Поступила в редакцию 18.02.2025 г.
В окончательной редакции 22.04.2025 г.
Принята к публикации 10.06.2025 г.

Исследована поляризационная зависимость поглощения паров цезия в спектральной области линии D1 в малых магнитных полях, когда зеемановская структура спектра не разрешается. Развитая теория показывает, что наблюдаемая в эксперименте зависимость поглощения от взаимной ориентации азимута поляризации зондирующего пучка и магнитного поля представляет собой нелинейный эффект и может быть интерпретирована с помощью разложения энергии, поглощенной атомом, по времени T его пролета через пучок до членов $\sim T^2$. В рамках предложенной теории также удалось объяснить отсутствие ориентационной зависимости поглощения на переходе $F = 3 \to F' = 4$ (изотропный переход) и количественно описать эту зависимость на остальных переходах D1 линии цезия.

Ключевые слова: спектроскопия паров щелочных металлов, линия D1 цезия, нелинейное поглощение, неразрешенное зеемановское расщепление.

DOI: 10.61011/OS.2025.06.60910.7622-25

1. Введение

Пары щелочных металлов являются классическим объектом атомной спектроскопии и изучаются на протяжении многих десятилетий, а их нелинейные магнитные свойства являются предметом особого внимания исследователей [1]. Тем не менее, даже сейчас в экспериментах с атомными парами нередко наблюдаются эффекты, интерпретация которых не всегда очевидна, и может представлять интерес как для накопления информации об этих системах, так и для приложений. Об одном из таких эффектов пойдет речь в данной работе.

Эффект наблюдался в эксперименте по резонансному поглощению паров цезия на линии D1 ($\lambda = 894.593$ nm). Схема установки приведена на рис. 1. Кювета с парами цезия 5 помещалась в соленоид 4, создающий синусоидально изменяющееся во времени магнитное поле $\mathbf{B}_s$ амплитудой $\sim 2 - 4$ Gs и частотой ~ 50 Hz. Зондирующий линейно поляризованный пучок диаметром $2r \sim 4$ mm, получаемый с помощью перестраиваемого диодного лазера 1, ослаблялся аттенюатором 2 до мощности $P \sim 5 - 50\,\mu$W, проходил через кювету 5 с парами цезия и попадал в фотоприемник 6. Полуволновая пластинка 3 позволяла менять взаимную ориентацию азимута поляризации зондирующего пучка и магнитного поля соленоида, направленного по оси x лабораторной системы координат. Длина кюветы l составляла 50 mm. Обычно наблюдения проводились в геометрии Фойхта (магнитное поле соленоида перпендикулярно направлению зондирующего пучка), но эффект наблюдается также и в геометрии Фарадея (магнитное поле соленоида параллельно направлению зондирующего пучка). Эксперименты проводились при температуре 22°C.

Линия D1 цезия соответствует переходам из двух основных мультиплетов с полными моментами $F = 4$, и $F = 3$ в два возбужденных с моментами $F' = 3$, и $F' = 4$ (рис. 1). Соответственно спектр поглощения паров цезия в спектральной области линии D1 состоит из четырех компонент ($F = 4 \to F' = 3$, $F = 4 \to F' = 4$, $F = 3 \to F' = 3$, $F = 3 \to F' = 4$). Частота зондирующего оптического пучка настраивалась в резонанс с одной из них, после чего наблюдалась зависимость интенсивности P' пучка, прошедшего через кювету, от магнитного поля соленоида.

Эффект, о котором пойдет речь ниже, заключался в том, что при прохождении поля соленоида $\mathbf{B}_s$ через нуль и смене его знака интенсивность выходного пучка демонстрировала узкую особенность (рис. 2, *a, c*), причем характер указанной особенности менялся при изменении азимута линейной поляризации зондирующего лазерного пучка (рис. 2, *c*). В наших экспериментах такая особенность имела место на всех компонентах линии D1, кроме компоненты $F = 3 \to F' = 4$ (рис. 2, *a*). Подобные эффекты называются *магнитооптическим резонансом* и наблюдались на парах Rb [2,3] (в продольном магнитном поле) и на парах Na и Rb [4,5] (в интенсивности флуоресценции в поперечном магнитном поле).

В простейшей качественной интерпретации указанную особенность естественно связать с наличием статического земного (лабораторного) поля $\mathbf{B}_e$ (рис. 1), поскольку никаких магнитных экранов в наших экспериментах не было использовано. Поглощение атомной системы начинает существенно меняться в те моменты времени, когда поле соленоида становится сравнимым с земным и направление полного поля $\mathbf{B}$ (рис. 1) испытывает значительное изменение[1]. С этим направлением может быть связана ось квантования атомной системы, от ориентации которой по отношению к направлению линейной поляризации зондирующего пучка зависят матричные элементы оператора дипольного момента, определяющие поглощение зондирующего пучка. Поэтому в эти моменты времени полевая зависимость поглощения атомной системы обнаруживает особенность. В те моменты времени, когда магнитное поле соленоида значительно превосходит земное, значение матричных элементов дипольного момента не зависит от магнитного поля, так как его направление (и направление оси квантования) практически не меняется. Указанная зависимость от направления является в данном случае определяющей, поскольку зеемановское расщепление (~ 1 MHz) в применяемых магнитных полях ($\sim 1\,$Gs) гораздо меньше как допплеровской ($\Delta \sim 400\,$MHz), так и однородной ($\delta \sim 10$ MHz) ширин оптических переходов атомной системы. Земное (лабораторное) поле можно в значительной степени компенсировать с помощью дополнительного электромагнита и подавить упомянутую выше особенность. Такие опыты были проделаны, причем калибровка компенсирующего поля позволила оценить земное поле, которое в нашем случае оказалось $\sim 0.5\,$Gs.

Отметим здесь, что сходные эксперименты в сверхмалых полях $\sim 10^{-4}\,$Gs описаны в [6], причем характер наблюдаемых эффектов и способ их анализа отличается от приводимых ниже.

Первой трудностью приведенной интерпретации является тот факт, что, как будет показано ниже, в линейной теории описанного эффекта быть не должно. Это связано с тем, что направление оси квантования удобно выбирать по магнитному полю, но в принципе, это направление может быть произвольным. Второй трудностью является необходимость объяснения отсутствия эффекта на компоненте $F = 3 \to F' = 4$. Наконец, зависимость эффекта от взаимной ориентации азимута поляризации и магнитного поля также требует интерпретации.

Специальные эксперименты показали, что, несмотря на малую интенсивность зондирующего пучка (в типичных экспериментах $\sim 5\,\mu$W), описанный эффект действительно является нелинейным — дальнейшее снижение интенсивности приводит к уменьшению эффекта. Теоретический анализ эффектов магнитооптических резонансов обычно строится на основе уравнений Максвелла-Блоха [3–5,7] и используется в условиях, когда нелинейность атомной динамики не предполагается малой. Последовательное рассмотрение подобного типа (учитывающее перенормировку атомных состояний зондирующим полем, пролетные эффекты и связанную с ними пространственную дисперсиию, построение нелинейной электродинамики и т.д.) в общем случае приводит к системе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, решение которых (даже компьютерное) представляет собой известную трудность. Ниже будет построена простая теория поглощения рассматриваемой атомной системы при наличии слабой нелинейности, демонстрирующая все особенности описанного эффекта и его ориентационную зависимость. При расчете поглощения мы не используем стационарную матрицу плотности атомной системы (что часто делается [6]), считая накачку зондирующим пучком настолько слабой, что при пролете через лазерный пучок атомы не успевают сильно изменить свое состояние. Малым параметром в нашем рассмотрении является время пролета T. В нашей теории используются только известные характеристики рассматриваемой атомной системы и в этом смысле теория не содержит подгоночных параметров.

[1] Земное поле в наших экспериментах имело как параллельную полю соленоида компоненту, так и перпендикулярную ему компоненту.

2. Нелинейная теория поглощения паров цезия

В этом разделе мы изложим теорию поглощения атомных систем с некоторыми упрощениями и дополнениями, учитывающими специфику наших экспериментов. Для качественной интерпретации описываемых эффектов оказывается достаточным провести рассмотрение для слабого поглощения, когда эффектами распространения можно пренебречь и считать оптическое поле одинаковым для всех атомов, находящихся в пучке. Для количественной интерпретации наших экспериментов, в которых поглощение было $\sim 50\%$, такое приближение может оказаться недостаточным. Обобщение развиваемой теории приводится в разд. 4. В приводимых ниже расчетах мы также не учитываем межатомные столкновения, поскольку при актуальных для наших экспериментов давлениях паров цезия ($\sim 10^{-6}$ Torr) его атомы пролетают через зондирующий пучок без столкновений. Вычисления выполняются на основе модели, основные положения которой следующие.

i) Будем считать, что атомы цезия влетают в зондирующий пучок в состоянии, соответствущем равновероятному заселению подуровней обоих нижайших мультиплетов. Попав в зондирующий пучок, атомы начинают совершать переходы в состояния резонансного возбужденного мультиплета, откуда происходит быстрый радиационный распад в оба основных мультиплета. При этом эффективно заселяется нерезонансный основной мультиплет, из которого зондирующий пучок не вызывает переходов — явление сверхтонкой накачки [8], которое неизбежно имеет место и должно быть учтено. В соответствии с условиями наших экспериментов, будем считать, что скорость радиационного распада существенно больше скорости вынужденных переходов.

ii) При расчете динамики состояния атомов в оптическом пучке мы принебрежем релаксационными процессами, вызывающими переходы между основными мультиплетами (удары о стенку кюветы, межатомные столкновения), полагая соответствующее им время релаксации значительно превосходящим время пролета атома через зондирующий пучок.

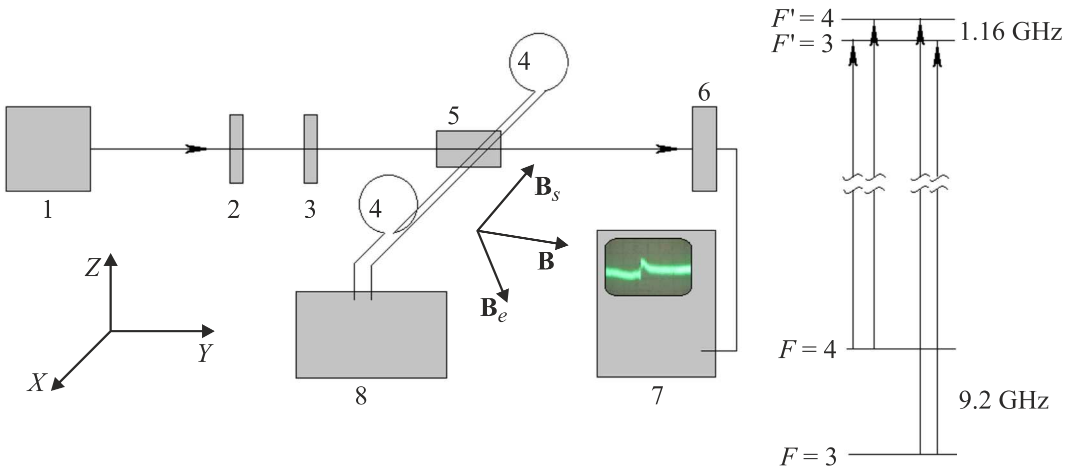

Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 — перестраиваемый лазер, 2 — аттенюатор, 3 — полуволновая пластинка, используемая для поворота азимута линейной поляризации зондирующего пучка, 4 — соленоид, 5 — кювета с парами Cs, 6 — фотоприемник, 7 — осциллограф, 8 — генератор синусоидального тока. В левом нижнем углу показана лабораторная система координат. Справа приведена схема переходов линии D1 цезия. $\mathbf{B}_s$ — поле соленоида, $\mathbf{B}_e$ — земное поле, $\mathbf{B}$ — полное поле.

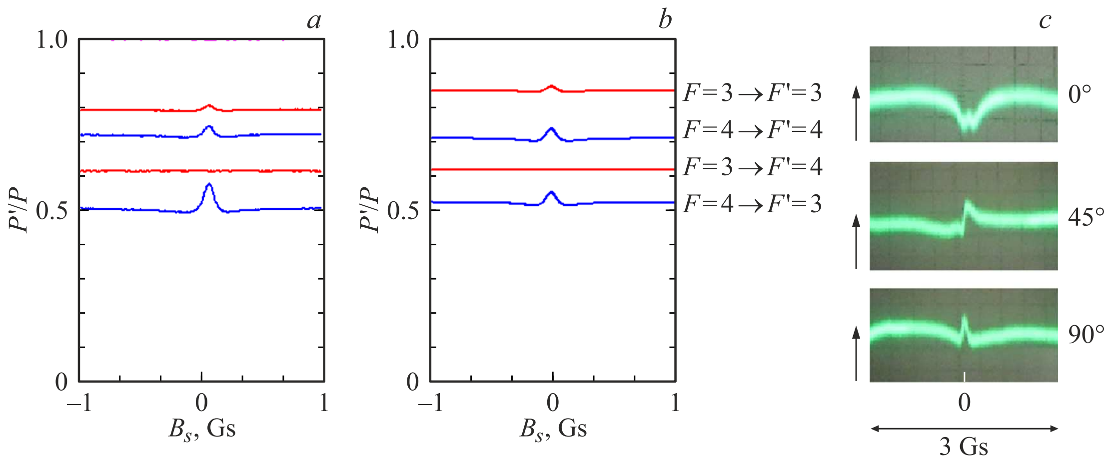

Рис. 2. Зависимость поглощения от магнитного поля в геометрии Фойхта для различных переходов линии D1 цезия: *a* — эксперимент, *b* — теория. Зависимости *a* и *b* получены при угле между направлением линейной поляризации зондирующего пучка и магнитным полем соленоида 90°. (*c*) Поведение поглощения P'/P на переходе $F = 4 \rightarrow F' = 3$ при прохождении поля соленоида через нуль для различных углов (углы показаны справа) между магнитным полем соленоида и направлением линейной поляризации зондирующего пучка.

iii) Будем считать, что при актуальной для наших экспериментов интенсивности зондирующего пучка за время пролета T атома через пучок не происходит значительного изменения его энергии. Соответствующее условие имеет вид $\omega_R^2/\delta < T^{-1}$, где T — характерное время пролета атома через пучок, ω_R — частота Раби зондирующего пучка (см. ниже), δ — однородная ширина актуальных оптических переходов. В наших экспериментах фигурирующие здесь величины оцениваются как $T \sim 10^{-5}$ s, $\omega_R \sim 5 \cdot 10^5$ s^{-1}, $\delta \sim 2\pi \cdot 10^7$ s^{-1}. Таким образом, приведенное выше условие оказывается выполненным. Наше рассмотрение основано на разложении изменения энергии атома по степеням времени пролета T. Первый, линейный по T, вклад соответствует линейному поглощению. Этот вклад не описывает рассматриваемый эффект и оказывается необходимым учесть вклад $\sim T^2$. Соответствующие расчеты приводятся ниже.

2.1. Поглощение заданной скоростной группы

Рассмотрим скоростную группу атомов, влетающих в зондирующий пучок со скоростью $\mathbf{v}$ в момент времени $t = 0$ и вылетающих из него в момент времени $t = T$. Обозначим через dN число атомов в этой группе. При рассмотрении динамики населенностей состояний атомов рассматриваемой группы мы будем учитывать, кроме резонансных для зондирующего пучка основного и возбужденного мультиплетов, также нерезонансный основной мультиплет, на который идет радиационный распад из резонансного возбужденного мультиплета (сверхтонкая накачка [8,9]). Нерезонансный возбужденный мультиплет учитываться не будет. Обозначим полные моменты основного и возбужденного резонансных мультиплетов соответственно через F и F', а полный момент нерезонансного основного мультиплета — через J (рис. 3, a). Мы будем считать, что при $t = 0$ состояния обоих основных мультиплетов F и J равнозаселены и, следовательно, заселенность каждого состояния этих мультиплетов равна $dN/[2J + 2F + 2]$. Ниже нам будет удобно нормировать все населенности на эту величину $dN/[2J + 2F + 2]$. Для нормированных таким образом населенностей введем следующие обозначения:

$n_M, M = -F, \ldots, F$ — населенности состояний $|F, M\rangle$ резонансного основного мультиплета (прописные латинские буквы для проекции момента),

$p_m, m = -F', \ldots, F'$ — населенности состояний $|F', m\rangle$ резонансного возбужденного мультиплета (строчные латинские буквы для проекции момента),

$N_\alpha, \alpha = -J, \ldots, J$ — населенности состояний $|J, \alpha\rangle$ нерезонансного основного мультиплета (греческие буквы для проекции момента).

Здесь квантовые числа M, m и α соответствуют проекции полного момента на направление полного магнитного поля $\mathbf{B}$, действующего на атомную систему, которое в соответствии с замечаниями, изложенными во Введении, будем считать осью квантования. Напомним, что это направление не совпадает с осью z лабораторной системы координат (рис. 1). Таким образом, рассматриваемая атомная система теряет изотропность, в ней появляется выделенное направление, определяемое магнитным полем $\mathbf{B}$ [2].

Динамика введенных выше нормированных заселенностей при $t > 0$ будет определяться следующими кинетическими уравнениями и начальными условиями:

$$\dot{n}_M = -n_M \sum_{m=-F'}^{F'} A_{M\to m} + \sum_{m=-F'}^{F} \gamma_{m\to M} p_m,$$

$$\dot{p}_m = -p_m \Big\{ \sum_{M=-F}^{F} \gamma_{m\to M} + \sum_{\alpha=-J}^{J} \gamma_{m\to\alpha} \Big\}$$

$$+ \sum_{M=-F}^{F} A_{M\to m} n_M, \dot{N}_\alpha = \sum_{m=-F'}^{F'} \gamma_{m\to\alpha} p_m, \quad (1)$$

$$n_M(0) = N_\alpha(0) = 1, \quad p_m = 0. \quad (2)$$

Здесь $A_{M\to m}$ скорость переходов из состояния $|F, M\rangle$ основного мультиплета в состояние $|F', m\rangle$ возбужденного мультиплета под действием зондирующего пучка, $\gamma_{m\to M}$ ($\gamma_{m\to\alpha}$) — скорость радиационного распада из состояния $|F', m\rangle$ возбужденного мультиплета в состояние $|F, M\rangle$ ($|J, \alpha\rangle$) основного резонансного (нерезонансного) мультиплета.

Мы будем считать, что энергия dE, поглощенная рассматриваемой скоростной группой dN атомов, определяется числом переходов из мультиплета F в мультиплет F' за время пролета T, умноженным на энергию атомного перехода $\hbar\Omega$. Обозначим указанное число переходов (нормированное на фактор $dN/[2J + 2F + 2]$, как это было сделано выше для населенностей) через q. Из (1) получаем для q следующее выражение:

$$q = \int_0^T dt \sum_{M=-F}^{F} n_M \sum_{m=-F'}^{F'} A_{M\to m}$$

$$= \sum_{M=-F}^{F} \int_0^T dt \sum_{m=-F'}^{F'} \gamma_{m\to M} p_m - \sum_{M=-F}^{F} \int_0^T \dot{n}_M dt. \quad (3)$$

Тогда

$$\frac{dE}{dN} = \frac{1}{2} \frac{\hbar\Omega q}{J + F + 1}. \quad (4)$$

Таким образом, расчет вклада в поглощение рассматриваемой скоростной группы атомов сводится к вычислению величины q (3). Для расчетов воспользуемся тем, что сумма коэффициентов $\gamma_{m\to M}$ по проекциям момента M состояний основного мультиплета не зависит от проекции m момента возбужденного мультиплета (см. Приложение 1 или [10,11]). Обозначим указанные суммы следующим образом:

$$\sum_{M=-F}^{F} \gamma_{m\to M} \equiv \Gamma_F^{F'}, \qquad \sum_{\alpha=-J}^{J} \gamma_{m\to\alpha} \equiv \Gamma_J^{F'} \quad (5)$$

(явные выражения для $\Gamma_F^{F'}$ приведены в Приложении 1). Принимая это во внимание и проводя интегрирование в последнем члене (3), получаем следующее выражение для интересующей нас величины q:

$$q = \Gamma_F^{F'} \int_0^T dt \sum_{m=-F'}^{F'} p_m - \sum_{M=-F}^{F} \Big[n_M(T) - 1 \Big]. \quad (6)$$

Далее учтем, что в наших экспериментах скорости вынужденных переходов гораздо меньше скоростей радиационного распада: $A_{M\to m} \ll \gamma_{m\to M}$. Это позволяет во втором уравнении системы (1) пренебречь производной $\dot{p}_m$. Учитывая выражения (5), можно написать для p_m следующее выражение:

$$p_m = \frac{\sum_{M=-F}^{F} A_{M\to m} n_M}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}}. \quad (7)$$

Подставляя это выражение в (6) и вспоминая определение (3) величины q, получаем для нее следующее выражение:

$$q = \frac{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}}{\Gamma_J^{F'}} \sum_{M=-F}^{F} \Big[1 - n_M(T) \Big]. \quad (8)$$

[2] Магнитное поле в наших экспериментах имеет порядок земного поля, тем не менее вызываемое им возмущение атомной системы должно быть больше, чем возмущение зондирующем пучком, поскольку только в этом случае применяемая нами ниже номенклатура атомных состояний, имеющих определенную проекцию момента на направление магнитного поля, и между которыми зондирующее оптическое поле вызывает переходы, имеет смысл.

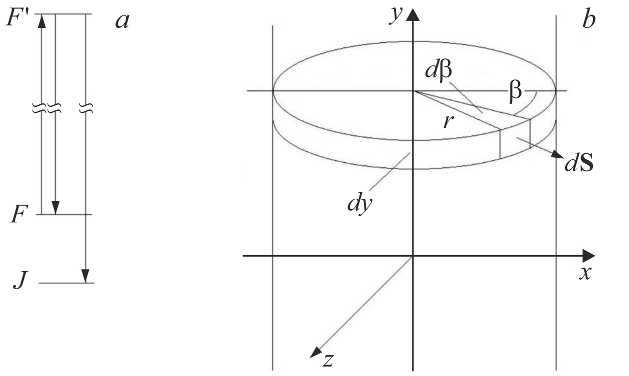

Рис. 3. (a) Резонансные мультиплеты F (основной) и F' (возбужденный). Нисходящими стрелками показан радиационный распад и сверхтонкая накачка нерезонансного мультиплета J. (b) К вычислению энергии, поглощаемой скоростными группами из зондирующего пучка.

Решая уравнения (1) для заданной скоростной группы, можно найти величины $n_M(T)$. После чего формулы (4) и (8) позволяют вычислить энергию dE, поглощенную из зондирующего пучка скоростной группой из dN атомов, пролетающих через пучок за время T:

$$\frac{dE}{dN} = \frac{\hbar\Omega}{F+J+1}\,\frac{\Gamma_F^{F'}+\Gamma_J^{F'}}{2\Gamma_J^{F'}}\sum_{M=-F}^{F}\Big[1-n_M(T)\Big]. \qquad (9)$$

2.2. Усреднение по скоростным группам

Вычислим энергию, поглощаемую пролетающими через пучок атомами скоростной группы $\mathbf{v}=(v_x, v_y, v_z)$ в единицу времени, и проведем усреднение по скоростным группам. Мы будем считать пучок цилиндрическим с радиусом r и осью, совпадающей с осью y лабораторной системы координат (рис. 1). Выделим на сечении пучка по уровню y элемент площади „поверхности пучка“ $d\mathbf{S}$ (рис. 3, b). Через элемент площади $d\mathbf{S}$ за интервал времени dt пролетает $dn=(\mathbf{v}, d\mathbf{S})c\mathscr{M}_3(\mathbf{v})d\mathbf{v}dt$ атомов скоростной группы $\mathbf{v}$ (c — концентрация атомов, $\mathscr{M}_3(\mathbf{v})=\mathscr{M}(v_x)\mathscr{M}(v_y)\mathscr{M}(v_z)$ — распределение Максвелла (10), $d\mathbf{v}$ — „объем“ рассматриваемой скоростной группы в пространстве скоростей). Все эти атомы пролетят весь пучок и вылетят из него, поглотив энергию $\frac{dE}{dN}dn$, которую они возьмут из оптического пучка, обусловливая тем самым поглощение последнего, которое нас и интересует. Полная энергия, взятая из пучка в единицу времени всеми скоростными группами (т. е., собственно, поглощенная мощность, обозначим ее $W \equiv \frac{dE}{dN}\frac{dn}{dt}$), будет определяться интегралом

$$W = -c\int \Theta\Big(-(\mathbf{v}, d\mathbf{S})\Big)(\mathbf{v}, d\mathbf{S})\frac{dE}{dN}\mathscr{M}_3(\mathbf{v})d\mathbf{v}, \qquad (10)$$

$$\mathscr{M}_3(\mathbf{v}) = \mathscr{M}(v_x)\mathscr{M}(v_y)\mathscr{M}(v_z),$$

$$\mathscr{M}(v) \equiv \exp\left(-\frac{v^2}{v_T^2}\right)\frac{1}{\sqrt{\pi}v_T}, \qquad v_T \equiv \sqrt{\frac{2k_BT}{m_A}}.$$

Здесь m_A — масса атома, Θ-функция учитывает тот факт, что только влетающие атомы дают вклад в поглощение, для этих атомов $(\mathbf{v}, d\mathbf{S})<0$. Положение элемента площади $d\mathbf{S}$ удобно описывать полярными координатами: $x=r\cos\beta$, $z=r\sin\beta$ (рис. 3, b). Тогда $(\mathbf{v}, d\mathbf{S})=[v_x\cos\beta+v_z\sin\beta]rd\beta dy$. В Приложении 2 показано, что время пролета пучка атомами скоростной группы $\mathbf{v}$ зависит только от v_x и v_z и определяется формулой

$$T(v_x, v_z, \beta) = -2r\,\frac{v_x\cos\beta+v_z\sin\beta}{v_x^2+v_z^2}. \qquad (11)$$

При заданном времени пролета T населенности основного резонансного мультиплета $n_M(T)$ зависят только от v_y, поскольку только этой компонентой скорости определяется допплеровский сдвиг, от которого, в свою очередь, зависят вероятности переходов $A_{M\to m}$ (см. ниже (23)). Таким образом, зависимость указанных населенностей от компонент скорости имеет вид $n_M=n_M(v_y, T(v_x, v_z))$. Теперь используем тот факт, что подынтегральное выражение (10) не зависит от координаты y, и интегрирование по ней даст просто длину кюветы l в направлении зондирующего пучка.

Наконец еще раз напомним, что вклад в поглощение дадут лишь те атомы, которые влетают в пучок. Для этих атомов время пролета (11) положительно (см. Приложение 2). Учитывая все это, а также выражение (9) для dE/dN, из формулы (10) получаем для поглощаемой атомной системой мощности выражение:

$$W = \frac{\Gamma_F^{F'}+\Gamma_J^{F'}}{2\Gamma_J^{F'}}\,\frac{clr\hbar\Omega}{F+J+1}\int d\mathbf{v}d\beta\ \mathscr{M}_3(\mathbf{v})\Theta\Big(T(v_x, v_z, \beta)\Big)$$
$$\times\Big[v_x\cos\beta+v_z\sin\beta\Big]\sum_{M=-F}^{F}\Big[n_M(v_y, T(v_x, v_z, \beta))-1\Big]. \qquad (12)$$

Эта формула показывает, что поглощенная атомами энергия фактически пропорциональна убыли их числа в основном резонансном мультиплете, что является ожидаемым результатом.

2.3. Разложение по степеням времени пролета T

Как уже было сказано выше, мы рассматриваем случай не слишком сильного поглощения, когда населенности n_M состояний основного резонансного мультиплета не успевают значительно измениться за время T пролета атомов через пучок. Исходя из этого, разложим величины в квадратных скобках последнего сомножителя (12) по степеням времени пролета T и ограничимся первыми двумя членами разложения:

$$n_M(T)-1 \equiv n_{1M}T+n_{2M}T^2+O(T^3). \qquad (13)$$

Заметим, что время пролета T (11) зависит только от v_x, v_z-компонент скорости атома , а величины n_{1M} и n_{2M}

зависят только от v_y (см. замечание после (11)). Подстановка (13) в (12) позволяет представить поглощение W в следующем виде:

$$W = \frac{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}}{2\Gamma_J^{F'}} \frac{clr\hbar\Omega}{F+J+1} \left[S_1\Sigma_1 + S_2\Sigma_2\right] + O(T^3), \quad (14)$$

где

$$S_p \equiv \int dv_x dv_z d\beta\, \mathscr{M}(v_x)\mathscr{M}(v_z)\Theta\Big(T(v_x, v_z, \beta)\Big)$$
$$\times \left[v_x \cos\beta + v_z \sin\beta\right] T^p(v_x, v_z, \beta), \quad (15)$$

$$S_1 = -\pi r, \qquad S_2 = -\frac{2\sqrt{\pi} r^2}{3v_T}, \quad (16)$$

$$\Sigma_p \equiv \int dv_y \mathscr{M}(v_y) \sum_{M=-F}^{F} n_{pM}, \qquad p = 1, 2.$$

Вычисления интегралов (15) приведены в Приложении 3. Подстановка (7) в первое из уравнений (1) позволяет получить замкнутое уравнение для населенностей n_M, $M = -F, \ldots, F$, которое можно представить в матричном виде:

$$\dot{n}_M = \sum_{M'=-F}^{F} B_{MM'} n_{M'}, \quad (17)$$

где

$$B_{MM'} \equiv \sum_{m=-F'}^{F'} \frac{A_{M'\to m}\gamma_{m\to M}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - \delta_{MM'} \sum_{m=-F'}^{F'} A_{M\to m}.$$

Решение уравнения (17) имеет вид $n_M(T) = \sum_{M'=-F}^{F} [e^{BT}]_{MM'} n_{M'}(0)$. Раскладывая экспоненту в ряд до T^2 и учитывая начальное условие (2), получаем

$$n_M(T) - 1 = T \sum_{M'=-F}^{F} B_{MM'}$$
$$+ \frac{T^2}{2} \sum_{M'=-F}^{F} \sum_{M''=-F}^{F} B_{MM'} B_{M'M''} + O(T^3). \quad (18)$$

Сравнивая это выражение с (13), с помощью (16) получаем

$$\Sigma_1 = \int dv_y \mathscr{M}(v_y)\sigma_1, \quad \sigma_1 \equiv \sum_{M=-F}^{F} \sum_{M'=-F}^{F} B_{MM'}$$
$$= -\frac{\Gamma_J^{F'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} \sum_{M=-F}^{F} \sum_{m=-F'}^{F'} A_{M\to m}, \quad (19)$$

$$\Sigma_2 = \int dv_y \mathscr{M}(v_y)\sigma_2, \quad (20)$$

$$\sigma_2 \equiv \frac{1}{2} \sum_{M=-F}^{F} \sum_{M'=-F}^{F} \sum_{M''=-F}^{F} B_{MM'} B_{M'M''}$$
$$= -\frac{\Gamma_J^{F'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} \sum_{M=-F}^{F} \sum_{m=-F'}^{F'} A_{M\to m} \sum_{M'=-F}^{F} \frac{B_{MM'}}{2}.$$

Здесь мы использовали тот факт, что матричные элементы $A_{M\to m}$ и $B_{MM'}$ зависят только от v_y-компоненты скорости атомов, от которой зависит допплеровский сдвиг. К расчету этих матричных элементов мы сейчас и перейдем.

2.4. Вероятности вынужденных переходов $A_{M\to m}$

В наших экспериментах регистрируется зависимость резонансного поглощения паров цезия от поля соленоида (рис. 1), которое направлено по оси x лабораторной системы координат $\mathbf{B}_s = (B_s, 0, 0)$. Как уже было сказано, состояния, между которыми зондирующий пучок вызывает переходы, мы относим к оси квантования, параллельной полному магнитному полю $\mathbf{B} = \mathbf{B}_s + \mathbf{B}_e$, действующему на атомную систему (рис. 1). Будем считать, что в лабораторной системе координат поле $\mathbf{B}$ имеет компоненты, определяемые углами ϕ и η, а электрическое поле $\mathbf{E}$ зондирующего пучка в этой системе характеризуется азимутом плоскости поляризации θ. Тогда

$$\mathbf{B} \equiv B \begin{pmatrix} \sin\phi\cos\eta \\ \sin\eta \\ \cos\phi\cos\eta \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = E \begin{pmatrix} \sin\theta \\ 0 \\ \cos\theta \end{pmatrix} \cos\omega t, \quad (21)$$

причем

$$\phi = \operatorname{arctg} \frac{B_s + B_{ex}}{B_{ez}}, \qquad \eta = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{B_{ey}}{B_s + B_{ex}} \sin\phi \right\},$$

$$B = \sqrt{[B_s + B_{ex}]^2 + B_{ey}^2 + B_{ez}^2}.$$

Матрица D оператора взаимодействия атомной системы с оптическим полем зондирующего пучка в представлении волновых функций с определенной проекцией на направление магнитного поля имеет вид $D = a_F^{F'}(E'_x S_x + E'_y S_y + E'_z S_z)$ (фактор $\cos\omega t$ опустим), где $a_F^{F'}$ — приведенный матричный элемент дипольного момента перехода между основным и возбужденным атомными мультиплетами, $E'_{x,y,z}$ — отличающиеся от (21) компоненты электрического поля зондирующего пучка в системе координат с осью z', направленной по магнитному полю $\mathbf{B}$, а $S_{x,y,z}$ — стандартные матрицы векторных операторов в представлении волновых функций с определенной проекцией момента на ось квантования z' [12]. Прямое вычисление компонент $E'_{x,y,z}$

приводит к следующему выражению для матрицы D:

$$D \equiv E a_F^{F'} \left[\overbrace{\sin[\theta-\phi]}^{X} S_x - \overbrace{\sin\eta\cos[\theta-\phi]}^{Y} S_y \right.$$

$$\left. + \overbrace{\cos\eta\cos[\theta-\phi]}^{Z} S_z \right]. \tag{22}$$

Обозначая расстройку между частотой зондирующего пучка ω и частотой перехода между основным и возбужденным резонансными мультиплетами Ω через $\nu \equiv \Omega - \omega$ и вводя стандартную матрицу $S_+ \equiv S_x + \imath S_y$ [12], можно записать для скорости перехода $A_{M\to m} = 2\pi |\langle F, M|D|F', m\rangle|^2 \mathscr{L}([E_m^{F'} - E_M^F]/\hbar)/\hbar^2$ следующее выражение [12]:

$$A_{M\to m} = \frac{2\pi[a_F^{F'}E]^2}{\hbar^2} \mathscr{L}\left(\nu + kv_y + m\omega_{L1} - M\omega_{L2}\right) a_{M\to m}, \tag{23}$$

$$a_{M\to m} \equiv H^2 \Big\{ \delta_{m,M+1} |\langle F'M+1|S_+|FM\rangle|^2$$

$$+ \delta_{m,M-1} |\langle FM|S_+|F'M-1\rangle|^2 \Big\} + Z^2 \delta_{m,M} |\langle F'M|S_z|FM\rangle|^2,$$

$$\mathscr{L}(x) \equiv \frac{1}{\pi}\frac{\delta}{\delta^2 + x^2},$$

где $H^2 \equiv [X^2 + Y^2]/4 = \frac{1}{4}[\cos^2[\theta-\phi]\sin^2\eta + \sin^2[\theta-\phi]]$, $Z^2 = \cos^2[\theta-\phi]\cos^2\eta$, $k \equiv \omega/c_0$ (c_0 – скорость света, и $4H^2 + Z^2 = 1$), δ – однородная ширина, ω_{L2} и $E_M^F = \omega_{L2}M$ (ω_{L1} и $E_m^{F'} = \Omega + \omega_{L1}m$) ларморова частота и энергии состояний основного (возбужденного) мультиплета. Формула (23) определяет также коэффициенты $a_{M\to m}$, которые мы будем использовать ниже. Входящие в (23) матричные элементы S_+ отличны от нуля только при $F' = F \pm 1$ или при $F' = F$ и определяются выражениями [12]

$$\langle F, M+1|S_+|F-1, M\rangle = \sqrt{\frac{(F+M)(F+M+1)}{2}}, \tag{24}$$

$$\langle F-1, M+1|S_+|F, M\rangle = -\sqrt{\frac{(F-M)(F-M-1)}{2}},$$

$$\langle F, M|S_z|F-1, M\rangle = \langle F-1, M|S_z|F, M\rangle = -\sqrt{\frac{F^2 - M^2}{2}},$$

$$\langle F, M+1|S_+|F, M\rangle = \sqrt{F(F+1) - (M+1)M}, \tag{25}$$

$$\langle F, M|S_z|F, M\rangle = M.$$

Как видно из (23), скорости переходов зависят только от компоненты скорости атома, определяющей доплеровский сдвиг kv_y, и при вычислении величин Σ_1 (19) и Σ_2 (20) возникнут интегралы вида

$$I_1(x) \equiv \int \mathscr{M}(v)\mathscr{L}(kv + x)dv, \tag{26}$$

$$I_2(x, y) \equiv \int \mathscr{M}(v)\mathscr{L}(kv + x)\mathscr{L}(kv + y)dv.$$

Следующее обстоятельство позволяет упростить формулы (19), (20). Поскольку нас интересует поведение поглощения атомной системы в настолько малых магнитных полях, что зеемановские расщепления оказываются существенно меньше однородной ширины $\omega_{L1,2} \ll \delta$, то можно считать что интегралы (26) зависят только от оптической расстройки ν. Например, $I_1(\nu + m\omega_{L1} - M\omega_{L2}) \approx I_1(\nu) \approx k^{-1}\mathscr{M}(\nu/k)$ и $I_2(\nu + m\omega_{L1} - M\omega_{L2}, \nu + m'\omega_{L1} - M'\omega_{L2}) \approx I_2(\nu, \nu) \approx k^{-1}\mathscr{M}(\nu/k)/[2\pi\delta]$. Именно на этом этапе расчетов исчезает зависимость от величины магнитного поля, направление которого задает ось квантования.

Для дальнейших вычислений построим по матрице B не зависящую от оптической расстройки матрицу b, в которой скорости переходов $A_{M\to m} \to a_{M\to m}$ (17):

$$b_{MM'} \equiv \sum_{m=-F'}^{F'} \frac{a_{M'\to m}\gamma_{m\to M}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - \delta_{MM'} \sum_{m=-F'}^{F'} a_{M\to m}. \tag{27}$$

Принимая во внимание сделанные выше замечания, для величин $\Sigma_{1,2}$ (19), (20) можно написать теперь следующие выражения:

$$\Sigma_1 = -\mathscr{M}(\nu/k)\frac{2\pi[a_F^{F'}E]^2}{k\hbar^2}\frac{\Gamma_J^{F'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} \sum_{m=-F'}^{F'}\sum_{M=-F}^{F} a_{M\to m}, \tag{28}$$

$$\Sigma_2 = -\frac{k^{-1}\mathscr{M}(\nu/k)}{4\pi\delta}\left[\frac{2\pi[a_F^{F'}E]^2}{\hbar^2}\right]^2 \frac{\Gamma_J^{F'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}}$$

$$\times \sum_{m=-F'}^{F'}\sum_{M=-F}^{F}\sum_{M'=-F}^{F} a_{M\to m} b_{MM'}. \tag{29}$$

При получении этих формул мы, там где это возможно, выполнили суммирования по M с помощью соотношений (5). Подставляя полученные выражения для $\Sigma_{1,2}$ в формулу (14), можно привести выражение для поглощаемой атомной системой мощности W к следующему виду:

$$W = \sqrt{\pi}N\frac{e^{-\nu^2/\Delta^2}}{\Delta}\frac{\omega_R^2\hbar\Omega}{F + J + 1}\Bigg[\overbrace{\sum_{m=-F'}^{F'}\sum_{M=-F}^{F} a_{M\to m}}^{\mathscr{Y}}$$

$$+ \omega_R^2 T_1 T_2 \overbrace{\sum_{m=-F'}^{F'}\sum_{M=-F}^{F}\sum_{M'=-F}^{F} a_{M\to m} b_{MM'}}^{\mathscr{A}}\Bigg], \tag{30}$$

$$N = c\pi r^2 l, \quad \Delta = kv_T, \quad \omega_R \equiv \frac{a_F^{F'}E}{\hbar},$$

$$T_1 \equiv \frac{1}{3\sqrt{\pi}}\frac{r}{v_T}, \quad T_2 \equiv \frac{1}{\delta}.$$

Величины N и Δ имеют смысл числа атомов в пучке и допплеровской ширины атомной линии поглощения соответственно, а ω_R является частотой Раби, определяющейся интенсивностью зондирующего пучка. В случае слабого поглощения мощность P' зондирующего пучка на выходе кюветы связана с его мощностью P на входе соотношением $P' = P - W$. Отметим здесь, что использованная нами номенклатура собственных атомных состояний, опирающаяся на квантовые числа M и m проекции полного момента, оправдана, когда оптическое возбуждение атомной системы не слишком велико и $\omega_R \ll \omega_{L1,2}$.

Первая сумма $\mathscr{I}$ в квадратных скобках описывает не зависящее от интенсивности зондирующего пучка линейное поглощение. Линейный вклад $\sim \mathscr{I}$ представляет собой стандартное выражение для поглощаемой мощности атомной системы в условиях неразрешенной мультиплетной структуры и, будучи основным, может быть использован для экспериментальной оценки приведенных матричных элементов $a_F^{F'}$. Используя выражения (24), (25) для входящих в эту сумму матричных элементов, можно получить для $\mathscr{I}$ явные выражения и показать (Приложение 4, выражения (56)–(58)), что эта величина не зависит от углов θ, ϕ, η. Таким образом, как уже было отмечено, линейная теория не дает рассматриваемого эффекта зависимости поглощения от взаимной ориентации магнитного поля и линейной поляризации зондирующего пучка. Эта зависимость описывается вторым членом $\sim \mathscr{A}$ в квадратных скобках (30), вклад которого пропорционален интенсивности зондирующего пучка $\sim E^2$. Множитель, стоящий в (30) перед этим членом, имеет вид стандартного фактора насыщения $\omega_R^2 T_1 T_2$, в который входят частота Раби ω_R, время фазовой релаксации $T_2 \equiv 1/\delta$ и эффективное „время релаксации заселенностей“ T_1, определяемое пролетным временем $\sim r/v_T$ атомов через зондирующий пучок. Нелинейный вклад в поглощение $\sim \mathscr{A}$ является ключевым для эффекта, о котором идет речь в нашей работе. Этот вклад является анизотропным, т.е. зависит от угла между магнитным полем, действующим на атомную систему, и направлением линейной поляризации зондирующего пучка. Указанная зависимость полностью содержится в факторе $\mathscr{A}$, и будет описана в следующем разделе.

3. Нелинейный анизотропный вклад в поглощение атомной системы. Изотропия перехода $F = 3 \rightarrow F' = 4$

Подставляя (27) в (30), можно получить для величины $\mathscr{A}$ следующее выражение:

$$\mathscr{A} = \sum_{m,m'=-F'}^{F'} \sum_{M=-F}^{F} \sum_{M'=-F}^{F} \frac{a_{M'\to m'}\gamma_{m'\to M}a_{M\to m}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - \sum_{m,m'=-F'}^{F'} \sum_{M=-F}^{F} a_{M\to -m}a_{M\to m'}. \quad (31)$$

Введем величины $\Phi_M^{F'F}$ и $U_M^{F'F}$ с помощью соотношений

$$\sum_{m=-F'}^{F'} a_{M\to m} = H^2 \overbrace{\left\{ |\langle F'M+1|S_+|FM\rangle|^2 + |\langle FM|S_+|F'M-1\rangle|^2 \right\}}^{\Phi_M^{F'F}} + Z^2 \overbrace{|\langle F'M|S_z|FM\rangle|^2}^{U_M^{F'F}} \equiv H^2\Phi_M^{F'F} + Z^2 U_M^{F'F}. \quad (32)$$

С помощью (24) можно убедиться в том, что

$$\sum_{M=-F}^{F} a_{M\to m} = H^2\Phi_m^{FF'} + Z^2 U_m^{FF'}. \quad (33)$$

В терминах введенных величин $\Phi_M^{F'F}$ и $U_M^{F'F}$ для анизотропного вклада в поглощение $\mathscr{A}$ можно написать выражение

$$\mathscr{A} = \sum_{m=-F'}^{F'} \sum_{M=-F}^{F} \frac{[H^2\Phi_M^{F'F} + Z^2 U_M^{F'F}]\gamma_{m\to M}[H^2\Phi_m^{FF'} + Z^2 U_m^{FF'}]}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - \sum_{M=-F}^{F} [H^2\Phi_M^{F'F} + Z^2 U_M^{F'F}]^2. \quad (34)$$

Из приведенного выражения видно, что общий вид зависимости $\mathscr{A}$ от угловых факторов H и Z будет таким:

$$\mathscr{A} = \alpha H^4 + \beta Z^4 + \gamma H^2 Z^2, \quad (35)$$

где

$$\alpha \equiv \sum_{m=-F'}^{F'} \sum_{M=-F}^{F} \frac{\Phi_M^{F'F}\gamma_{m\to M}\Phi_m^{FF'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - \sum_{M=-F}^{F} [\Phi_M^{F'F}]^2,$$

$$\beta \equiv \sum_{m=-F'}^{F'} \sum_{M=-F}^{F} \frac{U_M^{F'F}\gamma_{m\to M}U_m^{FF'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - \sum_{M=-F}^{F} [U_M^{F'F}]^2,$$

$$\gamma \equiv \sum_{m=-F'}^{F'} \sum_{M=-F}^{F} \frac{\Phi_M^{F'F}\gamma_{m\to M}U_m^{FF'} + U_M^{F'F}\gamma_{m\to M}\Phi_m^{FF'}}{\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}} - 2\sum_{M=-F}^{F} U_M^{F'F}\Phi_M^{F'F}.$$

Из определения (23) величини H и Z видно, что их можно считать соответственно половиной синуса и косинусом угла ξ между направлением поляризации зондирующего пучка и магнитным полем:

$$H \equiv \frac{1}{2}\sin\xi, \qquad Z = \cos\xi. \quad (36)$$

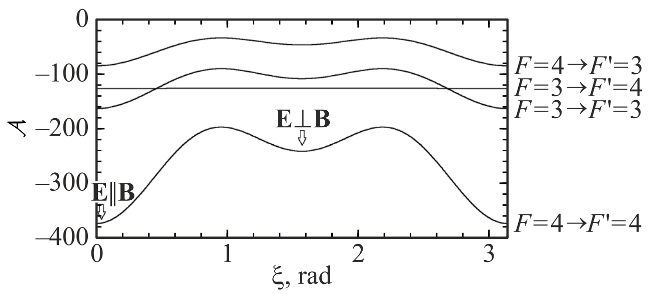

Рис. 4. Зависимость нелинейного вклада $\mathcal{A}$ (35) в пропускание от угла ξ между магнитным полем и направлением линейной поляризации зондирующего пучка (36) для всех переходов линии D1 цезия. Видно, что в соответствии с экспериментом развитая теория показывает фактически полную изотропию перехода $F = 3 \to F' = 4$.

Для произвольных F и $F' = F, F \pm 1$ с помощью соотношений (24) и (25) можно получить следующие явные выражения для величин $\Phi_M^{F'F}$ и $U_M^{F'F}$:

$$\Phi_M^{F'F} = (F+1)(F+2) + M^2, \quad U_M^{F'F} = [(F+1)^2 - M^2]/2,$$
$$F' = F + 1,$$
$$\Phi_M^{F'F} = F(F-1) + M^2, \quad U_M^{F'F} = [F^2 - M^2]/2,$$
$$F' = F - 1,$$
$$\Phi_M^{F'F} = 2[F(F+1) - M^2], \quad U_M^{F'F} = M^2,$$
$$F' = F. \tag{37}$$

Поскольку в выражение (35) для анизотропного вклада $\mathcal{A}$ входят отношения вида $\gamma_{m\to M}/[\Gamma_F^{F'} + \Gamma_J^{F'}]$ (см. (35), то для расчета этого вклада требуются лишь относительные значения приведенных матричных элементов переходов $[a_F^{F'}]^2$, которые входят в выражения (44), (45) для $\gamma_{m\to M}, \Gamma_F^{F'}, \Gamma_F^{F'}$. Для линии D1 цезия указанные относительные величины известны [10]:

$$\begin{array}{ll} [a_3^4]^2 = 7/12\ d^2, & F = 3 \to F' = 4, \\ [a_4^3]^2 = 3/4\ d^2, & F = 4 \to F' = 3, \\ [a_4^4]^2 = 5/12\ d^2, & F = 4 \to F' = 4, \\ [a_3^3]^2 = 1/4\ d^2, & F = 3 \to F' = 3, \end{array} \tag{38}$$

причем входящий сюда общий дипольный момент d^2 линии D1 цезия может быть определен из эксперимента и сопоставлен с его табличным значением [10].

Расчитанная с помощью этих данных угловая зависимость анизотропного вклада $\mathcal{A}$ (35) для всех четырех переходов линии D1 цезия представлена на рис. 4. Как видно из этого рисунка, указанный вклад всегда отрицателен, и для перехода $F = 3 \to F' = 4$ угловая зависимость фактически отсутствует, что находится в полном соответствии с экспериментом. В наших экспериментах регистрировалась мощность P' пучка, прошедшего кювету с парами атомарного цезия. Если бы поглощение атомной системы было невелико[3], то эта мощность была бы связана с мощностью P падающего лазерного пучка соотношением $P' = P - W$, где величина W определяется выражением (30). В наших экспериментах, однако, поглощение могло быть $\sim 50\%$ и даже более, поэтому представляется естественным учесть эффекты распространения, связав рассчитанную выше величину W с оптической плотностью паров в кювете. Это будет сделано в следующем разделе.

[3] Т.е. когда можно пренебречь эффектами распространения и использовать приближение однократного рассеяния.

4. Учет эффектов распространения

Полученная выше формула (30) для поглощаемой мощности применима, строго говоря, когда интенсивность зондирующего пучка меняется слабо при прохождении через кювету с парами щелочного металла — входящая в эту формулу частота Раби ω_R считается не зависящей от места в кювете и определяемой мощностью входного лазерного пучка. В реальном эксперименте коэффициент пропускания может быть ~ 0.5 и меньше, что может заметно повлиять на качество оценок, выполняемых с помощью формулы (30). В этой связи уместно указать простейший способ учета эффектов распространения и привести выражения для резонансной оптической плотности атомных паров. Для этого можно считать, что приведенный расчет поглощаемой мощности относится не ко всей кювете длиной l, а к элементу dy зондирующего пучка внутри кюветы. При этом мощность p зондирующего пучка на входе этого элемента и его мощность $p + dp$ на выходе связаны как $p + dp = p - W$, причем в выражении (30) для W следует заменить $l \to dy$ и выразить частоту Раби ω_R через „текущую" мощность зондирующего пучка p с помощью известного соотношения [10]:

$$\omega_R^2 = \left[\frac{a_F^{F'}}{\hbar}\right]^2 E^2 = \left[\frac{a_F^{F'}}{\hbar}\right]^2 \frac{2\mu_0 c_0}{\pi r^2}\ p. \tag{39}$$

Это приводит к следующему уравнению для мощности зондирующего пучка p, которая становится функцией координаты y:

$$\frac{dp}{dy} = -\varkappa p - \varepsilon p^2, \tag{40}$$

где

$$\varkappa = \frac{e^{-\nu^2/\Delta^2}}{\Delta}\, frac2\sqrt{\pi}\mu_0 c_0 c\ \hbar\Omega F + J + 1 \left[\frac{a_F^{F'}}{\hbar}\right]^2 \mathcal{Y},$$

$$\varepsilon = \frac{e^{-\nu^2/\Delta^2}}{\Delta}\, \frac{4c\ \hbar\Omega}{F + J + 1} \left[\frac{a_F^{F'}}{\hbar}\right]^4 \frac{\mu_0^2 c_0^2}{3\pi r v_T \delta}\, \mathcal{A}.$$

Решение уравнения (40) с начальным условием $p(0) \equiv P$ (здесь P — мощность лазерного пучка на входе кюветы) имеет вид:

$$P' \equiv p(l) = \frac{\varkappa}{\varkappa + P[1 - e^{-\varkappa l}]\varepsilon}\ Pe^{-\varkappa l}. \tag{41}$$

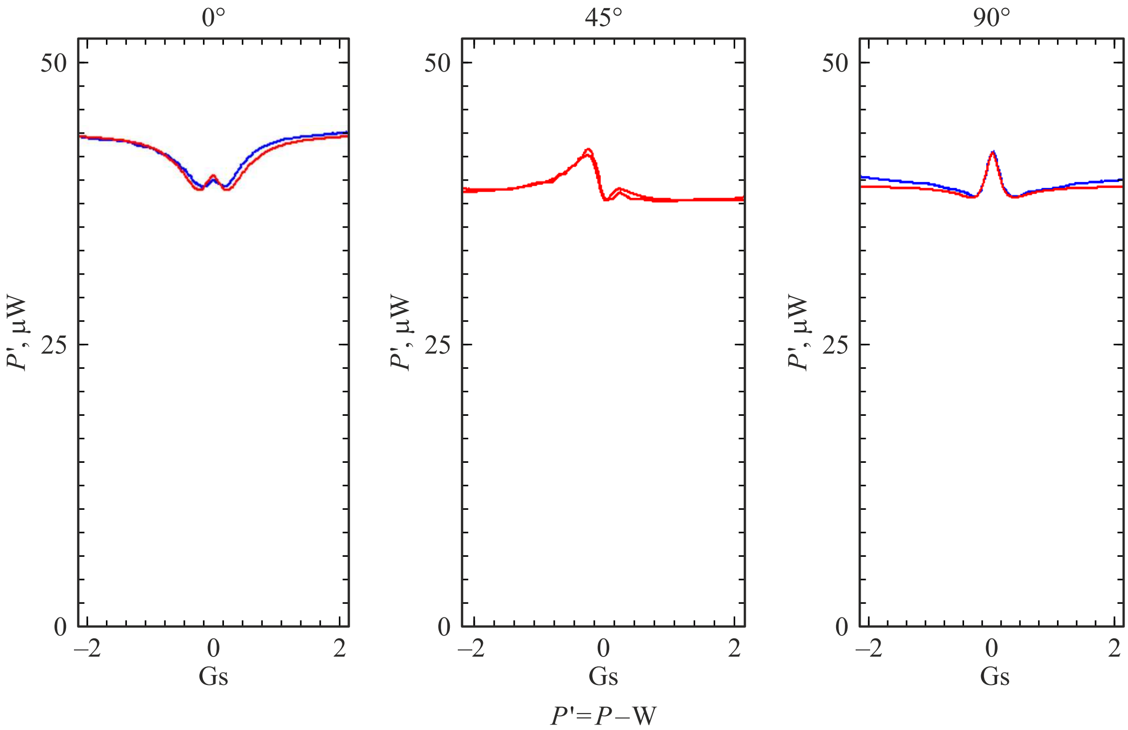

Рис. 5. Резонансное зондирование на переходе $F = 4 \to F' = 3$ линии D1 цезия. Расчетные (гладкие) и экспериментальные (зашумленные) зависимости мощности P' пучка, прошедшего через кювету, от магнитного поля соленоида в геометрии Фойхта при различных взаимных ориентациях азимута поляризации зондирующего пучка и магнитного поля соленоида (сравните с рис. 2, *c*).

Как видно из этого выражения, величина $\varkappa$ имеет смысл оптической плотности атомных паров в кювете и формула (41) приложима не только при малом поглощении. Отметим, что при очень большой мощности пучка формула (41) становится неприменимой. В разд. 3 было сказано, что величина $\varepsilon \sim \mathscr{A}$, описывающая нелинейный вклад в поглощение, отрицательна $\varepsilon < 0$. Поэтому приведенные соотношения имеют смысл только при мощности пучка, не превосходящей мощность

$$P_c \equiv -\varkappa/\varepsilon = -\frac{3}{2}\,\frac{\pi^{3/2} r v_T \hbar^2 \delta}{\mu_0 c_0 [a_F^{F'}]^2}\,\frac{\mathscr{Y}}{\mathscr{A}}, \qquad (42)$$

при которой знаменатель (41) может обратиться в нуль, и применимы при мощности пучка $P < P_c$.

Результаты расчетов по формулам (40), (41) показаны на рис. 2, *b* и рис. 5. Для наглядности сравнения с экспериментом мощность зондирующего пучка выбиралась достаточно большой ($\sim 50\,\mu W$) — в этом случае относительная величина особенности в зависимости поглощения от магнитного поля составляла $\sim 10\%$ (рис. 2, *b, c* и рис. 5), и была хорошо заметна. Несмотря на то что упомянутое выше условие применимости нашей теории $\omega_R \ll \omega_{L1,2}$ могло в этом случае несколько нарушаться, представленные на рис. 2, *a* и рис. 5 экспериментальные данные оказалось возможным интерпретировать с помощью соотношений (30),(40) и (41), причем использованные при этом значения приведенных матричных элементов (38) $a_F^{F'} \sim d \sim 1.6 \cdot 10^{-30}$ C $\cdot$ m соответствовали сечению поглощения паров цезия, известному из других источников [10], в пределах средней погрешности $\sim 30\%$.

Отметим, что в наших экспериментах мы использовали земное поле $\mathbf{B}_e$ для наблюдения зависимости поглощения атомной системы от взаимной ориентации поляризации зондирующего пучка и полного магнитного поля $\mathbf{B}$. Эта зависимость может быть описана одним углом ξ и фактически представлена на рис. 4. В экспериментах рис. 2, *a, c* и рис. 5 наблюдается зависимость поглощения от поля соленоида $\mathbf{B}_s$, причем взаимная ориентация полного магнитного поля и направления поляризации зондирующего пучка определяется формулами (21) и (22). Требуемые компоненты земного поля определялись подгонкой и соответствовали известным их значениям $B_{ex}, B_{ey}, B_{ez} \sim 0.5$ Gs.

Поскольку описанный эффект представляет собой по сути зависимость поглощения от азимута линейной поляризации (линейный дихроизм), распространение пучка в атомной среде может сопровождаться изменением его поляризации. Подобный эффект описан в [13–15].

5. Заключение

В работе исследована зависимость поглощения атомарных паров цезия в спектральной области линии

D1 от малого (близкого к земному) магнитного поля. Показано, что при неразрешенной зеемановской структуре нелинейное поглощение тем не менее существенно зависит от взаимной ориентации магнитного поля и азимута линейной поляризации зондирующего пучка на всех переходах, кроме $F = 3 \to F' = 4$, где эта зависимость оказывается подавленной по крайней мере на два порядка величины. Построена теория нелинейного поглощения атомной системы, объясняющая указанные свойства атомной системы паров цезия.

Отметим, что в приведенном рассмотрении описываемый эффект не зависит явно от величины магнитного поля. Тем не менее анизотропия атомной системы обусловливается в проведенном расчете именно магнитным полем, которое должно быть достаточно большим, чтобы частота Раби зондирующего линейно поляризованного оптического пучка удовлетворяла неравенству $\omega_R \ll \omega_{L1,2}$. Только в этом случае номенклатура собственных атомных состояний будет определяться проекцией полного момента на направление магнитного поля и уравнения (3) (фактически только на диагональные элементы атомной матрицы плотности), содержащие скорости переходов между этими состояниями, будут иметь смысл.

Благодарности

Автор благодарит сотрудников Лаборатории оптики спина Санкт-Петербургского государственного университета В.С. Запасского, И.И. Рыжова, А.А. Фомина за помощь в проведении экспериментов и полезные советы.

Автор благодарит А.К. Вершовского, А.С. Пазгалева за плодотворное обсуждение.

Финансирование работы

Санкт-Петербургский государственный университет, исследовательский проект № 125022803069-4.

Конфликт интересов

Автор заявляет, что у него нет конфликта интересов.

Приложение 1 (радиационные суммы)

Скорость радиационного распада возбужденного атомного состояния определяется взаимодействием атома с квантованным фотонным полем, которое может находиться в вакуумном состоянии. В этом случае распад атомного возбуждения происходит благодаря нулевым колебаниям фотонного поля и сопровождается испусканием фотона. Скорость распада из состояния $|m, F'\rangle$ с проекцией момента m возбужденного мультиплета в состояние $|M, F\rangle$ основного мультиплета может быть выражена через матричные элементы операторов S_+ и S_z и приведенный межмультиплетный матричный элемент $a_F^{F'}$ следующим образом [11]:

$$\gamma_{m\to M} = \frac{1}{\tau_F^{F'}} \sum_{i=x,y,z} |\langle F', m|S_i|F, M\rangle|^2$$

$$= \frac{1}{\tau_F^{F'}} \left\{ \frac{\delta_{m,M+1}}{2} \left| \langle F', M+1|S_+|F, M\rangle \right|^2 + \frac{\delta_{m,M-1}}{2} \left| \langle F, M|S_+|F', M-1\rangle \right|^2 + \delta_{m,M} \left| \langle F', M|S_z|F, M\rangle \right|^2 \right\},$$

$$\frac{1}{\tau_F^{F'}} \equiv \frac{4[a_F^{F'}]^2\Omega^3}{3\hbar c_0^3}. \tag{43}$$

Используя выражения (25) для входящих в эту формулу матричных элементов, можно получить следующие выражения для сумм (5) радиационных скоростей по состояниям основного мультиплета $\Gamma_F^{F'} \equiv \sum_{M=-F}^{F} \gamma_{m\to M}$:

$$\begin{aligned} \Gamma_F^{F'} &= F(F+1)/\tau_F^{F'}, & F' &= F, \\ \Gamma_F^{F'} &= (F+1)(2F+1)/2\tau_F^{F'}, & F' &= F+1, \\ \Gamma_F^{F'} &= F(2F+1)/2\tau_F^{F'}, & F' &= F-1, \end{aligned} \tag{44}$$

и убедиться в том, что указанные суммы не зависят от индекса m возбужденного состояния.

Приложение 2 (пролетное время)

Напишем уравнения движения атома, влетающего в пучок в момент времени $t = 0$ в произвольной точке поверхности пучка, характеризуемой в плоскости xz углом β (рис. 3, b):

$$\begin{aligned} x(t) &= r\cos\beta + v_x t, \\ z(t) &= r\sin\beta + v_z t. \end{aligned} \tag{45}$$

Через время пролета T указанный атом будет вновь находиться на поверхности пучка и, следовательно, $x^2(T) + z^2(T) = r^2$. Подставляя в это условие соотношения (45) и выражая время T, получаем соотношение (11).

Приложение 3 (вычисление интегралов S_p (15))

Подставляя распределение Максвелла (10) и выражение (11) для времени пролета T в интеграл (15), преобразуем его к следующему виду:

$$S_p = \frac{(-2r)^p}{\pi} \int \frac{dv_x dv_z}{v_T^2} d\beta \exp\left[-\frac{v_x^2+v_z^2}{v_T^2}\right]$$
$$\times \Theta\Big(-v_x\cos\beta - v_z\sin\beta - \Big)$$
$$\times \frac{[v_x\cos\beta + v_z\sin\beta]^{p+1}}{[v_x^2+v_z^2]^p}.$$

В этом интеграле делаем замену переменных $x = v_x/v_T, z = v_z/v_T$, вводим полярные координаты $x = \rho\cos\phi, z = \rho\sin\phi$ и новую переменную $\xi = \beta - \phi$. После чего получаем для искомой величины S_p интеграл вида

$$S_p = 2(-2r)^p v_T^{1-p} \int_0^\infty d\rho e^{-\rho^2} \rho^{2-p} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} d\xi \ \cos^{p+1}\xi,$$

вычисление которого не вызывает затруднений и приводит к соотношениям (16).

Приложение 4 (изотропность линейного поглощения)

Рассмотрим первый член $\mathcal{Y}$ в квадратных скобках (30), описывающий линейное поглощение атомной системы. Рассчитаем $\mathcal{Y} \equiv \sum_{M=-F}^{F}\sum_{m=-F'}^{F'} a_{M\to m}$ (24) для случая $F = F'$. С помощью матричных элементов (25) убеждаемся, что первый член в фигурных скобках (24) дает следующий вклад[4]:

$$\frac{1}{4}\sum_M \Big\{|\langle F, M+1|S_+|FM\rangle|^2 + |\langle FM|S_+|F, M-1\rangle|^2\Big\}$$
$$= \frac{1}{4}\sum_M \Big\{F(F+1) - M(M+1) + F(F+1) - M(M-1)\Big\}$$
$$= \frac{1}{2}\Big\{(2F+1)F(F+1) - \sum_M M^2\Big\} = \frac{1}{3}F(F+1)(2F+1). \tag{46}$$

Теперь считаем сумму при факторе Z^2:

$$\sum_M |\langle F, M|S_z|FM\rangle|^2 = \sum_M M^2 = \frac{1}{3}F(F+1)(2F+1). \tag{47}$$

Поскольку всегда $4H^2 + Z^2 = 1$, получаем, что при $F' = F$

$$\mathcal{Y} = \sum_{M=-F}^{F}\sum_{m=-F'}^{F'} a_{M\to m} = \frac{F(F+1)(2F+1)}{3}. \tag{48}$$

[4] При расчетах мы используем соотношение $\sum_{M=-F}^{F} M^2 = \frac{1}{3}F(F+1)(2F+1)$.

Аналогичный расчет показывает, что при $F' = F + 1$

$$\mathcal{Y} = \sum_{M=-F}^{F}\sum_{m=-F'}^{F'} a_{M\to m} = \frac{(2F+3)(2F+1)(F+1)}{6} \tag{49}$$

и при $F' = F - 1$

$$\mathcal{Y} = \sum_{M=-F}^{F}\sum_{m=-F'}^{F'} a_{M\to m} = \frac{(2F+1)(2F-1)F}{6}. \tag{50}$$

Из приведенных выражений вытекает, что линейное поглощение атомной системы в малых магнитных полях, когда зеемановская структура не разрешается (т.е. $\omega_{L1}, \omega_{L2} < kv_T$), не зависит от взаимной ориентации магнитного поля и азимута линейной поляризации зондирующего пучка.

Список литературы

[1] D. Budker, W. Gawlik, D.F. Kimball, S.M. Rochester, V.V. Yashchuk, A. Weis. Reviews of Modern Physics, **74**, 1153 (2002). DOI: 10.1103/RevModPhys.74.1153

[2] Д.В. Бражников, А.В. Тайченачев, А.М. Тумайкин, В.И. Юдин, С.А. Зибров, Я.О. Дудин, В.В. Васильев, В.Л. Величанский. Письма в ЖЭТФ, **83** (2), 71–75 (2006). [Электронный ресурс]. URL: https://www.mathnet.ru/jetpl1228

[3] А.С. Зибров, А.Б. Мацко. Письма в ЖЭТФ, **82** (8), 529–533 (2005). [Электронный ресурс]. URL: https://www.mathnet.ru/jetpl1589

[4] F. Renzoni, W. Maichen, L. Windholz, E. Arimondo. Phys. Rev. A, **55**, 3710 (1997). DOI: 10.1103/PhysRevA.55.3710

[5] F. Renzoni, S. Cartaleva, G. Alzetta, E. Arimondo. Phys. Rev. A, **63**, 065401 (2001). DOI: 10.1103/PhysRevA.63.065401

[6] A. Meraki, L. Elson, N. Ho, A. Akbar, M. Kozbial, J. Kolodynski, K. Jensen. Phys. Rev. A, **108**, 062610 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevA.108.062610.

[7] F. Renzoni, C. Zimmermann, P. Verkerk, E. Arimondo. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt., **3**, S7 (2001). DOI: 10.1088/1464-4266/3/1/352

[8] D.A. Smith, I.G. Hughes. Am. J. Phys., **72** (5), (2004). DOI: 10.1119/1.1652039

[9] A. Moretti, F. Strumia. Phys. Rev. A, **3**, 349 (1971). DOI: 10.1103/PhysRevA.3.349

[10] D.A. Steck. Theoretical Division (T-8), MS B285 Los Alamos National Laboratory Los Alamos, NM 87545. [Электронный ресурс]. URL: https://pdf4pro.com/view/cesium-d-line-data-steck-7758dd.html

[11] A. Corney. *Atomic and Laser Spectroscopy* (Oxford, 1977).

[12] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория* (Наука, М., 1974).

[13] S.V. Fomichev. J. Phys. B At. Mol. Opt. Phys., **24**, 4695–4709 (1991).

[14] A.A. Fomin, G.G. Kozlov, M.Yu. Petrov, D.S. Smirnov, M.V. Petrenko, V.S. Zapasskii. Phys. Rev. A, **111**, 023502 (2025). DOI: 10.1103/PhysRevA.111.023502

[15] А.К. Вершовский, А.С. Пазгалев, М.В. Петренко. Опт. и спектр., **132** (8), 869 (2024). DOI: 10.61011/OS.2024.08.59034.6982-24