

Управление электрическим полем эффектами пространственной повторяемости и мультипликации электронных волн в полупроводниковых двумерных наноструктурах

© В.А. Петров[¶], А.В. Никитин

Институт радиотехники и электроники Российской академии наук,
101999 Москва, Россия

(Получена 16 ноября 2005 г. Принята к печати 13 января 2006 г.)

Теоретически исследована возможность управления с помощью постоянного поперечного электрического поля эффектами пространственного повторения и мультипликации для плотности потока вероятности $j_x(x, z)$ (или квантовомеханической плотности тока $e j_x(x, z)$, e — заряд электрона), возникающими при интерференции электронных волн в полупроводниковых двумерных наноструктурах. Показано, что в структурах, представляющих собой последовательно расположенные в направлении распространения электронной волны (ось x) узкую и широкую вдоль оси z (ось размерного квантования) квантовые ямы прямоугольного профиля, поперечное распределение $j_x(0, z)$, существующее на входе широкой квантовой ямы, с определенной точностью периодически воспроизводится в сечениях $X_p = pX_1$ (повторяемость) и расщепляется в симметричной по оси z наноструктуре на q идентичных пиков в q раз меньшей интенсивности на расстоянии X_1/q от входа (мультипликация) (p и q — целые числа). Показано, что управление этими эффектами возможно с помощью постоянного поперечного (вдоль оси z) электрического поля в области широкой квантовой ямы. Уменьшение в электрическом поле эффективной ширины квантовой ямы и возникновение в ней асимметрии в поперечном направлении приводят к кардинальному изменению в ней пространственного распределения $j_x(x, z)$ и возможности инверсной заселенности квантово-размерных подзон.

PACS: 73.21.Fg, 73.63.Hs

1. Введение

В настоящее время успехи нанотехнологии позволяют создавать полупроводниковые наноструктуры, в которых линейные размеры одномерного (1D) или двумерного (2D) проводящего канала в направлении распространения электронной волны меньше длины свободного пробега электрона. В таком канале частицы движутся в баллистическом режиме, что позволяет экспериментально исследовать в таких структурах эффекты баллистического переноса, в частности различные электронные интерференционные эффекты. Теоретические основы таких эффектов, а также анализ основных экспериментальных результатов в этой области приведены в ряде монографий [1–3]. Вместе с тем, большинство теоретических результатов в этой области представлены оригинальными работами, в которых эти эффекты исследованы для различных типов наноструктур. В частности, большое число теоретических работ посвящено исследованию баллистического переноса электронов в 1D и 2D наноструктурах, общей особенностью которых является наличие в квантовых каналах участков резкого (неадиабатического) изменения либо геометрии канала, либо потенциального рельефа в нем. Рассеяние электронных волн на таких участках неоднородности приводит к смешиванию электронных мод в канале и появлению электронных интерференционных эффектов. Квантовый транспорт в таких структурах был теоретически исследован в 1D каналах прямоугольного [4] и

параболического [5] профилей, соединяющих 2D электронные резервуары, а также в квантовых точечных контактах различного типа, соединяющих такие резервуары [6], \perp -образных каналах [7,8], каналах с резкими изломами и каналах изогнутой формы [9–11], каналах с δ -образным рассеивающим центром внутри [12], скрещенных каналах [13], одиночных геометрически неоднородных каналах с участками разной ширины [14–17], геометрически однородных 1D и 2D наноструктурах с участками резкого изменения потенциального рельефа, управляемого поперечным постоянным электрическим полем [18]. Роль затухающих мод в квантовых точечных контактах была рассмотрена в [12,19,20].

Рассеяние на участке резкой неоднородности электронной волны, распространяющейся по одной (например, нижней) размерной подзоне, приводит к появлению в других подзонах отраженных и прошедших волн как с действительными (незатухающие волны), так и с мнимыми (затухающие волны) квазиимпульсами. При этом каждой подзоне соответствует своя волновая функция поперечного квантования. Можно показать, что при таком рассеянии составляющая плотности квантовомеханического тока в направлении распространения волны $e j_x$ (e — заряд электрона, j_x — плотность потока вероятности), получающаяся в результате суммирования по всем размерным подзонам, имеет в 2D структурах координатную зависимость от продольной координаты x и одной поперечной координаты. Напомним, что j_x для свободной частицы не имеет координатной зависимости [21]. В теоретических работах, посвященных эффектам баллистического переноса электронов в каналах с

[¶] E-mail: vpetrov@mail.cplire.ru

резкими неоднородностями, исследуются, как правило, зависимости квантовомеханического коэффициента прохождения структуры T от энергии распространяющейся частицы, геометрии и параметров структуры, внешних полей. При необходимости вычисляется кондуктанс структуры G [22] и его температурная зависимость. Подчеркнем, что при нахождении этих величин необходимо вычисление полного тока частиц в квантовом канале, что достигается интегрированием зависящей от координат плотности квантовомеханического тока по поперечному сечению канала. Далее мы покажем, что в результате такой процедуры пространственно-неоднородные эффекты для плотности квантовомеханического тока исчезают.

Основная цель нашей работы — теоретическое исследование эффектов пространственной неоднородности для плотности потока вероятности j_x (или плотности квантовомеханического тока $e j_x$), возникающих в полупроводниковых 2D наноструктурах, представляющих собой последовательно расположенные в направлении распространения электронной волны (ось x) узкую и широкую прямоугольные по оси z квантовые ямы (КЯ) (ось z — ось размерного квантования), а также исследование влияния на эти эффекты постоянного поперечного электрического поля F в области широкой КЯ. Мы покажем, что из-за интерференции электронных волн, распространяющихся в широкой КЯ одновременно по нескольким квантово-размерным подзонам, возникает неоднородное распределение $j_x(x, z)$. При этом поперечное распределение $j_x(0, z)$, существующее на входе широкой КЯ, с определенной точностью воспроизводится на расстоянии X_1 от входа (повторяемость) и расщепляется в симметричной по оси z 2D наноструктуре на q идентичных пиков в q раз меньшей интенсивности на расстоянии X_1/q (мультипликация). При этом исходное распределение $j_x(0, z)$ периодически воспроизводится в сечениях $X_p = pX_1$ (q и p — целые числа). В присутствии поперечного электрического поля эти эффекты существенно модифицируются, что позволяет управлять ими с помощью электрического поля.

Возможность эффектов повторения для электронных волн [23] и возможность существования эффектов повторения и мультипликации для $j_x(x, z)$ в симметричной 2D полупроводниковой наноструктуре [24] кратко обсуждались ранее. Недавно мы представили детальный анализ этих эффектов при $F = 0$ для симметричных и несимметричных структур на основе 1D прямоугольных [25] и 2D параболических [26] квантовых ям с конкретными геометрическими параметрами для системы GaAs–GaAlAs.

2. Модель и метод расчета

Рассмотрим симметричную 2D наноструктуру (рис. 1, *a*), состоящую из двух последовательно расположенных вдоль оси x квантовых ям — КЯ₁ (область 1, $x < 0$) с потенциалом $U_1(z)$ и КЯ₂ (область 2, $x > 0$) с

потенциалом $U_2(z)$, локализующими частицу по оси z (нормаль к плоскостям ям). Будем считать также, что движение по оси y отделяется и является свободным, а потенциальная энергия в пределах каждой из областей не зависит от x , меняясь скачком в точке сочленения ям ($x = 0$). Эффективные массы частиц m^* будем считать изотропными и одинаковыми в обеих областях. Тогда уравнения Шредингера, описывающие движения частиц по оси z в каждой из областей, имеют вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \chi_j(z)}{dz^2} + U_1(z) \chi_j(z) = E_j \chi_j(z), \quad (1)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 \varphi_n(z)}{dz^2} + U_2(z) \varphi_n(z) = E_n \varphi_n(z). \quad (2)$$

Здесь E_j и E_n — собственные значения, а $\chi_j(z)$ и $\varphi_n(z)$ — собственные функции уравнений (1) и (2)

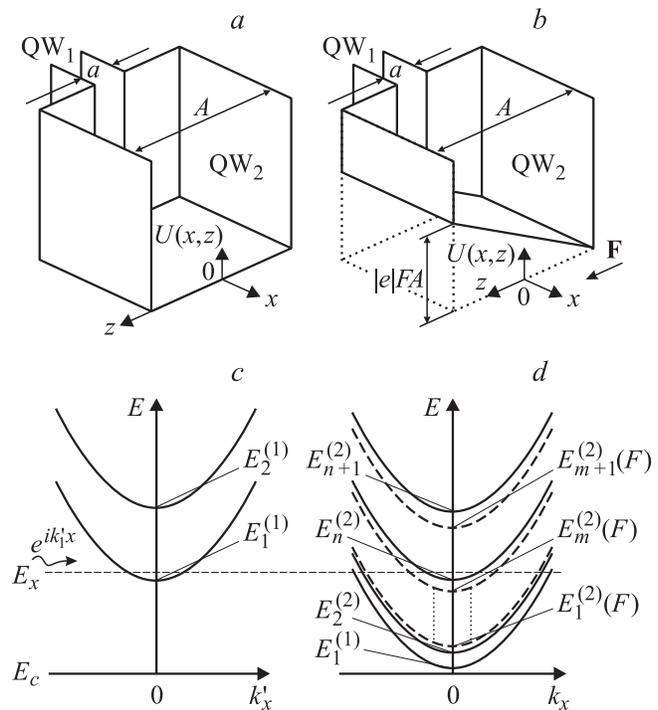


Рис. 1. Схематическое изображение (*a, b*) и энергетическая диаграмма (*c, d*) симметричной 2D наноструктуры на основе последовательности двух прямоугольных КЯ различной ширины: a — ширина узкой КЯ₁ (QW₁), A — ширина широкой КЯ₂ (QW₂). *a, c* — в отсутствие электрического поля, *b, d* — в области широкой КЯ₂ приложено постоянное поперечное электрическое поле напряженности F . $E_1^{(1)}$ и $E_2^{(1)}$ — донья первой и второй квантово-размерных подзон в узкой КЯ₁; $E_1^{(2)}, E_2^{(2)} \dots E_n^{(2)}, E_{n+1}^{(2)}$ — донья подзон в широкой КЯ₂ в отсутствие поля, $E_1^{(2)}(F), E_2^{(2)}(F) \dots E_m^{(2)}(F), E_{m+1}^{(2)}(F)$ — донья подзон в широкой КЯ₂ при наличии поля; $E_{1,2}^{(1)}(k'_x)$ и $E_n^{(2)}(k_x)$ (сплошные линии) — законы дисперсии электронов для подзон в КЯ₁ и КЯ₂ соответственно (в отсутствие поля), $E_m^{(2)}(k_x)$ (штриховые линии) — законы дисперсии электронов для подзон КЯ₂ при наличии поля; E_c — дно зоны проводимости в массивном полупроводнике, E_x — энергия инжектированного электрона с волновым вектором k'_{1x} в КЯ₁.

соответственно в областях 1 и 2. Полная энергия частицы есть $E = E_{x,z} + E_y$, где $E_y = \hbar^2 k_y^2 / 2m^*$ — энергия, соответствующая свободному движению по оси y . Рассмотрим ситуацию, когда слева направо, из области 1 в область 2, по квантовой подзоне m в области 1 распространяется монохроматическая электронная волна единичной амплитуды. Будем считать, что квантовые ямы, локализирующие частицу по оси z , имеют бесконечно высокие потенциальные барьеры, т. е. спектры энергий в обеих ямах в этом направлении полностью дискретны. Тогда волновые функции частицы $\phi^{(1)}(x, z)$ и $\phi^{(2)}(x, z)$ в каждой из областей по отдельности имеют вид

$$\phi^{(1)}(x, z) = \chi_m(z) \exp(ik'_m x) + \sum_j B_j \chi_j(z) \exp(-ik'_j x), \quad (3)$$

$$\phi^{(2)}(x, z) = \sum_n C_n \varphi_n(z) \exp(ik_n x). \quad (4)$$

Здесь B_j и C_n — постоянные коэффициенты, определяющие амплитуды отраженных в области 1 по подзонам E_j и прошедших в область 2 по подзонам E_n волн; k'_j и k_n — волновые числа, соответствующие движению частиц по оси x в этих областях: $k'_j = [2m^*(E - E_j - E_y)]^{1/2}/\hbar$; $k_n = [2m^*(E - E_n - E_y)]^{1/2}/\hbar$. Отражение и трансформация электронных волн в такой структуре происходит на скачке потенциала $U_0 = E_1^{(1)} - E_1^{(2)}$, где $E_1^{(1)}$ и $E_1^{(2)}$ — донья нижних квантово-размерных подзон в КЯ₁ и КЯ₂. Отметим, что если $E - E_y > E_j, E_n$, то k'_j и k_n действительны, и соответствующие им волны являются распространяющимися; при обратном неравенстве k'_j и k_n мнимые, и волны являются затухающими с характерными длинами затухания $l_j = |k'_j|^{-1}$ и $l_n = |k_n|^{-1}$. Для рассматриваемых нами структур со ступенчатым переходом между первой и второй областями коэффициенты B_j и C_n определяются из системы уравнений, следующей из граничных условий для волновых функций и их производных в точке $x = 0$,

$$\begin{aligned} \phi^{(1)}(x=0, z) &= \phi^{(2)}(x=0, z), \\ \nabla_x \phi^{(1)}(x=0, z) &= \nabla_x \phi^{(2)}(x=0, z), \\ \chi_m(z) + \sum_j B_j \chi_j(z) &= \sum_n C_n \varphi_n(z), \end{aligned} \quad (5)$$

$$k'_m \chi_m(z) - \sum_j k'_j B_j \chi_j(z) = \sum_n k_n C_n \varphi_n(z). \quad (6)$$

Умножая слева уравнение (5) на $\varphi_p^*(z)$, а уравнение (6) на $\chi_p^*(z)$ и интегрируя полученные выражения по z , получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов B_j и C_n :

$$t_{p,m} + \sum_j B_j t_{p,j} = C_p, \quad (7)$$

$$k'_m \delta_{pm} - k'_p B_p = \sum_n k_n C_n f_{p,n}. \quad (8)$$

Здесь $t_{p,m} = \int \varphi_p^*(z) \chi_m(z) dz$ и $f_{p,n} = \int \chi_p^*(z) \varphi_n(z) dz$ — коэффициенты неортогональности собственных функций

в областях 1 и 2, причем $f_{pm} = t_{mp}^*$. Для симметричных по оси z структур, когда локализирующие частицу потенциалы $U_1(z)$ и $U_2(z)$ в областях 1 и 2 удовлетворяют условиям $U_1(z) = U_1(-z)$ и $U_2(z) = U_2(-z)$ (точка $z = 0$ находится на оси симметрии структуры), собственные функции $\chi_i(z)$ и $\varphi_n(z)$ в областях 1 и 2 можно классифицировать по четности. В этом случае коэффициенты неортогональности равны нулю для функций разной четности. При этом система (7), (8) разбивается на две независимые подсистемы: систему неоднородных линейных уравнений, содержащую только коэффициенты B_j и C_n с индексами той же четности, что и номер подзоны m , по которой волна из области 1 распространяется в область 2, и подсистему однородных линейных уравнений для коэффициентов B_j и C_n с индексами противоположной m четности. Нетрудно показать, что определитель второй системы всегда отличен от нуля, что обеспечивает равенство нулю всех коэффициентов B_j и C_n с индексами j и n , имеющими четность, противоположную m .

Нас в дальнейшем будет интересовать координатная зависимость $j_x(x, z)$ — плотности потока вероятности по оси x в области 2 (или $e j_x(x, z)$ — компоненты плотности квантовомеханического тока вдоль оси x), которая, как известно, задается выражением [21]

$$\begin{aligned} j_x(x, z) &= \frac{\hbar}{2m^*} [\phi^{(2)}(x, z) \nabla_x (\phi^{(2)}(x, z))^* \\ &\quad - (\phi^{(2)}(x, z))^* \nabla_x \phi^{(2)}(x, z)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя волновую функцию частицы в области 2 (4) в (9), получим

$$\begin{aligned} j_x(x, z) &= \frac{\hbar}{2m^*} \left[\sum_{n,t} C_n C_t^* \varphi_n(z) \varphi_t^*(z) (k_n + k_t^*) \right. \\ &\quad \left. \times \exp[i(k_n - k_t^*)x] \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Для дальнейшего анализа удобно разбить (10) на сумму трех членов: $j_x = j_{x1} + j_{x2} + j_{x3}$, где выделены суммы по различным комбинациям действительных и мнимых волновых векторов k . В рассматриваемой нами модели КЯ с бесконечно высокими потенциальными барьерами при заданной энергии падающего электрона E в области 2 существует конечное число N нижних подзон с действительными k , а все вышележащие подзоны имеют мнимые волновые векторы. Выделим первое слагаемое j_{x1} в (10), учитывая в нем суммирование только по N подзонам с действительными k и предполагая комплексность как C_n , так и $\varphi_n(z)$:

$$\begin{aligned} j_{x1}(x, z) &= \frac{\hbar}{m^*} \sum_{n=1}^N |C_n|^2 |\varphi_n(z)|^2 k_n \\ &\quad + \frac{\hbar}{2m^*} \sum_{n,t=1;n \neq t}^N C_n C_t^* \varphi_n(z) \varphi_t^*(z) (k_n + k_t) \exp[i(k_n - k_t)x]. \end{aligned} \quad (11)$$

Если в системе уравнений для определения коэффициентов C_n (7), (8) ограничиться только уравнениями с дей-

ствительными k , то все C_n будут действительными. При включении в расчет подзон с мнимыми k коэффициенты C_n становятся комплексными. Далее, при анализе других слагаемых в (10), учтем, что в рассматриваемой нами задаче $\varphi_n(z)$ действительны. Представим чисто мнимые k в виде $k_j = i \operatorname{Im}(k_j)$, а комплексные коэффициенты C_j в виде $C_j = C_{j1} + iC_{j2}$, где $C_{j1} = \operatorname{Re}(C_j)$, $C_{j2} = \operatorname{Im}(C_j)$. Здесь $\operatorname{Re}(C_j)$, $\operatorname{Im}(C_j)$ и $\operatorname{Im}(k_j)$ — реальная часть C_j и мнимые части C_j и k_j соответственно. Тогда выражение для j_{x2} , в котором суммирование ведется по индексам, соответствующим действительным и мнимым k (перекрестные члены), имеет вид

$$j_{x2}(x, z) = \frac{\hbar}{m^*} \left[\sum_{t=1}^N \sum_{n=N+1}^{\infty} \varphi_n(z) \varphi_t(z) \right. \\ \times \left\{ [(C_{n1}C_{t1} + C_{n2}C_{t2})k_t + (C_{n1}C_{t2} - C_{n2}C_{t1})\operatorname{Im}(k_n)] \right. \\ \times \cos(k_t x) + [(C_{n1}C_{t1} + C_{n2}C_{t2})\operatorname{Im}(k_n) \\ \left. - (C_{n1}C_{t2} - C_{n2}C_{t1})k_t] \sin(k_t x) \right\} \exp(-\operatorname{Im}(k_n)x) \Big]. \quad (12)$$

Выражение для j_{x3} , в котором суммирование ведется по индексам, соответствующим только мнимым k_j , имеет вид

$$j_{x3}(x, z) = \frac{\hbar}{m^*} \sum_{n,t=N+1; n \neq t}^{\infty} \varphi_n(z) \varphi_t(z) [\operatorname{Im}(k_n) - \operatorname{Im}(k_t)] \\ \times (C_{n1}C_{t2} - C_{n2}C_{t1}) \exp\{-[\operatorname{Im}(k_n) + \operatorname{Im}(k_t)]x\}. \quad (13)$$

В (13) отсутствуют члены с $n = t$, которые равны нулю. Из (11)–(13) следует, что координатную зависимость от x в выражении для $j_x(x)$ имеют все члены, содержащие произведения функций $\varphi_n(z)\varphi_t(z)$ с $n \neq t$, т.е. второй член в (11) и суммы (12), (13).

Отметим принципиально различное поведение j_{x1} , содержащего члены с действительными k , и слагаемых j_{x2} и j_{x3} , содержащих члены с мнимыми k , при увеличении x . Как следует из (11)–(13), j_{x2} и j_{x3} экспоненциально затухают при $x \rightarrow \infty$, тогда как j_{x1} осциллирует в этой области изменения x . При этом полный поток плотности вероятности вдоль оси x $J_x = \int j_x(x, z) dz$ (а значит, и полный квантовомеханический ток) вследствие ортонормированности функций $\{\varphi_n(z)\}$ не имеет координатной зависимости от x , так как в (10) остаются только члены с $n = t$. При этом члены, соответствующие подзонам с $E_{n,t} > E$ и мнимыми $k_{n,t}$, равны нулю и J_x определяется выражением

$$J_x = \frac{e\hbar}{m^*} \left[\sum_n |C_n|^2 k_n \right]. \quad (14)$$

В (14) суммирование проводится только по подзонам с $E_n < E$, т.е. по всем подзонам в области 2 с действительными k_n , по которым происходит незатухающее распространение электронных волн. Отметим, что контактная структура G также не зависит от x . Из выражений (11)–(13) следует, что координатная зависимость

$j_x(x, z)$ возникает из-за интерференционных членов с $n \neq t$ в выражении (10). Очевидно, что для возникновения такой зависимости необходимо, как минимум, наличие двух подзон с незатухающим распространением электронных волн в области 2. Таким образом, выражение (10) совместно с найденными из решения уравнений (1), (2) собственными функциями $\chi_i(z)$ и $\varphi_n(z)$, а также определенными из решения системы (7), (8) коэффициентами B_j и C_n дает полное решение задачи о распределении плотности потока вероятности $j_x(x, z)$ (или квантовомеханической плотности тока) в области 2.

Исследуем подробнее координатную зависимость $j_{x1}(x, z)$ в (11), не содержащую затухающих членов с мнимыми k . Легко видеть, что если все разности $(k_n - k_t)$ в показателе экспоненты второго члена в сумме (11) могут быть представлены одновременно для всех n и t в виде

$$(k_n - k_t) = p_{n,t} \Delta, \quad (15)$$

где $p_{n,t}$ — целое число, то $j_{x1}(X_1, z) = j_{x1}(x=0, z)$ для поперечного сечения при $X_1 = 2\pi/|\Delta|$. В этом идеальном случае поперечный профиль $j_{x1}(x=0, z)$ по оси z , существующий на входе области 2 в точке $x=0$, будет точно воспроизводиться в сечениях $X_p = pX_1$ ($p = 1, 2, \dots$). Очевидно, что это условие в общем случае точно не выполняется из-за корневых зависимостей k_n и k_t от E_n и E_t . Однако такая ситуация может быть приближенно реализована в случае, когда в области 2 кинетическая энергия частицы вдоль оси x существенно больше энергий доньев квантоворазмерных подзон, по которым происходит незатухающее распространение электронных волн в этой области, т.е. $E_x \gg E_{n,t}$. Действительно, раскладывая в ряд $k_{n,t}$ по малому параметру $E_{n,t}/E_x \ll 1$ и ограничиваясь вторым членом разложения, имеем

$$(k_n - k_t) \approx (m^*/2E_x)^{1/2} (E_t - E_n)/\hbar. \quad (16)$$

В этом случае для ряда наноструктур определенного типа, когда разности $(E_t - E_n)$ пропорциональны целым числам, т.е. разности $(k_n - k_t)$ могут быть представлены в виде (15), в сделанных приближениях возможны эффекты повторения для j_{x1} .

Все такие 2D наноструктуры имеют общую особенность. Они представляют собой последовательно расположенные вдоль оси x две КЯ существенно разной эффективной ширины. В настоящей работе мы рассмотрим 2D наноструктуру, состоящую из двух последовательно расположенных КЯ прямоугольного профиля — узкой КЯ₁ (область 1) и широкой КЯ₂ (область 2). Предполагается, что из узкой КЯ в широкую распространяется монохроматическая электронная волна, у которой $E_y = 0$, т.е. полная кинетическая энергия частицы $E = E_x$. Интересующие нас эффекты интерференции происходят в широкой КЯ₂. Вначале мы рассмотрим эффекты пространственной неоднородности для $j_x(x, z)$

в симметричной по оси z 2D наноструктуре (рис. 1, *a*) в отсутствие электрического поля, а затем исследуем влияние на эти эффекты постоянного поперечного электрического поля напряженности F в области широкой КЯ₂ (рис. 1, *b*). На рис. 1, *c, d* приведены энергетические диаграммы для двух этих ситуаций. Здесь и далее вся необходимая информация содержится в подписях к рисункам.

Рассмотрим 2D наноструктуру при $F = 0$, состоящую из последовательно расположенных вдоль оси x двух прямоугольных квантовых ям разной ширины по оси z — a (КЯ₁) и A (КЯ₂), предполагая, что $a \ll A$. В приближении бесконечно высоких потенциальных стенок дискретная часть энергетического спектра частицы в яме ширины A задается выражением $E_n = \pi^2 \hbar^2 n^2 / 2m^* A^2$, где $n = 1, 2, \dots$ — целые числа. В этом случае $E_t - E_n = \pi^2 \hbar^2 (t^2 - n^2) / 2m^* A^2$ и (16) можно представить в виде

$$(k_n - k_t) \approx \pi^2 \hbar (t^2 - n^2) / 2A^2 (2m^* E_x)^{1/2}. \quad (17)$$

Так как разность $(t^2 - n^2)$ есть целое число при любых t и n , поперечное распределение $j_{x1}(x=0, z)$ на входе области 2 воспроизводится далее в синфазных сечениях $X_p = pX_1$ (p — целое число), т.е. $j_{x1}(x=0, z) \approx j_{x1}(x=X_p, z)$, где X_1 для произвольного несимметричного по оси z профиля структуры определяется выражением

$$X_1 = 8A^2 (2m^* E_x)^{1/2} (2\pi \hbar)^{-1}. \quad (18)$$

Для симметричной по оси z наноструктуры, когда собственные функции в прямоугольных КЯ в областях 1 и 2 можно классифицировать по четности, ситуация меняется. Если распространение частицы из КЯ₁ происходит по подзоне с нечетным m (четное решение), то в КЯ₂ отличны от нуля только коэффициенты $C_{n,t}$ при нечетных t и n , т.е. для четных решений. В этом случае, представив n и t в виде $n = (2q + 1)$ и $t = (2s + 1)$, где $q, s = 0, 1, 2, \dots$, получим: $E_t - E_n = 2\pi^2 \hbar^2 [s(s + 1) - q(q + 1)] / m^* A^2$. Так как одно из соседних чисел всегда четное, мы имеем для рассматриваемой ситуации

$$(k_n - k_t) \approx 4(2)^{1/2} \pi^2 \hbar [s(s + 1) / 2 - q(q + 1) / 2] / A^2 (m^* E_x)^{1/2}, \quad (19)$$

где выражение в квадратных скобках всегда целое число. В этом случае синфазные сечения в отличие от (18) следуют в 8 раз чаще:

$$X_1 = A^2 [2m^* (E_x)]^{1/2} (2\pi \hbar)^{-1} \text{ (нечетные } m). \quad (20)$$

Если же падение частицы из КЯ₁ происходит по уровню с четным m (нечетное решение), то в области 2 будут отличны от нуля только коэффициенты $C_{n,t}$ при четных t и n , т.е. для нечетных решений. В этом случае, представив n и t в виде $n = 2q$ и $t = 2s$, где $q, s = 1, 2, \dots$,

получим, что синфазные сечения следуют в 4 раза чаще по сравнению с (18):

$$X_1 = 2A^2 [2m^* (E_x)]^{1/2} (2\pi \hbar)^{-1} \text{ (четные } m). \quad (21)$$

Таким образом, в сделанных приближениях распределение незатухающей части плотности потока вероятности $j_{x1}(0, z)$ (или плотности квантовомеханического тока) на входе КЯ₂ будет воспроизводиться в синфазных сечениях в точках pX_1 . В пренебрежении затухающими членами j_{x2} (12) и j_{x3} (13) полная плотность потока $j_x \approx j_{x1}$, и начальное распределение $j(0, z)$ будет далее воспроизводиться в этих же сечениях.

Легко показать, что для симметричных структур волновая функция в КЯ₂ может быть представлена двумя идентичными профилями, центрированными в точках $z = A/4, (-A/4)$ и имеющими поперечную структуру, аналогичную структуре на входе широкой КЯ:

$$\phi^{(2)}(X_1/2, z) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\phi^{(2)}(0, z - A/4) + \phi^{(2)}(0, z + A/4)]. \quad (22)$$

Плотность потока вероятности в этом сечении $j_{x1}(X_1/2, z)$, вычисленная с использованием волновой функции (22), также представляет собой два идентичных пика плотности потока, центрированных в точках $z = A/4, (-A/4)$, но имеющих в 2 раза меньшую интенсивность каждый по сравнению с амплитудой плотности на входе широкой КЯ₂. Если отношение ширин КЯ A/a достаточно велико, то на расстоянии X_1/q от входа распределение $j_{x1}(0, z)$ расщепляется в широкой КЯ₂ на q идентичных профилей, максимальное число которых $q_{\max} < A/a$.

3. Результаты расчета и обсуждение

В этом разделе мы приводим результаты численного расчета эффектов пространственной неоднородности для $j_x(x, z)$ в 2D наноструктуре с конкретными параметрами. Мы рассмотрели задачу о рассеянии монохроматической электронной волны единичной амплитуды, распространяющейся по нижней квантово-размерной подзоне ($m = 1$) из узкой прямоугольной КЯ₁ ($a = 50 \text{ \AA}$) в широкую КЯ₂ ($A = 505 \text{ \AA}$), на ступенчатом переходе узкая КЯ₁ — широкая КЯ₂ в симметричной по оси z 2D наноструктуре с параметрами GaAs ($m^* = 0.067m_0$, m_0 — масса свободного электрона) при $F = 0$ и модификацию этих эффектов в электрическом поле.

Приведем вначале результаты расчета при $F = 0$. Расчет сделан в модели прямоугольных КЯ с бесконечно высокими потенциальными стенками. Энергия частицы, отсчитанная от дна зоны проводимости E_c в массивном полупроводнике, составляла 270 мэВ, что соответствовало кинетической энергии частицы в КЯ₁ для первой подзоны $E_{x1}^{(1)} = 45.5 \text{ мэВ}$ при $E_{y1}^{(1)} = 0$ (энергии доньев двух нижних подзон в КЯ₁: $E_1^{(1)} = 224.5 \text{ мэВ}$ и

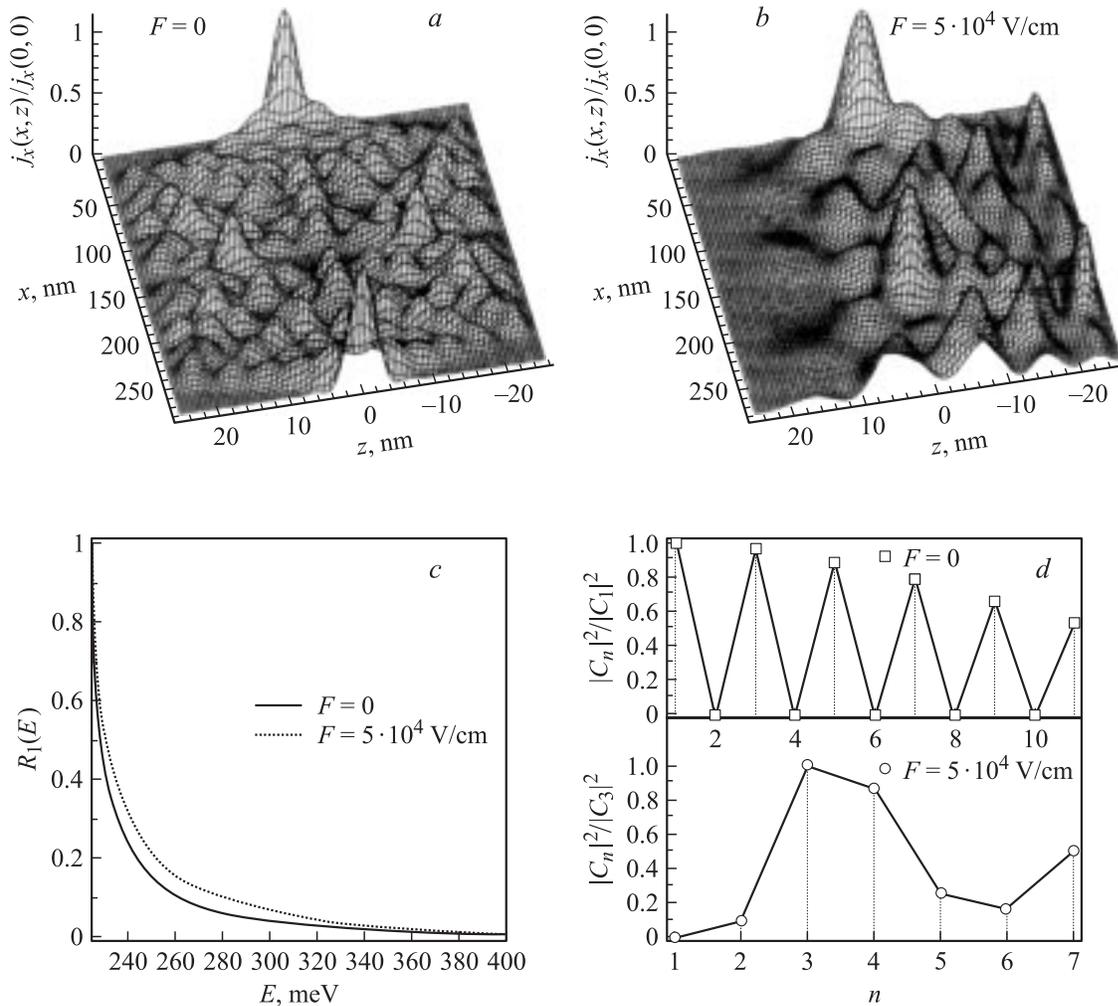


Рис. 2. Пространственное распределение нормированной плотности потока вероятности $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$ в широкой КЯ₂ для симметричной 2D наноструктуры с параметрами GaAs и $a = 50 \text{ \AA}$, $A = 505 \text{ \AA}$, демонстрирующее в приближении действительных и разложенных k_x эффект повторения в сечении при $x = X_1$ (a) и модификацию этого эффекта под действием постоянного поперечного электрического поля $F = 5 \cdot 10^4 \text{ В/см}$ (b). c — зависимости коэффициентов отражения $R_1(E)$ от энергии частицы, падающей и отражающейся по нижнему квантово-размерному уровню в КЯ₁ в интервале энергий $E_1^{(1)} < E < E_2^{(1)}$ при $F = 0$ (сплошная линия) и $F = 5 \cdot 10^4 \text{ В/см}$ (точечная); энергия отсчитывается от дна зоны проводимости E_c в массивном полупроводнике. d — зависимости отношений $|C_n|^2/|C_1|^2$ при $F = 0$ и $|C_n|^2/|C_3|^2$ при $F = 5 \cdot 10^4 \text{ В/см}$ от номера подзоны n в широкой КЯ₂; величины $|C_n|^2$ определяют степени заселенности подзон в КЯ₂.

$E_2^{(1)} = 898.0 \text{ мэВ}$). Так как движение по оси y в нашей задаче отделяется, то в КЯ₂ $E_{y,n}^{(2)} = 0$. Кинетическая энергия частицы в КЯ₂ для первой подзоны $E_{x1}^{(2)} = 267.8 \text{ мэВ}$ и уменьшается с ростом номера подзоны. Для структуры с такими параметрами в рамках рассмотренной модели в КЯ₁ существует только одна нижняя подзона с действительными квазиимпульсами, тогда как в КЯ₂ при выбранной энергии частицы незатухающее распространение электронных волн возможно по 11 подзонам с действительными k_{xn} . В результате решения системы уравнений (7), (8), включающей одну подзону с действительными k'_{xj} и 20 подзон с мнимыми квазиимпульсами в КЯ₁, а также 11 подзон с действительными и 10 подзон с мнимыми k_{xn} в КЯ₂, мы получили коэффициенты B_j

и C_n для симметричной 2D наноструктуры при $F = 0$. Ограничение таким числом уравнений в системе (7), (8) было связано с тем, что дальнейшее увеличение числа уравнений практически не влияло на величины коэффициентов.

Далее, в соответствии с (10) мы нашли пространственное распределение плотности потока вероятности $j_x(x, z)$ в КЯ₂ в приближении разложенных и действительных k_x (17). На рис. 2, a приведено пространственное распределение нормированной плотности потока вероятности $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$ в широкой КЯ₂ в плоскости $x-z$ для симметричной 2D наноструктуры, демонстрирующее в этих приближениях эффекты повторения в сечении при $x = X_1$ и мультипликации в сечении при $x = X_1/2$.

На рис. 2, *c* (сплошная кривая) приведена зависимость коэффициента отражения $R_1(E)$ от энергии частицы, падающей и отражающейся по нижнему квантово-размерному уровню в узкой КЯ₁ в интервале энергий $E_1^{(1)} < E < E_2^{(1)}$. Энергия на рис. 2, *c* отсчитывается от дна зоны проводимости E_c в массивном полупроводнике. Расчет показывает, что коэффициент отражения для симметричной структуры в интересующем нас диапазоне кинетической энергии частицы мал, $R_1(E) \leq 0.1$. Это позволяет в принципе, пренебрегая в уравнениях (7), (8) слагаемыми, содержащими коэффициенты отражения, получить все основные особенности координатной зависимости $j_x(x, z)$, существенно упростив вычисления.

Далее мы исследовали зависимости вероятностей $|C_n|^2$ обнаружения частицы в подзоне n в широкой КЯ₂ от номера подзоны для симметричной наноструктуры. В верхней части рис. 2, *d* приведены зависимости нормированной вероятности $|C_n|^2/|C_1|^2$ от номера подзоны. В симметричной структуре отличные от нуля $|C_n|^2$ монотонно уменьшаются с ростом номера подзоны, что обусловлено уменьшением при увеличении n отличных от нуля интегралов перекрытия между зависящей от z поперечной волновой функцией частицы в нижней подзоне КЯ₁ и собственными функциями подзон в КЯ₂. Напомним, что в симметричной структуре при рассматриваемом нами падении волны по первой подзоне из КЯ₁ (четная поперечная волновая функция) коэффициенты C_n для подзон с другой четностью в КЯ₂ равны нулю.

Мы построили также двумерные топограммы зависимостей $j_x(x, z)/j_x(0, 0) = \text{const}$ в плоскости $x-z$ для ряда сечений в интервале (0–1) для симметричной по оси z 2D наноструктуры при $F = 0$. На рис. 3, *a* приведена топограмма, рассчитанная в приближении разложенных и действительных k_x для такой наноструктуры, демонстрирующая эффекты повторения и мультипликации электронных волн для различных сечений.

Изложим далее результаты исследования влияния постоянного поперечного электрического поля в области КЯ₂ на эффекты повторения и мультипликации в рассматриваемой наноструктуре. На рис. 1, *b* приведен вид такой структуры в присутствии электрического поля, а на рис. 1, *d* — ее энергетическая диаграмма. При выбранной кинетической энергии частицы в КЯ₁ для первой подзоны $E_{x1}^{(1)} = 45.5$ мэВ при $E_{y1}^{(1)} = 0$, кинетическая энергия частицы в КЯ₂ для первой подзоны $E_{x1}^{(2)} = 213.4$ мэВ при $F = 5 \cdot 10^4$ В/см — напряженности электрического поля, для которой проведен численный расчет, и уменьшается далее с увеличением номера подзоны. Для структуры с такими параметрами и выбранной энергии частицы в рамках рассмотренной модели мы при численном расчете учитывали в КЯ₁ только одну нижнюю подзону с действительными квазиимпульсами k'_{xj} и 20 подзон с мнимыми квазиимпульсами, а также 7 подзон с действительными и 14 подзон с мнимыми k_{xn} в КЯ₂. В результате решения системы уравнений (7), (8) мы получили коэффициенты B_j и C_n для 2D на-

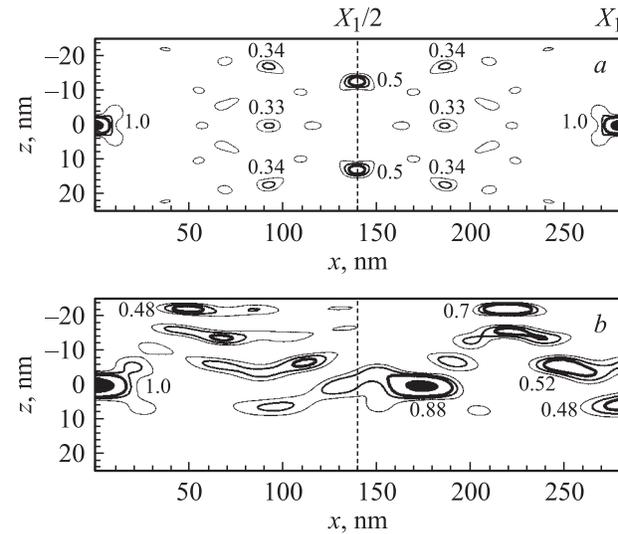


Рис. 3. Топограммы пространственного распределения в плоскости $(x-z)$ нормированной плотности потока вероятности $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$ в широкой КЯ₂ при $F = 0$ (*a*) и $F = 5 \cdot 10^4$ В/см (*b*). Числа — амплитуды пиков в относительных единицах, расчет в приближении действительных и разложенных k_x . Черные области — сечения пиков на высоте 0.7, убывающие по толщине линии — сечения на высотах 0.4, 0.3 и 0.2 соответственно.

ноструктуры при $F \neq 0$. Дальнейшее увеличение числа уравнений при решении системы (7), (8) практически не влияло на величины коэффициентов.

Мы провели также учет влияния электрического поля на зависимость коэффициента отражения $R_1(E, F)$ от энергии частицы, падающей и отражающейся по нижнему квантово-размерному уровню в узкой КЯ₁ в интервале энергий $E_1^{(1)} < E < E_2^{(1)}$. Расчет показывает (рис. 2, *c*, точечная кривая), что электрическое поле $F = 5 \cdot 10^4$ В/см лишь незначительно увеличивает коэффициент отражения по сравнению с ситуацией $F = 0$, так что в интересующем нас диапазоне кинетических энергий частицы он остается малым, $R_1(E, F) \leq 0.1$. Таким образом, малые значения $R_1(E, F)$, так же как и при $F = 0$, позволяют в принципе (если необходимо) получить все основные особенности координатной зависимости $j_x(x, z)$, пренебрегая в уравнениях (7), (8) слагаемыми, содержащими $R_1(E, F)$.

На рис. 2, *b* приведены результаты расчета модификации в электрическом поле эффектов повторения и мультипликации нормированной плотности потока вероятности $j_x(x, z)/j_x(0, 0)$ в широкой КЯ₂ в плоскости $x-z$ при $F = 5 \cdot 10^4$ В/см в приближении разложенных и действительных k_x (17). На рис. 3, *b* для этой же напряженности электрического поля приведены двумерные топограммы зависимостей $j_x(x, z)/j_x(0, 0) = \text{const}$ в плоскости $x-z$ для ряда сечений в интервале (0–1), рассчитанные в этих же приближениях. Расчет показывает, что изменение формы широкой КЯ₂ в электрическом поле, сопровождающееся уменьшением ее

эффективной ширины и появлением асимметрии вдоль оси z , приводит к кардинальному изменению картины пространственного распределения $j_x(x, z)$. В частности, пики повторения смещаются в плоскости $x-z$, расщепляются, меняется их амплитуда, модифицируется картина мультипликации.

Мы исследовали также влияние электрического поля на зависимости вероятностей $|C_n|^2$ обнаружения частицы в подзоне n в широкой КЯ₂ от номера подзоны. В нижней части рис. 2, d приведены зависимости нормированной вероятности $|C_n|^2/|C_3|^2$ от номера подзоны. Расчет показывает, что поле приводит к инверсной и немоноотонной зависимости вероятности $|C_n|^2$ обнаружения частицы в подзоне n в широкой КЯ₂ от номера подзоны. Этот эффект обусловлен резким уменьшением интегралов перекрытий между зависящей от z волновой функцией частицы, распространяющейся по нижней подзоне из узкой КЯ₁, и собственными функциями низших подзон в широкой КЯ₂, модифицированной электрическим полем. Так, например, при $F = 5 \cdot 10^4$ В/см отношение $|C_3|^2/|C_1|^2 \approx 1500$. В симметричной структуре без поля ситуация обратная — наблюдается монотонное падение отличных от нуля коэффициентов $|C_n|^2$ с ростом n .

Очевидно, что рассмотренные эффекты пространственной неоднородности $j_x(x, z)$, возникающие при интерференции электронных волн в широкой КЯ₂, родственны хорошо известному классическому эффекту — интерференции электронной волны на двух (или нескольких) разнесенных в координатном пространстве щелях [27]. Недавно такие эффекты электронной интерференции были экспериментально исследованы в твердотельном аналоге системы с двумя щелями — двухплечевом (double-path) интерферометре, реализованном в системе с двумерным электронным газом высокой подвижности [28]. В рассмотренных нами структурах роль этих щелей играют разнесенные в энергетическом пространстве квантово-размерные подзоны в широкой КЯ₂. При этом фактически в любом сечении, перпендикулярном оси x , формируется неоднородное по оси z поперечное распределение $j_x(x, z)$, обусловленное интерференцией, однако только для некоторых сечений эти распределения имеют ярко выраженные минимумы и максимумы.

Разумеется, исходное распределение плотности потока вероятности (или плотности тока) не может быть совершенно точно воспроизведено в синфазных сечениях. Основные причины этого — конечное число членов в сумме (10), ограниченное требованием действительности $k_{n,t}$, а также неточность условия синфазности, определяемая отбрасываемыми членами высших порядков при разложении квазиимпульсов (16). Анализ показывает также, что модификация пространственного распределения $j_x(x, z)$ за счет вклада в сумму (10) экспоненциально затухающих с ростом координаты x слагаемых j_{x2} (12) и j_{x3} (13) с мнимыми $k_{n,t}$ существует в широкой КЯ₂ только на расстоянии нескольких десятков ангстрем от входа в нее. Это обусловлено

малыми длинами затухания l_n для таких подзон. Так, в рассмотренной нами структуре при энергии частицы $E = 270$ мэВ длина затухания при $F = 0$ в КЯ₂ $l_n = |k_n|^{-1} = 34.82$ Å для первой подзоны с мнимыми k_n ($n = 12$), затем l_n уменьшается до 9 Å при $n = 21$ — последней включенной в расчет подзоны в широкой КЯ₂. При $F = 5 \cdot 10^4$ В/см длина затухания для первой подзоны с мнимыми k_n ($n = 8$) в КЯ₂ равна 92.6 Å, уменьшаясь до 82.9 Å при $n = 21$. Разумеется, для более высоких подзон l_n еще меньше. Таким образом, выполнение неравенства $l_n \ll X_1$ позволяет пренебречь при расчете $j_x(x, z)$ членами $j_{x2}(x, z)$, $j_{x3}(x, z)$ и получить практически незатухающее с дальнейшим ростом координаты x пространственное распределение $j_x(x, z) \approx j_{x1}(x, z)$.

Как известно, для формирования интерференционной картины и ее возможного экспериментального наблюдения необходим режим баллистического транспорта электронов в наноструктуре. Процессы неупругого рассеяния на фононах и электрон-электронное рассеяние нарушают фазовую когерентность. Обычно время неупругого рассеяния составляет ~ 40 пс при $T \sim 1$ К. При этом средняя скорость электронов $\sim 2.5 \cdot 10^7$ см/с и длина свободного пробега для неупругого рассеяния ~ 10 мкм [29]. Однако для горячих электронов, которыми в нашем случае являются инжектированные в широкую КЯ₂ частицы, ситуация более жесткая. Тем не менее, оценки показывают, что и в рассматриваемом случае возможно сохранение интерференционной картины, по крайней мере, на расстоянии нескольких повторений. Для симметричной наноструктуры при $F = 0$ и выбранной нами кинетической энергии частицы в КЯ₂ ~ 260 мэВ, ее скорость $\sim 1.2 \cdot 10^8$ см/с. В этом случае время пролета частицы до точки, в которой происходит первое разбиение исходного пика на два ($X_1/2 = 1400$ Å), составляет $\tau \approx 1.17 \cdot 10^{-13}$ с, а до первого повторения ($X_1 \approx 2800$ Å) в 2 раза больше (рис. 3, a). Эти величины почти на порядок меньше характерных времен релаксации электронов по энергии τ_e из-за рассеяния на продольных оптических (LO) фононах в GaAs, где $\tau_e \sim 10^{-12}$ с. Как известно, именно этот механизм релаксации ограничивает в основном фазовую когерентность горячих электронов, разрушая интерференционную картину. Для поля $F = 5 \cdot 10^4$ В/см, как видно из рис. 3, b , ситуация еще более благоприятная из-за уменьшения (почти в 2 раза) расстояний от входа в широкую КЯ₂ до модифицированных полем первых основных пиков на интерференционной картине. Разумеется, при меньшей ширине КЯ₂ и, как следует из (20), соответственном уменьшении X_1 время пролета τ становится еще меньше.

Отметим, что реальный пучок частиц, инжектированный в широкую КЯ₂, не является строго моноэнергетическим. Если разброс энергий частиц в пучке около значения E_{x0} равен $\pm \Delta E_{x0}$, то это, как следует из (18), приводит в первом приближении к уширению по оси x пиков точного повторения в точках X_p исходного распределения $j_x(0, z)$ на величину $\pm \Delta X_p = \pm X_p(\Delta E_{x0}/2E_{x0})$.

Так, например, если энергетическая ширина инжектированного пучка электронов составляет 10 мэВ, то это приводит в рассмотренной нами структуре к уширению первого пика повторения при $x = X_1$ на 22 Å. В настоящее время существуют способы инъекции квазиодноэнергетических пучков электронов в 2D наноструктурах. Так, например, в [30] исследовался баллистический электронный транспорт по минизонам в сверхрешетке на основе системы GaAlAs–GaAs путем инъекции в сверхрешетку квазиодноэнергетического пучка горячих электронов.

В настоящей работе предполагалось, что скачок потенциала U_0 на ступенчатом переходе узкая КЯ₁–широкая КЯ₂ равен разности энергетических положений доньев нижних подзон в этих ямах: $U_0 = E_1^{(1)} - E_1^{(2)}$. Очевидно, что, комбинируя процентное содержание Al в квантовых ямах в областях 1 и 2, можно формировать дополнительный встроенный скачок потенциала на переходе. Следует также отметить, что, меняя параметры структуры (эффективную ширину КЯ, отношение ширин узкой и широкой КЯ, их потенциальные профили, энергию частицы, степень асимметрии структуры, материал), можно в широких пределах менять картину пространственного распределения $j_x(x, z)$.

Авторы благодарны В.Л. Братману и В.А. Сабликову за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, грант № 01-02-17450.

Список литературы

- [1] Y. Imry. *Introduction to Mesoscopic Physics* (Oxford Univ. Press, 1997).
- [2] D.K. Ferry and S.M. Goodnick. *Transport in Nanostructures* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1997).
- [3] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge Univ. Press, 1995).
- [4] George Kircenow. *Phys. Rev. B*, **39**, 10452 (1989).
- [5] George Kircenow. *Sol. St. Commun.*, **68**, 715 (1988).
- [6] E. Tekman, S. Ciraci. *Phys. Rev. B*, **43**, 7145 (1991).
- [7] Fernando Sols, M. Macucci, U. Ravaioli, K. Hess. *J. Appl. Phys.*, **66**, 3892 (1989).
- [8] Hiroyuki Tachibana, Hiroo Totsuji. *J. Appl. Phys.*, **79**, 7021 (1996).
- [9] Hua Wu, D.W.L. Sprung, J. Martorell. *J. Appl. Phys.*, **72**, 151 (1992).
- [10] A. Namirani, M.R.H. Khajepour, Yu.A. Kolesnichenko, S.N. Shevchenko. *Physica E*, **10**, 549 (2001).
- [11] O. Olendski, L. Mikhailovska. *Phys. Rev. B*, **66**, 035331 (2002).
- [12] P.F. Bagwell. *Phys. Rev. B*, **41**, 10354 (1990).
- [13] Y. Takagaki, D.K. Ferry. *Phys. Rev. B*, **44**, 8399 (1991).
- [14] Toshihiro Itoh, Nobuyuki Sano, Akira Yoshii. *Phys. Rev. B*, **45**, 14131 (1992).
- [15] P. Singha Deo, B.C. Gupta, A.M. Jayannavar, F.M. Peeters. *Phys. Rev. B*, **58**, 10784 (1998).
- [16] K. Nicolic, R. Sordan. *Phys. Rev. B*, **58**, 9631 (1998).

- [17] G.J. Jin, Z.D. Wang, A. Hu, S.S. Jiang. *J. Appl. Phys.*, **85**, 1597 (1999).
- [18] В.А. Петров, И.М. Сандлер. *Микроэлектроника*, **23**, 3 (1994).
- [19] K.F. Berggren, Z. Ji. *Phys. Rev. B*, **43**, 4760 (1991).
- [20] K.F. Berggren, Z. Ji. *Phys. Rev. B*, **45**, 6650 (1992).
- [21] Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. *Квантовая механика (Нерелятивистская теория)* (М., Наука, 1989).
- [22] R. Landauer. *Z. Phys. B*, **68**, 217 (1978).
- [23] Л.А. Ривлин. *Квант. электрон.*, **6**, 1087 (1979).
- [24] V.A. Petrov, V.L. Bratman. *Phys. Status Solidi B*, **221**, 459 (2000).
- [25] V.A. Petrov, A.V. Nikitin. *Proc. SPIE, Micro- and Nanoelectronics 2003*, ed. by K.A. Valiev, A.A. Orlicovsky (SPIE, Bellingham, WA, 2004) v. 5401, p. 377.
- [26] В.А. Петров, А.В. Никитин. *ФТП*, **39**, 436 (2005).
- [27] Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. *Фейнмановские лекции по физике* (М., Мир, 1978) т. 8–9.
- [28] E. Buks, R. Schuster, M. Heiblum, D. Mahalu, V. Umansky. *Nature (London)*, **391**, 871 (1998).
- [29] S. Datta. *Superlatt. Microstruct.*, **6**, 83 (1989).
- [30] C. Rauch, G. Strasser, K. Unterrainer, W. Boxleitner, K. Kempa, E. Gornik. *Physica E*, **2**, 282 (1998).

Редактор Л.В. Шаронова

Controlled interference effects of spatial reproduction and multiplication for electron waves in semiconductor 2D nanostructures

V.A. Petrov, A.V. Nikitin

Institute of Radio Engineering and Electronics,
Russian Academy of Sciences,
101999 Moscow, Russia

Abstract Effects of spatial reproduction and multiplication for the probability current density $j_x(x, z)$ (or a quantum-mechanical current density $e j_x(x, z)$, e is the electron charge) in the symmetric semiconductor 2D nanostructures in the form of joints in the direction of propagation of the electron wave (the x -axis) of narrow and wide (on the z -axis) rectangular quantum wells (QWs) (z -axis is the axis of the quantization) and the possibility to control these effects by the transverse (along z -axis) constant electric field strength F in the wide QW have been theoretically studied. It is shown that transverse distribution $j_x(0, z)$ existing at the entry of the wide QW is reproduced with some accuracy at a definite distance X_1 from the joint and splits in symmetric (along the z -axis) 2D nanostructures into q identical profiles of the intensity q times lower at the distance X_1/q . This picture is reproduced periodically in cross-sections $X_p = pX_1$ (q and p being integers). The possibility to control these effects by the transverse constant electric field being created by gates in the wide QW was studied theoretically. Decrease of the effective width of the wide QW and the disappear of its symmetry in the electric field result to the cardinal change of spatial distribution of the $j_x(x, z)$ and the possibility of the inverse population of quantum subbands in the wide QW.