

01

Интегральные сечения квазиупругого рассеяния нейтрино на нуклонах

© А.В. Багуля, В.М. Гришин, В.А. Рябов

Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН, Москва, Россия
E-mail: bagulyaav@lebedev.ru

Поступило в Редакцию 30 мая 2025 г.

В окончательной редакции 15 июля 2025 г.

Принято к публикации 15 июля 2025 г.

В рамках программного пакета Geant4 выполнено моделирование сечения квазиупругого рассеяния нейтрино и антинейтрино на нуклонах. Полученные результаты моделирования сравниваются с экспериментальными данными. Обсуждаются параметры форм-факторов нуклонов, используемых в формализме квазиупругого рассеяния нейтрино на нуклонах.

Ключевые слова: нейтрино, антинейтрино, квазиупругое рассеяние, сечение, моделирование, Geant4.

DOI: 10.61011/PJTF.2025.20.61398.20393

Работающие и планируемые нейтринные эксперименты для исследования физики за рамками Стандартной модели требуют включения моделирования взаимодействия нейтрино с электронами и ядрами. Изучение квазиупругих реакций и их парциальных вкладов в полное нейтрино-ядерное сечение имеет большое значение для точного определения параметров нейтринных осцилляций в исследованиях с пучками мюонных нейтрино с энергиями в диапазоне нескольких GeV как в экспериментах на большой пролетной базе (long-baseline) MINOS/MINOS+ [1], NOvA [2], T2K [3], так и в короткобазовых экспериментах (short-baseline) MiniBooNE [4]. Это также важно и для нейтринных экспериментов следующего поколения DUNE [5], Hyper-Kamiokande [6], потенциал которых определяет горизонты поиска новой физики в нейтринном секторе Стандартной модели [7].

В настоящее время доступно несколько программных пакетов, описывающих генерацию квазиупругих нейтринных взаимодействий, например Fluka, GENIE, NEUT или GiBUU (см. обзор [8] и приведенные в нем ссылки). Но они позволяют моделировать взаимодействия нейтрино с веществом без моделирования процессов генерации нейтрино. У программного пакета Geant4 такая возможность имеется.

Пакет Geant4 [9] предназначен для моделирования прохождения проникающего излучения через материалы, организованные в сложные геометрические конструкции. Geant4 используется в таких областях, как физика высоких энергий, ядерная физика, ускорительная техника, а также в медицине и космических исследованиях. Исторически программный пакет Geant4 предназначался для моделирования электромагнитных и сильных взаимодействий, тогда как слабые взаимодействия ограничивались описанием слабых распадов (мюонов, пионов, каонов и т. д.) и слабым захватом электронов ядерными протонами (процесс нейтронизации

ядер). Возникающие в этих процессах нейтрино далее распространялись без взаимодействия.

Преимуществом включения нейтринных взаимодействий в программный пакет Geant4 является возможность проводить не фрагментарное, а полномасштабное моделирование распространения нейтрино от точки генерации до точки взаимодействия. Недавно появились первые примеры рассмотрения нейтринных взаимодействий в рамках пакета Geant4 [10,11].

В настоящей работе рассмотрены сечения квазиупругих взаимодействий нейтрино с нуклонами с использованием более точных, чем в работе [11], параметризаций для электрического и магнитного форм-факторов нуклонов. Приведено сравнение рассчитанных сечений с экспериментальными данными.

При расчете сечений квазиупругих взаимодействий нейтрино с нуклонами рассматриваются следующие реакции, $l = (e, \mu, \tau)$:

$$\nu_l + n \rightarrow l^- + p, \quad (1)$$

$$\bar{\nu}_l + p \rightarrow l^+ + n. \quad (2)$$

Описание сечения квазиупругих взаимодействий нейтрино с нуклонами отвечает формализму, развитому в работе [12]. Он используется во многих программных пакетах, в частности в пакете Fluka [13]. Дифференциальное сечение $d\sigma_{qe}/dQ^2$ для реакций (1) и (2) записывается следующим выражением ($\hbar = c = 1$) [12,14]:

$$\frac{d\sigma_{qe}}{dQ^2} = \frac{G_F^2 M^2 \cos^2 \theta_c}{8\pi E_\nu^2} \times \left[A(Q^2) \pm B(Q^2) \frac{s-u}{M^2} + C(Q^2) \frac{(s-u)^2}{M^4} \right], \quad (3)$$

где верхние знаки отвечают реакции (1), а нижние — (2). Квадрат 4-вектора передачи энергии-импульса $q^2 = -Q^2$, G_F — константа Ферми слабого

взаимодействия, M — масса нуклона, E_ν — энергия нейтрино, s и u — инвариантные переменные Мандельштама, а θ_c — угол Кабиббо ($\cos \theta_c = 0.97427$) [15]. Члены в квадратных скобках равны:

$$A(Q^2) = (m_l^2 + Q^2)/M^2 \{ (1 + \xi)G_A^2 - (1 - \xi)f_1^2 + \xi(1 - \xi)f_2^2 + 4\xi f_1 f_2 - [(f_1 + f_2)^2 + (G_A + 2G_P)^2 - 4(1 + \xi)G_P^2]m_l^2/M^2 \}, \quad (4)$$

$$B(Q^2) = G_A(f_1 + f_2)Q^2/M^2, \quad (5)$$

$$C(Q^2) = (G_A^2 + f_1^2 + \xi f_2^2)/4. \quad (6)$$

Здесь $\xi = Q^2/4M^2$, m_l — масса заряженного лептона. Выражения для нуклонных форм-факторов $f_1(Q^2)$, $f_2(Q^2)$, $G_A(Q^2)$ и $G_P(Q^2)$ обсуждаются далее. Упругое сечение для нейтральных токов формируется аналогичным образом с другим набором параметров форм-факторов [16].

Интегральное сечение квазиупругого рассеяния нейтрино на нуклонах равно

$$\sigma_{qe} = \int_{Q_{\min}^2}^{Q_{\max}^2} \frac{d\sigma_{qe}}{dQ^2} dQ^2. \quad (7)$$

Пределы интегрирования определяются кинематикой рассеяния [17]:

$$sQ_{\max/\min}^2 = 2E_\nu^2 M^2 - M^2 m_l^2 \pm E_\nu^2 M m_l^2 \pm E_\nu^2 M \sqrt{(s - m_l^2)^2 - 2(s + m_l^2)M^2 + M^4}, \quad (8)$$

где квадрат суммарной энергии нейтрино и нуклона в системе центра масс $s = M^2 + 2E_\nu M$.

Моделирование в программном пакете Geant4 было реализовано следующим образом. Предварительно вычисленные интегральные сечения, отвечающие указанному выше формализму, были реализованы в рамках пакета Geant4 в следующих классах языка программирования C++:

G4ElNeutrinoNucleusTotXsc,

G4MuNeutrinoNucleusTotXsc,

G4TauNeutrinoNucleusTotXsc.

Эти классы являются дочерними для базового класса адронных интегральных сечений *G4VCrossSectionDataSet*. Поскольку для нейтринных взаимодействий характерны очень малые сечения, в программном пакете Geant4 реализован специальный пользовательский интерфейс в классе *G4EmMessenger*. Этот интерфейс определяет масштабирование нейтринных сечений к величинам, позволяющим провести эффективное моделирование нейтринных взаимодействий. Рассмотрим пример набора

команд этого интерфейса

```
/physics_lists/factory/addNeutrino
/physics_lists/em/NeETotXscActivation true
/physics_lists/em/NuNucleusBias 1.0e12
/physics_lists/em/NuDetectorName det
...
/run/initialize
```

Первая команда активирует нейтринные взаимодействия, образуя объекты классов *G4(El, Mu, Tau) NeutrinoNucleusProcess* и привязывает их второй командой к соответствующим интегральным сечениям в конструкторе *G4EmExtraPhysics*. Этот конструктор по умолчанию используется в большинстве „физических листов“ (наборов процессов и частиц) программного пакета Geant4. Третья команда вводит множитель масштабирования нейтринных сечений, в данном случае это $1 \cdot 10^{12}$, внутри области *G4Region* (область регистрации), заданной в геометрии установки именем *det* (последняя команда). Величина этого множителя выбирается так, чтобы обеспечить вероятность наблюдения нейтринного события в области регистрации детектора с именем *det* на уровне ≤ 0.1 . В этом случае

$$1 - \exp(-\sigma_{bias} n_{at} L) \sim \sigma_{bias} n_{at} L, \quad (9)$$

где n_{at} и L — атомная плотность материала детектора и его длина вдоль нейтринного пучка соответственно. Тогда пространственное распределение нейтринных событий в детекторе приблизительно однородно, что отвечает экспериментальным условиям. В остальной части геометрии установки множитель смещения нейтринных сечений по умолчанию равен единице. Такая схема обеспечивает в рамках программного пакета Geant4 моделирование распространения нейтрино вдоль траектории от точки рождения до области регистрации нейтринного детектора. Она доступна пользователям начиная с версии 11.1.

На рис. 1 показана зависимость отношения квазиупругого сечения рассеяния мюонного нейтрино на нейтроне к энергии нейтрино (заряженный ток) от энергии нейтрино. Сплошная кривая — результат расчета по формуле (7), пунктирная — результат из работы [11], кружки — компиляция экспериментальных данных из работ [16,18]. Аналогичная зависимость для квазиупругого рассеяния мюонного антинейтрино на протоне показана на рис. 2.

Приведенная в соотношениях (3)–(6) схема вычисления сечений квазиупругого рассеяния нейтрино на нуклонах определяется параметризацией нуклонных форм-факторов. Форм-факторы $f_1 = F_1^p - F_1^n$ и $f_2 = F_2^p - F_2^n$ выражаются через форм-факторы Паули–Дирака F_1 и F_2 для протонов (верхний индекс p) и нейтронов (верхний индекс n). В свою очередь форм-факторы Паули–Дирака

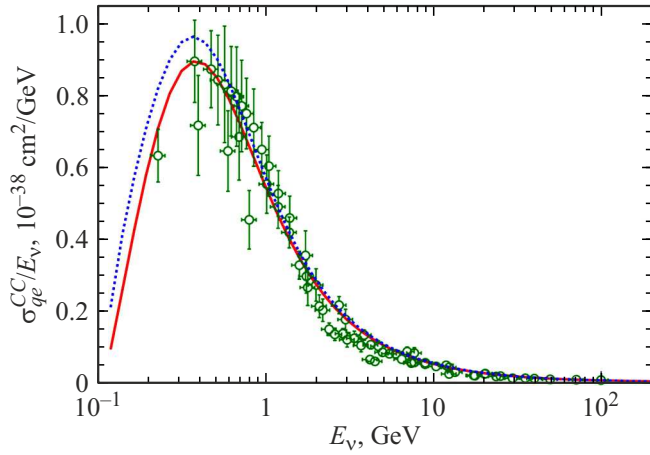


Рис. 1. Сечение квазиупругого рассеяния мюонного нейтрино на нейтроне. Сплошная кривая — расчет по формуле (7), пунктирная — результат из работы [11]. Кружки — компиляция экспериментальных данных [16,18].

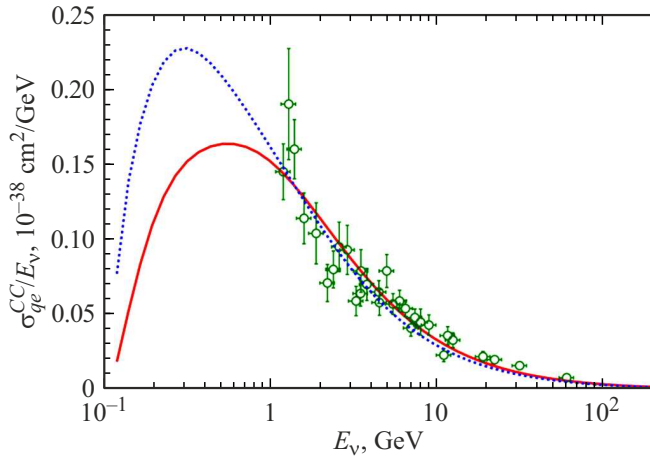


Рис. 2. Сечение квазиупругого рассеяния мюонного антинейтрино на протоне. Сплошная кривая — расчет по формуле (7), пунктирная — результат из работы [11]. Кружки — компиляция экспериментальных данных [16,18].

выражаются через электрический и магнитный форм-факторы нуклонов G_E^N и G_M^N ($N = p, n$):

$$F_1^N(Q^2) = (G_E^N + \xi G_M^N)/(1 + \xi), \quad (10)$$

$$F_2^N(Q^2) = (G_M^N - G_E^N)/(1 + \xi). \quad (11)$$

В работе [11] использовалась упрощенная дипольная форма этих форм-факторов:

$$G_E^p(Q^2) = G_M^p(Q^2)/\mu_p = G_M^n(Q^2)/\mu_n = G_D(Q^2), \quad (12)$$

$$G_D(Q^2) = 1/(1 + Q^2/M_V^2)^2, \quad (13)$$

где μ_p и μ_n — магнитные моменты протона и нейтрона соответственно, а $M_V = 0.843$ GeV [14]. В настоящей

работе электрический и магнитный форм-факторы нуклонов параметризованы в форме

$$G_{E,M}^N = \frac{1 + \sum_{k=1}^{n_1} a_k \xi^k}{1 + \sum_{k=1}^{n_2} b_k \xi^k}, \quad \xi = \frac{Q^2}{4M}, \quad (14)$$

где $n_1 \sim n_2 \leq 4$, а коэффициенты a_k и b_k фитируются экспериментальными данными в работе [19]. Для аксиального и псевдоскалярного форм-факторов используется дипольное представление

$$G_A(Q^2) = -\frac{g_A}{(1 + Q^2/M_A^2)^2}, \quad (15)$$

$$G_P(Q^2) = \frac{2M^2}{m_\pi^2 + Q^2} G_A(Q^2), \quad (16)$$

где m_π — масса пиона, $M_A = 1.0282$ GeV (отличается всего на 0.2% от величины 1.026 ± 0.021 GeV, рекомендованной в работе [20]), $g_A = -1.267$ (знаки для $B(Q^2)$, G_A и g_A выбираются так, чтобы обеспечить $\sigma_{qe}^{vn} > \sigma_{qe}^{vp}$).

Использование эмпирической параметризации электрических и магнитных форм-факторов нуклонов позволяет немного улучшить точность статистического описания экспериментальных данных для интегральных сечений квазиупругого рассеяния нейтрино на нуклонах. Для нейтрино на нейтроне приведенное (деленное на число степеней свободы) значение $\chi^2 = 1.5$, тогда как в работе [11] эта величина равна 1.8. Для квазиупругого рассеяния антинейтрино на протоне получаются соответственно значения 2.7 и 3.1.

Отметим в качестве заключения, что улучшенная, но не свободная от эмпирических поправок схема вычисления сечений квазиупругого рассеяния нейтрино на нуклонах, предложенная для программного пакета Geant4, обеспечивает удовлетворительное описание экспериментальных данных. Для дальнейшего улучшения точности описания экспериментов требуется больше данных при низких энергиях порядка 0.1–1 GeV, где кривые на рис. 1 и 2 проходят через широкий максимум, причем разница предсказаний различных параметризаций в максимуме заметнее. Особенно это касается случая квазиупругого рассеяния мюонного антинейтрино на протоне.

Благодарности

Авторы благодарны С. Бертоллучи за конструктивные и стимулирующие обсуждения некоторых вопросов, затронутых в настоящей работе.

Замечания рецензентов способствовали улучшению текста статьи.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] P. Adamson, I. Anghel, A. Aurisano, G. Barr, A. Blake, S.V. Cao, T.J. Carroll, C.M. Castromonte, R. Chen, S. Childress, J.A.B. Coelho, S. De Rijck, J.J. Evans, G.J. Feldman, W. Flanagan et al. (MINOS+ Collaboration), *Phys. Rev. Lett.*, **125**, 131802 (2020). DOI: 10.1103/PhysRevLett.125.131802
- [2] M.A. Acero, P. Adamson, L. Aliaga, N. Anfimov, A. Antoshkin, E. Arrieta-Diaz, L. Asquith, A. Aurisano, A. Back, C. Backhouse, M. Baird, N. Balashov, P. Baldi, B.A. Bambah, S. Bashar et al. (NOvA Collaboration), *Phys. Rev. D*, **106**, 032004 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevD.106.032004
- [3] K. Abe, N. Akhlaq, R. Akutsu, A. Ali, S. Alonso Monsalve, C. Alt, C. Andreopoulos, M. Antonova, S. Aoki, T. Arihara, Y. Asada, Y. Ashida, E.T. Atkin, M. Barbi, G.J. Barker et al. (T2K Collaboration), *Phys. Rev. D*, **108**, 072011 (2023). DOI: 10.1103/PhysRevD.108.072011
- [4] A.A. Aguilar-Arevalo, B.C. Brown, L. Bugel, G. Cheng, J.M. Conrad, R.L. Cooper, R. Dharmapalan, A. Diaz, Z. Djurcic, D.A. Finley, R. Ford, F.G. Garcia, G.T. Garvey, J. Grange, E.-C. Huang et al. (MiniBooNE Collaboration), *Phys. Rev. Lett.*, **121**, 221801 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevLett.121.221801
- [5] A. Abed Abud, B. Abi, R. Acciarri, M.A. Acero, M.R. Adames, G. Adamov, D. Adams, M. Adinolfi, A. Aduszkiewicz, M.A. Acero, M.R. Adames, G. Adamov, D. Adams, M. Adinolfi, A. Aduszkiewicz et al. (DUNE Collaboration), *Phys. Rev. D*, **105**, 072006 (2022). DOI: 10.1103/PhysRevD.105.072006
- [6] K. Abe, Ke. Abe, S.H. Ahn, H. Aihara, A. Aimi, R. Akutsu, C. Andreopoulos, I. Anghel, L.H.V. Anthony, M. Antonova, Y. Ashida, V. Aushev, M. Barbi, G.J. Barker, G. Barr et al. (Hyper-Kamiokande Proto-Collaboration), *Prog. Theor. Exp. Phys.*, **2018**, 063C01 (2018). DOI: 10.1093/ptep/pty044
- [7] P. Ballett, S.F. King, S. Pascoli, N.W. Prouse, T. Wang, *Phys. Rev. D*, **96**, 033003 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevD.96.033003
- [8] Y. Hayato, *AIP Conf. Proc.*, **1663**, 030004 (2015). DOI: 10.1063/1.4919468
- [9] S. Agostinelli, J. Allison, K. Amako, J. Apostolakis, H. Araujo, P. Arce, M. Asai, D. Axen, S. Banerjee, G. Barrand, F. Behner, L. Bellagamba, J. Boudreau, L. Broglia, A. Brunengo et al. (Geant4 Collaboration), *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A*, **506**, 250 (2003). DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8
- [10] V. Grichine, *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A*, **942**, 162403 (2019). DOI: 10.1016/j.nima.2019.162403
- [11] V. Grichine, *Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A*, **1053**, 168394 (2023). DOI: 10.1016/j.nima.2023.168394
- [12] C.H. Llewellyn Smith, *Phys. Rep.*, **3**, 261 (1972). DOI: 10.1016/0370-1573(72)90010-5
- [13] G. Battistoni, A. Ferrari, M. Lantz, P.R. Sala, G. Smirnov, in *12th Int. Conf. on nuclear reaction mechanisms* (Varenna, Italy, 2009), p. 387–394. <https://cds.cern.ch/record/1238285?ln=en>
- [14] T. Katori, *A measurement of the muon neutrino charged current quasi-elastic interaction and a test of Lorentz violation with the MiniBooNE experiment*, PhD thesis (Indiana University, 2008).
- [15] N. Cabibbo, *Phys. Rev. Lett.*, **10**, 531 (1963). DOI: 10.1103/PhysRevLett.10.531
- [16] J.A. Formaggio, G.P. Zeller, *Rev. Mod. Phys.*, **84**, 1307 (2012). DOI: 10.1103/RevModPhys.84.1307
- [17] E. Bycling, K. Kajantie, *Particle kinematics* (John Wiley and Sons, 1973).
- [18] R.L. Workman, V.D. Burkert, V. Crede, E. Klempt, U. Thoma, L. Tiator, K. Agashe, G. Aielli, B.C. Allanach, C. Amsler, M. Antonelli, E.C. Aschenauer, D.M. Asner, H. Baer, S. Banerjee et al. (Particle Data Group), *Prog. Theor. Exp. Phys.*, **2022**, 083C01 (2022). DOI: 10.1093/ptep/ptac097
- [19] J.J. Kelly, *Phys. Rev. C*, **70**, 068202 (2004). DOI: 10.1103/PhysRevC.70.068202
- [20] V. Bernard, L.E. Elouadrhiri, U.-G. Meissner, *J. Phys. G*, **28**, R1 (2002). DOI: 10.1088/0954-3899/28/1/201