07

# Влияние дисперсии на распределение числа фотонов в параметрических модах синхронно накачиваемого оптического параметрического генератора

© Д.М. Малышев, В.А. Аверченко, К.С. Тихонов

Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

e-mail: malyshev.wrk@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.07.2025 г. В окончательной редакции 30.07.2025 г. Принята к публикации 12.08.2025 г.

Исследовано влияние дисперсии групповых скоростей на содержание фотонов в собственных модах оптического параметрического генератора с синхронной накачкой. Основываясь на существующей модели, учитывающей влияние квадратичной дисперсии на эволюцию параметрических мод, использовано ранее полученное решение для анализа процессов, влияющих на распределение среднего числа фотонов по модам излучения. Опираясь на приближенное выражение для амплитуды поля на выходе резонатора, включающее слагаемые вплоть до четвертого порядка теории возмущений, численно проанализированы процессы, происходящие в оптическом генераторе.

**Ключевые слова:** сжатый свет, спонтанное параметрическое рассеяние, дисперсия групповых скоростей, оптический параметрический генератор, неклассические состояния света.

DOI: 10.61011/OS.2025.08.61512.8415-25

#### Введение

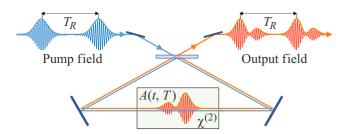
Многомодовый сжатый свет [1] является ключевым ресурсом при создании квантовых коммуникационных сетей [2,3] в квантовых вычислениях на непрерывных переменных [4,5], а также в квантовой криптографии [6]. Применение такого света позволяет увеличить точность методов квантовой метрологии [7,8], спектроскопии [9] и измерения времени [10]. Кроме того, сжатый свет используется для повышения чувствительности детекторов гравитационных волн [11] ввиду его способности уменьшать вакуумный шум, препятствующий измерению небольших отклонений в плечах интерферометрадетектора.

Наиболее часто используемым способом получения сжатых состояний света является спонтанное параметрическое рассеяние света — SPDC (spontaneous parametric down-conversion), при котором один высокоэнергетичный фотон накачки распадается в нелинейном кристалле на два фотона сигнальной и холостой мод при выполнении условий фазового и волнового синхронизмов. Этот процесс позволяет проводить генерацию неклассического излучения как в импульсном, так и в непрерывном режимах. Сжатый свет получают при помощи различных оптических схем, таких как оптические параметрические генераторы и различные интегральные схемы [12]. Использование разных установок позволяет управлять как пространственно-временными характеристиками, так и модовой структурой генерируемого излучения [13-17]. Это обеспечивает необходимую гибкость в получении различных квантовых свойств

света, удовлетворяющих требованиям эксперимента или конкретным прикладным задачам.

Экспериментально и теоретически было показано, что оптический параметрический генератор с синхронной накачкой — SPOPO (synchronously pumped optical parametric oscillator), схема которого изображена на рис. 1, генерирует многомодовое квадратурно-сжатое излучение [18,19]. Во временном представлении полученное с помощью SPOPO излучение представляет собой последовательность эквидистантных фемтосекундных импульсов. Каждый такой импульс является линейной комбинацией независимых широкополосных квадратурно-сжатых мод. В частотном представлении спектр генерируемого света можно представить в виде набора частотных гребенок, каждая из которых отвечает выделенному квантовому параметрическому осциллятору. Получаемое излучение обладает рядом уникальных свойств, которые делают его востребованным для решения ряда квантово-оптических задач.

Одной из таких задач является синхронизация удаленных атомных часов, при проведении которой используются короткие оптические импульсы с уменьшенным шумом в квадратурах [20,21]. Другим применением сжатого света является измерение спектральных свойств частотной гребенки, где он позволяет превзойти стандартный квантовый предел при измерении средней энергии, центральной частоты, а также спектральной полосы пропускания сверхбыстрых импульсов [22]. Кроме того, наличие квантовых корреляций между частотными модами позволяет получать на их основе многочастичные квантово-запутанные кластерные состояния, которые ис-



**Рис. 1.** Принципиальная схема оптического параметрического генератора с синхронной накачкой (SPOPO). Поле накачки (синим) входит в резонатор через полупрозрачное зеркало, затем попадает на нелинейный  $\chi^{(2)}$ -кристалл, в котором происходит генерация сигнального поля (красным).

пользуются в качестве ресурса для однонаправленных квантовых вычислений [23,24] и квантовых сетей на основе оптических измерений [25–27].

Процесс генерации квадратурно-сжатого света в нелинейном кристалле подвержен влиянию множества факторов, включая параметры и структуру используемого резонатора, геометрию самого кристалла и свойства внутрирезонаторной среды. Детальное понимание процесса генерации света в SPOPO важно для обеспечения эффективного управления характеристиками его излучения, увеличения степени сжатия и последующих преобразований излучения в различных приложениях.

В настоящей работе рассматривается генерация многомодового сжатого света при наличии нескомпенсированной дисперсии групповых скоростей в резонаторной полости SPOPO. Основной задачей является изучение влияния квадратичной дисперсии на среднее число фотонов в параметрических световых модах. Работа организована следующим образом. Сперва мы кратко обсудим модель генерации сигнального излучения в SPOPO, предложенную в [28]. Затем установим параметры, задающие свойства системы при ее численном моделировании. И, наконец, рассчитаем, как дисперсия групповых скоростей влияет на распределение фотонов по модам излучения.

## Параметрические моды в SPOPO

Генерация света в SPOPO во временном представлении описывается следующим образом.

Импульс накачки проходит в полость резонатора через полупрозрачное зеркало, коэффициенты отражения и пропускания которого равны  $\mathcal{R}$  и  $\mathcal{F}$  соответственно, и попадает на нелинейный кристалл, где происходит процесс спонтанного параметрического рассеяния фотонов накачки в пары сигнальных фотонов с меньшей энергией. В данной работе мы рассматриваем случай вырожденной параметрической генерации в одну пространственную и одну поляризационную моды поля. При этом будем считать, что излучение накачки не поддерживается резонатором. По достижении сигнальным

импульсом входного зеркала часть импульса покидает резонатор, в то время как остаток продолжает движение и вновь попадает на кристалл синхронно с прибытием следующего импульса накачки, что делает процесс генерации более эффективным.

По мере распространения в резонаторной среде сигнальные импульсы подвергаются воздействию дисперсии групповых скоростей, что приводит к их дисперсионному уширению. Описанная квантовая система может быть промоделирована при помощи уравнения Гейзенберга-Ланжевена, описывающего эволюцию квантово-механического оператора медленно меняющейся амплитуды сигнального импульса  $\hat{A}(t,T)$ , циркулирующего внутри резонатора. В пределе слабого нелинейного преобразования и при малой величине дисперсии групповых скоростей искомое уравнение принимает следующий вид [28]:

$$\frac{\partial \hat{A}(t,T)}{\partial T} = \left(-\frac{\gamma}{2} + i\Delta - iD\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\hat{A}(t,T) 
+ \frac{1}{2} \int G(t,t')\hat{A}^{\dagger}(t',T)dt' + \sqrt{\frac{\gamma}{T_R}}\hat{A}^{in}(t,T). \tag{1}$$

Оператор  $\hat{A}(t,T)$  медленной амплитуды сигнального поля подчиняется стандартным бозонным коммутационным соотношениям:

$$\left[\hat{A}(t,T),\hat{A}^{\dagger}(t',T')\right]=T_R\delta(t-t')\delta(T-T').$$

Медленная временная переменная Т описывает эволюцию импульса на временах много больших, чем время обхода резонатора  $T_R$ , а оператор  $\tilde{A}(t,T=NT_R)$  задает амплитуду импульса после N обходов резонатора. Ввиду ухода части импульса через полупрозрачное зеркало в резонаторе происходит распад сигнального поля со скоростью  $\gamma/2 = (1 - \sqrt{\Re})/T_R$ . Используемая модель также учитывает наличие отстройки  $\Delta = \sqrt{\Re k(\omega_0)} \delta L/T_R$ центральной частоты сигнального поля от резонанса. Динамика параметрического процесса описывается интегральным ядром G(t, t'), которое определяется геометрией и нелинейными свойствами кристалла, дисперсией, а также временными и пространственными свойствами поля накачки [28]. Параметр  $D = \sqrt{\Re k''(\omega_0)} L/(2T_R)$  задает величину дисперсии групповых скоростей в резонаторной среде. Кроме того, через входное зеркало в резонатор проникает вакуумное поле, описываемое оператором  $\hat{A}^{\text{in}}(t,T)$ . Таким образом задается ланжевеновский шум, единственная отличная от нуля корреляционная функция которого имеет вид

$$\langle \hat{A}^{\text{in}}(t,T)\hat{A}^{\text{in}\dagger}(t',T')\rangle = T_R\delta(t-t')\delta(T-T').$$

Поле на выходе системы связано с полями внутри и снаружи резонатора через стандартное соотношение вход-выход:

$$\hat{A}^{\text{out}}(t,T) + \hat{A}^{\text{in}}(t,T) = \sqrt{\gamma T_R} A(t,T).$$

Было показано [18,29], что для ряда экспериментальных условий собственные функции ядра G(t,t') описываются полиномами Эрмита-Гаусса

$$s_n(t) = \frac{i^n}{\sqrt{\tau_s 2^n n! \sqrt{\pi}}} H_n(t/\tau_s) e^{-t^2/2\tau_s^2},$$

где  $\tau_s$  — ширина на полувысоте гауссовой (фундаментальной) моды во временном представлении. Набор функций  $\{s_n(t)\}$  является полным, что позволяет использовать его в качестве базиса для разложения сигнального поля внутри резонатора [30–32]:

$$\hat{A}(t,T) = \sum_{n>0} \hat{a}_n(T) s_n(t),$$

где коэффициенты разложения  $\{\hat{a}_n(T)\}$  являются бозонными операторами рождения и уничтожения фотонов в параметрических модах,  $[\hat{a}_n(T), \hat{a}_n^{\dagger}(T')] = T_R \delta_{n,m} \delta(T-T')$ .

Разложение (2) позволяет перейти к системе дифференциальных уравнений, описывающих эволюцию амплитуд  $\hat{a}_n(T)$  параметрических мод излучения:

$$\frac{\partial \hat{a}_n(T)}{\partial T} = \left(-\frac{\gamma}{2} + i\left(\Delta - C_{n,n}\right)\right) \hat{a}_n(T) + \frac{\lambda_n}{2} \hat{a}_n^{\dagger}(T) 
- i \sum_{m \neq n} C_{n,m} \hat{a}_m(T) + \sqrt{\frac{\gamma}{T_R}} \hat{a}_n^{in}(T),$$
(3)

где  $\lambda_n$  — вещественное собственное значение параметрического ядра, соответствующее собственной функции  $s_n(t)$ . Согласно (1), коэффициенты  $C_{n,m}$  определяются как интеграл перекрытия параметрических мод следующего вида:

$$C_{n,m} = D \int_{-\infty}^{+\infty} s_n^*(t) \frac{\partial^2}{\partial t^2} s_m(t) dt.$$
 (4)

Свойства полиномов Эрмита-Гаусса позволяют заключить, что связанными в системе (3) являются только амплитуды мод, номера которых имеют одинаковую четность, причем величина связи задается вещественными коэффициентами

$$O_{n,m} au_s^2 = -rac{2n-1}{2}\,\delta_{n,m} \ -rac{\sqrt{(n-1)n}}{2}\,\delta_{n-2,m} -rac{\sqrt{(n+1)(n+2)}}{2}\,\delta_{n+2,m},$$

где  $O_{n,m}$  — интеграл перекрывания мод в (4).

Таким образом, излучение в резонаторе SPOPO может рассматриваться как совокупность связанных параметрических мод, каждая из которых характеризуется следующим набором величин: оператором амплитуды  $\hat{a}_n(T)$ , параметрической накачкой  $\lambda_n$ , отстройкой от резонанса  $\Delta_n = \Delta - C_{n,n}$ , коэффициентом потерь  $\gamma$ , а также оператором ланжевеновского шума  $\hat{f}_n(T) = \sqrt{\frac{\gamma}{T_R}} \hat{a}_n^{\rm in}(T)$ . При этом амплитуды параметрических мод излучения на выходе системы задаются соотношением [28]

$$\hat{a}_n^{\text{out}}(T) + \hat{a}_n^{\text{in}}(T) = \sqrt{\gamma T_R} \hat{a}_n(T).$$

# **Среднее число фотонов** в параметрических модах

В [28] было показано, что получить решение системы (3) можно в частотном представлении, используя подход, аналогичный теории возмущений. Так, предполагая, что вызванная дисперсией групповых скоростей связь мод достаточна мала, можно получить решение порядка K по коэффициентам связи в следующем виде:

$$\hat{a}_n^{out}(\Omega) = W_n(\Omega)\hat{f}_n(\Omega) + V_n(\Omega)\hat{f}_n^{\dagger}(\Omega) + \sum_{k=1}^K \hat{h}_n^{(k)}(\Omega),$$

где

$$\hat{h}_n^{(k)}(\Omega) = \sum_{m_1} \cdots \sum_{m_k} \Bigl[ U_{m_1,...m_k}(\Omega) \hat{f}_{m_k}(\Omega)$$

$$V_{m_1,...m_k}(\Omega)\hat{f}^\dagger_{m_k}(-\Omega)$$
.

Здесь коэффициенты  $W_n(\Omega)$ ,  $U_{m_1,...m_k}(\Omega)$  и  $V_{m_1,...m_k}(\Omega)$  зависят от выбранной конфигурации накачки в параметрических модах, геометрии резонатора и нелинейного кристалла.

Ключевым свойством данных функций является их пропорциональность коэффициентам связи мод  $C_{n,m}$ , устанавливаемая следующим правилом:

$$U_n(\Omega), W_n(\Omega), V_n(\Omega) \propto C_{nm}^0$$
;

$$U_{m_1,m_2...m_k}(\Omega), V_{m_1,m_2...m_k}(\Omega) \propto C_{m_1,m_2}C_{m_2,m_3}...C_{m_{k-1},m_k},$$

их явный вид приведен в [28].

В настоящей работе мы вычислим средние числа фотонов в параметрических модах и исследуем их зависимость от величины дисперсии групповых скоростей:

$$egin{aligned} n_n(T) &= \langle \hat{a}_n^{\, ext{out}\,\dagger}(T) \hat{a}_n^{\, ext{out}}(T) 
angle \ &= rac{1}{2\pi} \iint \mathrm{d}\Omega \mathrm{d}\Omega' e^{-i(\Omega-\Omega')T} \langle \hat{a}_n^{\, ext{out}\,\dagger}(\Omega) \hat{a}_n^{\, ext{out}}(\Omega') 
angle. \end{aligned}$$

Используя решение (5) и учитывая корреляционные свойства ланжевеновских членов, можно записать искомый коррелятор  $\langle \hat{a}_{n}^{\text{out}\dagger}(\Omega)\hat{a}_{n}^{\text{out}}(\Omega')\rangle$  для выходного поля в следующем компактном виде:

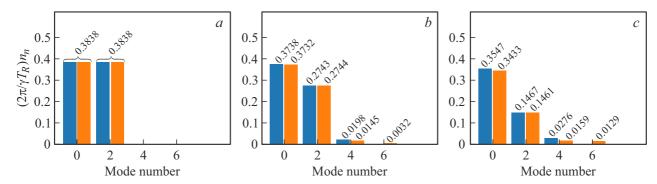
$$\langle \hat{a}_n^{\text{out}\dagger}(\Omega)\hat{a}_n^{\text{out}}(\Omega')\rangle = \frac{\gamma T_R}{2\pi} S(\Omega)\delta(\Omega - \Omega').$$

Тогда среднее число фотонов в моде задается интегратом

$$n_n(T) = rac{\gamma T_R}{2\pi} \int \mathrm{d}\Omega \, S(\Omega) = n_n.$$

Эта величина не зависит от времени. Таким образом, рассчитывая функцию  $S(\Omega)$ , можно получить среднее число фотонов в моде с номером n в произвольном порядке теории возмущений. Так, вклад нулевого порядка по коэффициентам связи имеет вид

$$S^{(0)}(\Omega) = \gamma |V_n(\Omega)|^2$$
.



**Рис. 2.** Распределение среднего числа фотонов в первых четырех четных параметрических модах излучения при различных значениях дисперсии групповых скоростей, рассчитанные во втором (синий), четвертом (оранжевый) порядках теории возмущения по коэффициентам связи. В модах с номерами 0 и 2 происходит равнозначное параметрическое усиление:  $\lambda_0/\gamma = \lambda_2/\gamma = 0.33$ . Рассматриваемые значения дисперсии:  $a - C_{n,m}/\gamma = 0$ ,  $b - C_{b,n}/\gamma = 0.10O_{n,m}\tau_s^2$ ,  $c - C_{n,m}/\gamma = 0.25O_{n,m}\tau_s^2$ .

Члены второго порядка малости

$$\begin{split} S^{(2)}(\Omega) &= \gamma \sum_{m \neq n} \Big\{ V_n^*(\Omega) V_{n,m,n}(\Omega) \\ &+ V_{n,m}^*(\Omega) V_{n,m}(\Omega) + V_n(\Omega) V_{n,m,n}^*(\Omega) \Big\}. \end{split}$$

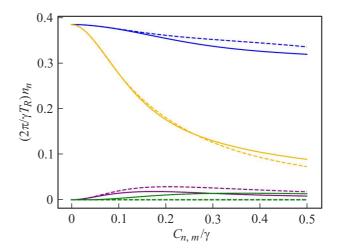
Члены четвертого порядка малости

$$\begin{split} S^{(4)}(\Omega) &= \\ &= \gamma \sum_{m \neq n} \sum_{m' \neq n} \sum_{p \neq m, m'} \left\{ V_n^*(\Omega) V_{n,m',p,m,n}(\Omega) \right. \\ &+ V_{n,m}^*(\Omega) V_{n,m',p,m}(\Omega) + V_{n,m,p}^*(\Omega) V_{n,m',p,m,n}(\Omega) \\ &+ V_{n,m}(\Omega) V_{n,m',p,m}^*(\Omega) + V_n(\Omega) V_{n,m',p,m,n}^*(\Omega) \right\} \end{split}$$

и так далее. Все вклады нечетного порядка по  $C_{n,m}$  в величину  $n_n(T)$  заведомо равны нулю. В настоящей работе мы ограничимся рассмотрением членов вплоть до четвертого порядка малости и численно покажем, что данное рассмотрение позволяет получить удовлетворительный результат для большей части допустимых значений дисперсии.

## Численное моделирование

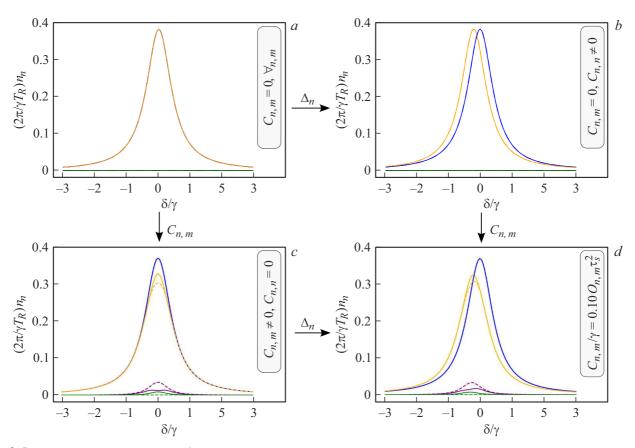
Мы будем использовать параметры SPOPO, согласованные с экспериментальной работой [19]. Так, мы будем считать, что полная ширина на полувысоте фундаментальной моды равна  $8.5\,\mathrm{nm}$ , что соответствует длительности  $\tau_s=67\,\mathrm{fs}$ . Коэффициенты затухания в модах равны  $\gamma/2\pi=3\,\mathrm{MHz}$ , а период импульсов накачки  $T_R^{-1}=76\,\mathrm{MHz}$ . Значение дисперсии групповых скоростей будет задаваться варьированием величины D в (4). Величина дисперсии, соответствующая экспериментальным параметрам, задается как  $C_{n,m}/\gamma=0.25O_{n,m}\tau_s^2$ . Кроме того, будем считать, что импульсы накачки и свойства нелинейной среды подобраны таким образом,



**Рис. 3.** Распределения среднего числа фотонов в первых четырех четных параметрических модах излучения при различных значениях дисперсии групповых скоростей, рассчитанные во втором (штриховые линии), четвертом (сплошные линии) порядках теории возмущений по коэффициентам связи. Накачка мод равномерна и равна  $\lambda_0/\gamma = \lambda_2/\gamma = 0.33$ . Цветом обозначены различные моды излучения: нулевая (синим), вторая (желтым), четвертая (фиолетовым), шестая (зеленым).

что параметрически возбуждается только определенный набор мод из рассматриваемых N первых.

На рис. 2 представлено распределение фотонов в параметрических модах в системе, в которой поддерживается первые семь мод Эрмита-Гаусса. В дальнейшем при проведении моделирования результатов мы будем полагать, что отстройка от резонанса в системе отсутствует, т.е.  $\Delta=0$ , если не оговорено обратное. Накачку считаем устроенной таким образом, что параметрическое усиление происходит только в модах с номерами 0 и 2. При этом величина накачки задается как  $\lambda_0/\gamma=\lambda_2/\gamma=0.33$ , что соответствует сжатию в 6 dB при отсутствии дисперсии в материале кристалла. Можно видеть, что в случае, когда дисперсия отсут-



**Рис. 4.** Распределения среднего числа фотонов в первых четырех четных модах излучения при учете различных дисперсионных эффектов: без дисперсии (a), учет дисперсионной отстройки мод (b), учет дисперсионной связи мод (c), учет обоих эффектов (d). Расчет производился во втором (штриховые линии) и четвертом (сплошные линии) порядках теории возмущений по коэффициентам связи. Накачка мод равномерна и равна  $\lambda_0/\gamma = \lambda_2/\gamma = 0.33$ . Цветом обозначены различные моды излучения: нулевая (синим), вторая (желтым), четвертая (фиолетовым), шестая (зеленым).

ствует (рис. 2, a), среднее число фотонов одинаково в модах с номерами 0 и 2. При этом остальные моды, которые потенциально поддерживаются в резонаторе, остаются в вакуумном состоянии. Картина меняется при наличии дисперсии групповых скоростей, которая приводит к отстройке параметрических мод от резонанса и их линейной связи. Так, среднее число фотонов в во второй моде становится меньше, чем в фундаментальной (рис. 2, b). Этот эффект обусловлен дисперсионно индуцированной связью второй моды с модой с номером 4, которая описывается коэффициентом  $C_{24}$ . Ввиду того что  $C_{02} < C_{24}$ , вторая параметрическая мода отдает больше фотонов в четвертую, в которой нет накачки, чем забирает из фундаментальной моды, поэтому среднее число фотонов в фундаментальной моде начинает превосходить остальные. Кроме того, при учете слагаемых четвертого порядка малости по коэффициентам связи происходит дополнительная перекачка фотонов из четвертой параметрической моды в шестую (рис. 2, b, c). При этом ввиду еще более возросшей величины этой связи процентное соотношение обмена фотонами между рассматриваемыми модами становится еще более значительным. Причем данный эффект усиливается с ростом

величины дисперсии, что хорошо заметно при сравнении рис. 2, b и c.

Более полная картина, отображающая распределение среднего числа фотонов по модам излучения в зависимости от величины дисперсии, изображена на рис. 3. Режим накачки выбран такой же, как на рис. 2. Стоит отметить, что при изменении величины параметрического усиления как в большую, так и в меньшую стороны, вид зависимости на рис. 3 не меняется. Такие манипуляции могут привести только к соответствующему увеличению или уменьшению шкалы по вертикальной оси. Также видно, что при увеличении дисперсии количество фотонов в параметрических модах монотонно уменьшается. Этот эффект объясняется увеличением отстройки мод от резонанса при увеличении дисперсии и, как следствие, менее эффективным параметрическим возбуждением мод. Кроме того, при некотором значении дисперсии количество фотонов в шестой моде излучения превосходит таковое в четвертой моде, т.е. величина дисперсионно-индуцированной связи возрастает настолько, что четвертая мода начинает отдавать фотоны быстрее, чем получать их от соседней накачиваемой моды.

На рис. 4 представлено число фотонов в параметрических модах в зависимости от отстройки резонатора  $\Delta$ . При нулевой величине дисперсии спектр среднего числа фотонов в накачиваемых модах излучения представляет собой лоренцов контур, что представлено на рис. 4, а. Дисперсия групповых скоростей приводит к возникновению двух связанных процессов: отстройке параметрических мод от резонанса и возникновению дисперсионноиндуцированной связи между ними. Влияние этих двух процессов на число фотонов в параметрических модах проанализировано на рис. 4, b и с по отдельности. Так, на рис. 4, в видно, что при отсутствии связи мод общая структура спектра не меняется. Однако ввиду появления в каждой моде дополнительной дисперсионноиндуцированной отстройки, выражаемой величиной  $C_{n,n}$ , резонанс в различных накачиваемых модах достигается при разных значениях отстройки Д. В то же время при учете только связи между параметрическими модами картина спектра становится существенно более сложной (рис. 4, c), но сохраняет симметричность относительно значения  $\Delta = 0$ . При этом наблюдается существенное расхождение между решениями второго и четвертого порядков по коэффициентам связи, вероятно обусловленное фундаментальными ограничениями используемого теоретического подхода, что может свидетельствовать об ограничении применяемой теории возмущений. На рис. 4, d показано распределение числа фотонов при одновременном учете обоих процессов, обусловленных наличием дисперсии. Видно смещение и искажение лоренцева контура для каждой параметрической моды. Причем решения второго и четвертого порядков в данном случае существенно отличаются и даже достигают отрицательных значений, что сигнализирует о необходимости дальнейших исследований в этой области для обеспечения управления характеристиками генерируемого излучения.

#### Заключение

Изучено влияние дисперсии групповых скоростей в резонаторе оптического параметрического генератора с синхронной накачкой на распределение среднего числа фотонов по модам излучения. Теоретическая часть проведенного исследования основывалась на двух основных методах. Во-первых, мы использовали подход, позволяющий представить поле в качестве набора собственных мод процесса спонтанного параметрического рассеяния [30-32], между которыми в присутствии дисперсии наблюдается линейная связь. Во-вторых, в качестве метода решения построенных ранее уравнений эволюции поля мы использовали метод, аналогичный построению теории возмущений по коэффициентам связи уравнений, описывающих эволюцию квантовых параметрических осцилляторов [28]. В результате было получено выражение, характеризующее среднее число фотонов в каждой параметрической моде, вплоть до

произвольного наперед заданного порядка малости по коэффициентами связи мод. На основе этого выражения был проведен анализ распределения числа фотонов по модам излучения и его зависимость от различных параметров задачи. В том числе было установлено, что с ростом дисперсии суммарное число фотонов в параметрических модах уменьшается, что вызвано отстройкой мод от резонанса и уменьшением эффективности параметрического процесса. Кроме того, учет дисперсии приводит к перераспределению фотонов по исследуемым модам излучения ввиду наличия вышеупомянутой связи параметрических мод. При этом общая картина такого перераспределения не зависит от величины усиления, имеющего место в системе. Также нужно отметить, что дисперсия существенно влияет на распределения числа фотонов по модам при наличии отстройки от резонанса.

#### Финансирование работы

Работа была выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 24-22-00318).

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

## Список литературы

- [1] A.I. Lvovsky. *Squeezed Light* (2014). DOI: 10.48550/ARXIV.1401.4118
- [2] O. Crisafulli, N. Tezak, D.B.S. Soh, M.A. Armen, H. Mabuchi. Optics Express, 21, 18371 (2013).DOI: 10.1364/OE.21.018371
- [3] F. Kaiser, B. Fedrici, A. Zavatta, V.D. Auria, S. Tanzilli. Optica, 3, 362 (2016). DOI: 10.1364/OPTICA.3.000362
- [4] W. Asavanant et al. Science, 366, 373 (2019).DOI: 10.1126/science.aay2645
- [5] I. Walmsley. Optica Quantum, 1, 35 (2023).DOI: 10.1364/OPTICAQ.507527
- [6] A.E. Ulanov et al. Nature Commun., 7, 11925 (2016). DOI: 10.1038/ncomms11925
- [7] A. Avella et al. Optics Express, 19, 23249 (2011).DOI: 10.1364/OE.19.023249
- [8] M. Manceau et al. Phys. Rev. Lett., **119**, 223604 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.223604
- [9] W. Yang et al. Chemosensors, **11**, 18 (2022). DOI: 10.3390/chemosensors11010018
- [10] R. Gosalia, R. Malaney, R. Aguinaldo, J. Green, Р Brereton In: *GLOBECOM* 2023 2023 (IEEE, *IEEE* Global Communications Conference Lumpur, Malaysia, 2023) 2317-2322. p. DOI: 10.1109/GLOBECOM54140.2023.10437698
- [11] J. Aasi et al. Nature Photonics, 7, 613 (2013).DOI: 10.1038/nphoton.2013.177
- [12] L.-A. Wu, H.J. Kimble, J.L. Hall, H. Wu. Phys. Rev. Lett., 57, 2520 (1986). DOI: 10.1103/PhysRevLett.57.2520
- [13] C. Fabre, N. Treps. Rev. Mod. Phys., 92, 035005 (2020).DOI: 10.1103/RevModPhys.92.035005

- [14] M. Piccardo et al. J. Optics, 24, 013001 (2022). DOI: 10.1088/2040-8986/ac3a9d
- V. Sukharnikov, P. Sharapova, O. Tikhonova. Optics & Laser Technology, 136, 106769 (2021).
   DOI: 10.1016/j.optlastec.2020.106769
- [16] T. Kouadou, F. Sansavini, M. Ansquer, J. Henaff, N. Treps, V. Parigi. APL Photonics, 8, 086113 (2023). DOI: 10.1063/5.0156331
- [17] A.D. Manukhova, K.S. Tikhonov, T.Y. Golubeva,
   Y.M. Golubev. Phys. Rev. A, 96, 023851 (2017).
   DOI: 10.1103/PhysRevA.96.023851
- [18] G. Patera, N. Treps, C. Fabre, G.J. De Valcárcel. Europ. Phys. J. D, 56, 123 (2010).
   DOI: 10.1140/epjd/e2009-00299-9
- [19] J. Roslund et al. Nature Photonics, 8, 109 (2014). DOI: 10.1038/nphoton.2013.340
- [20] B. Lamine, C. Fabre, N. Treps. Phys. Rev. Lett., 101, 123601 (2008). DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.123601
- [21] S. Wang, X. Xiang, N. Treps, C. Fabre, T. Liu, S. Zhang,
   R. Dong. Phys. Rev. A, 98, 053821 (2018).
   DOI: 10.1103/PhysRevA.98.053821
- [22] Y. Cai, J. Roslund, V. Thiel, C. Fabre, N. Treps. npj Quantum Information, 7, 82 (2021).
  DOI: 10.1038/s41534-021-00419-w
- [23] N.C. Menicucci. Phys. Rev. Lett., 112, 120504 (2014). DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.120504
- [24] V.A. Averchenko, T.Y. Golubeva, Y.M. Golubev, C. Fabre. Opt. Spectrosc., 105, 758 (2008). DOI: 10.1134/S0030400X08110192
- [25] M. Walschaers, B. Sundar, N. Treps, L.D. Carr, V. Parigi. Quantum Science and Technology, 8, 035009 (2023). DOI: 10.1088/2058-9565/accdfd
- [26] P. Renault, J. Nokkala, G. Roeland, N. Joly, R. Zambrini, S. Maniscalco, J. Piilo, N. Treps, V. Parigi. PRX Quantum, 4, 040310 (2023). DOI: 10.1103/PRXQuantum.4.040310
- [27] V. Roman-Rodriguez, D. Fainsin, G.L. Zanin, N. Treps, E. Diamanti, V. Parigi. Multimode Squeezed State for Reconfigurable Quantum Networks at Telecommunication Wavelengths (2023). DOI: 10.48550/ARXIV.2306.07267
- [28] V.A. Averchenko, D.M. Malyshev, K.S. Tikhonov. New J. Physics, 26, 123017 (2024). DOI: 10.1088/1367-2630/ad9be1
- [29] F. Arzani, C. Fabre, N. Treps. Phys. Rev. A, 97, 033808 (2018). DOI: 10.1103/PhysRevA.97.033808
- [30] K.J. Blow, R. Loudon, S.J.D. Phoenix, T.J. Shepherd. Phys. Rev. A, 42, 4102 (1990). DOI: 10.1103/PhysRevA.42.4102
- [31] B. Brecht, D.V. Reddy, C. Silberhorn, M. Raymer. Phys. Rev. X, 5, 041017 (2015).
   DOI: 10.1103/PhysRevX.5.041017
- [32] D.B. Horoshko, L. La Volpe, F. Arzani, N. Treps, C. Fabre, M.I. Kolobov. Phys. Rev. A, 100, 013837 (2019). DOI: 10.1103/PhysRevA.100.013837