

Эффект Фарадея в трехпериодических бигиротропных фотонных кристаллах

© Н.Н. Дадоев¹, И.А. Глухов^{1,2,3}, И.С. Паняев^{1,2}, Д.Г. Санников^{1,2}, Ю.С. Дадоев⁴

¹ Донецкий физико-технический институт им. А.А. Галкина,
Донецк, Россия

² Ульяновский государственный университет,
Ульяновск, Россия

³ Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН,
Ульяновск, Россия

⁴ Université Jean Monnet Saint-Etienne, CNRS, Institut d'optique Graduate School,
Laboratoire Hubert Curien UMR 5516, Saint-Etienne, France

e-mail: panyayev.ivan@rambler.ru

Поступила в редакцию 09.12.2024 г.

В окончательной редакции 06.05.2025 г.

Принята к публикации 14.06.2025 г.

Теоретически исследован магнитооптический эффект Фарадея в одномерных трехпериодических фотонно-кристаллических структурах на основе диэлектриков (SiO_2 , TiO_2) и ферритов-гранатов (YIG , Bi:YIG), образующих сверхъединицы вида $[(ab)^N(cd)^M]$. Рассмотрена полярная магнитооптическая конфигурация, при которой векторы намагниченности магнитных слоев фотонных кристаллов ортогональны границам слоев, а электромагнитная волна, распространяющаяся в фотонно-кристаллической структуре, имеет составляющую волнового вектора вдоль направления векторов намагниченности. С использованием метода матриц (4×4) получены частотно-угловые спектры прохождения плоских электромагнитных волн сквозь данные фотонные кристаллы. Исследованы положение и структура полос пропускания в спектрах запрещенных фотонных зон, зависимости углов фарадеевского вращения от частоты и угла падения электромагнитной волны для фотонных кристаллов при $N = 3$, $M = 5$ и $K = 7$ (оптимальное количество периодов) при различных толщинах магнитных слоев. Показано, что в трехпериодических фотонных кристаллах возможно совмещение высоких значений коэффициентов пропускания и углов фарадеевского вращения, что делает данные структуры перспективными для различных технических приложений.

Ключевые слова: магнитооптический эффект Фарадея, запрещенная фотонная зона, фотонные кристаллы.

DOI: 10.61011/OS.2025.08.61513.7412-25

1. Введение

Магнитооптический эффект Фарадея известен как изменение состояния поляризации электромагнитной волны (ЭМВ) при прохождении сквозь магнитную среду или сложную структуру на основе магнитных материалов. В частности, проявлением этого эффекта является вращение плоскости поляризации линейно-поляризованного оптического луча — фарадеевское вращение (ФВ) [1,2]. В настоящее время эффект Фарадея широко применяется для исследования магнитной структуры тонких магнитных пленок и многослойных магнитных материалов [1–3], а также для различных приложений, включая создание таких невзаимных устройств, как оптические изоляторы, циркуляторы или фазовращатели [1], магнитные датчики [4] или даже датчики химического обнаружения [5]. Большой интерес к исследованию ФВ вызывают перспективы многочисленных приложений в связи с возможностью управления эффектом при помощи внешних воздействий (внешнее магнитное или электрическое поля, температура и т.д.) в различных функциональных материалах, в частно-

сти в электрооптических [6,7], плазмонных, магнито-плазмонных структурах [8], в комбинированных магнитных и электрооптических гетероструктурах [9], а также в магнитофотонных [10,11] и фотонно-магнитных кристаллах [12–16].

Фотонные кристаллы (ФК) благодаря искусственной периодичности показателя преломления имеют запрещенные фотонные зоны (ЗФЗ) в спектрах пропускания [17]. Нарушение периодичности ФК внедрением отдельных дефектных слоев или периодически распределенных других структурных элементов приводит к появлению узких пиков пропускания (дефектных мод) или систем пиков — полос пропускания структуры, сложность которых зависит от архитектуры дефекта. Внутри ЗФЗ однопериодического ФК с единственным дефектным слоем может находиться один или несколько (в зависимости от толщины дефекта) отдельных узких пиков пропускания. Так, например, в работе [18] полуширина пика пропускания для ФК с магнитным дефектом составляет примерно 1 THz·rad при ширине ЗФЗ 0.33 PHz·rad. Наличие дефектных мод позволяет использовать подобные ФК в качестве узкополосных частотных

фильтров и сенсоров. Отдельный интерес представляют собой ФК со сложной структурой элементарной ячейки на основе нескольких различных материалов, образующих внутри нее периодические подсистемы, ввиду модифицированной структуры их ЗФЗ. К ним относятся, в частности, двухпериодические [12–16] и трехпериодические ФК [19–23]. В отличие от однопериодических структур с дефектным слоем в более сложных системах, к которым относятся двух- и трехпериодические ФК, внутри ЗФЗ имеются достаточно широкие полосы пропускания, которые, в частности, могут состоять из нескольких близко расположенных пиков (аналог „оптической гребенки“) [12–14]. Количество внутризонных полос пропускания, их положение внутри ЗФЗ и ширина существенно зависят от комбинации материалов, образующих подъячейки трехпериодического ФК и геометрических параметров системы [19–23]. Включение магнитных слоев в структуру с комплексной элементарной ячейкой позволяет сочетать особенности сложного трехпериодического ФК с магнитооптическими свойствами, что дает возможность активного управления оптическими характеристиками такой системы.

В работе [12] был исследован эффект Фарадея в фотонно-магнонных структурах, представляющих собой одномерные двухпериодические магнитные ФК на основе чередующихся слоев SiO_2 , TiO_2 с периодически внедренными между ними магнитными слоями железиттриевого граната (YIG) $\text{Y}_3\text{Fe}_5\text{O}_{12}$. Как известно, YIG, который отличается низким поглощением в ближнем инфракрасном (ИК) диапазоне в сочетании с эффектом Фарадея, является одним из традиционных магнитных материалов для СВЧ и магнитооптических приложений. Однако для создания миниатюрных устройств актуально получение больших углов поворота плоскости поляризации и достижение высокой чувствительности обнаружения на основе ФВ, что является достаточно важной и сложной задачей. Для этих целей необходим подбор и поиск материалов с большим ФВ, например Ce:YIG [24,25] или Bi:YIG [26] и структур [27], усиливающих эффект Фарадея. Так, например, в экспериментах [28,29] на магнитофотонных структурах на основе слоев оксидов кремния и титана SiO_2 , TiO_2 с комплексным магнитооптическим дефектом, составленным из слоев висмут-замещенных железо-иттриевых гранатов Bi:YIG , ФВ достигало максимального значения 20.6° . Таким образом, для достижения больших значений ФВ важен поиск магнитофотонных композитов, в которых можно ожидать большого ФВ для мод, локализованных в магнитной подсистеме [8,11,29–32]. В качестве таких сред в работе [12] были рассмотрены магнонно-фотонные кристаллы, где эффект Фарадея рассчитан теоретически. Для магнонно-фотонных кристаллов вблизи внутризонных полос пропускания были получены максимальные значения ФВ, составляющие около 2° (или $0.11^\circ/\mu\text{m}$) для s -поляризованного света и на порядок меньше для света p -поляризации. При этом было показано, что положение максимумов ФВ не совпадает

с частотами пиков пропускания. В итоге для магнонно-фотонных ФК при близкой к единице пропускательной способности углы ФВ оказывались порядка одной десятой или даже сотой доли градуса.

Преимущество трехпериодической структуры по сравнению с фотонно-кристаллическими структурами с дефектами, двухпериодическими фотонными кристаллами и другими условно более простыми структурами заключается в большем количестве степеней свободы при создании систем с наперед заданными оптическими свойствами, что позволяет производить более тонкую настройку положения центра ЗФЗ, регулировать ее ширину, положение и четкость краев ЗФЗ [19–23].

В настоящей работе мы ставим целью нахождение таких ФК-систем, в которых максимумы ФВ и высокие значения коэффициентов пропускания ЭМВ совмещаются спектрально. Для этого мы рассматриваем более сложную структуру — трехпериодический магнитный ФК — систему на основе слоев четырех различных материалов a, b, c, d , элементарная ячейка которой $[(ab)^N(cd)^M]$ составлена из фрагментов двух различных ФК $(ab)^N$ и $(cd)^M$, где N, M — количество соответствующих периодов. Подъячейки трехпериодического ФК (ab) и (cd) могут быть сформированы из слоев a, b, c и d множеством различных способов, и, как было показано в работе [19], оптические свойства таких ФК могут существенно образом отличаться в зависимости от подбора материалов в пары и чередования слоев. Различия проявляются в спектрах пропускания (отражения) — в положении и ширине ЗФЗ, количестве и расположении внутризонных полос пропускания (отражения) и их структуры. В работе [33] нами был рассмотрен трехпериодический магнитный ФК, в котором первая ячейка (ab) состояла из диэлектрических немагнитных слоев SiO_2 и TiO_2 , а вторая (cd) — из магнитных бигиротропных слоев YIG и Bi:YIG . Такой выбор материалов позволил получить достаточно широкую ЗФЗ с системой узких внутризонных пиков пропускания [33]. В настоящей работе мы акцентируем внимание на трехпериодическом ФК, в котором обе составляющие его подъячейки содержат магнитные слои YIG или Bi:YIG , что приводит к отличной от прежних структур ЗФЗ и полос пропускания.

2. Постановка задачи и теория

Рассмотрим трехпериодический ФК $[(\text{SiO}_2/\text{YIG})^N(\text{TiO}_2/\text{Bi:YIG})^M]^K$, сверхъячейка которого, повторенная K раз, представляет собой комбинацию фрагментов двух магнитных периодических структур $(\text{SiO}_2/\text{YIG})^N$ и $(\text{TiO}_2/\text{Bi:YIG})^M$ (рис. 1, a). В дальнейшем для упрощения записи введем следующие обозначения для слоев SiO_2 , TiO_2 , YIG и Bi:YIG : S, T, Y, B соответственно. Таким образом, ФК-структура запишется в виде $[(SY)^N(TB)^M]^K$. Толщины подъячеек (SY) и (TB) , т.е. подпериоды, обозначены как

$D_1 = d_s + d_Y$ и $D_2 = d_T + d_B$, а толщина сверхъязычки (сверхпериод) равна $D_3 = ND_1 + MD_2$. Общая толщина рассматриваемой структуры из K сверхпериодов равна KD_3 . Слои ФК расположены параллельно плоскости (xy), а ось z совпадает с осью роста ФК. Будем предполагать, что продольные размеры ФК по осям x и y достаточно велики, так что граничными эффектами в этих направлениях можно пренебречь.

Слои YIG и Bi:YIG намагничены до насыщения вдоль или против оси z путем приложения внешнего магнитного поля $\mathbf{H}_0$ в соответствующем направлении. С учетом слагаемых первого порядка малости по компонентам вектора намагниченности тензоры диэлектрической и магнитной проницаемостей имеют следующий вид [1]:

$$\hat{\varepsilon}_j = \begin{pmatrix} \varepsilon_j & i\varepsilon'_j & 0 \\ -i\varepsilon'_j & \varepsilon_j & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_j \end{pmatrix},$$

$$\hat{\mu}_j = \begin{pmatrix} \mu_j & i\mu'_j & 0 \\ -i\mu'_j & \mu_j & 0 \\ 0 & 0 & \mu_j \end{pmatrix}, \quad (j = Y, B), \quad (1)$$

где магнито-индуцированные недиагональные компоненты тензоров ε_j и μ_j отвечают за бигиротропные свойства ферритов-гранатов YIG и Bi:YIG. Немагнитные диэлектрики SiO_2 и TiO_2 обладают изотропными оптическими свойствами и характеризуются соответствующими диагональными тензорами $\varepsilon_{S(\alpha\beta)} = \varepsilon_S \delta_{\alpha\beta}$, $\mu_{S(\alpha\beta)} = \delta_{\alpha\beta}$, $\varepsilon_{S(\alpha\beta)} = \varepsilon_T \delta_{\alpha\beta}$, $\mu_{T(\alpha\beta)} = \delta_{\alpha\beta}$ ($\alpha\beta = x, y, z$; $\delta_{\alpha\beta}$ — дельта-символ Кронекера). Все материалы, образующие ФК-структуру, прозрачны в ближнем ИК диапазоне длин волн и характеризуются вещественными значениями диэлектрических проницаемостей ε_j ($j = 0, S, T, Y, B$), причем входная и выходная среды (воздух) обозначены как 0.

Плоская ЭМВ s - или p -поляризации (красный ($\mathbf{E}_s^i$) или синий ($\mathbf{E}_p^i$) векторы на рис. 1, b соответственно) с угловой частотой ω и волновым вектором $\mathbf{k}_0^i = (k_x, 0, k_{0z})$ падает из воздуха на поверхность ФК под углом θ так, что плоскостью падения является плоскость (xz). С учетом направления векторов намагниченности в слоях YIG и Bi:YIG это соответствует полярной магнитооптической (МО) конфигурации [1] (рис. 1, b). В этом случае нормальными ЭМВ в магнитных средах являются волны эллиптических поляризаций [2] с волновыми векторами $\mathbf{k}_{zj}^\pm = (k_x, 0, k_{zj}^\pm)$, ($j = Y, B$):

$$k_{zj}^\pm = \left(\Omega^2(\varepsilon_j \mu_j + \varepsilon'_j \mu'_j) - k_x^2 \pm \Omega(\varepsilon_j \mu'_j + \mu_j \varepsilon'_j) \right)^{1/2} \times [(-k_x^2 + \Omega^2 \varepsilon_j \mu_{kj}) / \varepsilon_j \mu_j]^{1/2}, \quad (2)$$

где введено обозначение $\omega = \omega/c$.

Прошедшая ЭМВ $\mathbf{E}^t$ поляризована эллиптически, ее плоскость поляризации повернута на угол φ_s или φ_p (угол ФВ) по отношению к плоскости поляризации падающей волны s - или p -поляризации соответственно (рис. 1, c и d).

Электрическое и магнитное поля в бигиротропных слоях могут быть записаны в виде суперпозиции четырех волн: двух (падающих) волн, распространяющихся вдоль оси z , и двух волн, идущих в обратном направлении (отраженных), обозначенных соответственно индексами i и r :

$$E_{\alpha,j}(z) = E_{\alpha,j}^{i+} \exp(ik_{zj}^+ z) + E_{\alpha,j}^{r+} \exp(-ik_{zj}^+ z) + E_{\alpha,j}^{i-} \exp(ik_{zj}^- z) + E_{\alpha,j}^{r-} \exp(-ik_{zj}^- z),$$

$$H_{\alpha,j}(z) = E_{\alpha,j}^{i+} \exp(ik_{zj}^+ z) + H_{\alpha,j}^{r+} \exp(-ik_{zj}^+ z) + H_{\alpha,j}^{i-} \exp(ik_{zj}^- z) + H_{\alpha,j}^{r-} \exp(-ik_{zj}^- z), \quad (3)$$

где $\alpha = x, y, z$, $j = Y, B$.

В каждом из изотропных слоев SiO_2 и TiO_2 электромагнитное излучение представляет собой суперпозицию независимых волн s - и p -поляризаций с составляющими компонентами волновых полей $\{H_x, E_y, H_z\}$ и $\{E_x, H_y, E_z\}$ соответственно, волновые векторы которых $\mathbf{k}_j = (k_x, 0, k_{jz})$, ($j = S, T$) совпадают:

$$E_{\alpha,j}(z) = E_{\alpha,j}^i \exp(ik_{qj} z) + E_{\alpha,j}^r \exp(-ik_{qj} z),$$

$$H_{\alpha,j}(z) = H_{\alpha,j}^i \exp(ik_{qj} z) + H_{\alpha,j}^r \exp(-ik_{qj} z). \quad (4)$$

Здесь $k_q = \sqrt{-k_x^2 + \Omega^2 \varepsilon_j \mu_j}$ — z -компоненты волновых векторов, совпадающие для s - и p -поляризованных волн в каждой из изотропных сред.

Из уравнений Максвелла, дополненных материальными соотношениями для бигиротропных сред, получаем соотношения амплитуд для компонент электрического и магнитного полей:

$$H_x^+ = -\delta_\varepsilon^+ E_y^+, \quad E_x^+ = i\gamma_s^+ E_y^+, \quad H_y^+ = -i\beta_\varepsilon^+ E_y^+,$$

$$E_x^- = \delta_\mu^- H_y^-, \quad H_x^- = i\gamma_\mu^- H_y^-, \quad E_y^- = -i\beta_\mu^- H_y^-, \quad (5)$$

где коэффициенты $\beta_{\varepsilon j}^+$, $\gamma_{\varepsilon j}^+$ и $\delta_{\varepsilon j}^+$ определены следующим образом:

$$\gamma_{\varepsilon j}^+ = i[\varepsilon'_j(\varepsilon_j \Delta \mu_j \Omega^2 - \mu_j k_x^2) + \mu'_j \varepsilon_j (k_{zj}^+)^2] / N_{\varepsilon j}(k_{zj}^+),$$

$$\delta_{\varepsilon j}^+ = k_q^+ \varepsilon_j [(k_{zj}^+)^2 - k_x^2 - \Omega^2(\varepsilon_j \mu_j + \varepsilon'_j \mu'_j)] / N_{\varepsilon j}(k_{zj}^+),$$

$$\beta_{\varepsilon j}^+ = i\varepsilon_j \mu'_j + \mu_j \varepsilon'_j k_{zj}^+ \Omega / N_{\varepsilon j}(k_{zj}^+) \quad (6)$$

и введены обозначения

$$N_{\varepsilon j}(k_{zj}^+) = \varepsilon \mu [(k_{zj}^+)^2 + k_x^2] - \Omega^2 \varepsilon^2 \Delta \mu,$$

$$\Delta \varepsilon_j = \varepsilon_j^2 - \varepsilon_j'^2, \quad \delta \mu_j = \mu_j^2 = \mu_j'^2 - \mu_j'^2.$$

Остальные коэффициенты $\beta_{\mu j}^+$, $\gamma_{\mu j}^+$ и $\delta_{\mu j}^+$ получаются из соответствующих выражений (6) путем замены $\varepsilon \leftrightarrow \mu$.

Для нахождения амплитуд прошедшей ЭМВ использован стандартный метод матрицы переноса размерности (4×4) [34]. Для записи в матричном виде уравнений непрерывности для тангенциальных компонент электрического $E_{x,y}$ и магнитного $H_{x,y}$ полей на каждой

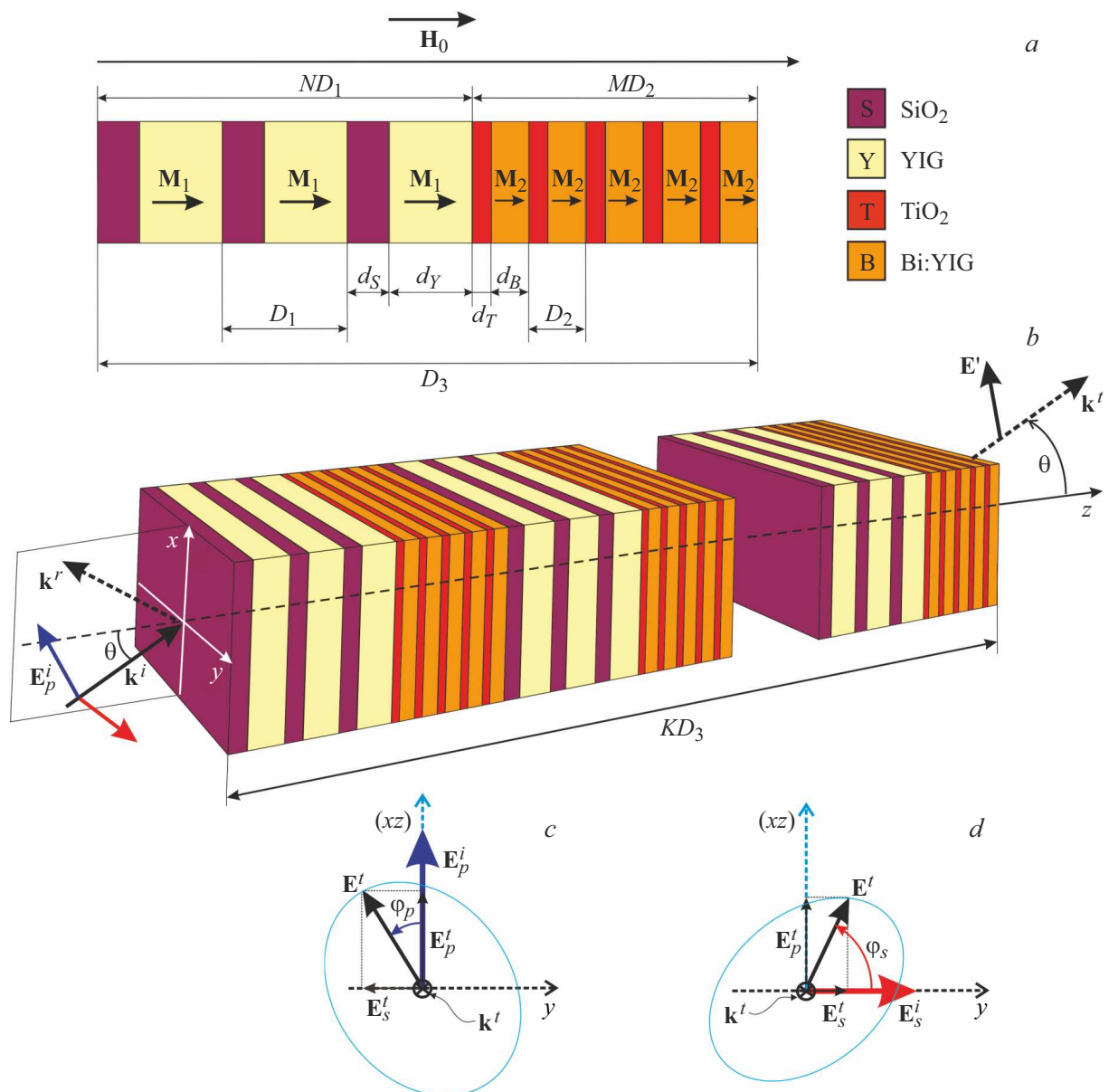


Рис. 1. Схема трехпериодического магнитооптического ФК $[(SY)^N(TB)^M]^K$: *a* — сверхъчейка ФК при $N = 3$, $M = 5$ (черными стрелками обозначены векторы намагниченности $\mathbf{M}_1$ и $\mathbf{M}_2$ в слоях YIG и Bi:YIG соответственно), $\mathbf{H}_0$ — постоянное внешнее магнитное поле, *b* — эффект Фарадея при прохождении ЭМВ сквозь трехпериодический ФК. Синими и красными стрелками обозначены электрические составляющие падающих ЭМВ *s*- или *p*-поляризаций ($\mathbf{E}_s^i$, $\mathbf{E}_p^i$ соответственно), черной стрелкой — вектор электрического поля прошедшей ЭМВ $\mathbf{E}^t$. *c* и *d* — схематическое представление углов ФВ φ_p и φ_s в случаях падающих ЭМВ *p*- и *s*-поляризаций соответственно. Вертикальные штриховые линии показывают проекцию плоскости (xz) .

из границ раздела сред мы вводим векторы-столбцы амплитуд полей в каждом из слоев ФК:

$$\psi_j = (E_{yj}^{I+} E_{yj}^{r+} H_{yj}^{I-} H_{yj}^{r-})^\tau,$$

где τ означает операцию транспонирования. Аналогичным образом для входной и выходной сред (учитывая наличие отраженной волны в первой из них и прошедшей во второй) запишем

$$\psi_0^{\text{in}} = (E_{y0}^{I(s)} E_{y0}^{r(s)} H_{y0}^{I(p)} H_{y0}^{r(p)})^\tau,$$

$$\psi_0^{\text{out}} = (E_{y0}^{t(s)} 0 H_{y0}^{t(p)} 0)^\tau.$$

Фотонный кристалл вида $[(SY)^N(TB)^M]^K$ содержит $2K(N+M)+1$ границ раздела сред, включая внешние границы с воздухом, для каждой из которых выполняются 4 алгебраических уравнения. Из системы имеющихся $4[2K(N+M)+1]$ уравнений путем последовательного исключения амплитуд полей внутри ФК переходим к следующей системе четырех алгебраических уравнений, связывающих поля в воздухе на противоположных гра-

ницах ФК и записанных в матричном виде:

$$\hat{A}_0 \hat{E}_0(KD_3) \psi_0^{(\text{out})} = \hat{A}_S(\hat{T}_g)^K \hat{S}_{S0} \psi_0^{(\text{in})}. \quad (7)$$

Здесь $\hat{A}_S(\hat{T}_g)^K \hat{S}_{S0}$ — матрица переноса размерности (4×4) , связывающая амплитуды полей волны в точках $z = 0$ и $z = KD_3$ по левым сторонам внешних поверхностей ФК, где $\hat{T}_g = \hat{S}_{SB}(\hat{T}_{02})^M \hat{S}_{BS}(\hat{T}_{01})^N$ — матрица переноса для сверхъязычки, $\hat{T}_{01}$ и $\hat{T}_{02}$ — матрицы переноса для подъячек (SY) и (BT) соответственно:

$$\begin{aligned} \hat{T}_{01} &= \hat{S}_{SY} \hat{E}_Y(d_T) \hat{S}_{YS} \hat{E}_S(d_S), \\ \hat{T}_{02} &= \hat{S}_{BT} \hat{E}_T(d_T) \hat{S}_{TS} \hat{E}_B(d_B). \end{aligned} \quad (8)$$

При этом $\hat{S}_{ij} = \hat{A}_i^{-1} \hat{A}_j$ и $\hat{S}_{S0} = \hat{A}_S^{-1} \hat{A}_0$ — матрицы, связывающие амплитуды полей по разные стороны границы слоев i и j соответственно, а также на границе слоя S и воздуха:

$$\begin{aligned} \psi_i &= \hat{S}_{ij} \psi_j, \\ \psi_S &= \hat{S}_{S0} \psi_0^{\text{in}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Матрицы коэффициентов $\hat{A}_j$ для вычисления матриц $\hat{S}_{ij}$ в выражениях (9) для магнитных слоев ($j = Y, B$) имеют следующий вид:

$$\hat{A}_j = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \eta_{\mu j}^- & -\beta_{\mu j}^- \\ \delta_{\epsilon j}^+ & -\delta_{\epsilon j}^+ & \gamma_{\mu j}^- & \gamma_{\mu j}^- \\ -\beta_{\epsilon j}^+ & \beta_{\epsilon j}^+ & 1 & \gamma_{\mu j}^- \\ \gamma_{\epsilon j}^+ & \gamma_{\epsilon j}^+ & -\delta_{\mu j}^- & \delta_{\mu j}^- \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Для немагнитных слоев ФК ($j = S, T$) и для воздуха ($j = 0$) матрицы $\hat{A}_j$ имеют квазидиагональную форму:

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{A}_j^{(s)} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{A}_j^{(p)} \end{pmatrix},$$

где $\hat{A}_j^{(s)}$ и $\hat{A}_j^{(p)}$ — матрицы размерности (2×2) для s - и p -поляризованных волн:

$$\begin{aligned} \hat{A}_j^{(s)} &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \delta_{\epsilon j}^+ & -\delta_{\epsilon j}^+ \end{pmatrix}, \quad \hat{A}_j^{(p)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -\delta_{\mu j}^- & \delta_{\mu j}^- \end{pmatrix}, \\ \delta_{\epsilon j}^+ &= k_{zj}/\Omega \epsilon_j, \quad \delta_{\mu j}^- = k_{zj}/\Omega \mu_j, \end{aligned}$$

а $\hat{0}$ — нулевые матрицы размерности (2×2) .

Диагональные матрицы $\hat{E}_j(d_j)$ в уравнениях (7):

$$\begin{aligned} \hat{E}_j(d_j) &= \left(\exp(ik_{zj}^+ d_j) \exp(-ik_{zj}^+ d_j) \exp(ik_{zj}^- d_j) \right. \\ &\quad \left. \times \exp(-ik_{zj}^- d_j) \right), \quad (j = Y, B), \\ \hat{E}_j(d_j) &= \left(\exp(ik_{zj} d_j) \exp(-ik_{zj} d_j) \exp(ik_{zj} d_j) \right. \\ &\quad \left. \times \exp(-ik_{zj} d_j) \right), \quad (j = S, T) \end{aligned}$$

характеризуют набег фазы внутри слоев j , а $\hat{E}_0(k_{z0}KD_3)$ определена как

$$\begin{aligned} \hat{E}_0(k_{z0}KD_3) &= \left(\exp(ik_{z0}KD_3) \exp(-ik_{z0}KD_3) \right. \\ &\quad \left. \times \exp(ik_{z0}KD_3) \exp(-ik_{z0}KD_3) \right). \end{aligned}$$

Система уравнений (7) дает возможность найти связь амплитуд падающей и прошедшей волн через амплитудные коэффициенты пропускания T_{ss} , T_{pp} , T_{sp} и T_{ps} , являющиеся сложными функциями частоты и угла падения ЭМВ:

$$\begin{pmatrix} E_s^{(t)} \\ E_p^{(t)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{ss} & T_{sp} \\ T_{ps} & T_{pp} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_s^{(i)} \\ E_p^{(i)} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Когда падающее электромагнитное излучение содержит только s -поляризованную составляющую ($E_p^i = 0$) или, наоборот, только p -поляризованную ($E_s^i = 0$), энергетические коэффициенты пропускания, как отношения интенсивности прошедшей ЭМВ к интенсивности падающей, могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} T_s &= |T_{ss}|^2 + |T_{ps}|^2 \quad (\text{при } E_p^i = 0), \\ T_p &= |T_{sp}|^2 + |T_{pp}|^2 \quad (\text{при } E_s^i = 0). \end{aligned} \quad (12)$$

Следует отметить, что в отсутствие поглощения энергетические коэффициенты отражения определяются следующим образом:

$$R_s = 1 - T_s, \quad R_p = 1 - T_p.$$

Углы ФВ φ_s и φ_p в случаях падения на поверхность ФК волны s - или p -поляризации определены так же, как в монографии [2]:

$$\tan \varphi_s = -\text{Re} \left(\frac{T_{ps}}{T_{ss}} \right), \quad \tan \varphi_p = \text{Re} \left(\frac{T_{sp}}{T_{pp}} \right). \quad (13)$$

3. Численные расчеты и обсуждение

Для численных расчетов коэффициентов пропускания и углов ФВ при прохождении ЭМВ сквозь исследуемый ФК мы учитываем частотную дисперсию показателей преломления $n_j(\omega)$ материалов в ближнем ИК диапазоне в соответствии с данными работ [35–39]. Для немагнитных материалов SiO_2 , TiO_2 диэлектрическая проницаемость определяется как $\varphi_j(\omega) = (n_j(\omega))^2$, ($j = S, T$) [35,36]. Для YIG дисперсионная зависимость диагональных компонент тензора диэлектрической проницаемости $\epsilon_Y(\omega)$ определена в соответствии с [37], диагональные компоненты тензора магнитной проницаемости $\mu_Y = 1$, а недиагональные компоненты этих тензоров равны соответственно $\epsilon_Y' = -2.47 \cdot 10^{-4}$, $\mu_T' = 8.76 \cdot 10^{-5}$ [38]. Для Bi:YIG соответствующие материальные параметры имеют следующие значения: $\epsilon_B = 5.76$ [39,40], $\mu_B = 1$, $\mu_B' = 1.65 \cdot 10^{-5}$ [41,42].

Толщины слоев в подъячейках (SY) и (TB) d_{0j} были выбраны в соответствии с условием Брэгга [43]:

$$n_j(\lambda_{01,2})d_{0j} = \lambda_{01,2}/4, \quad (14)$$

где $\lambda_{01,2}$ — брэгговские длины волн подъячеек (SY) и (TB) соответственно, а $n_j(\lambda_{01,2})$ — показатели преломления слоев на соответствующей брэгговской длине волны. Оценим характерный размер ФК-структуры, взяв брэгговские длины волн подъячеек равными основной телекоммуникационной длине волны, т.е. $\lambda_{01} = \lambda_{02} = 1.55 \mu\text{m}$. С учетом дисперсии показателей преломления для данной длины волны получаем следующие толщины слоев: $d_{0S} = 0.269 \mu\text{m}$, $d_{0T} = 0.158 \mu\text{m}$, $d_{0Y} = 0.176 \mu\text{m}$, $d_{0B} = 0.162 \mu\text{m}$. Тогда толщина структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ равна $20.545 \mu\text{m}$.

С практической точки зрения наибольший интерес представляет частотная область, соответствующая телекоммуникационным длинам волн $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$) и $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.449 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$). На рис. 2, *a, b* представлены частотно-угловые зависимости энергетических коэффициентов пропускания $T_s(\omega, \theta)$ и $T_p(\omega, \theta)$ в области первой ЗФЗ соответственно для случаев *s*- и *p*-поляризованных падающих ЭМВ для ФК-структуры $[(SY)^3(BT)^5]^7$. Рис. 2, *c, d* и *e, f* показывают детализированные фрагменты внутризонных полос пропускания для ЭМВ *s*- и *p*-поляризаций; вертикальные линии на рис. 2, *c, d* соответствуют частоте $\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ ($\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$), на рис. 2, *e, f* — $\omega_0 \approx 1.449 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$.

Как видно из рис. 2, *a, b*, обе ЗФЗ содержат по четыре достаточно широкие внутренние полосы пропускания, полуширины которых при $\theta = 0$ составляют $\Delta\omega_1 \approx 0.078 \text{ PHz}\cdot\text{rad}$, $\Delta\omega_2 \approx 0.056 \text{ PHz}\cdot\text{rad}$, $\Delta\omega_3 \approx 0.106 \text{ PHz}\cdot\text{rad}$ и $\Delta\omega_4 \approx 0.077 \text{ PHz}\cdot\text{rad}$. Для сравнения, в двухпериодическом магнитофотонном кристалле $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4/\text{TiO}_2]^5$ [13] соответствующие величины составляют порядка $0.01 \text{ PHz}\cdot\text{rad}$, т.е. примерно в 5–10 раз уже, чем в случае трехпериодического ФК.

Каждая из полос пропускания (рис. 2, *c–f*) имеет сложную структуру с расщеплением на шесть пиков, на которых коэффициент пропускания достигает значений, близких к единице. Такая кратность расщепления, как было показано в работах [13,14], определяется количеством сверхпериодов структуры и равна $(K - 1)$, что в данном случае (при $K = 7$) дает шесть максимумов. На отдельных участках полос пропускания эти пики могут сливаться в „плато“, где коэффициент пропускания незначительно колеблется, не доходя до единицы (например, рис. 2, *e*).

При фиксированной частоте с увеличением угла падения пики становятся менее выраженными: уменьшается разность между соседними максимальными и минимальными значениями коэффициента пропускания в пределах внутризонной полосы. При фиксированном угле падения θ с увеличением частоты ЭМВ контрастность пиков пропускания возрастает, особенно в случае *s*-поляризованных волн (рис. 2, *c, e*).

При нормальном падении электромагнитного излучения ($\theta = 0$) положения краев ЗФЗ и внутризонных полос пропускания практически совпадают. С отклонением угла падения от нормали к поверхности ЗФЗ *s*-поляризованных волн расширяется, а *p*-поляризованных сужается. При этом поведение полос пропускания с увеличением θ носит обратный характер: внутризонные полосы пропускания *s*-поляризованных волн заметно сужаются, а *p*-поляризованных, наоборот, расширяются (рис. 2, *a, b*).

Кроме внутризонных мод пропускания характерной особенностью спектров пропускания трехпериодических структур является наличие спутных зон по краям основной ЗФЗ, которые с увеличением θ могут раскрываться: например, спутная зона для волн *s*-поляризации расположена по частоте ниже $0.8 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ при углах $\theta > 40^\circ$, а для *p*-поляризованных волн при $\theta > 75^\circ$ — правее высокочастотного края основной ЗФЗ. Кроме того, в спектре *p*-поляризованных волн низкочастотный край ЗФЗ может сливаться с внутризонной полосой пропускания, как на рис. 2, *b* при $\theta > 55^\circ$. Наконец, с увеличением θ имеет место синее смещение спектра, что характерно для всех 1D ФК-структур.

Следует отметить, что в ФК вида $[(SY)^3(BT)^5]^7$ внутризонные полосы пропускания значительно шире, чем в ФК $[(ST)^3(YB)^{10}]^3$, рассмотренном нами в работе [33]. Например, для $[(SY)^3(BT)^5]^7$ при $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ и $\theta = 54^\circ$ ширина второй внутризонной полосы пропускания (расположена при $\theta = 0$ в интервале $1.0 \text{ rad}\cdot\text{PHz} < \omega < 1.2 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ (рис. 2)) равна $\Delta\omega_s = 0.052 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ для *s*-поляризованной ЭМВ и $\Delta\omega_p = 0.083 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ для *p*-поляризованной волны. Тогда как соответствующие значения для структуры $[(ST)^3(YB)^{10}]^3$ составляют $\Delta\omega_s = 0.011 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ и $\Delta\omega_p = 0.023 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$.

На рис. 3, *a, b* показаны зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ для структуры $[(SY)^3(BT)^5]^7$ от угла падения ЭМВ на выбранной длине волны $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ для ЭМВ *s*- и *p*-поляризаций соответственно. Аналогично, угловые зависимости T_s и T_p при $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ приведены на рис. 3, *c, d*. Красная и синяя кривые соответствуют коэффициентам пропускания, зеленая и оранжевая — углам ФВ, рассчитанным с использованием формулы (13). Каждый из шести максимумов коэффициентов пропускания $T_{s(\max)}$ и $T_{p(\max)}$ имеет значения, близкие к 1, при углах $\theta_{s\alpha}$ и $\theta_{p\alpha}$ соответственно ($\alpha = 1, \dots, 6$), а минимальные значения на полосе пропускания между пиками далеки от нуля: не ниже $T_{s(\min)} = 0.18$ и $T_{p(\min)} = 0.25$ для *s*- и *p*-поляризованных волн при $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ (рис. 3, *a, b*) и аналогично $T_{s(\min)} = 0.4$ и $T_{p(\min)} = 0.45$ при $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ (рис. 3, *a, b*).

Как видно из сравнения рис. 3, *a* и *b*, а также рис. 3, *c* и *d*, угловая область пропускания ЭМВ *s*-поляризации несколько уже области пропускания *p*-поляризованной волны, а также ее левый край T_s сдвинут в область

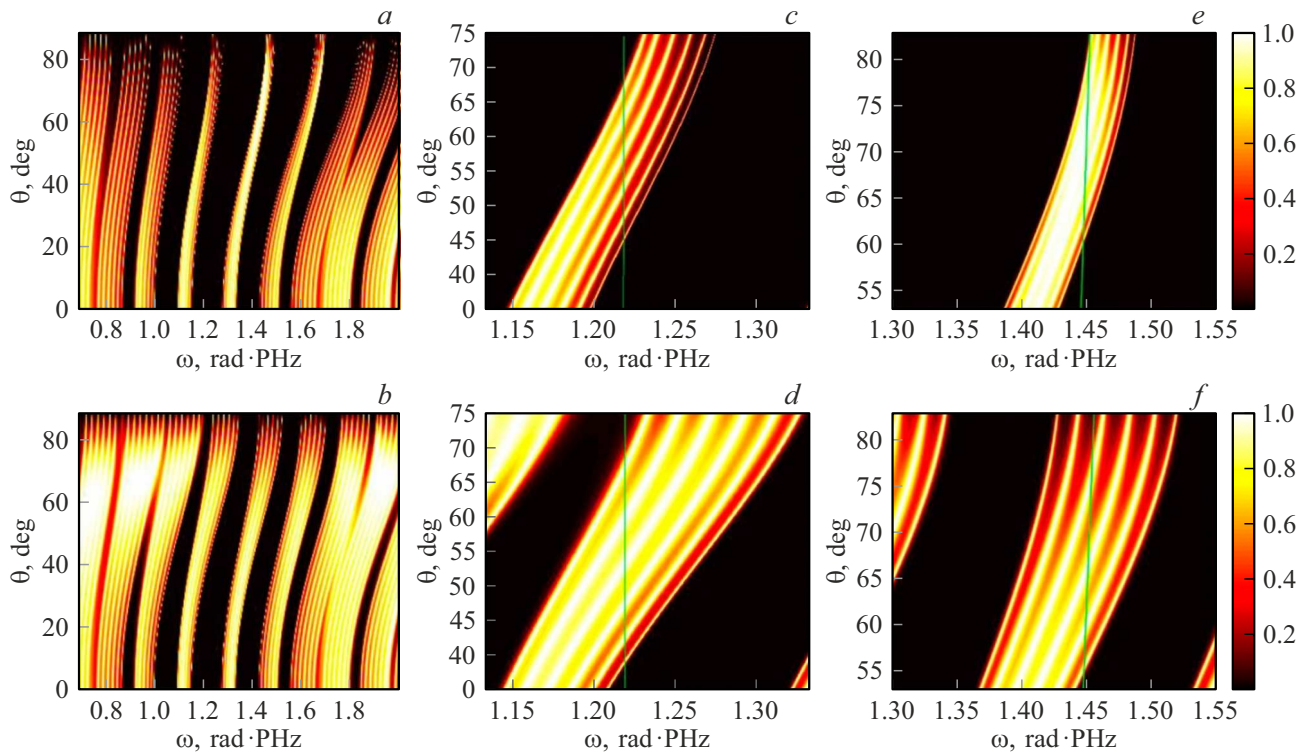


Рис. 2. Спектры пропускания $T_s(\omega, \theta)$ и $T_p(\omega, \theta)$ для случаев s - и p -поляризованных падающих ЭМВ (верхний и нижний ряды соответственно) для ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$: a, b — в первой ЗФЗ; c, d — фрагмент внутризонной полосы пропускания в окрестности $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$); e, f — в окрестности $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.449 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$). Брэгговские длины волн для обеих ячеек равны $\lambda_{01} = \lambda_{02} = 1.55 \mu\text{m}$. Вертикальными зелеными линиями на рис. $c-f$ отмечены частоты $\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ и $\omega_0 \approx 1.449 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$. Цветовая шкала представляет значения T_s, T_p .

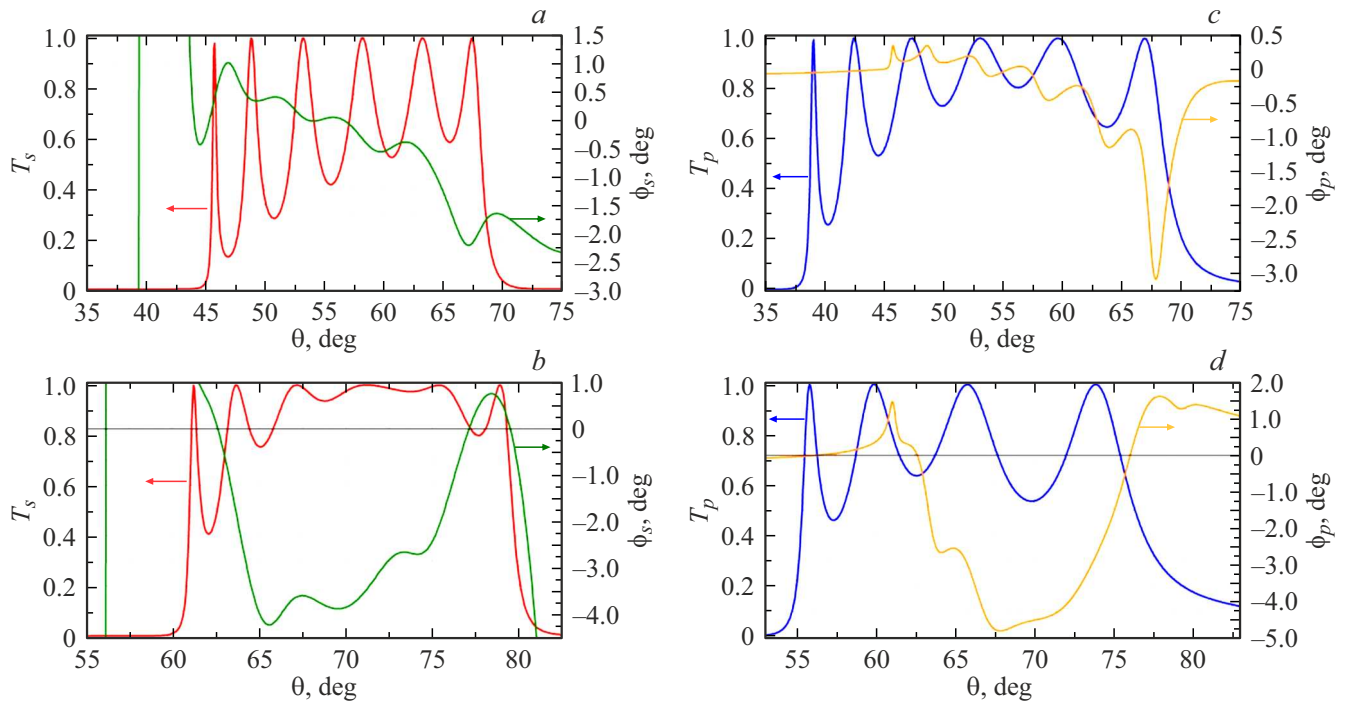


Рис. 3. Угловые зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ: a, c — $T_s(\theta)$ и $\phi_s(\theta)$; b, d — $T_p(\theta)$ и $\phi_p(\theta)$ для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ при $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ (a, b), $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ (c, d). Красная и синяя кривые соответствуют коэффициентам пропускания, зеленая и оранжевая — углам ФВ.

больших θ по сравнению с левым краем T_p : положение первых пиков пропускания соответствует углам падения $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ и $\theta_{p1} = 39.13^\circ$ для $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ (рис. 3, *a, b*). При этом положения последних (шестых) пиков пропускания для волн обеих поляризаций разнятся значительно меньше: соответственно $\theta_{s6} = 67.4^\circ$ и $\theta_{p6} = 66.93^\circ$. Для *s*-поляризованных волн угловое расстояние между крайними пиками пропускания составляет $\Delta\theta_s = 21.6^\circ$, тогда как для *p*-поляризованных ЭМВ $\Delta\theta_p = 27.8^\circ$. Что касается углов ФВ, то в области полосы пропускания они меняются в пределах $3.05^\circ \leq \varphi_p \leq 0.3^\circ$ и $-2.3^\circ \leq \varphi_s \leq 1.0^\circ$. При наибольшем отрицательном значении ФВ коэффициент прохождения ЭМВ высокий: $T_s = 0.9$, но при наибольшем положительном ФВ составляет всего $T_s = 0.15$ при угле падения $\theta_s \approx 44^\circ$. Здесь и далее $\varphi_{s(\text{max})}^\pm$ обозначают максимальное (при данных конкретных параметрах) положительное или отрицательное ФВ. Для волн *p*-поляризации $\varphi_{p(\text{max})}^- = -3.05^\circ$ при $\theta_s \approx 66^\circ$ также совпадает с достаточно хорошим пропусканием ЭМВ: $T_p = 0.82$, а $\varphi_{p(\text{max})}^+ = 0.3^\circ$ соответствуют коэффициентам пропускания $T_p = 0.65$ и $T_p = 0.85$ при $\theta_p \approx 46^\circ$ и $\theta_p \approx 48^\circ$ соответственно.

Следует также отметить, что в некоторых частотных интервалах, а также на некоторых интервалах углов падения ЭМВ углы ФВ могут достигать нескольких десятков градусов, как, например, при $39^\circ \leq \theta \leq 43^\circ$ для *s*-поляризованных ЭМВ (рис. 3, *a, b*). Однако эти области соответствуют отсутствию пропускания ($T_s \rightarrow 0$), что не имеет практического значения.

В случае $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ максимальные значения углов ФВ даже несколько больше: $\varphi_{s(\text{max})}^- = -4.2^\circ$ при $T_s = 0.79$ и $\varphi_{p(\text{max})}^- = -4.78^\circ$ при $T_p = 0.71$ (для сравнения рис. 3, *a, b* и *c, d*).

Далее рассмотрим частотные зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ при углах падения θ_{sa} и θ_{pa} , определенных выше и соответствующих пикам пропускания при $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$). На рис. 4 представлены частотные зависимости коэффициентов пропускания $T_s(\omega)$ и $T_p(\omega)$ и углов ФВ $\varphi_s(\omega)$ и $\varphi_p(\omega)$ для *s*- и *p*-поляризованных ЭМВ (левый и правый столбцы соответственно) при углах падения $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ (*a*) и $\theta_{p1} = 39.13^\circ$ (*d*); $\theta_{s6} = 67.40^\circ$ (*b*); $\theta_{p6} = 66.93^\circ$ (*c*). Эти углы соответствуют первому и шестому пикам T_s и T_p на рис. 3, *a, b* соответственно. Для *s*-поляризованных волн в пределах полосы пропускания значения углов ФВ меняются в пределах $-4.73^\circ \leq \varphi_s \leq 0.99^\circ$ при $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ и $-2.16^\circ \leq \varphi_s \leq 0.59^\circ$ при $\theta_{s6} = 67.40^\circ$. Однако здесь наибольшие по абсолютной величине отрицательные значения ФВ $\varphi_{s(\text{max})}^- = -4.73^\circ$ достигаются при малом значении $T_s = 0.067$ и при $\theta_{s1} = 45.80^\circ$. Максимальным, близким к единице значениям коэффициента пропускания $T_s = 0.99$ (первый, нижайший по частоте пик при $\omega = 1.166 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$) соответствует $\varphi_s = -2.98^\circ$ и, кроме того, $\varphi_s = -1.45^\circ$ (второй пик при $\omega = 1.174 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$).

Для рассматриваемой ФК-структуры также может иметь место и положительное ФВ, но оно несколько слабее. При $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ положительному ФВ соответствует узкий интервал частот $1.202 \text{ rad}\cdot\text{PHz} \leq 1.216 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ в области пятого и шестого пиков пропускания (рис. 3, *a*), при $\omega = 1.112 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ максимальное положительное ФВ $\varphi_s = 0.99^\circ$ достигается при незначительном коэффициенте пропускания $T_s = 0.134$.

С увеличением угла падения область частот, соответствующих положительным значениям угла ФВ φ_s , расширяется, захватывая при $\theta_{s6} = 67.40^\circ$ интервалы от третьего до пятого пиков и промежутка между вторым и третьим пиками: $1.226 \text{ rad}\cdot\text{PHz} \leq \omega \leq 1.255 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$, при этом смещаясь вверх по частоте вместе с полосой пропускания (рис. 4, *a, b*). Максимум положительного вращения $\varphi_{s(\text{max})}^+ = 0.598^\circ$ при $\omega = 1.241 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$ возникает при $\theta_{s6} = 67.40^\circ$.

В случае *p*-поляризованных ЭМВ максимальные значения углов ФВ соответствуют несколько большим значениям T_p , чем при *s*-поляризации. В отличие от случая *s*-поляризации области частот, на которых ФВ имеет положительный знак, очень узкие (рис. 4, *c, d*).

Для сравнения в работе [12] для двухпериодических ФК вида $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4]^5/\text{YIG}$ теоретические расчеты показали, что вблизи внутризонных полос пропускания максимальные значения (до 0.25° для *p*-поляризованного света и около 1.8° для *s*-поляризованного света) углов ФВ соответствуют низкой пропускающей способности. А на частотах внутризонных мод пропускания пики ФВ невелики: вращение достигает значений до 0.1° для падающего света *s*-поляризации, а для *p*-поляризованного падающего света ФВ не превышает -0.02° на соответствующих пиках пропускающей способности. Значения углов ФВ для трехпериодической структуры $[(\text{SY})^3(\text{TB})^5]^7$, полученные в настоящей работе, при некоторых частотах могут значительно (на один–два порядка) превышать значения для магнито-фотонных кристаллов [12], причем области максимумов φ_s и φ_p могут совмещаться с соответствующими областями высокого пропускания.

Таким образом, при фиксированных углах падения настройка частоты в пределах полосы пропускания позволяет достичь хороших результатов — значительных углов ФВ при максимальном прохождении ЭМВ.

Для еще большего увеличения эффекта Фарадея в трехпериодическом ФК можно выбрать магнитооптические слои YIG и Bi:YIG больших толщин d_Y, d_B по сравнению с теми, что были использованы для вышеприведенных расчетов, оставляя без изменения толщины немагнитных слоев d_S и d_T . На рис. 5, *a, b* представлены зависимости коэффициентов пропускания T_s, T_p , а также углов ФВ φ_s, φ_p для длины волны $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ при *n*-кратном увеличении d_Y и d_B .

Как видно из рис. 5, *a, b*, при *n*-кратном увеличении толщин магнитных слоев угловые области пропускания значительно сужаются и смещаются в сторону

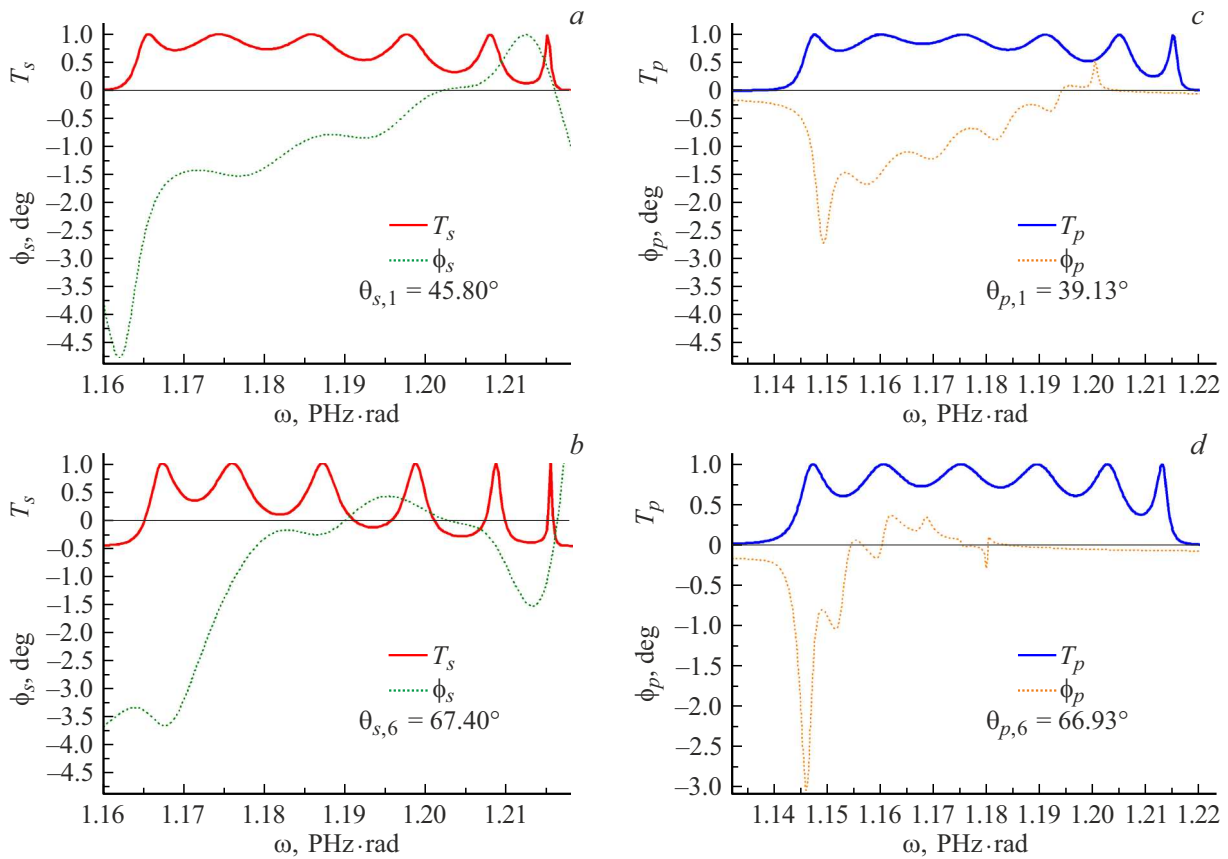


Рис. 4. Частотные зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ для s -поляризованных ЭМВ ($T_s(\omega)$, $\phi_s(\theta)$) при углах падения $\theta_{s1} = 45.80^\circ$ (а), $\theta_{s6} = 67.40^\circ$ (б) и p -поляризованных ЭМВ ($T_p(\omega)$, $\phi_p(\theta)$) при $\theta_{p1} = 39.13^\circ$ (с), $\theta_{p6} = 66.93^\circ$ (д). Интервалы частот соответствуют второй внутризонной полосе пропускания.

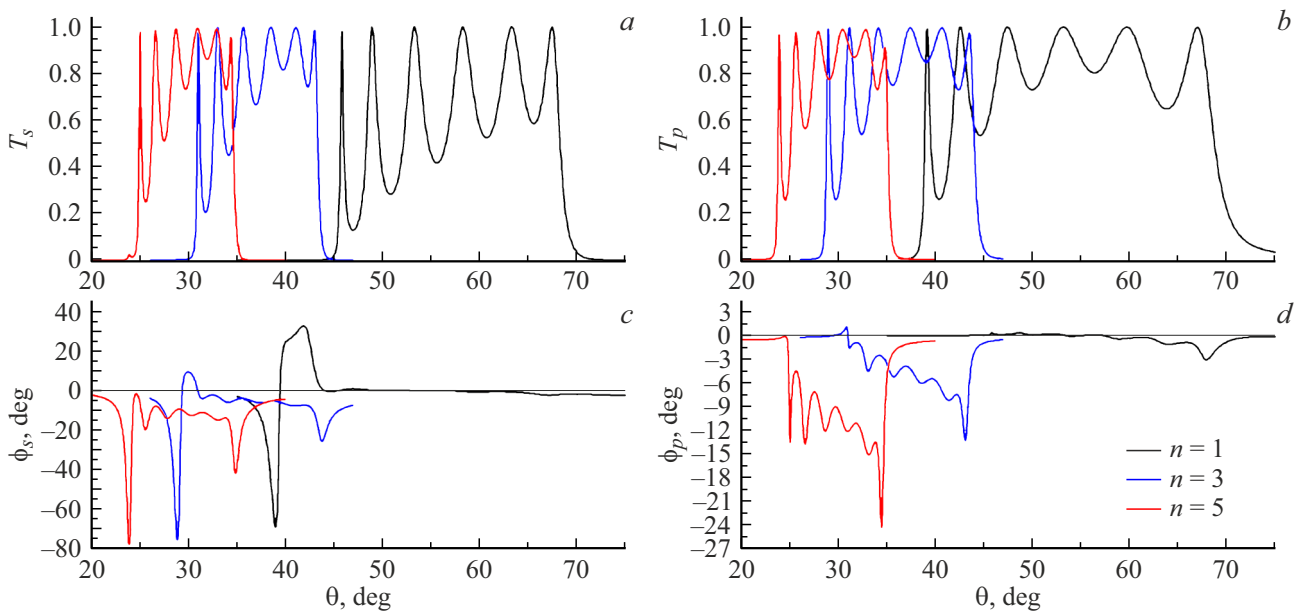


Рис. 5. Эволюция угловой зависимости коэффициентов пропускания $T_s(\theta)$ (а), $T_p(\theta)$ (б) и углов ФВ $\phi_s(\theta)$ (с), $\phi_p(\theta)$ (д) для ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$ при $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$) при n -кратном изменении толщин магнитных слоев: $d_Y = n d_{0Y}$, $d_B = n d_{0B}$ ($n = 1, 3, 5$). Здесь $d_{0Y} = 0.1760 \mu\text{m}$, $d_{0B} = 0.1615 \mu\text{m}$.

меньших углов падения. Так, например, для волн s -поляризации при $n = 1$ (магнитные слои без увеличения) угловое расстояние между крайними (первым и шестым) пиками T_s составляет $\Delta\theta_s = 21.60^\circ$, $\Delta\theta_s = 11.48^\circ$ при $n = 3$ и $\Delta\theta_s = 9.34^\circ$ при $n = 5$. Соответствующие значения $\Delta\theta_p$ для ЭМВ p -поляризованных несколько больше и при $n = 1$ составляют $\Delta\theta_p = 27.87^\circ$, при $n = 3$ $\Delta\theta_p = 14.31^\circ$, а при $n = 5$ $\Delta\theta_p = 10.87^\circ$. Вместе с пиками T_s и T_p соответственно смещаются и графики зависимости углов ФВ (рис. 5, c, d), а значения φ_s и φ_p , попадающие в область угловой полосы пропускания ($0 \leq T_{s,p}(\theta) \leq 1$), существенным образом увеличиваются. Максимальное отрицательное вращение при $n = 1$ составляет для s -поляризованной волны $\varphi_{s(\max)}^- = -2.19^\circ$ при $\theta_s = 67.07^\circ$, а коэффициент пропускания при этом $T_s = 0.926$. Максимальное положительное вращение $\varphi_{s(\max)}^+ = 1.02^\circ$ при $\theta_s = 46.93^\circ$, коэффициент пропускания низкий: $T_s = 0.129$. На шестом пике $T_s = 0.998$ достигается $\varphi_s = -2.17^\circ$. Отметим, что область высоких (до нескольких десятков градусов) значений φ_s не совпадает с полосой пропускания и не рассматривается как потенциально применимый результат.

Для p -поляризованных ЭМВ при $n = 1$, $\varphi_{p(\max)}^- = -3.06^\circ$ при $\theta_p = 67.93^\circ$ коэффициент пропускания высокий: $T_p = 0.919$. Максимальное положительное вращение $\varphi_{p(\max)}^+ = 0.362^\circ$ имеет место при $\theta_s = 45.8^\circ$, но коэффициент пропускания низкий: $T_s = 0.129$. На шестом пике $T_p = 0.999$ достигается значение $\varphi_p = -1.61^\circ$.

Троекратное утолщение магнитных слоев ($n = 3$) дает для s -поляризованной волны $\varphi_{s(\max)}^- = -24.85^\circ$ при низком коэффициенте пропускания $T_s = 0.101$. Но на пятом пике пропускания $T_s = 0.997$ достигается ФВ $\varphi_s = -7.31^\circ$ при $\theta_s = 43.5^\circ$. Для случая p -поляризации максимальное отрицательное значение $\varphi_{p(\max)}^- = -13.2^\circ$ при $\theta_p = 45.42^\circ$, и коэффициент пропускания при этом высокий: $T_p = 0.804$.

При дальнейшем утолщении магнитных слоев до $n = 5$ получаем для s -поляризованной волны $\varphi_{s(\max)}^- = -41.78^\circ$ при низком коэффициенте пропускания $T_s = 0.191$. Но на шестом пике при $T_s = 0.946$ получаем большое ФВ $\varphi_s = -20.25^\circ$ при $\theta_s = 34.4^\circ$. В случае p -поляризации максимум ФВ $\varphi_{p(\max)}^- = -24.29^\circ$ достигается при хорошем пропускании: $T_p = 0.814$, а на пятом пике коэффициента пропускания при $T_p = 0.911$ ФВ составляет $\varphi_p = -13.78^\circ$.

На рис. 6 показаны спектры ФВ $\varphi_s(\omega, \theta)$ (а) и $\varphi_p(\omega, \theta)$ (б) для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ с пятикратно утолщенными магнитными слоями YIG и Bi:YIG в областях расположения внутризонных полос пропускания, соответствующих s - и p -поляризованным падающим ЭМВ (в окрестности $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.215 \text{ rad} \cdot \text{PHz}$)). Как видно из рис. 6, а, наиболее сильное отрицательное ФВ имеет место для s -поляризованного излучения на низкочастотном

краю полосы пропускания: $\varphi_s \sim (-40^\circ - -30^\circ)$. На высокочастотном краю полосы пропускания в зависимости от угла падения θ ФВ φ_s может принимать как отрицательные, так и положительные значения в пределах $\pm 5^\circ$. Для p -поляризованных ЭМВ наибольшие значения положительного вращения φ_p (несколько градусов) достигаются либо на высокочастотном краю полосы пропускания, либо (с увеличением θ) в точках, смещенных от него к центру полосы. Но в отличие от случая s -поляризации резкий отрицательный экстремум порядка $\varphi_p \sim -25^\circ - -20^\circ$ расположен не по высокочастотному краю полосы пропускания, а при частотах, слегка смещенных от края в направлении ее центра (рис. 6, б).

Для длины волны $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{m}$ в случае пятикратно утолщенных магнитных слоев в $[(SY)^3(TB)^5]^7$ расчеты дают хорошие совпадения максимумов ФВ и коэффициентов пропускания. Здесь имеются два угловых интервала: $0 < \theta < 25^\circ$ и $30 < \theta < 65^\circ$, разделенные областью ЗФЗ. В первом интервале, представленном на рис. 7, а для s -поляризованных волн, при высоких значениях коэффициентов пропускания $T_s = 0.976$ (при $\theta_s = 16.42^\circ$) и $T_s = 0.904$ (при $\theta_s = 20.58^\circ$) углы ФВ составляют $\varphi_s = -11.63^\circ$ и $\varphi_s = -13.81^\circ$ соответственно. В этом случае максимальное значение ФВ для s -поляризованной волны $\varphi_{s(\max)}^- = -28.05^\circ$ достигается при $\theta_s = 23.75^\circ$ и $T_s = 0.334$. Для p -поляризованных ЭМВ (рис. 7, б) максимальное отрицательное значение $\varphi_{p(\max)}^- = -20.74^\circ$ при $\theta_p = 23.25^\circ$ и коэффициенте пропускания $T_p = 0.762$. Также имеется совпадение других максимумов, например, $\varphi_{p(\max)}^- = -13.43^\circ$ (при $\theta_p = 20.33^\circ$) и $T_p = 0.967$ (рис. 7, в). Второй интервал показан на рис. 7, c, d и соответствует уже краю ЗФЗ, где максимум ФВ составляет для s -поляризованной ЭМВ $\varphi_{s(\max)}^- = -25.13^\circ$ ($\theta_s = 32.86^\circ$), $T_s = 0.339$. В достаточно широком интервале углов падения ($33.8^\circ < \theta_p < 49.0^\circ$) значения ФВ изменяются в пределах $-13^\circ < \varphi_p < -7^\circ$ при пропускании $0.43 < T_p < 0.99$. Для p -поляризованной волны (рис. 7, д) максимальное отрицательное ФВ $\varphi_{p(\max)}^- = -18.78^\circ$ достигается при высоком пропускании $T_p = 0.8516$ ($\theta_p = 33.27^\circ$). Большинство остальных пиков ФВ расположены в интервале значений $-14^\circ < \varphi_p^- < -7^\circ$ ($33.5^\circ < \theta_p < 49.8^\circ$), которым соответствуют высокие значения коэффициента пропускания в пределах $0.62 < T_p < 0.97$.

Отметим, что 180-градусное перемагничивание ФК-структуры будет приводить к изменению знака ФВ на противоположный. Таким путем можно для тех же поляризаций ЭМВ, частот и углов падения получить такие же по абсолютной величине, но положительные значения ФВ $\varphi_s \sim (30^\circ - 40^\circ)$ и $\varphi_s \sim (20^\circ - 25^\circ)$.

Возможность совмещения спектральных максимумов оптического пропускания и больших значений угла Фарадея, хотя и не является уникальным эффектом, остается в рассматриваемом диапазоне длин волн (ближ-

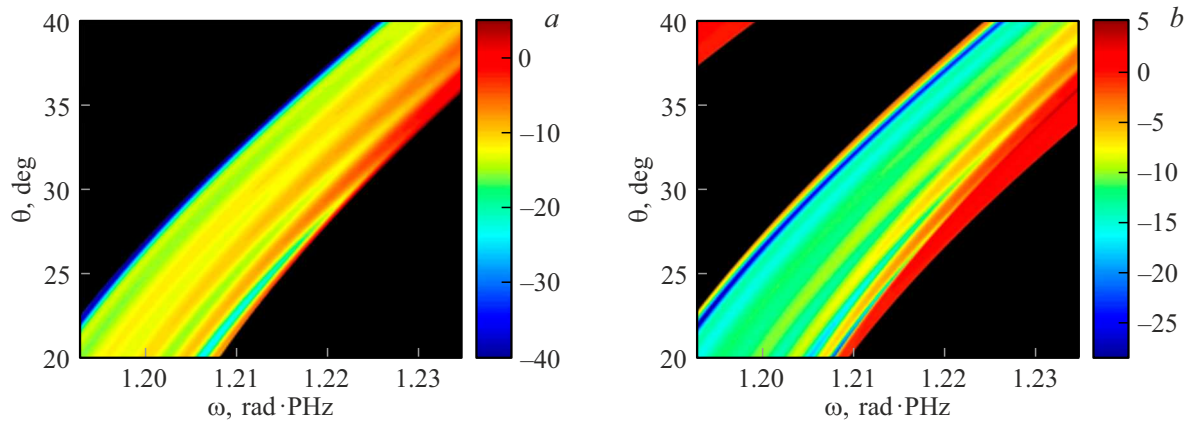


Рис. 6. Спектры углов ФВ $\phi_s(\omega, \theta)$ (a) и $\phi_p(\omega, \theta)$ (b) для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ с утолщенными магнитными слоями YIG и Bi:YIG: $d_Y = 5d_{0Y} = 0.8800 \mu\text{m}$, $d_B = 5d_{0B} = 0.8075 \mu\text{m}$. Черные области соответствуют пренебрежимо малым значениям коэффициентов пропускания: $T_s(\omega, \theta) \rightarrow 0$ (a) и $T_p(\omega, \theta) \rightarrow 0$ (b), т.е. показывают области ЗФЗ. Цветовая шкала представляет значения углов ФВ в градусах.

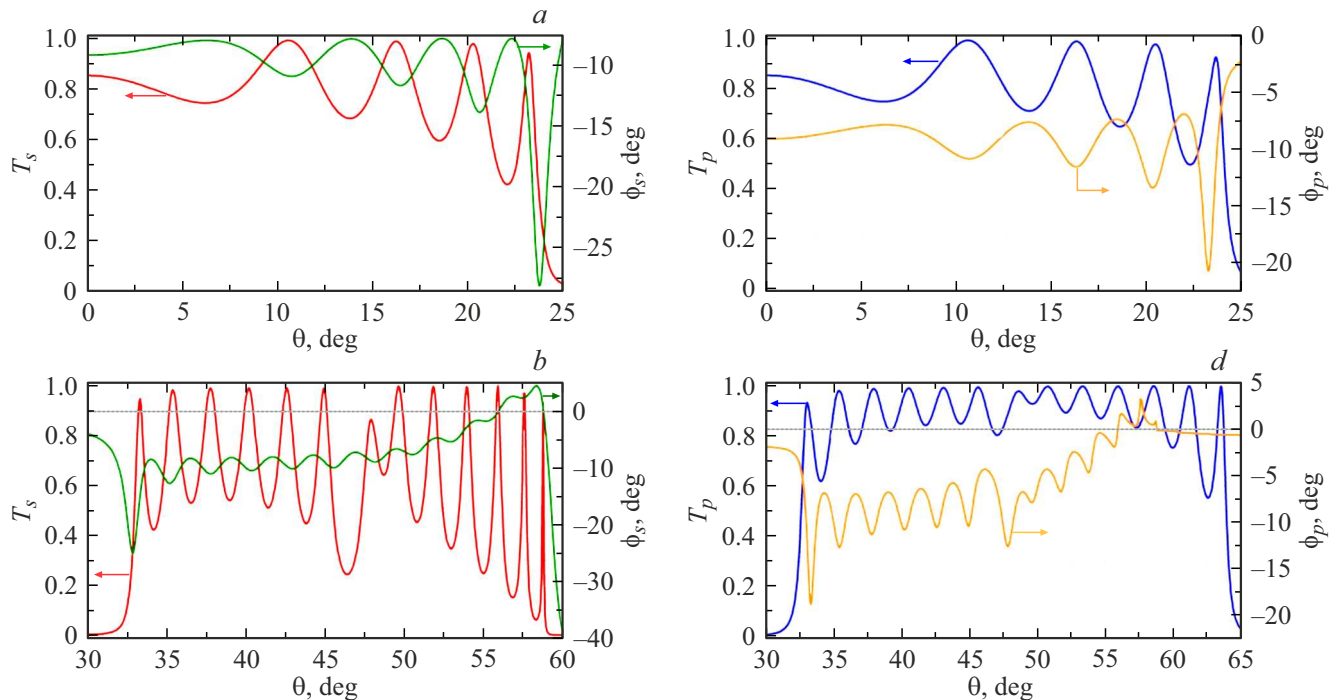


Рис. 7. Угловые зависимости коэффициентов пропускания и углов ФВ: $T_s(\theta)$ и $\phi_s(\theta)$ (a, c); $T_p(\theta)$ и $\phi_p(\theta)$ (b, d) при $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ ($\omega_0 \approx 1.449 \text{ rad}\cdot\text{PHz}$) для структуры $[(SY)^3(TB)^5]^7$ с утолщенными магнитными слоями YIG и Bi:YIG: $d_Y = 5d_{0Y} = 0.8800 \mu\text{m}$, $d_B = 5d_{0B} = 0.8075 \mu\text{m}$. Красная и синяя кривые соответствуют коэффициентам пропускания, зеленая и оранжевая — углам ФВ.

ний ИК) довольно редким результатом. Совмещения максимальных значений пропускания с гигантскими значениями углов ФВ в различных однопериодических ФК с дефектным слоем были описаны в работах [18,29,30,44]. Например, в [30] на ФК-структурах $(\text{SiO}_2/\text{TiO}_2)^k/\text{BiYIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^k$ численно получено ФВ с удельным значением $-28^\circ/\mu\text{m}$. Однако такие гигантские значения имеют место при очень низком ($\sim 2\%$) пропускании. Хорошее пропускание ($\sim 73\%$ и $\sim 87\%$) сопровождается удельным вращением $-1^\circ/\mu\text{m}$

и $-0.83^\circ/\mu\text{m}$ соответственно, а среднему коэффициенту прохождения ($\sim 42\%$) соответствует ФВ $-2.8^\circ/\mu\text{m}$ [30]. Расчеты, проведенные в [44] для магнитного ФК на основе GGG и Bi:YIG с двумя (магнитным и немагнитным) дефектными слоями показали, что при определенных параметрах структуры удельное ФВ достигает $2^\circ-4.8^\circ/\mu\text{m}$ при высоких значениях коэффициента пропускания (0.95–0.98). В работе [18] проведены теоретические расчеты ФВ на одномерном ФК $(\text{SiO}_2/\text{GGG})^N/\text{Bi:YIG}/(\text{GGG}/\text{SiO}_2)^N$, содержащем магнитный дефект.

При некоторых комбинациях толщин дефектного слоя и количества периодов получено ФВ удельное вращение до нескольких градусов на микрон: $\Phi \sim -1.5^\circ/\mu\text{м}$ (при $T_p \sim 0.9$), $\Phi \sim -3^\circ/\mu\text{м}$ (при $T_p \sim 0.5$). Наибольшее значение $\Phi \sim -6^\circ/\mu\text{м}$ соответствует незначительному пропусканию $T_p \sim 0.1-0.15$. В работе [29] экспериментально наблюдалось гигантское ФВ в ФК с комплексными магнитными дефектами (два разных слоя Bi:YIG) вида $(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^m/\text{M}/(\text{SiO}_2/\text{TiO}_2)^m$. В видимом диапазоне длин волн 613–761 nm на некоторых образцах достигалось удельное вращение до $66^\circ/\mu\text{м}$ при $T = 0.6$ ($\theta_F = -20.3^\circ$).

Как правило, бездефектные периодические ФК не дают таких высоких значений ФВ, а также заметное ФВ имеет место при небольших значениях коэффициента пропускания ЭМВ. Например, в двухпериодическом (фотонно-магнонном) кристалле $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4/\text{TiO}_2]^5$, рассмотренном в [12], максимальные значения удельного ФК для волн s - и p -поляризованных ЭМВ составляли соответственно $\varphi_{s(\text{max})}^\pm = -1.5^\circ$ ($T_s \sim 0.02$) и $\varphi_{p(\text{max})}^- = -0.3^\circ$ ($T_p \sim 0.15$), что с учетом толщины всего ФК дало значения удельного вращение порядка $\Phi_s = \pm 0.11^\circ/\mu\text{м}$ и $\Phi_p = -0.02^\circ/\mu\text{м}$. При пропускании, близком к единице, ФВ очень мало: $\varphi_s \sim 0.01^\circ$, $\varphi_s \sim 0.03^\circ$.

В настоящей работе мы показываем возможности достижения достаточно больших значений ФВ (от нескольких градусов до десятков градусов) при значительном пропускании именно на бездефектной периодической структуре. В ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$, имеющем общую длину $L_s = 20.511 \mu\text{м}$, удельное ФВ на длине волны $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{м}$ достигает наибольших значений $\Phi_p = -0.233^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{p(\text{max})}^- = -4.78^\circ$, $T_p = 0.71$) и $\Phi_s = -0.21^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{s(\text{max})}^- = -4.2^\circ$, $T_p = 0.79$). Для случая $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{м}$ соответствующие удельные значения составляют $\Phi_p = -0.15^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{p(\text{max})}^- = -3.05^\circ$, $T_p = 0.82$) и $\Phi_s = -0.11^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{s(\text{max})}^- = -2.3^\circ$, $T_s = 0.9$). Для ФК с пятикратно увеличенными толщинами магнитных слоев ($L_s = 57.903 \mu\text{м}$) наибольшие значения удельного ФВ на длине волны $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{м}$: $\Phi_p = -0.72^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{p(\text{max})}^- = -41.78^\circ$, $T_p = 0.19$), $\Phi_p = -0.42^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{p(\text{max})}^- = -24.29^\circ$, $T_p = 0.81$) и $\Phi_s = -0.32^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{s(\text{max})}^- = -20.25^\circ$, $T_p = 0.946$). Для длины волны $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{м}$ наибольшие значения удельного ФВ составляют $\Phi_s = -0.49^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{s(\text{max})}^- = -28.05^\circ$, $T_p = 0.34$) и $\Phi_p = 0.36^\circ/\mu\text{м}$ ($\varphi_{p(\text{max})}^- = -20.74^\circ$, $T_p = 0.762$). Эти значения удельного ФВ сравнимы с результатами теоретических расчетов, полученными в работе [11] для двух ФК-структур на основе SiO_2 и Ta_2O_5 с комплексными магнитными дефектами из слоев Bi:YIG и SiO_2 , где удельные значения ФВ достигают $0.446^\circ/\mu\text{м}$ и $0.676^\circ/\mu\text{м}$ при коэффициенте пропускания, близком к единице. В случае трехпериодического ФК $[(SY)^3(TB)^5]^7$ полученные значения удельного ФВ в несколько раз

меньше, чем в работе [18], но они на один — два порядка превосходят соответствующие значения ФВ в двухпериодических магнитных ФК [12].

Заключение

В настоящей работе мы показали, что в одномерном бездефектном трехпериодическом ФК на основе слоев из оксидов кремния и титана, а также магнитных слоев ферритов-гранатов YIG и Bi:YIG возможно сочетание высоких (близких к единице) значений коэффициентов пропускания и больших углов ФВ (до нескольких десятков градусов) в области внутризонных полос пропускания, близких к телекоммуникационным длинам волн $\lambda_0 = 1.55 \mu\text{м}$ и $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{м}$.

Значения углов ФВ для структуры $(\text{SiO}_2/\text{YIG})^3(\text{TiO}_2/\text{Bi:YIG})^5]^7$ при некоторых частотах могут значительно (на один—два порядка) превышать значения для магнонно-фотонных кристаллов вида $[\text{YIG}/(\text{TiO}_2/\text{SiO}_2)^4]^5/\text{YIG}$ [12]. Помимо этого, в трехпериодическом ФК максимумы ФВ s - и p -поляризованных волн могут совмещаться с соответствующими областями высокого пропускания. Таким образом, при фиксированных углах падения настройка частоты в пределах полосы пропускания позволяет достичь хороших результатов — значительных углов ФВ при максимальном пропускании ЭМВ.

Показана возможность поляризационной настройки (переключение поляризации падающей ЭМВ) угла ФВ и коэффициентов пропускания, а также настройки этих параметров путем изменения угла падения излучения ИК диапазона. Для обеих длин волн ($\lambda_0 = 1.55 \mu\text{м}$ и $\lambda_0 = 1.3 \mu\text{м}$) углы ФВ могут достигать сравнимых значений при достаточно высоком ($> 70\%$) пропускании, т.е. структура может быть функциональной на двух рабочих частотах.

Приведенные результаты указывают на перспективность использования мультипериодических магнито-фотонных кристаллов для потенциальных технических разработок устройств оптоэлектроники и нанопотоники. При этом следует отметить также, что по аналогии с ФК, рассмотренным в [10–12], трехпериодические ФК с магнитными слоями, в частности ФК вида $[(ST)^N(YB)^M]^K$, могут выступать в роли комплексных магнонных кристаллов, способных поддерживать и передавать (независимо от ЭМВ) магнонные возбуждения гигагерцевого диапазона. Согласно нашим оценкам, на структуре $[(ST)^N(YB)^M]^K$ ФВ может достигать -63° при умеренном пропускании ЭМВ. С учетом этой особенности такие трехпериодические системы можно использовать в качестве многофункциональной структуры (магнонно-фотонные кристаллы) с запрещенными магнонными и фотонными зонами в гигагерцевом и петагерцевом режимах соответственно, которые могут лечь в основу новых многофункциональных устройств на стыке фотоники и магноники.

Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Российского научно-го фонда (проект № 23-22-00466).

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

- [1] A.K. Zvezdin, V.A. Kotov. *Modern Magneto-optics and Magneto-optical Materials* (Bristol, Institute of Physics Publishing, 1997). DOI: 10.1201/9780367802608
- [2] *Magnetism*, ed. by É. Du Trémolet de Lacheisserie, D. Gignoux, M. Schlenker. (Boston, Springer, 2005).
- [3] J. Grafe, M. Schmidt, P. Audehm, G. Schutz, E. Goering. *Rev. Sci. Instrum.*, **85**, 023901 (2014). DOI: 10.1063/1.4865135
- [4] M. Atatüre, J. Dreiser, A. Badolato, A. Imamoglu. *Nature Phys.*, **3**, 101 (2007). DOI: 10.1038/nphys521
- [5] N. Dissanayake, M. Levy, A. Chakravarty, P.A. Heiden, N. Chen, V.J. Fratello. *J. Appl. Phys.*, **99**, 091112 (2011). DOI: 10.1063/1.3633344
- [6] Y.S. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, Y.P. Lee, T. Rasing. *Appl. Phys. Lett.*, **97** (11), 011901 (2010). DOI: 10.1063/1.3488679
- [7] T. Goto, A.V. Baryshev, K. Tobinaga, M. Inoue. *J. Appl. Phys.*, **107**, 09A946 (2010). DOI: 10.1063/1.3365431
- [8] T. Mikhailova, A. Shaposhnikov, A. Prokopov, A. Karavainikov, S. Tomilin, S. Lyashko, V. Berzhansky. In: *EPJ Web of Conferences* (2018), vol. 185, 02016. DOI: 10.1051/epjconf/201818502016
- [9] Y.S. Dadoenkova, F.F.L. Bentivegna, S.G. Moiseev. *Phys. Scr.*, **98**, 105006 (2019). DOI: 10.1088/1402-4896/ab2780
- [10] E.A. Diwan, F. Royer, D. Jamon, R. Kekesi, S. Neveau, M.F. Blanc-Mignon, J.J. Rousseau. *JNN*, **16**, 10160 (2016). DOI: 10.1166/jnn.2016.12844
- [11] B. Gaiyan, D. Lijuan, F. Shuai, F. Zhifang. *Opt. Mater.*, **35** (2), 252 (2012). DOI: 10.1016/j.optmat.2012.08.015
- [12] Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, J. Klos, M. Krawczyk. *IEEE Trans. Magn.*, **53**, 2501005 (2017). DOI: 10.1109/TMAG.2017.2712278
- [13] J.W. Klos, M. Krawczyk, Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii. *J. Appl. Phys.*, **115** (17), 174311 (2014). DOI: 10.1063/1.4874797
- [14] Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, J.W. Klos, M. Krawczyk. *J. Appl. Phys.*, **120** (7), 73903 (2016). DOI: 10.1063/1.4961326
- [15] J.W. Klos, M. Krawczyk, Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii. *IEEE Trans. Magn.*, **50** (11), 2 (2014). DOI: 10.1109/TMAG.2014.2321532
- [16] Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova, J.W. Klos, M. Krawczyk, I.L. Lyubchanskii. *Phys. Rev. A*, **96** (4), 43804 (2017). DOI: 10.1103/PhysRevA.96.043804
- [17] J.D. Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N.J. Winn, R.D. Meade. *Photonic Crystals. Molding the Flow of Light*, 2nd ed. (Princeton, Princeton University Press, 2008).
- [18] S.V. Eliseeva, Y.F. Nasedkina, D.I. Sementsov. *Progr. Electromag. Res. M*, **51**, 131 (2016). DOI: 10.2528/PIERM16080403
- [19] I.S. Panyaev, L.R. Yafarova, D.G. Sannikov, N.N. Dadoenkova, Y.S. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii. *J. Appl. Phys.*, **126** (10), 103102 (2019). DOI: 10.1063/1.5115829
- [20] I.S. Panyaev, N.N. Dadoenkova, Y.S. Dadoenkova, I.A. Rozhleys, M. Krawczyk, I.L. Lyubchanskii, D.G. Sannikov. *J. Phys. D*, **49** (43), 435103 (2016). DOI: 10.1088/0022-3727/49/43/435103
- [21] I.S. Panyaev, D.G. Sannikov, Y.S. Dadoenkova, N.N. Dadoenkova. *IEEE Sens. J.*, **22** (23), 22428 (2022). DOI: 10.1109/JSEN.2022.3217117
- [22] I.S. Panyaev, D.G. Sannikov, N.N. Dadoenkova, Y.S. Dadoenkova. *Appl. Opt.*, **60** (7), 1943 (2021). DOI: 10.1364/ao.415966
- [23] И.А. Глухов, С.Г. Монсеев. *Опт. и спектр.*, **131** (11), 1475 (2023). DOI: 10.61011/OS.2023.11.57005.5095-23
- [24] A.D. Block, P. Dulal, B.J.H. Stadler, N.C.A. Seaton. *IEEE Photonics J.*, **6**, 0600308 (2014). DOI: 10.1109/JPHOT.2013.2293610
- [25] A. Kehlberger, K. Richter, M.C. Onbasli, G. Jakob, D.H. Kim, T. Goto, C.A. Ross, G. Gotz, G. Reiss, T. Kuschel, M. Klau. *Phys. Rev. Applied*, **4**, 014008 (2015). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.4.014008
- [26] S. Mito, Yu. Shiotsu, J. Sasano, H. Takagi, M. Inoue. *AIP Advances*, **7** (5), 056316 (2017). DOI: 10.1063/1.4976952
- [27] F. Royer, B. Varghese, E. Gamet, S. Neveau, Y. Jourlin, D. Jamon. *ACS Omega*, **5**, 2886 (2020). DOI: 10.21/acsomega.9b03728
- [28] T.V. Mikhailova, V.N. Berzhansky, A.N. Shaposhnikov, A.V. Karavainikov, A.R. Prokopov, Y.M. Kharchenko, I.M. Lukienko, O.V. Miloslavskaya, M.F. Kharchenko. *Opt. Mater.*, **78**, 521 (2018). DOI: 10.1016/j.optmat.2018.03.011
- [29] В.Н. Бержанский, А.Н. Шапошников, А.Р. Прокопов, А.В. Каравайников, Т.В. Михайлова, И.Н. Лукиенко, Ю.Н. Харченко, В.О. Голуб, О.Ю. Салюк, В.И. Белотелов. *ЖЭТФ*, **150**, 859 (2016). DOI: 10.7868/S004445101611002X
- [30] M. Inoue, K.I. Arai, T. Fujii, M. Abe. *J. Appl. Phys.*, **83** (11), 6768 (1998). DOI: 10.1063/1.367789
- [31] M. Inoue, R. Fujikawa, A. Baryshev, A. Khanikaev, P.B. Lim, H. Ushida, O. Aktsipetrov, A. Fedyanin, T. Murzina, A. Granovsky. *J. Phys. D*, **39**, R151 (2006). DOI: 10.1109/INTMAG.2006.375428
- [32] D.O. Ignatyeva, T.V. Mikhailova, P. Kapralov, S. Lyashko, V.N. Berzhansky, V.I. Belotelov. *Phys. Rev. Applied*, **22** (4), 044064 (2024). DOI: 10.1103/PhysRevApplied.22.044064
- [33] И.А. Глухов, И.С. Паняев, Д.Г. Санников, Ю.С. Дадоевкова, Н.Н. Дадоевкова. *Опт. и спектр.*, **132** (5), 557 (2024). DOI: 10.61011/OS.2024.05.58464.6401-24
- [34] D.W. Berreman. *J. Opt. Soc. Am.*, **62** (4), 502 (1972). DOI: 10.1364/JOSA.62.000502
- [35] J.R. Devore. *J. Opt. Soc. Am.*, **41** (6), 416 (1951). DOI: 10.1364/JOSA.41.000416
- [36] I.H. Malitson. *J. Opt. Soc. Am.*, **55** (10), 1205 (1965). DOI: 10.1364/JOSA.55.001205
- [37] B. Johnson, A.K. Walton. *Br. J. Appl. Phys.*, **16** (4), 475 (1965). DOI: 10.1088/0508-3443/16/4/310
- [38] M. Torfeh, H. Le Gall. *Phys. Status Solidi*, **63** (1), 247 (1981). DOI: 10.1002/pssa.2210630133
- [39] V. Doormann, J.P. Krumme, C.P. Klages, M. Erman. *Appl. Phys. A*, **34** (4), 223 (1984). DOI: 10.1007/BF00616576
- [40] M. Wallenhorst, M. Niemöller, H. Dötsch, P. Hertel, R. Gerhardt, B. Gather. *J. Appl. Phys.*, **77** (7), 2902 (1995). DOI: 10.1063/1.359516

- [41] J.P. Krumme, C.P. Klages, V. Doormann. Appl. Opt., **23** (8), 1184 (1984). DOI: 10.1364/AO.23.001184
- [42] N.N. Dadoenkova, I.L. Lyubchanskii, M.I. Lyubchanskii, E.A. Shapovalov, Y.P. Lee. *Frontiers in Optical Technology: Materials & Devices* (Nova Science, New York, 2007), p. 22–72.
- [43] В.И. Белотелов, А.К. Звездин. *Фотонные кристаллы и другие метаматериалы* (Бюро Квантум, М., 2006) 143 с.
- [44] M.J. Steel, M. Levy, R.M. Osgood, Jr. IEEE Photonics Technology Letters, **12** (9), 1171 (2000). DOI: 10.1109/68.874225