Условия и механизмы роста крупномасштабного магнитного поля во внешних областях галактических дисков

© Т.Т. Хасаева,[1,2] Е.А. Михайлов[1,3]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия
[2]Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН,
117997 Москва, Россия
[3]Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: ea.mikhajlov@physics.msu.ru

Поступило в Редакцию 5 мая 2025 г.
В окончательной редакции 8 июля 2025 г.
Принято к публикации 24 июля 2025 г.

Генерацию и эволюцию магнитных полей в спиральных галактиках принято описывать действием механизма динамо. Большинство работ посвящено магнитным полям на умеренном расстоянии от центра галактического диска. Вместе с тем существование галактического магнитного поля в периферийных областях галактического диска подтверждается численными моделями. Для того чтобы оценить масштабы магнитного поля во внешних областях спиральной галактики можно решить задачу на собственные значения на основе ранее использовавшихся уравнений. Представлены первые собственные значения и собственные функции для указанной задачи. Собственные значения можно найти как теоретически, так и численно.

Ключевые слова: динамо, галактики, магнетизм, теория возмущений.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61798.245-25

Введение

На сегодняшний день существование магнитных полей величиной порядка $1-3\,\mu$G в ряде спиральных галактик, таких как, например, Млечный Путь, практически не вызывает сомнений [1]. Наиболее ранние свидетельства существования таких полей были связаны с исследованием спектра синхротронного излучения и распределения в пространстве космических лучей. Сегодня галактические магнитные поля изучаются главным образом с помощью измерения фарадеевского вращения плоскости поляризации радиоволн. Первые работы, посвященные Млечному Пути, включали в себя анализ данных об излучении от нескольких десятков пульсаров [2], однако на сегодняшний момент известно более тысячи источников магнитного поля для нашей Галактики [3], а также миллионы внегалактических объектов [4].

Возникновение крупномасштабных магнитных полей как правило описывают с помощью механизма динамо, тесно связанным со спиральностью турбулентных движений межзвездной среды и дифференциальным вращением галактического диска, одновременное наличие которых может привести к экспоненциальному росту поля [5]. В то же время турбулентная диффузия, как основной диссипативный процесс, стремится разрушить регулярные структур поля. Таким образом, генерация магнитного поля возможна лишь если действие динамо достаточно интенсивно, чтобы противостоять турбулентной диффузии [6]. Как правило, эти условия выполнены на относительно небольшом расстоянии до центра галактики (до 10 kpc), и большинство работ так или иначе предполагали существование магнитных полей лишь во внутренних частях галактики, в то время как вопрос о существовании поля на большом удалении от центра галактического диска оставался открытым.

Вычислительные исследования, связанные с исследованием генерации и эволюции магнитных полей на расстояниях до 15–20 kpc от центра галактики, наглядно показали, что, не смотря на то что поле имеет в тех областях существенно меньшую величину, оно все же может присутствовать и на таких окраинах [7]. Магнитное поле также может расти несмотря на то, что значение динамо-числа ниже или сопоставимо с его критическими значениями, так что на первый взгляд рост поля, согласно оценкам, должен быть подавлен диссипативными эффектами. В подобных работах основное внимание уделялось росту магнитного поля за счет нелинейного переноса магнитного поля с помощью сходного механизма с таковым в эффекте Колмогорова-Петровского-Пискунова [8].

В то же время, как это ни покажется странным, генерация магнитного поля во внешних областях может быть описана и с помощью линейных эффектов. Дело в том, что надо рассматривать задачу о генерации магнитного поля не в локальном смысле, а с помощью дифференциальных операторов, которые имеют гладкие собственные функции, соответствующие профилям магнитных полей. Хотя они и должны убывать во внешних областях, где действие динамо ослаблены — они остаются там конечными. Вопрос о том, как они могут выглядеть на большом удалении от центра — составляет основной предмет настоящей работы.

1. Уравнения для магнитного поля

Рассмотрим галактику в планарном приближении: ввиду того, что полутолщина галактического диска существенно меньше его радиуса, можно считать галактику достаточно плоским диском, чтобы свести задачу к задаче на плоскости. Также рассмотрим осесимметричный случай ввиду того, что, как было показано ранее [9], крупномасштабные структуры поля со временем стремятся прийти к осесимметричной форме. Уравнения для магнитного поля будут следующими [10]:

$$\partial Br/\partial t = -\Omega(r)l^2 B_\varphi/h^2(r) - \eta\pi^2 Br/4h^2(r) + \eta(\partial^2 Br/\partial r^2 + \partial Br/r\partial r - Br/r^2),$$

$$\partial B_\varphi/\partial t = B_r r d\Omega/dr - \eta\pi^2 B_\varphi/4h^2(r) + \eta(\partial^2 B_\varphi/\partial r^2 + \partial B_\varphi/r\partial r - B_\varphi/r^2),$$

где $\Omega(r)$ — дифференциальное вращение, η — турбулентная диффузия, отражающая диссипацию в плоскости диска, $h(r)$ — его полутолщина с учетом расширения диска [11], также введена функция $\Omega(r) = V_0/r$.

Для изучения возможности возбуждения магнитного поля во внешних областях мы рассматривали следующие начальные и граничные условия:

$$B_{r|r=0} = B_{\varphi|r=0} = B_{r|r=r_{\max}} = B_{\varphi|r=r_{\max}} = 0,$$

где $r_{\max}$ — некоторое достаточно большое значение расстояния от центра (например, для галактик, сходных с Млечным Путем, можно взять $r_{\max} = 20\,\text{kpc}$).

В первую очередь с целью спектрального анализа необходимо представить задачу в виде двух отдельных уравнений, не зацепленных друг с другом. Для этого введем симметричные замены [12]:

$$y = B_r(-rd\Omega/dr)^{1/2} - B_\varphi(\Omega(r)l^2/h^2(r))^{1/2},$$

$$z = B_r(-rd\Omega/dr)^{1/2} + B_\varphi(\Omega(r)l^2/h^2(r))^{1/2}.$$

Отметим, что компоненты поля легко выражаются с помощью таких соотношений:

$$B_r = (y+z)(-rd\Omega/dr)^{-1/2}/2,$$

$$B_\varphi = (z-y)(\Omega(r)l^2/h^2(r))^{-1/2}/2.$$

Подставив указанные замены в исходные уравнения после ряда алгебраических преобразований, можно получить два неявно связанных друг с другом уравнения, которые в рамках данной задачи можно решать по отдельности ввиду пропорциональности компонент поля B_r и B_φ:

$$\partial z/\partial t = -z(A_1(r) + A_2(r)) + \eta(\partial^2 z/\partial r^2 + \partial z/r\partial r - z/r^2),$$

$$\partial y/\partial t = y(A_1(r) - A_2(r)) + \eta(\partial^2 y/\partial r^2 + \partial y/r\partial r - y/r^2),$$

где функции $A_1(r) = (-rd\Omega/dr)^{1/2}(\Omega(r)l^2/h^2(r))^{1/2}$ и $A_2(r) = \eta\pi^2/4h^2(r)$ введены для удобства и краткости записи уравнений.

Для каждого из двух уравнений зависимость от переменной t экспоненциальная, т. е.

$$z(r,t) = z_0(r)\exp(p_z t),$$

$$y(r,t) = y_0(r)\exp(p_y t).$$

Тогда можно утверждать, что $z'(r,t) = p_z z(r,t)$ и аналогично $y'(r,t) = p_y y(r,t)$ и задачи на собственные значения примут вид

$$p_z z = -z(A_1(r) + A_2(r)) + \eta(\partial^2 z/\partial r^2 + \partial z/r\partial r - z/r^2),$$

$$p_y y = y(A_1(r) - A_2(r)) + \eta(\partial^2 y/\partial r^2 + \partial y/r\partial r - y/r^2).$$

2. Приближения для собственных значений

Будем искать собственные значения при помощи теории возмущений. Для начала рассмотрим дифференциальный оператор, который будем считать невозмущенным, и найдем точные выражения для его невозмущенных собственных значений. Для примера рассмотрим уравнение с переменной z, далее с уравнением с переменной y поступим аналогично. Задача с невозмущенным оператором (возьмем в этом качестве радиальную часть векторного оператора Лапласа) будет иметь вид

$$\partial z/\partial t = \eta(\partial^2 z/\partial r^2 + \partial z/r\partial r - z/r^2).$$

Подставим $\partial z/\partial t = p_z z_0(r)\exp(p_z t)$ и проведем ряд несложных алгебраических преобразований. В таком случае получим уравнение

$$r^2 z_0''(r) + r z_0'(r) + z_0(r)(-p_z r^2/\eta) - z_0(r) = 0.$$

Введем замену $x = r(-p_z/\eta)^{1/2}$, тогда можно выразить $r = x(-\eta/p_z)^{1/2}$. Следовательно,

$$z_0'(r) = dz_0/dx \cdot dx/dr = (-p_z/\eta)^{1/2} \cdot dz_0/dx;$$

$$z_0''(r) = -p_z/\eta \cdot d^2 z_0/dx^2.$$

После подстановки получим

$$x^2 \cdot d^2 z_0/dx^2 + x \cdot dz_0/dx + (x^2 - 1)z_0 = 0.$$

Решение данного уравнения представляет собой функцию Бесселя первого порядка. В таком случае точное решение невозмущенной задачи будет иметь вид

$$z_0(r) = ZJ_1(r(-p_z/\eta)^{1/2}).$$

Нули функции Бесселя определяются из соотношения

$$J_{1,n}(x) = (2/\pi x)^{1/2}\cos(x - 3\pi/4) = 0,$$

$$r_{\max}(p_{zn}/\eta)^{1/2} = \pi/4 + \pi n,$$

$$p_{zn} = -\eta(\pi/4 + \pi n)^2/r_{\max}^2.$$

Аналогично будут выглядеть невозмущенные собственные значения и собственные функции для второй задачи

$$y_0(r) = Y J_1(r(-p_y/\eta)^{1/2}),$$

$$p_{yn} = -\eta(\pi/4 + \pi n)^2/r_{\max}^2.$$

3. Теория возмущений

Оставшиеся части уравнений будут выступать в роли возмущений. Для того чтобы рассчитать возмущения первого порядка, необходимо вычислить интегралы [13]:

$$\Delta p_{zn}^{(1)} = \Big(-\int_r (J_1(r(-p_{zn}/\eta))^2 (A_1(r) + A_2(r)) r dr\Big) \Big/ \Big(\int_r (J_1(r(-p_{zn}/\eta))^2 r dr\Big),$$

$$\Delta p_{yn}^{(1)} = \Big(\int_r (J_1(r(-p_{yn}/\eta))^2 (A_1(r) - A_2(r)) r dr\Big) \Big/ \Big(\int_r (J_1(r(-p_{yn}/\eta))^2 r dr\Big).$$

Таким образом, для каждого уравнения старшее собственное значение с учетом возмущений первого порядка получится рассчитать следующим образом:

$$P_{z1} = p_{z1} + \Delta p_{zn}^{(1)},$$

$$P_{y1} = p_{y1} + \Delta p_{yn}^{(1)}.$$

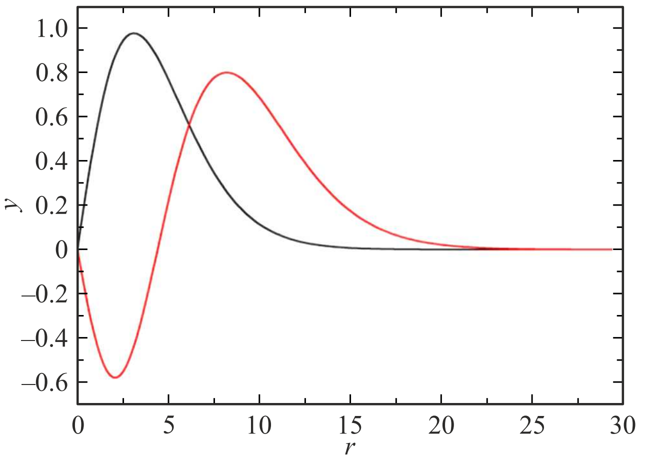
Исходя из полученных собственных значений, можно сделать вывод, что уравнение с переменной z соответствует убывающей составляющей поля и на больших расстояниях неинформативно. В дальнейшем мы заострим внимание на решении второго уравнения.

4. Численное исследование

Воспользуемся обратным степенным методом для решения задачи на собственные значения. Его суть заключается в том, чтобы, имея приблизительные собственные значения, многократно подействовать оператором $(L - pI)^{-1}$ на произвольную функцию y_0. Получив таким образом соответствующую собственную функцию, найдем собственное значение по формуле

$$P = \langle y, Ly \rangle / \langle y, y \rangle$$

Полученные таким путем собственные значения: $P_{y1} = 2.34$, $P_{y2} = 1.62$ и $P_{y3} = -0.84$. Результаты вычислений представлены на рисунке.



Собственные функции, соответствующие следующим собственным значениям: $p1 = 2.34$ (черная), $p2 = 1.62$ (красная).

Итоги

Таким образом, можно предположить, что третья и последующие гармоники не будут вносить вклад в генерацию поля на периферии галактического диска, что позволяет нам в дальнейшем ограничиться первыми двумя гармониками для дальнейшего описания возникающих слабых магнитных полей в галактическом диске. Тем не менее, помимо динамо, могут также существовать и иные механизмы, способствующие генерации магнитного поля на удаленных расстояниях от центра галактического диска.

Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

Список литературы

[1] Я.Б. Зельдович, А.А. Рузмайкин, Д.Д. Соколов. *Магнитные поля в астрофизике* (НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, Институт компьютерных исследований, М., 2006)

[2] R.N. Manchester. Astrophys. J., **172**, 43 (1972).

[3] Р.Р. Андреасян, Е.А. Михайлов, А.Р. Андреасян. Астроном. журн., **97** (3), 179 (2020).

[4] E. Lopez-Rodriguez, A.S. Borlaff, R. Beck, W.T. Reach, S.A. Mao, E. Ntormousi, K. Tassis, S. Martin-Alvarez, S.E. Clark, D.A. Dale, I. del Moral-Castro. Astrophys. J. Lett., **942** (1), L13 (2021). DOI: 10.3847/2041-8213/acaaa2

[5] D.D. Sokoloff. Geomagn. Aeronomy, **59** (7), 799 (2019).

[6] T. Arshakian, R. Beck, M. Krause, D. Sokoloff. Astronomy Astrophys., **494**, 21 (2009).

[7] E. Mikhailov, A. Kasparova, D. Moss, R. Beck, D. Sokoloff, A. Zasov. Astronomy Astrophys., **568**, A66 (2014).

[8] А.Н. Колмогоров, И.Г. Петровский, Н.С. Пискунов. Бюллетень МГУ. Сер. А. Математика и механика, **1** (6), 1 (1937).

[9] T.T. Khasaeva, E.A. Mikhailov, I. Teplyakov. Serb. Astronom. J., **209**, 25 (2024).

[10] D. Moss, R. Stepanov, T.G. Arshakian, R. Beck. Astronomy Astrophys., **537**, 68 (2012).
[11] T.H. Randriamampandry, J. Wang, K.M. Mogotsi. Astrophys. J., **916** (1), 26 (2021).
[12] Е.А. Михайлов. Вестник МГУ, **3** (5), 40 (2020).
[13] Л.Д. Ландау, Е.А. Лифшиц. *Теоретическая физика. Квантовая механика (нерелятивистская теория)* (Физматлит, М., 2004), 800 с.