03

# Приповерхностное плазменное воздействие на сверхзвуковое обтекание полуцилиндра в различных газах

© Т.А. Лапушкина, <sup>1</sup> О.А. Азарова, <sup>2</sup> Е.В. Решетова, <sup>2</sup> К.И. Белов <sup>1</sup>

1 Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,

194021 Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup> Федеральный исследовательский центр "Информатика и управление" РАН,

119333 Москва, Россия

e-mail: tlapushkina@gmail.com

Поступило в Редакцию 10 февраля 2025 г. В окончательной редакции 14 апреля 2025 г. Принято к публикации 11 мая 2025 г.

> Основной целью данного исследования является демонстрация возможности активного влияния на положение головной ударной волны в сверхзвуковом потоке, а также на параметры аэродинамического тела при помощи газового разряда, организованного вблизи лобовой поверхности между телом и ударной волной. Экспериментально и численно исследована зависимость отхода стационарной головной ударной волны от мощности и тока разряда в ксеноне и воздухе. Сравнение численных и экспериментальных данных показало хорошее согласие. Установлено, что положение стационарной ударной волны определяется удельной мощностью разряда и значением показателя адиабаты (на которое влияют степень ионизации и степень неравновесности) в зоне плазмы, создаваемой разрядом. Получено, что на начальном этапе зависимость относительного отхода от мощности разряда близка к линейной, при этом показатель адиабаты близок к постоянному. С ростом тока и мощности разряда показатель адиабаты имеет тенденцию к росту в ксеноне и к уменьшению в воздухе. Вместе с тем в ксеноне получено колебание в зависимости положения стационарной головной ударной волны от мощности разряда, которое связано с возможностью показателя адиабаты как возрастать, так и убывать в зависимости от соотношения плазменных характеристик. Таким образом показано, что показатель адиабаты газоразрядной плазмы играет существенную роль в динамике структуры течения и в величине отхода стационарной головной ударной волны от тела. Полученные результаты могут найти применение для разработки систем управления высокоскоростными потоками с учетом не только тепловых эффектов, но и влияния параметров плазмы.

> **Ключевые слова:** управление потоком, воздух, газовый разряд, показатель адиабаты головная ударная волна, сверхзвуковой поток.

DOI: 10.61011/JTF.2025.12.61807.20-25

### Введение

Задача управления головной ударной волной (ГУВ) перед телом представляет собой важный аспект исследований по управлению высокоскоростным обтеканием, поскольку расстояние до ГУВ непосредственно влияет на аэродинамические характеристики обтекаемого тела. Обзоры исследований, касающихся использования вложения энергии для управления потоком/полетом, были опубликованы [1–3]. В обзорной статье [4] описывается получение сложных пространственных плазменных структур и их воздействие на высокоскоростной поток. В [5] представлен обзор работ, посвященных взаимодействию потока воздуха с различными поверхностными газовыми разрядами, и обсуждение экспериментов по управлению структурами сверхзвукового потока с помощью поверхностных разрядов.

Теоретические аспекты влияния выделения энергии в потоке на ударную волну перед телом и параметры аэродинамического тела обсуждались в [6,7]. Экспериментальные исследования показали возможность значительного влияния на сверхзвуковой поток с использо-

ванием различных методов, включая воздействие микроволновой энергии (см. [4]), лазерных импульсов [8], электрических разрядов [9], магнитогидродинамического воздействия [10].

Влияние дугового газового разряда на положение наклонной ударной волны было исследовано в [11] и объяснено тепловыми эффектами. В [12] авторы изучали возможность управления цилиндрической ударной волной перед телом и изменением угла наклона волны при воздействии поверхностной дуговой плазмы. Эти явления были объяснены нагревом газа, который вызывает деформацию ударной волны перед телом.

Следует отметить, что среди исследований по управлению ГУВ с помощью энергоподвода в поток влияние степени ионизации и степени неравновесности изучено относительно слабо. Однако введение заряженных частиц, таких как электроны и ионы, в газовый поток около аэродинамического тела вместе с термодинамической неравновесностью, характеризующейся превышением температуры электронов над температурой газа, приводит к дополнительному смещению ГУВ по сравнению с чисто тепловым воздействием. В [13] прово-

дилось сравнение экспериментальных данных исследования термодинамически неравновесных потоков около аэродинамического тела с результатами моделирования, предполагающими тепловой механизм воздействия разряда. Эксперименты показали, что влияние плазмы на динамику ударной волны связано с неравновесной ионизацией в потоке. Зависимость показателя адиабаты и удельных теплоемкостей от степени ионизации и степени неравновесности для одноатомной и двухатомной плазмы получена в [14].

В [15] исследовано влияние газового разряда вблизи поверхности обтекаемого тела на положение ГУВ перед телом. Исследование включало использование электродинамических методов для воздействия на положение ГУВ. Экспериментальные результаты для потока с числом Маха 2 показали, что увеличение мощности газового разряда вблизи поверхности тела приводит к увеличению расстояния до ударной волны. В численных расчетах показано, что это смещение связано как с тепловыми эффектами, так и с характеристиками плазмы, такими как термодинамическая неравновесность и ионизация. Управление сверхзвуковым потоком воздуха при числе Маха 4 около аэродинамического тела с использованием вложения энергии на поверхности описано в [16]. Показано, что вложение энергии в приповерхностную область потока позволяет влиять на положение стационарной ГУВ перед телом и на аэродинамические характеристики тела. Эти выводы подтвердились исследованиями влияния на высокоскоростной поток приповерхностной плазменной области в ксеноне [17].

Настоящая работа является продолжением работ [16,17] по исследованию возможности управления ударно-волновыми конфигурациями немеханическими способами. Исследуется возможность управления параметрами сверхзвукового обтекания тела путем вклада энергии в область между стационарной ГУВ и телом, а именно созданием газоразрядной плазменной зоны вблизи поверхности передней кромки тела. Цель настоящей работы — показать возможность локального воздействия на положение ГУВ и аэродинамическое сопротивление тела путем плазменного воздействия в приповерхностной области и сравнить эффективность этого воздействия при обтекании газами с разным показателем адиабаты, а именно сверхзвуковым потоком ксенона и воздушным потоком. Полученные результаты могут быть полезны для разработки новых энергетических методов управления высокоскоростным потоком/полетом, основанных не только на тепловых эффектах, но и на влиянии параметров плазмы в локальных областях, формируемых в потоке.

#### 1. Экспериментальные результаты

#### 1.1. Постановка эксперимента

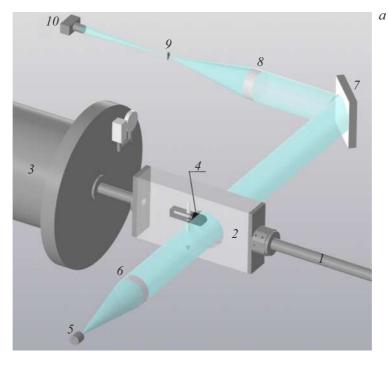
Эксперименты проводились на установке, созданной на базе ударной трубы. На рис. 1, a представлена схема

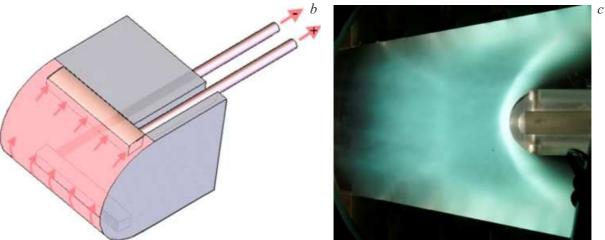
газодинамического тракта. Камера низкого давления 1 соединена с рабочей камерой 2, в которой установлено плоское отражающее клиновидное сверхзвуковое сопло с углом наклона стенки 11° относительно оси и шириной 36 mm. Рабочая камера отделена от камеры низкого давления тонкой лавсановой диафрагмой. Ударносжатый рабочий газ тормозится в торце камеры низкого давления, ионизируется и после разрыва разделительной диафрагмы через входную щель высотой 5 mm с параметрами торможения поступает в сопло, где происходит ускорение сверхзвукового потока. Рабочая камера соединена с демпферным баком 3, куда происходит сброс отработанного газа. Установка дополнительно включает в себя систему генерации газового разряда на основе LC-цепей, рассчитанных на организацию токовых импульсов прямоугольной формы разной интенсивности и длительностью до  $600 \,\mu s$ .

На расстоянии 23 ст от входа в сопло, на его оси расположена затупленная полуцилиндрическая модель 4 с диаметром закругленной части  $D = 3 \cdot 10^{-2} \, \mathrm{m}$  и длиной 3.8 ст. Модель зажата между двумя смотровыми боковыми стеклами, ширина модели соответствует ширине канала 36 mm. В модели сверху и снизу в области перехода цилиндрической части в горизонтальную вмонтированы медные электроды шириной 5 mm и длиной 30 mm, как показано на рис. 1, b. Электроды подключены к внешнему источнику напряжения, формирующего газоразрядный ток вблизи передней затупленной кромки модели. Величину подаваемого в цепь напряжения можно изменять, тем самым изменяя интенсивность газового разряда. Замыкание газоразрядного тока происходит в момент поступления ионизованного рабочего газа в область между электродами. Фотография модели в сопле при сверхзвуковом обтекании ксеноном представлена на рис. 1, *c*.

Картины обтекания модели визуализируются шлиренсистемой (рис. 1,a), где в качестве точечного источника света 5 используется импульсный полупроводниковый лазер с длиной волны 656 nm и длительностью импульса 30 ns, что является временем экспозиции картины. Источник располагается на фокусном расстоянии от входной линзы 6, которая создает параллельный пучок света, просвечивающий рабочую область диаметром 100 mm в области расположения модели. Затем свет фокусируется выходной линзой 8, создавая изображение входной щели в области расположения ножа 9, а также изображение модели на регистрирующей матрице цифрового фотоаппарата 10. Нож перекрывает половину просвечивающего света, что создает фон засветки на изображении модели на матрице фотоаппарата Canon EOS 300D.

В процессе обтекания тела свет от источника преломляется на градиентах плотности, перекрывается ножом или проходит над ним, визуализируя газодинамические разрывы, в том числе и ГУВ, возникающую при сверхзвуковом обтекании исследуемой модели. Основным препятствием для получения качественных снимков было сильное собственное свечение плазмы.





**Рис. 1.** a — схема экспериментального стенда; b — форма исследуемой модели; c — расположение модели в сопле.

Для его уменьшения ставился фильтр, имеющий полосу пропускания в области длины волны излучения лазера  $656\,\mathrm{nm}$ , а перед ножом помещался узкий коллиматор. По картинам течения в разных экспериментах определялось расстояние d вдоль оси сопла от передней поверхности тела до отошедшей ударной волны и исследовалось изменение положения ГУВ в зависимости от организованных условий обтекания.

Отметим, что влияние боковых стенок на течение и плазменные эффекты не учитывалось, так как предварительные исследования показали, что при плотностях выбранных режимов нарастание пограничного слоя слабое, смотровые стекла сделаны из оптического стекла, хорошо отполированы, места стыков со стенками камеры специально выравнивались. Вмонтированные в модель

электроды не контактируют с боковыми стеклами, замыкание газоразрядного тока происходит по плазменной среде перед телом, что проверялось по свечению в боковом ракурсе.

## 1.2. Выбор режимов и параметры натекающего на тело потока

Для исследований с рабочим газом ксеноном был выбран режим работы ударной трубы, характеризующийся следующими параметрами: давление толкающего газа водорода  $p_4=2.1\cdot 10^6$  Ра, давление в камере низкого давления  $p_1=4000$  Ра и температура газа  $T_1=300$  К, число Маха ударной волны в ударной трубе  $M_2=8$ . Режим позволяет получать в сопле однородный по-

ток ионизованного ксенона длительностью до 600  $\mu$ s. Особенность организуемых в работе газовых разрядов состоит в том, что разряд зажигается уже при наличии проводимости в потоке. Созданная в ударной трубе пробка ударно сжатого газа тормозится в торце трубы, нагревается за счет перехода кинетической энергии потока в тепло, при этом создается равновесная ксеноновая плазма со следующими параметрами: температура атомов  $T_{5h} = 7700 \,\mathrm{K}$  и электронов  $T_{5e} = 8700 \,\mathrm{K}$ , проводимость  $\sigma_5 = 2500$  S/m, степень ионизации  $\alpha_5 = 1.5 \cdot 10^{-2}$ , концентрация атомов  $n_{5h} = 0.9 \cdot 10^{25} \,\mathrm{m}^{-3}$ . При движении по соплу газ расширяется, при этом за счет относительно большого времени релаксации ксенона [18] газовая температура спадает быстрее, чем температура электронов. В результате до включения газового разряда на тело уже набегает поток неравновесной плазмы со следующими параметрами: число Maxa потока M = 6.8, температура газа  $T_h = 1200 \, \mathrm{K}$ , температура электронов  $T_e = 3926 \, \text{K}$ , проводимость  $\sigma = 700 \, \text{S/m}$ , степень ионизации  $\alpha = 0.0018$ , скорость потока  $u = 2 \cdot 10^3 \text{m/s}$ , плотность газа  $\rho = 0.04 \, \text{kg/m}^3$ , давление  $p = 3.1 \cdot 10^3 \, \text{Pa}$ , концентрация  $n_h = 1.87 \cdot 10^{23} \,\mathrm{m}^{-3}$  и  $n_e = 3.37 \cdot 10^{20} \,\mathrm{m}^{-3}$ .

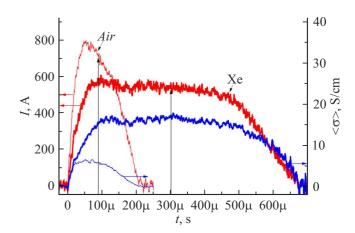
Рабочий режим ударной трубы с рабочим газом воздухом выбирался из следующих соображений: достаточная для формирования стационарного обтекания длительность течения воздуха, концентрация частиц в рабочей части  $n = 10^{23} - 10^{24} \,\mathrm{m}^{-3}$ , при расширении в сопле температура газа  $T_h$  должна оставаться выше температуры конденсации компонентов воздуха и возможных молекулярных примесей, температура термически нагретого за отраженной ударной волной в торце ударной трубы воздуха не должна превышать температуры, при которой происходит заметное изменение молекулярного состава воздуха. В воздухе релаксация газа при расширении в сопле происходит очень быстро, поэтому на тело натекает слабоионизованный газ, основная ионизация газа происходит при торможении у тела и в разряде. Эксперимент проводился при следующих условиях работы ударной трубы: начальное давление и температура рабочего газа  $p_1 = 4000 \,\mathrm{Pa}, \, T_1 = 300 \,\mathrm{K}, \,$ число Маха ударной волны в ударной трубе  $M_2 = 6.6$ . Параметры торможения перед входом в сопло:  $p_5 = 1.91 \cdot 10^6 \,\mathrm{Pa}$ ,  $T_5 = 4710 \,\mathrm{K}$ . В районе расположения тела: M = 4.15,  $T_h = 1300$  K,  $u = 3 \cdot 10^3 \text{ m/s}, \rho = 0.018 \text{ kg/m}^3, p = 8 \cdot 10^3 \text{ Pa.}$ 

Оценки показателя адиабаты в натекающем потоке и в области перед моделью проводились в соответствии с теорией [14], которая предполагает, что в ионизованной среде показатель адиабаты имеет сильную зависимость от степени ионизации и степени неравновесности среды, что может приводить как к его уменьшению, так и увеличению в зависимости от соотношения плазменных параметров. Для приведенных выше параметров в набегающем на модель потоке в ксеноне  $\gamma=1.217$ , в воздухе  $\gamma=1.323$ . При торможении вблизи передней кромки модели поток дополнительно ионизируется, его параметры приближаются к термодинамически равновесным, что приводит к увеличению показателя адиаба-

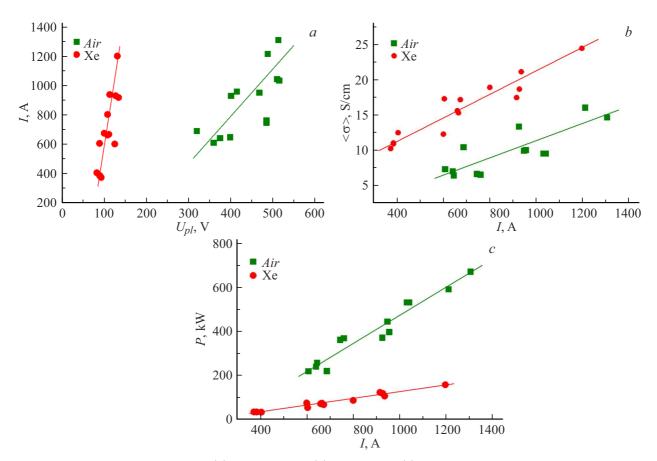
ты в области между ГУВ и фронтальной поверхностью тела. Начальное значение  $\gamma$  в зоне воздействия при отсутствии газового разряда в ксеноне оценивалось, как  $\gamma_s=1.258$ , в воздухе в связи со слабой ионизацией показатель адиабаты в отсутствие газового разряда считался  $\gamma_s=1.323$ .

#### 1.3. Экспериментальные параметры разряда у передней кромки модели

Для исследования влияния поверхностного разряда на положение ГУВ была изготовлена полуцилиндрическая модель с вмонтированными электродами. Электроды горизонтально расположены на поверхности цилиндрической области тела, это видно на рис. 1, b. При организации разряда через эти электроды газоразрядный ток охватывает поверхность носовой части тела по полукруговой траектории. В качестве источника напряжения используется специально созданная LC-цепь, подключенная к электродам через диагностическое сопротивление  $R = 0.05 \,\Omega$ , что позволяет без дополнительных ключей организовывать приповерхностный газовый разряд различной силе газоразрядного тока, которая определяется поданным в цепь напряжением. Перед экспериментом LC-цепь заряжается до заданного напряжения. Разряд инициируется приходом ионизованного потока в область между электродами и охватывает носовую часть тела по полукруговой траектории. Разряд занимает область пространства у тела за ударной волной размером примерно  $L \times l \times h = 4.5 \times 5 \times 0.5$  ст. Воздействие начинается в момент начала обтекания, и формирование ГУВ происходит уже при наличии зоны газового разряда. При торможении у поверхности тела кинетическая энергия потока преобразуется в тепловую, за ГУВ газ ионизируется, его плотность и температура увеличиваются, при этом температурное состояние становится близким к равновесному. Газовый разряд увеличивает как степень ионизации в области между ГУВ и моделью, так и



**Рис. 2.** Осциллограммы разрядного тока (красная кривая) и проводимости (синяя кривая) ксеноновой и воздушной плазмы при поверхностном разряде. Ксенон — жирные линии, воздух — тонкие линии.



**Рис. 3.** Вольт-амперные характеристики (a), проводимость (b) и мощность (c) приповерхностного газового разряда в ксеноне (красные круги) и воздухе (зеленые квадраты).

температуру электронов и газа в целом, изменяя при этом степень неравновесности. Эти процессы влияют на показатель адиабаты среды, а следовательно, и на газодинамические параметры обтекания.

Характерные осциллограммы газоразрядного тока в приповерхностной области и достигаемой при этом проводимости плазмы  $\langle \sigma \rangle$  для экспериментов в ксеноне и в воздухе приведены на рис. 2. Величина тока в разных экспериментах менялась изменением величины зарядного напряжения LC-цепи. Продолжительность разряда определялась временем обтекания модели плазменной средой, т. е. величиной пробки ионизованного газа. Длительность пробки ударно-сжатого в ударной трубе газа в ксеноне и воздухе отличались в 3 раза, что видно из токовых осциллограмм.

Время формирования отошедшей ударной волны у модели порядка  $70\,\mu s$  от начала обтекания, далее идет стационарное обтекания модели. Именно в этой области происходит диагностика течения. Шлирен-картина фиксируется в области стационарного обтекания через  $330\,\mu s$  после начала течения в ксеноне и  $90\,\mu s$  в воздухе. Момент фиксации шлирен-картин показан черными вертикальными стрелками на рис. 2.

Параметры воздействующего на обтекание поверхностного газового разряда определялись эксперимен-

тально по вольт-амперным характеристикам зависимости газоразрядного тока I от напряжения на разрядном промежутке  $U_{pl}$ , которая приведена на рис. 3, a. Получаемая при этом средняя эффективная проводимость воздуха определялась по закону Ома для плазмы

$$j = \langle \sigma \rangle E$$
,

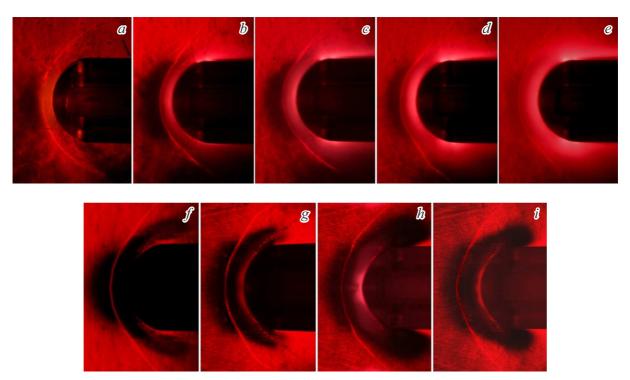
где плотность разрядного тока

$$j = \frac{I}{S} = \frac{I}{hl},$$

а напряженность электрического поля

$$E = rac{U_{pl}}{L}.$$

Зависимость средней эффективной проводимости воздуха, получаемой у поверхности модели в разряде, приведена на рис. 3, b. Видно, что в воздухе для достижения близких к ксенону проводимостей необходима организация гораздо большей величины газоразрядного тока. Это значит, что для создания интенсивности разряда, сравнимой с интенсивностью в ксеноне, в воздушном разряде необходимо увеличить напряженность электрического поля в разрядном промежутке и мощность, подводимая к разряду, при этом должна быть почти на порядок больше, чем в ксеноне, что видно на рис. 3, c.



**Рис. 4.** Шлирен-картины течения при разной интенсивности газового разряда. Ксенон: a-I=0;  $b-I=370\,\mathrm{A},\ P=35\,\mathrm{kW};$   $c-I=670\,\mathrm{A},\ P=66\,\mathrm{kW};\ d-I=915\,\mathrm{A},\ P=125\,\mathrm{kW};\ e-I=1200\,\mathrm{A},\ P=158\,\mathrm{kW}.$  Воздух: f-I=0;  $g-I=607\,\mathrm{A},\ P=220\,\mathrm{kW};\ h-I=760\,\mathrm{A},\ P=370\,\mathrm{kW};\ i-I=1040\,\mathrm{A},\ P=530\,\mathrm{kW}.$ 

# 1.4. Изменение картины обтекания при поверхностном плазменном воздействии

При разных интенсивностях газового поверхностного разряда были получены шлирен-картины обтекания полуцилиндрического тела потоком ксенона и потоком воздуха. Примеры полученных картин обтекания модели представлены на рис. 4. По шлирен-картинам измерялся относительный отход ГУВ  $(d-d_0)/d_0$ , где  $d_0$  — расстояние между ГУВ и передней кромкой модели при стационарном обтекании в отсутствие разряда. Измерения для каждого положения ударной волны проводились по оси сопла при разных увеличениях шлирен-картины, затем данные усреднялись. Неопределенность в нахождении величины отхода составляет не более 10 %. Экспериментальные данные показали, что при увеличении интенсивности разряда в области между ГУВ и моделью стационарная ударная волна отходит от тела, расстояние dувеличивается как в ксеноне, так и в воздухе. Отход стационарной ГУВ при таком воздействии определяется совокупностью причин. Это тепловые эффекты, а именно нагрев газа за счет нагрева в разряде заряженных частиц и передачи тепловой энергии при столкновениях нейтральным атомам и молекулам, а также плазменные эффекты, которые воздействуют на показатель адиабаты среды, от которого зависят основные параметры обтекания.

### 2. Численное моделирование

#### 2.1. Методология и постановка задачи

В эксперименте ионизованный поток, организованный в ударной трубе, достигает тела и вызывает зажигание разряда между электродами, расположенными на теле, к которым приложено напряжение. При достижении потоком тела начинается формирование ГУВ, которая проходит через зону воздействия газоразрядной плазмы. При этом перед телом происходит дополнительная ионизация за счет повышения температуры за фронтом ударной волны. Следует отметить, что эта дополнительная ионизация присутствует в стационарном течении и при отсутствии воздействия разряда. В расчетах предполагается, что горячая зона воздействия ионизованного газа перед телом возникает мгновенно, что обусловлено разницей временных масштабов развития разрядных и газодинамических явлений. Таким образом, воздействие разряда моделируется действием объемной газовой области с повышенной энергией и измененным показателем адиабаты. Отметим, что расчеты для ксенона включают наличие дополнительной ионизации перед телом, а в расчетах воздуха она является незначительной [16] и не учитывается. На рисунках ниже граница зоны воздействия разряда обозначена красным цветом.

Моделирование основано на уравнениях Навье-Стокса для идеального вязкого теплопроводного газа; показатель адиабаты варьировался при различных значениях

удельной мощности разряда q (мощность на единицу массы). Предполагалось, что поток параллелен оси симметрии. Численно решается полная система уравнений Навье—Стокса в дивергентной форме для безразмерных переменных [19]:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial (\mathbf{F} + \mathbf{F}_{v})}{\partial x} + \frac{\partial (\mathbf{G} + \mathbf{G}_{v})}{\partial y} = \mathbf{H}, \tag{1}$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho v \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ p + \rho u^{2} \\ \rho u v \\ u(E + p) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho u v \\ p + \rho v^{2} \\ v(E + p) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \rho q \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_{v} = -\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \frac{\mu}{Re} (4/3u_{x} - 2/3v_{y}) \\ \frac{\mu}{Re} (v_{x} + u_{y}) \\ \frac{\mu \pi_{1}}{Re} + \frac{1}{N} kT_{x} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{G}_{v} = -\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\mu}{Re} (v_{x} + u_{y}) \\ \frac{\mu}{Re} (4/3v_{y} - 2/3u_{x}) \\ \frac{\mu \pi_{2}}{Re} + \frac{1}{N} kT_{y} \end{pmatrix},$$

$$\pi_{1} = u \begin{pmatrix} \frac{4}{3u_{x}} - \frac{2}{3v_{y}} \end{pmatrix} + v(v_{x} + u_{y}),$$

$$\pi_{2} = v \begin{pmatrix} \frac{4}{3v_{y}} - \frac{2}{3u_{x}} \end{pmatrix} + u(v_{x} + u_{y}),$$

$$E = \rho(\varepsilon + 0.5(u^{2} + v^{2})), \quad N = \operatorname{Re} \Pr(\gamma - 1)/\gamma.$$

Здесь  $\rho$ , p, u, v — плотность газа, давление, x- и y-компоненты скорости. Удельная мощность в области более высокой энергии газа, образованной разрядом, равна q (где q — варьируемый параметр), а удельная внутренняя энергия  $\varepsilon$  равна

$$\varepsilon = p/(\rho(\gamma - 1)).$$

Для зависимости динамической вязкости  $\mu$  от температуры T для воздуха использовался закон Сазерленда

$$\mu = \frac{T^{1.5}(1+s_1)}{T+s_1},$$

где  $s_1 = 110\,\mathrm{K}$ . Для ксенона полагалось, что

$$\mu = T^{0.5}$$
.

Предполагалось, что коэффициент теплопроводности k зависит от температуры как

$$k = T^{0.5}$$
.

Задача решается в безразмерных переменных, которые выражаются через размерные переменные (обозначенные индексом "dim") следующим образом:

$$t = \frac{t_{dim}}{t_{n,}}, \quad x = \frac{x_{dim}}{l_{n,}}, \quad y = \frac{y_{dim}}{l_{n,}}, \quad u = \frac{u_{dim}}{u_{n,}}, \quad v = \frac{v_{dim}}{u_{n,}},$$

$$\rho = \frac{\rho_{dim}}{\rho_{n}}, \quad p = \frac{p_{dim}}{p_{n}}, \quad T = \frac{T_{dim}}{T_{n}}.$$

В расчетах использовались следующие масштабирующие коэффициенты:

$$ho_n = 
ho_\infty, \quad p_n = p_\infty, \quad l_n = D, \quad T_n = T_\infty,$$
 $u_n = (p_\infty/\rho_\infty)^{0.5}, \quad t_n = l_n/u_n,$ 

где индекс  $\infty$  определяет параметры набегающего потока. На рисунках ниже, где не указано иное, значения по осям приводятся в безразмерном виде.

На границах тела используются граничные условия, обеспечивающие отсутствие нормальных потоков и отсутствие проскальзывания:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad \mathbf{U} = 0.$$

На выходных границах используются граничные условия, обеспечивающие отсутствие отражения:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial n} = 0.$$

Начальными условиями являются параметры набегающего потока: плотность  $\rho_{\infty}$ , давление  $p_{\infty}$  и скорость  $u_{\infty}$ . Для ксенона задача решалась с учетом начальной повышенной ионизации газа перед телом.

Приповерхностное энерговыделение моделируется заданием стационарной области с более высокой энергией газа с использованием правой части уравнения энергии в (1), где q — удельная мощность в этой области. Ширина этой области в направлении x выбирается с помощью обработки экспериментальных шлиренизображений (рис. 4). Предполагается, что эта область возникает мгновенно и определяется через начальные условия и значения удельной мощности q и показателя адиабаты газоразрядной плазмы  $\gamma_s$ .

Моделирование выполняется с использованием вычислительного кода на основе комплексно консервативных разностных схем [20], которые имеют второй порядок точности по пространству и по времени. Для построения схемы используется пятиточечный шаблон схемы Лакса, что приводит к шахматным, ортогональным и равномерным сеткам во всей вычислительной области. Для повышения порядка аппроксимации при разработке схем используются дифференциальные следствия системы (1) для частных производных по x и по y. Таким образом, помимо основных консервативных переменных используются их первые производные по x и y, которые считаются неизвестными функциями и вычисляются на том же шаблоне. Необходимые вторые производные

	Описание	Размерное значение	Безразмерное значение	Нормирующий коэффициент
	Число Маха набегающего потока, $M_{\infty}$		6.8	
Ксенон	Показатель адиабаты в набегающем потоке, $\gamma$		1.217	
	Число Рейнольдса, Re		4558.9	
	Число Прандтля, Рг		0.623	
	Давление в набегающем потоке, $p_{\infty}$	$3.1 \cdot 10^3  \text{Pa}$	1.0	$p_n = p_{\infty}$
	Плотность в набегающем потоке, $ ho_{\infty}$	$0.040793 \text{ kg/m}^3$	1.0	$ ho_n= ho_\infty$
	Температура в набегающем потоке $T_{\infty}$	1200 K	1.0	$T_n = T_{\infty}$
	Удельная мощность в области плазмы $q$		0, 52, 82.5, 119.5, 147.2, 213.3	$q_n = p_n/(t_n \rho_n) = = 0.698299 \cdot 10^6  \mathrm{kW/kg}$
	Скорость, и	2067.96 m/s	7.502	$u_n = (p_n/\rho_n)^{0.5} = 275.668 \mathrm{m/s}$
	Время, t		1.0	$t_n = l_n/u_n = 108.827 \mu\text{s}$
	Число Маха набегающего потока, $M_{\infty}$		4.153	
	Показатель адиабаты в набегающем потоке, $\gamma$		1.323	
	Число Рейнольдса, Re		6763.2	
Воздух	Число Прандтля, Рг		0.703	
	Давление в набегающем потоке, $p_{\infty}$	6790.546 Pa	1.0	$p_n = p_{\infty}$
	Плотность в набегающем потоке, $ ho_{\infty}$	$0.017572  \text{kg/m}^3$	1.0	$ ho_n= ho_\infty$

1302.024 K

2969.272 m/s

1.0

0, 43, 55, 57, 75, 130

4.776

1.0

**Таблица 1.** Определяющие параметры набегающего потока и нормирующие коэффициенты для моделирования воздействия приповерхностного разряда в ксеноне и в воздухе

вычисляются с использованием значений первых производных в узлах шаблона.

Температура в набегающем потоке,  $T_{\infty}$  Удельная мощность в области плазмы, q

Скорость, и

Время, t

В шахматных сетках, используемых в расчетах, расстояние между узлами равно  $2h_x$  и  $2h_y$  (где  $h_x$  и  $h_y$  обозначают пространственные шаги по направлениям x и y соответственно). Выбор шага по времени осуществляется с использованием критерия Куранта—Фридрихса—Леви. Расчеты проводились при  $h_x = h_y = 0.001$  на областях, содержащих порядка  $6 \cdot 10^6$  узлов (считая средний узел шаблона).

Границы аэродинамического тела вводятся в расчетную область без нарушения в ней законов сохранения. Криволинейная граница вписывается в прямоугольную шахматную разностную сетку путем построения разностных схем в окрестности границы с использованием новых типов шаблонов на основе 1/4, 1/2 и 3/4 частей ячейки. Такие неполные ячейки соседствуют с полными стандартными ячейками, обеспечивая выполнение законов сохранения во всей расчетной области, включая области, прилегающие к границам тела. Детали постро-

ения схем в расчетной области и в окрестности границ аэродинамического тела, а также ряд тестовых расчетов, представлены в [20]. Анализ сеточной сходимости приведен в [16,17].

 $T_n = T_{\infty}$ 

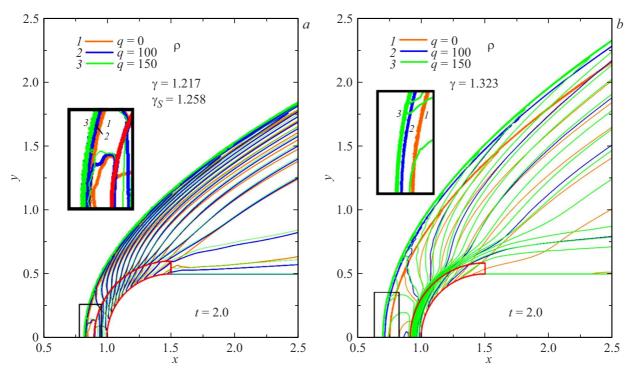
 $q_n = p_n/(t_n \rho_n) = 8.00763 \cdot 10^6 \text{ kW/kg}$  $u_n = (p_n/\rho_n)^{0.5} = 621.64 \text{ m/s}$ 

 $t_n = l_n/u_n = 48.26 \,\mu s$ 

# 2.2. Численные результаты по управлению головной ударной волной в ксеноне и воздухе

Определяющие параметры потока и нормирующие коэффициенты, принятые при моделировании воздействия приповерхностного разряда в ксеноне и в воздухе, приведены в табл. 1.

Рис. 5 иллюстрирует стационарный режим течения при воздействии энергии приповерхностного разряда на положение ГУВ в момент времени t=2.0. Показаны стационарные поля плотности в изохорах для разных значений удельной мощности (проведено наложение имиджей). Видно, что чем больше значение удельной

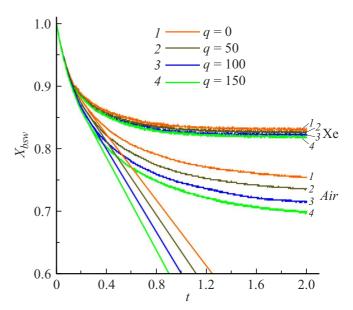


**Рис. 5.** Поля плотности в изохорах для различных значений удельной мощности q, t=2.0: a — ксенон, M=6.8,  $\gamma=1.217$ ,  $\gamma_s=1.258$ ; b — воздух, M=4.15,  $\gamma=1.323$ ,  $\gamma_s=1.323$ .

мощности q, тем дальше удалена ГУВ от тела в стационарном режиме.

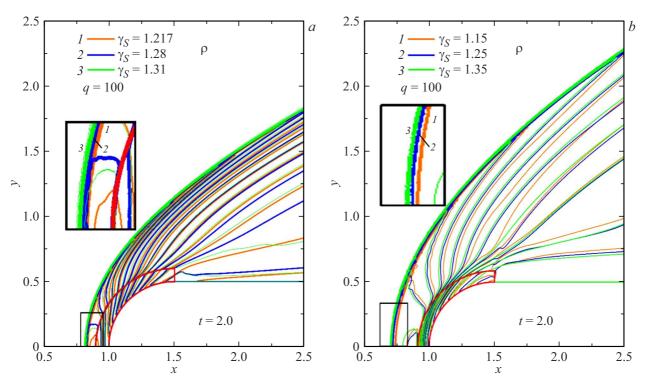
Механизм влияния на положение стационарной ГУВ приповерхностного энерговклада установлен в [16] и связан с тем, что ГУВ при своем формировании движется через уже существующую нагретую область газоразрядной плазмы (что обусловлено разницей временных масштабов формирования зоны плазмы разряда и газодинамических процессов). Таким образом, параметры зоны разряда оказывают влияние на параметры формирующейся ГУВ на нестационарной стадии течения, а следовательно, эти параметры определяют положение ГУВ и на стационарной стадии.

Рис. 6 иллюстрирует динамику х-координаты фронта ГУВ при изменении значений q в процессе установления стационарного течения. Положение ГУВ определялось путем выделения координаты х, соответствующей максимальному значению  $p_x$  на фронте волны. Отметим, что наличие флуктуаций в этих зависимостях обусловлено дискретностью представления фронта ударной волны в разностной ячейке, связанной с построением алгоритма отслеживания фронта ГУВ. На рис. 6 для воздуха приведены касательные к кривым, которые имеют разные углы наклона к оси х. Это означает, что скорость ГУВ на нестационарной стадии также различна для разных значений q, причем эта скорость больше для больших q. Таким образом, при прохождении ГУВ через область разрядной плазмы чем больше значение удельной мощности, тем дальше ГУВ удаляется от тела, что влияет на положение



**Рис. 6.** Динамика x-координаты ГУВ при различных значениях q в процессе установления стационарного режима течения в ксеноне и в воздухе.

ГУВ в стационарном режиме течения. Отметим, что, поскольку расстояние до ГУВ непосредственно влияет на аэродинамические характеристики обтекаемого тела, возможность влиять на положение ГУВ означает возможность управления аэродинамикой летящего объекта.



**Рис. 7.** Поля плотности в изохорах для различных значений показателя адиабаты плазмы  $\gamma_s$ , q=100, t=2.0: a — ксенон, M=6.8,  $\gamma=1.217$ ; b — воздух, M=4.15,  $\gamma=1.323$ .

Воздействие приповерхностной плазменной области на аэродинамические характеристики обтекаемого тела исследовалось в [16] в воздухе и в [17] в ксеноне при числах Маха набегающего потока 4.1 и 6.8 соответственно. В этих работах приведена динамика плотности, давления, температуры и относительной силы сопротивления  $F/F_0$  при установлении их значений в точке торможения на цилиндре для различных значений удельной мощности плазменной области q. Здесь сила сопротивления равна

$$F = \int\limits_{0}^{0.5D} p_b \, dy,$$

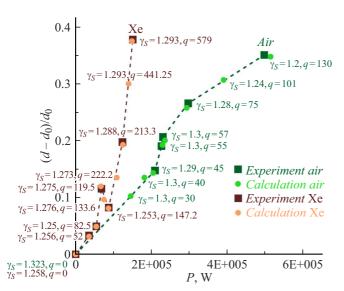
где  $p_b$  — значение давления на цилиндрической части поверхности тела,  $F_0$  — значение силы сопротивления F без энерговклада.

Результаты, приведенные в [16,17], указывают на тот факт, что в точке торможения на стадии стационара давление демонстрирует лишь незначительные изменения с ростом q, тогда как разрежение газа заметно увеличивается, что приводит к существенному повышению температуры. Там же получено, что относительная сила сопротивления  $F/F_0$ , действующая на фронтальную поверхность тела, уменьшается с ростом расстояния ГУВ от тела. В стационарном режиме эта сила несколько больше для более высоких значений q, как показано на приведенных рисунках в работах [16,17].

Расчеты показали, что в приповерхностной области за счет выделения энергии разряда происходят существенные изменения температуры и плотности. Также установлено, что положение ГУВ в стационарном состоянии зависит от показателя адиабаты газоразрядной плазмы  $\gamma_s$ . Поля плотности для стационарных режимов течения при q = 100 и изменяющихся значениях  $\gamma_s$ , представленные на рис. 7, иллюстрируют тот факт, что большему значению  $\gamma_s$  соответствует больший отход стационарной ГУВ. Получено, что в потоках с числами Маха до 7 положение стационарной ГУВ реагирует даже на незначительное изменение  $\gamma_s$ , причем чем меньше число Маха потока, тем легче управлять положением стационарной ГУВ за счет изменения  $\gamma_s$ . Отметим, что постоянное значение удельной мощности разряда означает постоянный джоулев нагрев, обеспечиваемый разрядом, а динамика  $\gamma_s$  определяется степенью ионизации и степенью неравновесности в плазменной зоне [14]. Таким образом, рис. 7 отражает влияние чисто плазменных параметров на стационарное положение ГУВ.

## 2.3. Сравнение экспериментальных и численных результатов

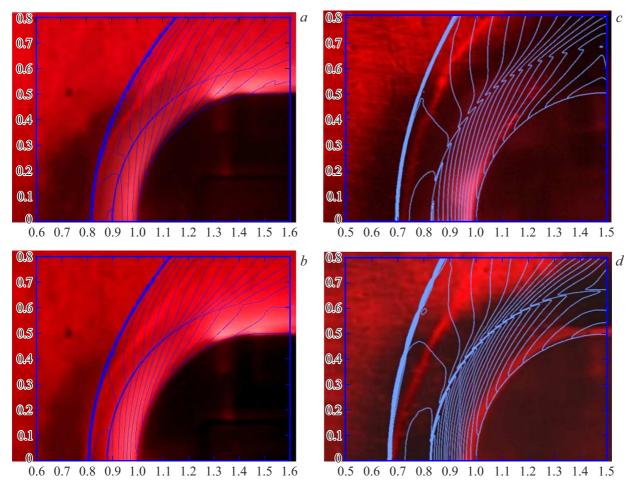
Расчетные и экспериментальные зависимости относительного отхода стационарной ГУВ от аэродинамического тела в зависимости от мощности разряда для ксенона и воздуха показаны на рис. 8. Здесь при моделировании потока ксенона учитывалась дополнительная



**Рис. 8.** Зависимость относительной величины стационарного отхода ГУВ от мощности разряда в ксеноне и воздухе.

ионизация плазмы за ГУВ в области плазмы перед моделью (начальное значение  $\gamma_s = 1.258$  [17]). Из рис. 8 очевидно, что установившиеся относительные значения отхода определяются двумя параметрами q и  $\gamma_s$ , причем с ростом тока и мощности разряда показатель адиабаты имеет тенденцию к росту в ксеноне и к уменьшению в воздухе. Получено также, что значения относительного отхода, полученные экспериментально и в моделировании, согласуются. На начальном этапе (в ксеноне для  $0 < P < 54.2 \,\mathrm{kW}$ , в воздухе для  $0 < P < 240 \,\mathrm{kW}$ ) зависимость относительного отхода от мощности разряда близка к линейной. Кроме того, в ксеноне получено колебание относительного отхода при  $54.2 < P < 86.6 \,\mathrm{kW}$ . Это колебание можно объяснить тем, что показатель адиабаты  $\gamma_s$  сильно зависит от степени ионизации в этом диапазоне токов разряда, что может приводить как к его увеличению, так и к уменьшению [17].

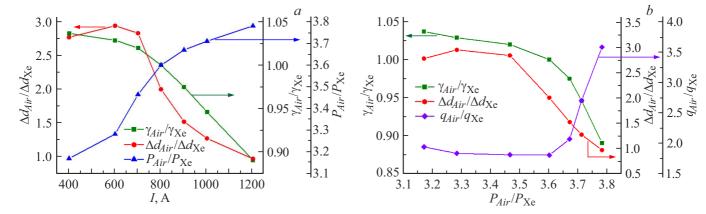
На рис. 9 представлено сравнение численных картин течения и шлирен-изображений потока при воздействии приповерхностного разряда в ксеноне и воздухе. Расхож-



**Рис. 9.** Сравнение численных картин течения с шлирен-изображениями при воздействии приповерхностного разряда в ксеноне (слева) и в воздухе (справа):  $a-I=670\,\mathrm{A},\,P=66\,\mathrm{kW},\,\gamma_s=1.275,\,q=119.5;\,b-I=915\,\mathrm{A},\,P=125\,\mathrm{kW},\,\gamma_s=1.288,\,q=213.3;\,c-I=760\,\mathrm{A},\,P=370\,\mathrm{kW},\,\gamma_s=1.28,\,q=75;\,d-I=1040\,\mathrm{A},\,P=530\,\mathrm{kW},\,\gamma_s=1.2,\,q=130.$ 

	I, A	0	373	604	673	800	915	1196
Ксенон	q	0	52	82.5	119.5	147.2	213.3	579
ксенон	$q_{dim} \cdot 10^{-6}  \mathrm{kW/kg}$	0	36.312	57.610	83.447	102.790	148.947	404.315
	$\gamma_s$	1.258	1.256	1.25	1.275	1.253	1.288	1.293
\ <u></u>	I, A	0	607	640	645	760	900	1040
Воздух	q	0	45	55	57	75	101	130
	$q_{dim} \cdot 10^{-6}  \mathrm{kW/kg}$	0	360.34	440.42	456.43	600.57	705.28	1041.0
	$\gamma_s$	1.323	1.29	1.3	1.3	1.28	1.24	1.2

**Таблица 2.** Соответствие между током разряда I, удельной мощностью q и показателем адиабаты газоразрядной плазмы  $\gamma_s$  в ксеноне и воздухе



**Рис. 10.** Отношения относительных отходов (красные круги), мощностей разрядов (синие треугольники) и показателей адиабаты (зеленые квадраты) и удельных мощностей (фиолетовые ромбы) в воздухе к соответствующим параметрам в ксеноне в зависимости: a — от величины газоразрядного тока; b — от отношения мощностей разрядов.

дение расчетной и экспериментальной формы ударной волны на периферии связано с расходящейся структурой потока в сопле. Некоторое рассогласование расчетного и экспериментального имиджей на рис. 9, c объясняется тем фактом, что в начальных условиях для воздуха не учитывается дополнительная ионизация потока у тела (это расхождение отсутствует при рассмотрении относительных отходов). Можно отметить соответствие численных и экспериментальных картин потока по положению ГУВ на оси симметрии для полученных параметров  $\gamma_s$  и q, оцененных размеров области плазмы разряда и установленных начальных условий для набегающего потока в случае ксенона и воздуха.

В табл. 2 показано соответствие между удельной мощностью, вырабатываемой разрядом q, током разряда I и значением показателя адиабаты в зоне разряда  $\gamma_s$  для ксенона и воздуха. Здесь  $q_{dim}$  — размерная величина удельной мощности q. Видно, что в ксеноне с ростом тока разряда удельная мощность увеличивается; показатель адиабаты  $\gamma_s$  остается практически неизменным в интервале 1.25-1.258 (до значения тока разряда  $I=604\,\mathrm{A}$ ), затем наблюдается колебание  $\gamma_s$  до значе-

ния 1.275. При более высоких значениях тока разряда показатель адиабаты  $\gamma_s$  увеличивается до значения 1.293. В воздухе с ростом тока разряда удельная мощность также увеличивается; показатель адиабаты  $\gamma_s$  остается практически неизменным в интервале 1.3—1.323 (до значения тока разряда I=645 A). При более высоких значениях тока разряда показатель адиабаты  $\gamma_s$  уменьшается.

#### 3. Обсуждение результатов

Был проведен обобщающий анализ полученных в эксперименте и численном моделировании данных для ксенона и воздуха. В качестве критерия сравнения была выбрана величина газоразрядного тока у поверхности модели. Для этого были построены зависимости основных параметров от газоразрядного тока и взяты отношения соответствующих параметров в воздухе к значению этого параметра в ксеноне. На рис. 10,a приведены зависимости отношений относительного отхода стационарной ГУВ  $\Delta d = (d-d_0)/d_0$ , мощностей разрядов и показателей адиабаты газоразрядной плазмы от тока разряда. Видно, что при малых значениях тока до 600 A

скорость возрастания отхода ГУВ больше в воздухе, чем в ксеноне, но по мере увеличения тока скорость возрастания отхода в ксеноне становится больше и значительно превосходит скорость возрастания отхода ГУВ в воздухе. При  $I = 1200 \, \mathrm{A}$  величина относительного отхода в разных газах одинакова, но при этом для достижения такого же отхода мощность разряда в воздухе должна быть почти в 4 раза больше, чем в ксеноне. Рост газоразрядного тока сопровождается уменьшением отношения отходов стационарных ГУВ и увеличением отношения мощностей. Отношение показателя адиабаты в воздухе к показателю адиабаты в ксеноне уменьшается, как с ростом тока, так и с ростом отношения мощностей (рис. 10, b). Можно отметить, что показатели адиабаты в газоразрядной плазме в двухатомном и одноатомном газах близки по значению и становятся одинаковыми при токе 800 А и отношении мощностей разрядов 3.6. До этих же значений тока и мощностей отношение удельных мощностей практически не меняется, при дальнейшем увеличении тока и мощности разряда наблюдается резкий рост отношения удельных мощностей, что указывает на значительное превосходство необходимой для дальнейшего воздействия на положение ГУВ мощности, вкладываемой в единицу массы воздушной плазмы по сравнению с ксеноновой при больших интенсивностях разряда.

#### Заключение

В работе приведены экспериментальные и численные результаты исследования влияния приповерхностной плазменной области около аэродинамического тела, образующейся при организации газового разряда в ксеноне и воздухе, на положение стационарной головной ударной волны. Получены поля параметров течения при различных значениях удельной мощности разряда q и показателя адиабаты  $\gamma_s$  в плазменной области, созданной газовым разрядом. Сравнение численных и экспериментальных значений относительного отхода стационарной головной ударной волны продемонстрировало их хорошее совпадение. Получены следующие новые результаты:

- показана возможность управления ГУВ и аэродинамическими характеристиками тела в газах с разными показателями адиабаты за счет образования объемной плазменной области, которая формируется с помощью поверхностного газового разряда, организованного на всей фронтальной поверхности тела;
- установлено, что положение стационарной ГУВ определяется удельной мощностью разряда и значением показателя адиабаты (на которое влияют степень ионизации и степень неравновесности) в зоне плазмы, создаваемой разрядом. При этом показатель адиабаты газоразрядной плазмы играет существенную роль в динамике структуры течения и в величине отхода стационарной ГУВ от тела;

- получено, что на начальном этапе (в ксеноне для  $0 < P < 54.2 \,\mathrm{kW}$ , в воздухе для  $0 < P < 240 \,\mathrm{kW}$ ) зависимость относительного отхода от мощности разряда близка к линейной, при этом показатель адиабаты близок к постоянному (в ксеноне  $1.258 < \gamma_s < 1.253$ , в воздухе  $1.3 < \gamma_s < 1.323$ ). В ксеноне получен неравномерный отход ГУВ от тела в стадии стационарного обтекания при мощности разряда  $54.2 < P < 86.6 \,\mathrm{kW}$ ;
- установлено, что для активного управления положением ГУВ в воздухе мощность поверхностного газового разряда должна быть почти в 4 раза больше мощности в ксеноне; при увеличении тока отношение мощности разряда в воздухе к мощности в ксеноне растет, при этом отношение относительных отходов и показателей адиабаты уменьшаются. Получено, что показатели адиабаты в воздухе и ксеноне в газоразрядной плазме близки по значению и становятся одинаковыми при токе разряда 800 А и вкладываемой мощности в ксенон 95 kW и в воздух 345 kW, с этих же значений тока и мощностей наблюдается сильный рост удельной мощности в разряде воздуха по сравнению с разрядом в ксеноне.

Таким образом, показана возможность управления как стационарным положением ГУВ, так и характеристиками аэродинамического тела в газах с различными показателями адиабаты путем создания объемной плазменной области перед всей его фронтальной поверхностью с помощью варьирования показателя адиабаты плазмы и энергетических характеристик разряда. Полученные результаты имеют потенциал для разработки систем управления высокоскоростными потоками с учетом не только тепловых эффектов, но и влияния параметров плазмы.

#### Финансирование работы

Работа выполнена при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, Проект № 075-15-2024-544.

#### Конфликт интересов

Авторы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

### Список литературы

- [1] D. Knight. J. Propulsion Power, 24, 1153 (2008).DOI: 10.2514/1.24595
- [2] M.Y.M. Ahmed, N. Qin. Progress Aerospace Sci., 112, 100585 (2020). DOI: 10.1016/j.paerosci.2019.100585
- [3] S. Rashid, F. Nawaz, A. Maqsood, S. Salamat, R. Riaz. Proc. Institution of Mechanical Engineers, Part G: J. Aerospace Engineering, 12, 2851 (2022). DOI: 10.1177/09544100211069796
- [4] O.A. Azarova, O.V. Kravchenko. Energies, 17 (7), 1632 (2024). DOI: 10.3390/en17071632

- [5] S.B. Leonov, I.V. Adamovich, V.R. Soloviev. Plasma Sources Sci. Technol., 25, 063001 (2016).
   DOI: 10.1088/0963-0252/25/6/063001
- [6] П.Ю. Георгиевский, В.А. Левин. Письма в ЖТФ, **14** (8), 684 (1988).
- [7] В.И. Артемьев, В.И. Бергельсон, И.В. Немчинов и др. Известия АН СССР. МЖГ, 5, 146 (1989).
- [8] P.K. Tretyakov, V.M. Fomin, V.I. Yakovlev. Proc. Int. Conf. Methods of Aerophysical Research (Novosibirsk, Russia, 1996), p. 210.
- [9] V.A. Bityurin, A.I. Klimov, S.B. Leonov, et al. In: *Proc. 3rd Weakly Ionized Gases Workshop* (Norfolk, AIAA, 1999), p. 4940. DOI: 10.2514/6.1999-4940
- [10] В.П. Фомичев, М.А. Ядренкин. Письма в ЖТФ, **43** (23), 31 (2017). DOI: 10.21883/PJTF.2017.23.45273.16648
- [11] H. Yan, F. Liu, J. Xu, Y. Xue. AIAA J., 56, 532 (2017). DOI: 10.2514/1.J056107
- [12] B. Tang, S. Guo, L. Hua. Contributions to Plasma Phys., 61 (2), e202000067 (2020). DOI: 10.1002/ctpp.202000067
- [13] О.А. Азарова, А.В. Ерофеев, Т.А. Лапушкина. Письма в ЖТФ, **43** (8), 93 (2017). DOI: 10.21883/PJTF.2017.08.44540.16598
- [14] K.T.A.L. Burm, W.J. Goedheer, D.C. Schram. Phys. Plasmas, 6, 2622 (1999). DOI: 10.1063/1.873535
- [15] V. Lago, R. Joussot, J. Parisse. J. Physics D: Appl. Phys., 47, 125202 (2014). DOI: 10.1088/0022-3727/47/12/125202
- [16] O.A. Azarova, T.A. Lapushkina, Y.A. Shustrov. Phys. Fluids, 34, 066117 (2022). DOI: 10.1063/5.0093787
- [17] O.A. Azarova, T.A. Lapushkina, O.V. Kravchenko. Fluids, 9 (12), 277 (2024). DOI: 10.3390/fluids9120277
- [18] Ю.П. Райзер. Физика газового разряда (Наука, М., 1987)
- [19] П. Роуч. *Вычислительная гидродинамика* (Мир, М., 1980)
- [20] О.А. Азарова. ЖВМ и МФ, **55** (12), 2067 (2015). DOI: 10.7868/S0044466915120030