

05,06

## Магнитоэлектрический эффект в тонкопленочных магнестрикционнo-пьезоэлектрических структурах, выращенных на подложке

© Д.А. Филиппов

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого,  
Великий Новгород, Россия

E-mail: Dmitry.Filippov@novsu.ru

(Поступила в Редакцию 15 ноября 2011 г.)

Представлена теория магнитоэлектрического эффекта в структуре тонкая магнитоэлектрическая пленка–пассивная подложка. На основе совместного решения материальных уравнений и уравнений движения пленки и подложки получено дисперсионное соотношение для упругих волн, распространяющихся в плоскости образца. Показано, что в том случае, если скорость распространения упругих колебаний в подложке больше, чем в магнитоэлектрической пленке, распространение упругих колебаний в подложке происходит в приповерхностном слое. При этом толщина подложки практически не оказывает влияния на величину эффекта.

Работа выполнена при частичной поддержке гранта РФФИ № 11-02-98801-р\_север\_а и программы „Развитие научного потенциала высшей школы“ (проект № 2.1.1/10009).

### 1. Введение

В последнее время активно исследуется магнитоэлектрический (МЭ) эффект в тонкопленочных магнестрикционнo-пьезоэлектрических структурах, выращенных на подложке [1,2]. Такие структуры имеют специфические особенности по сравнению с объемными и многослойными композитами. С одной стороны, в них лучше контакт между магнестрикционным и пьезоэлектрическим слоями, чем в многослойных композитах, что приводит к увеличению эффекта. С другой стороны, наличие механической связи между активным МЭ-слоем и пассивной подложкой приводит к тому, что она „закрывает“ активный слой, вследствие чего можно ожидать, что величина эффекта в таких структурах будет пренебрежимо малой по сравнению с величиной эффекта в многослойных и объемных композитах [3]. Тем не менее изготовленная на подложке из кремния двухслойная тонкопленочная структура феррит-кобальтовая шпинель–цирконат-титанат свинца (CFO/PZT) обнаружила хорошие МЭ-свойства [2]. В настоящей работе на примере простой модели показано, что при определенных условиях подложка „не закрывает“ активный магнестрикционнo-пьезоэлектрический слой и величина МЭ-эффекта практически не зависит от толщины подложки.

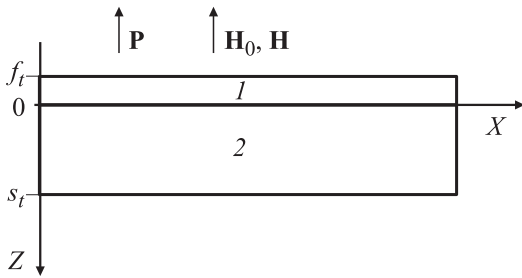
### 2. Модель и основные уравнения

В качестве модели рассмотрим структуру, представляющую собой МЭ-пленку толщиной  $^f t$ , выращенную на проводящей подложке толщиной  $^s t$  (см. рисунок). Активная МЭ-пленка состоит из двух или более механически связанных магнестрикционных и пьезоэлектри-

ческих слоев (связь 2-2) либо из зерен или наностолбиков из магнестрикционного материала, внедренных в пьезоэлектрическую матрицу (связь 0-3 или 1-3) [3]. Поскольку характерные размеры структурных единиц МЭ-пленки (толщина слоев, радиус зерна или диаметр столбика) много меньше размеров образца и характерных масштабов изменения внешних воздействий, с макроскопической точки зрения такую МЭ-пленку можно рассматривать как однородную среду, свойства которой описываются некоторыми эффективными параметрами. Методика расчета эффективных параметров среды, предложенная первоначально в [4,5], получила дальнейшее развитие в работах [6,7].

В качестве примера рассмотрим образец в форме прямоугольной пластинки шириной  $W$  и длиной  $L$ . Выберем систему координат таким образом, чтобы ее начало совпадало с границей раздела слоев, а ось  $Z$  направим вертикально вниз, перпендикулярно границе раздела (см. рисунок). Пусть МЭ-пленка поляризована перпендикулярно плоскости контактов (ось  $Z$ ). В дальнейшем будем считать, что толщина пленки  $^f t$  много меньше толщины подложки  $^s t$ .

Рассмотрим продольный МЭ-эффект. В этом случае магнитные поля (постоянное  $\mathbf{H}_0$  и переменное  $\mathbf{H}$  с частотой  $\omega$ ) совпадают по направлению с вектором поляризации  $\mathbf{P}$ . Ограничимся рассмотрением планарных колебаний, распространяющихся вдоль пластинки (ось  $X$ ). Переменное магнитное поле возбуждает в магнестрикционной фазе пленки продольные колебания среды, которые посредством механического контакта между фазами передаются в пьезоэлектрик, где и возникает электрическое поле. При этом вследствие механической связи на границе раздела пленка–подложка колебания МЭ-пленки посредством сдвиговых напряжений переда-



Схематическое изображение структуры. 1 — магнитоэлектрическая пленка толщиной  $^f t$ , 2 — подложка толщиной  $^s t$ .

ются в подложку, и в ней также возникают механические колебания. Подложка в данном случае играет роль пассивной среды, на которой находится активный МЭ-слой. Поскольку имеется резкая граница между МЭ-пленкой и пассивной подложкой, амплитуда колебаний будет неоднородной перпендикулярно границе раздела.

В соответствии с этим обобщенный закон Гука, связывающий тензоры деформаций  $S_{ij}$  с тензорами напряжений  $T_{ij}$  и напряжениями, вызванными электрическим и магнитным полями, запишется в виде

$$^f S_{xx} = \frac{1}{^f E} ^f T_{xx} + d_{xx,z} E_z + q_{xx,z} H_z, \quad (1)$$

$$^f S_{xz} = \frac{1}{^f G} ^f T_{xz}, \quad (2)$$

$$^s S_{xx} = \frac{1}{^s E} ^s T_{xx}, \quad (3)$$

$$^s S_{xz} = \frac{1}{^s G} ^s T_{xz}. \quad (4)$$

Здесь  $^f S_{ij}$ ,  $^f T_{ij}$ ,  $^s S_{ij}$ ,  $^s T_{ij}$  — компоненты тензора деформаций и напряжений пленки и подложки соответственно,  $^f E$ ,  $^f G$ ,  $^s E$ ,  $^s G$  — модуль Юнга и модуль сдвига пленки и подложки,  $d_{xx,z}$ ,  $q_{xx,z}$  — компоненты пьезоэлектрического и пьезомагнитного модулей,  $E_z$ ,  $H_z$  — напряженности электрического и магнитного полей. Для индукции электрического поля, возникающего в пленке, имеет место уравнение

$$D_z = \epsilon_{zz} E_z + d_{xx,z} ^f T_{xx}, \quad (5)$$

где  $\epsilon_{zz}$  — компонента тензора диэлектрической проницаемости пленки.

Поскольку имеется выделенное направление — ось Z, совпадающее с направлением поляризации и направлением постоянного магнитного поля, а также неоднородность вдоль оси Z, связанная с границей раздела пленка–подложка, в первом приближении можно считать, что вдоль оси Y смещения будут однородными и отличными от нуля компонентами будут только компоненты напряжений  $^a T_{xx}$  и  $^a T_{xz}$ . В соответствии с этим уравнение движения среды для МЭ-пленки и подложки

имеет вид

$$^a \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^a T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial^a T_{xz}}{\partial z}, \quad (6)$$

где индекс  $a$  равен соответственно  $f$  для пленки и  $s$  для подложки. Совместное решение уравнений (1)–(6) позволяет определить МЭ-свойства структуры.

### 3. Магнитоэлектрический коэффициент по напряжению

Важнейшей характеристикой МЭ-эффекта является магнитоэлектрический коэффициент по напряжению  $\alpha_E$ , который определяется как  $\alpha_E = \langle E \rangle / H$ . Здесь  $\langle E \rangle$  — среднее значение напряженности электрического поля,  $H$  — напряженность переменного магнитного поля. Для его нахождения используют уравнение (5) с учетом реализуемого в эксперименте условия разомкнутой цепи. В (5) входит тензор напряжений  $^f T_{xx}$ , выражение для которого можно получить из совместного решения системы уравнений (1)–(4) и уравнения (6). Поскольку имеется неоднородность вдоль оси Z, решение уравнения (6) для вектора смещения среды  $^a u_x$  представим в виде плоских волн, амплитуда которых изменяется по толщине образца,

$$^a u_x = ^a g(z) ( ^a A \cos(\omega t - kx) + ^a B \sin(\omega t - kx) ), \quad (7)$$

где  $^a A$  и  $^a B$  — постоянные интегрирования. Подстановка выражения (7) в уравнение движения (6) приводит к следующему уравнению для функции  $^a g(z)$ :

$$^a G \frac{\partial^2 g(z)}{\partial z^2} + ( ^a \rho \omega^2 - ^a E k^2 ) g(z) = 0. \quad (8)$$

После преобразований уравнения для функций, определяющих изменение амплитуды колебаний в пленке  $^f g(z)$  и подложке  $^s g(z)$ , примут вид

$$\frac{\partial^2 ^f g(z)}{\partial z^2} + 2(1 + \nu) \left[ \frac{\omega^2}{^f V_L^2} - k^2 \right] ^f g(z) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 ^s g(z)}{\partial z^2} + 2(1 + \nu) \left[ \frac{\omega^2}{^s V_L^2} - k^2 \right] ^s g(z) = 0, \quad (10)$$

где  $\frac{1}{^f V_L^2} = \frac{^f \rho}{^f E}$ ,  $\frac{1}{^s V_L^2} = \frac{^s \rho}{^s E}$  — скорости продольных волн в пленке и подложке соответственно,  $\nu = -\frac{s_{12}}{s_{11}}$  — коэффициент Пуассона, который для обеих сред предполагается одинаковым. Вид функций  $^f g(z)$  и  $^s g(z)$  (экспоненциальные или тригонометрические) зависит от знака члена, стоящего в квадратных скобках в уравнениях (9) и (10). При одинаковых значениях  $\omega$  и  $k$  один из коэффициентов, стоящих в квадратных скобках, будет меньше нуля, а другой — больше нуля. Для определенности выберем структуру, представляющую собой МЭ-пленку из феррит-никелевой шпинели и цирконата-титаната свинца, выращенную на подложке из титаната стронция. В этом случае скорость распространения упругих волн

в подложке будет больше, чем в МЭ-пленке. В соответствии с этим при одинаковых значениях  $\omega$  и  $k$  коэффициент, стоящий в квадратных скобках в (9), будет больше нуля, а в (10) — меньше нуля, и решения уравнений запишутся в виде

$${}^f g(z) = C_1 \cos({}^f \chi z) + C_2 \sin({}^f \chi z), \quad (11)$$

$${}^s g(z) = C_3 \exp(-{}^s \chi z), \quad (12)$$

где введены следующие обозначения:  ${}^f \chi^2 = 2(1 + \nu) \times (\frac{\omega^2}{{}^f V_L^2} - k^2)$ ,  ${}^s \chi^2 = -2(1 + \nu)(\frac{\omega^2}{{}^s V_L^2} - k^2)$ .

Для определения постоянных интегрирования воспользуемся граничными условиями, а именно на свободной поверхности, т.е. в точке  $z = -{}^f t$ , нормальная составляющая тензора напряжений равна нулю; на границе раздела в точке  $z = 0$  смещения первой и второй сред одинаковы и одинаковы сдвиговые напряжения. Это дает следующую систему уравнений:

$$C_1 \sin({}^f \chi {}^f t) + C_2 \cos({}^f \chi {}^f t) = 0, \quad (13)$$

$$C_1 = C_3, \quad (14)$$

$${}^f G {}^f \chi C_2 = -{}^s G {}^s \chi C_3. \quad (15)$$

Условия совместимости системы приводят к уравнению

$$\operatorname{tg} {}^f \kappa = {}^s G {}^s \chi / {}^f G {}^f \chi, \quad (16)$$

где введен безразмерный параметр  ${}^f \kappa = {}^f \chi {}^f t$ .

Уравнение (16) в неявном виде определяет дисперсионное соотношение при распространении упругих волн в структуре МЭ-пленка–подложка. Воспользуемся тем, что пленка тонкая, поэтому параметр  ${}^f \kappa \ll 1$ ; в первом приближении можно считать, что  $\operatorname{tg} {}^f \kappa \approx {}^f \kappa$ , и уравнение (16) сводится к виду

$${}^f \chi {}^f \kappa = ({}^s G / {}^f G) {}^s \chi. \quad (17)$$

Используя малость параметра  ${}^f \kappa$  и решая уравнение (17) методом последовательных приближений, для параметра  ${}^s \chi$  получим следующее выражение:

$${}^s \chi = 2(1 + \nu)({}^f G / {}^s G)(({}^s V_L / {}^f V_L)^2 - 1)k {}^f \kappa. \quad (18)$$

Отсюда следует дисперсионное соотношение

$$\omega = {}^s V_L k [1 - (1 + \nu)({}^f G / {}^s G)(({}^s V_L / {}^f V_L)^2 - 1)^2 {}^f \kappa^2]. \quad (19)$$

Как видно из (19), скорость распространения упругих волн в структуре МЭ-пленка–подложка зависит от волнового вектора и ее значение больше, чем скорость распространения волн в пленке, но несколько меньше скорости распространения продольных волн в подложке. Глубина проникновения волн определяется параметром  ${}^s \chi$ . Параметр  ${}^f \kappa$ , входящий в выражение (18) для  ${}^s \chi$ , вследствие малости толщины пленки много меньше единицы; следовательно, распространение волн происходит в узком приповерхностном слое, глубина которого уменьшается с увеличением частоты колебаний.

МЭ-коэффициент  $\alpha_E$  определим обычным способом [8], используя условие разомкнутой цепи и условие механического равновесия, которое приводит к следующим граничным условиям на свободных поверхностях пластины:

$$\int_{-{}^f t}^0 {}^f T_{xx}(\pm L/2, z) dz + \int_0^{{}^s t} {}^s T_{xx}(\pm L/2, z) dz = 0. \quad (20)$$

Используя уравнения (6), (11), (12), с учетом граничных условий (13), (14) и (20) для смещений МЭ-пленки получим выражение

$${}^a u_x(x, z) = B_1 (\cos({}^f \chi z) - \operatorname{tg}({}^f \kappa) \sin({}^f \chi z)) \sin(kx), \quad (21)$$

где

$$B_1 = \frac{d_{xx,z} E_z + q_{xx,z} H_z}{k \cos(\kappa/2) [\operatorname{tg}({}^f \kappa) / {}^f \chi + (1 - \exp(-{}^s \kappa) / {}^s \chi)]},$$

$$\kappa = kL, \quad {}^s \kappa = {}^s \chi {}^s t$$

— безразмерные параметры.

Электрический ток найдем, используя соотношение

$$I = \int_0^w dy \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\partial D_z}{\partial t} dx. \quad (22)$$

Выражая компоненты тензора напряжений через компоненты тензора деформаций из уравнения (2) и подставляя их в уравнение (5), получим выражение для  $D_z$ . Далее, подставляя полученное для  $D_z$  выражение в уравнение (22) и используя условие разомкнутой цепи  $I = 0$ , получим уравнение для напряженности электрического поля  $E_z$ , из которого найдем МЭ-коэффициент по напряжению как  $\alpha_E = E/H$ .

Выполняя указанные преобразования, окончательно для МЭ-коэффициента получим следующее выражение:

$$\alpha_E = \frac{{}^f E d_{xx,z} q_{xx,z}}{\epsilon_{zz}} \frac{\Delta}{\Delta_a}, \quad (23)$$

где

$$\Delta = 1 - \frac{\operatorname{tg}(\kappa/2)}{\kappa/2} \frac{1}{[1 + \gamma(1 - \exp(-{}^s \kappa))] / ({}^s \chi {}^f t)},$$

$$\Delta_a = 1 - K_p 2\Delta, \quad \gamma = {}^s E / {}^f E.$$

Здесь  $K_p^2 = {}^f E d_{xx,z}^2 / (\epsilon_{zz})$  — квадрат коэффициента электромеханической связи.

#### 4. Заключение

Как следует из выражения (23), частотная зависимость МЭ-коэффициента по напряжению имеет резонансный характер. На так называемой частоте антирезонанса, когда  $\Delta_a = 0$ , имеет место пиковое увеличение МЭ-коэффициента. Частота резонанса зависит

от геометрических размеров пластинки и параметров, характеризующих механические свойства МЭ-слоя и подложки. В областях, далеких от резонанса, величина МЭ-коэффициента практически не зависит от частоты и толщины подложки.

Таким образом, для структуры активная МЭ-пленка–пассивная подложка, в том случае, когда скорость распространения упругих волн в подложке больше, чем в пленке, величина МЭ-эффекта практически не зависит от толщины подложки и определяется эффективными параметрами активной МЭ-пленки.

## Список литературы

- [1] H. Zheng, J. Wang, S.E. Lofland, Z. Ma, L. Mohaddes-Ardabili, T. Zhao, L. Salamabca-Riba, S.R. Shinde, S.B. Ogale, F. Bai, D. Viehland, Y. Jia, D.G. Schlom, M. Wuttig, A. Routburd, R. Ramesh. *Science* **303**, 661 (2004).
- [2] J. Zhou, H. He, Z. Shi, C.W. Nan. *Appl. Phys. Lett.* **88**, 013 111 (2006).
- [3] C.-W. Nan, G. Liu, Y. Lin, H. Chen. *Phys. Rev. Lett.* **94**, 197 203 (2005).
- [4] G. Harshe, J.O. Dougherty, R.E. Newnham. *Int. J. Appl. Electromagn. Mater.* **4**, 145 (1993).
- [5] G. Harshe, J.P. Dougherty, R.E. Newnham. *Int. J. Appl. Electromagn. Mater.* **4**, 161 (1993).
- [6] М.И. Бичурин, В.М. Петров, Д.А. Филиппов, Г. Сринивасан, В.М. Лалетин. *Перспективные материалы* **6**, 5 (2004).
- [7] I.A. Osaretin, R.G. Rojas. *Phys. Rev. B* **82**, 174 415 (2010).
- [8] Д.А. Филиппов, М.И. Бичурин, В.М. Петров, В.М. Лалетин, Н.Н. Поддубная, G. Srinivasan. *Письма в ЖТФ* **30**, 1, 15 (2004).