Квазистатическая емкость слабо компенсированного полупроводника с прыжковой электропроводностью (на примере p-Si : B)

© Н.А. Поклонский¶, С.А. Вырко, А.Г. Забродский*

Белорусский государственный университет,
220050 Минск, Белоруссия
* Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Получена 24 апреля 2006 г. Принята к печати 2 июня 2006 г.)

Рассматривается умеренно легированный полупроводник на изоляторной стороне фазового перехода изолятор–металл, когда акцепторы в зарядовых состояниях (-1), (0) и $(+1)$ формируют A^0- и A^+-зоны. Получены выражения для длин экранирования внешнего электростатического поля по Дебаю–Хюккелю и Шоттки–Мотту при прыжковой миграции дырок по акцепторам. Проведен расчет квазистатической емкости полупроводника для области температур, когда прыжковые электропроводности дырок в A^0-зоне и A^+-зоне примерно равны. Показана возможность определения длины экранирования Дебая–Хюккеля исходя из измерений квазистатической емкости даже в условиях сильного поля, т. е. в приближении Шоттки–Мотта. Частота электрического сигнала при измерении квазистатической емкости полупроводника в структуре металл–диэлектрик–полупроводник должна быть много меньше средней частоты прыжков дырок по акцепторам (атомам бора в кремнии).

PACS: 71.30.+h, 71.55.Cn, 72.20.Ee, 72.20.Fr

1. Введение

По модели Дебая–Хюккеля [1] кулоновское поле заряда в конденсированной системе экспоненциально затухает на расстояниях порядка радиуса (длины) экранирования Λ_{DH}. Известны способы определения Λ_{DH} для трех агрегатных состояний вещества.

В замагниченной газоразрядной плазме экспериментально определен радиус экранирования Λ_{DH} флуктуаций электрического потенциала [2]. Величина Λ_{DH} примерно равна минимальному размеру области ионизации газа, начиная с которого газ можно условно считать квазинейтральной плазмой.

В жидких электролитах длина экранирования Λ_{DH} уменьшается с ростом концентрации ионов. Это вызывает, например, уменьшение периода „стопки“ алюмосиликатных пластин глины в водном растворе NaCl с ростом концентрации соли, что регистрируется методом дифракции рентгеновских лучей [3,4].

Электрическая емкость структуры металл–диэлектрик–полупроводник (см., например, [5,6]) в режиме „плоских зон“[1] равна: $C_{\mathrm{ox}}C_{\mathrm{DH}}/(C_{\mathrm{ox}}+C_{\mathrm{DH}})$, где $C_{\mathrm{ox}} = \varepsilon_{\mathrm{ox}}/d_{\mathrm{ox}}$ — емкость диэлектрика с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_{\mathrm{ox}}$ и толщиной d_{ox} между металлическим электродом единичной площади и полупроводником с диэлектрической проницаемостью ε и длиной экранирования Λ_{DH} при зонном механизме электропроводности, $C_{\mathrm{DH}} = \varepsilon/\Lambda_{\mathrm{DH}}$ — емкость полупроводника. Длина экранирования Λ_{DH} находится из емкости плоских зон металл–диэлектрик–полупроводник (МДП) структуры $C_{\mathrm{ox}}C_{\mathrm{DH}}/(C_{\mathrm{ox}}+C_{\mathrm{DH}})$ при известной емкости диэлектрика C_{ox} (в режиме обогащения приповерхностной области полупроводника основными носителями заряда).

В отличие от случая зонной проводимости (электронами зоны проводимости или дырками валентной зоны) возможность определения длины экранирования электростатического поля при прыжковом переносе электронов (дырок) по донорам (акцепторам) в полупроводнике из измерений его квазистатической электрической емкости, насколько нам известно, еще не реализована.

Здесь заметим, что оценка характерного радиуса экранирования электростатических флуктуаций внутри сильно легированных компенсированных кристаллов германия n- и p-типа проводимости из измерений температурных зависимостей прыжковой электропроводности на постоянном токе представлена в [7].

В работе [8] впервые теоретически рассмотрен вариант управления прыжковой электропроводностью по водородоподобным донорам в полупроводниковой пленке с помощью внешнего перпендикулярного поверхности пленки электростатического поля $\mathscr{E}(x) = -d\varphi/dx$, не приводящего к появлению тока и не нарушающего электронейтральность пленки в целом. Было показано, что омическая проводимость в направлении, перпендикулярном „управляющему“ полю $\mathscr{E}(x)$, т. е. вдоль пленки, при обеих полярностях управляющего напряжения определяется перескоками электронов по донорам на некотором характеристическом расстоянии $x \approx x_h$ от поверхности, поскольку при $x < x_h$ доноры ионизованы, а при $x > x_h$ они нейтральны, так что там нет прыжковой

¶ E-mail: poklonski@bsu.by

[1] При изменении разности электрических потенциалов между металлом и полупроводником поверхностный потенциал φ_s на границе раздела диэлектрик–полупроводник проходит через нуль, меняя знак.

электропроводности; координата x_h зависит от степени компенсации доноров акцепторами.

В [9] внешним электрическим полем в кристаллическом p-Si:B осуществлялось изменение локальной концентрации прыгающих по атомам бора дырок. При этом регистрировалась немонотонная зависимость статической прыжковой электропроводности между истоком и стоком полевого транзистора от потенциала на затворе (структура металл$-\mathrm{SiO_2}-p$-Si:B), однако измерения квазистатической емкости не проводились. В работе [10] обнаружено подавление прыжковой электропроводности p-Si:Ga при пассивации электрически активных примесей атомарным водородом. В [11] наблюдалось отрицательное дифференциальное сопротивление в условиях прыжковой проводимости для p-Si. В [12] зарегистрированы инжекционные токи в кремниевых резистивных структурах в условиях блокирования прыжковой проводимости по водородоподобным примесям вблизи омических контактов. Однако электрическая емкость полупроводника в работах [9–12] не измерялась. В [13] при расчете квазистатической емкости слабо легированного полупроводника с прыжковой проводимостью по водородоподобным донорам в зарядовых состояниях (0) и (+1) не учитывался разброс энергетических уровней атомов примеси.

Цель данной работы — рассчитать квазистатическую емкость слабо компенсированного умеренно легированного полупроводникового образца с прыжковой миграцией дырок (или электронов) по точечным дефектам решетки. Акцепторы (атомы бора в узлах кристаллической решетки кремния), находящиеся в зарядовых состояниях (0), формируют A^0-зону. Акцепторы в зарядовых состояниях (+1), т.е. локализующие две дырки, формируют A^+-зону, расположенную ближе к валентной зоне, чем A^0-зона.

2. Статистика дырок в A^0- и A^+-зонах атомов бора в кремнии

Рассмотрим для определенности умеренно легированный полупроводник p-типа проводимости в условиях только прыжковой миграции дырок по неподвижным акцепторам. Суммарная концентрация акцепторов $N = N_0 + N_{-1} + N_{+1}$ в зарядовых состояниях (0), (−1) и (+1) много меньше критической концентрации, соответствующей фазовому переходу изолятор−металл.[2]

Условие электронейтральности имеет вид

$$N_{-1} = N_{+1} + KN, \tag{1}$$

где K — степень компенсации акцепторов донорами, KN — концентрация компенсирующих доноров, полностью находящихся в зарядовом состоянии (+1).

[2] Для слабо компенсированного p-Si:B критическая концентрация атомов бора равна $\sim 4\cdot 10^{18}\,\text{см}^{-3}$ (см. [14] и цитируемую там литературу).

При низких температурах акцепторы образуют две зоны Хаббарда [15]: нижнюю зону b — акцепторы в зарядовых состояниях (0), верхнюю зону t — акцепторы в зарядовых состояниях (+1). Согласно [16,17], концентрации прыгающих по акцепторам дырок в A^0- и A^+-зонах равны соответственно $N_{hb} = N_0 N_{-1}/N$ и $N_{ht} = N_0 N_{+1}/N$. Прыжковая подвижность M_{ht} дырок в акцепторной A^+-зоне много больше подвижности M_{hb} дырок в A^0-зоне.

Концентрации ионизованных и нейтральных акцепторов с учетом энергетических плотностей распределения $g_b = g_b(E_b)$ и $g_t = g_t(E_t)$ их уровней соответственно E_b и E_t в запрещенной зоне полупроводника записываются в виде [16,18]

$$N_Z = N\bar{f}_Z = N\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} f_Z g_b g_t\, dE_b\, dE_t, \tag{2}$$

где f_Z — вероятность того, что акцептор находится в одном из трех возможных зарядовых состояний $Z = -1, 0+1$; условие нормировки: $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} g_b\, dE_b = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} g_t\, dE_t = 1$.

Если пренебречь возбужденными состояниями дырок на акцепторе, то, согласно [18], имеем

$$f_Z^{-1} = \sum_{Z'=-1}^{+1} \frac{\beta_{Z'}}{\beta_Z} \exp\left[\frac{(Z-Z')E_\mathrm{F} + E_Z - E_{Z'}}{k_\mathrm{B}T}\right], \tag{3}$$

где E_F — уровень Ферми (химический потенциал), $k_\mathrm{B}T$ — тепловая энергия; β_Z — число квантовых состояний акцептора в зарядовом состоянии Z с энергией E_Z.

Обратные функции распределения $1/f_Z$ акцепторов в A^0- и A^+-зонах по зарядовым состояниям согласно (3) суть [19]

$$\frac{1}{f_{-1}} = 1 + \beta_b \exp\left[\frac{E_\mathrm{F}^{(v)} + E_b}{k_\mathrm{B}T}\right] + \frac{\beta_b}{\beta_t}\exp\left[\frac{E_b + E_t + 2E_\mathrm{F}^{(v)}}{k_\mathrm{B}T}\right],$$

$$\frac{1}{f_0} = 1 + \frac{1}{\beta_b}\exp\left[\frac{-(E_\mathrm{F}^{(v)} + E_b)}{k_\mathrm{B}T}\right] + \frac{1}{\beta_t}\exp\left[\frac{E_\mathrm{F}^{(v)} + E_t}{k_\mathrm{B}T}\right],$$

$$\frac{1}{f_{+1}} = 1 + \beta_t \exp\left[\frac{-(E_\mathrm{F}^{(v)} + E_t)}{k_\mathrm{B}T}\right] + \frac{\beta_t}{\beta_b}\exp\left[\frac{-(E_b + E_t + 2E_\mathrm{F}^{(v)})}{k_\mathrm{B}T}\right], \tag{4}$$

где $E_\mathrm{F}^{(v)} = E_v - E_\mathrm{F}$ — энергия уровня Ферми E_F, отсчитанная от потолка валентной зоны ($E_v = 0$) нелегированного кристалла; $E_\mathrm{F}^{(v)} < 0$, если уровень Ферми находится в запрещенной зоне; $E_b = E_{-1} - E_v - E_0 > 0$, $E_t = E_0 - E_v - E_{+1} > 0$; для акцепторных атомов B в кремнии имеем: $\beta_b = \beta_0/\beta_{-1} = 4$, $\beta_t = \beta_0/\beta_{+1} = 1/4$.

Согласно модели [20], электростатическое взаимодействие двух ближайших акцепторов в зарядовых состояниях $(+1)$ и (-1), образованных из двух электрически нейтральных акцепторов, в слабо компенсированном полупроводнике ($K \ll 1$) приводит к „локальному" сдвигу уровня E_b к валентной зоне, а уровня E_t — от валентной зоны. Энергетические уровни среднестатистического акцептора в зарядовом состоянии (0) и в зарядовом состоянии $(+1)$, т. е. центры A^0- и A^+-зон, равны

$$\overline{E}_b = I_b - 1.09\,\frac{e^2}{4\pi\varepsilon}\left(1 - \frac{5}{3}K\right)N^{1/3},$$

$$\overline{E}_t = I_t + 1.09\,\frac{e^2}{4\pi\varepsilon}\left(1 - \frac{5}{3}K\right)N^{1/3}, \qquad (5)$$

где $I_b = I_{-1} - E_v - I_0 > 0$, $I_t = I_0 - E_v - I_{+1} > 0$ — энергии, необходимые для перехода дырки с одиночного нейтрального (индекс b) и с одиночного положительно заряженного (индекс t) акцепторов в валентную зону; $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ — статическая диэлектрическая проницаемость кристаллической решетки полупроводника, ε_0 — электрическая постоянная. Для атома бора в узле решетки кремния имеем $I_b = 44.39$ мэВ [21], так что согласно модели отрицательно заряженного атома водорода [22] получаем $I_t = 0.055 I_b \approx 2.44$ мэВ [15]; $\varepsilon_r = 11.47$ для Si [23].

Считаем, что энергетические уровни E_b и E_t в A^0- и A^+-зонах имеют нормальное распределение: [3]

$$g_{b(t)}(E_{b(t)}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,W_{b(t)}}\exp\left[\frac{-\left(E_{b(t)} - \overline{E}_{b(t)}\right)^2}{2W_{b(t)}^2}\right], \qquad (6)$$

где W_b, W_t — среднеквадратичные флуктуации энергетических уровней акцепторов, $\overline{E}_b$ и $\overline{E}_t$ — средние значения, или центры A^0- и A^+-зон.

При суммарной концентрации ионов примесей $N_{-1} + N_{+1} + KN \approx 2KN$, случайно (пуассоновски) распределенных по кристаллу, согласно модели [26] имеем равную электростатическую ширину A^0- и A^+-зон:

$$W_b = W_t = 1.64\,\frac{e^2}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{8\pi}{3}KN\right)^{1/3}, \qquad (7)$$

где учтено кулоновское взаимодействие каждого иона примеси только с ближайшим по расстоянию ионом (ацептором или донором). [4]

[3] Согласно собранным в [24] численным оценкам, проявлением кулоновской щели [25] в плотности состояний дырок на уровне Ферми в акцепторной A^0-зоне слабо компенсированных полупроводников (формально при $K \to 0$) можно пренебречь.

[4] Влияние обменного взаимодействия электрически нейтральных акцепторов на энергию термической активации прыжковой миграции дырок в A^0-зоне обсуждается в работе [27].

Заметим, что формулы (5) и (7) получены для слабо компенсированного полупроводника ($K \ll 1$) при достаточно низкой температуре (когда преобладают электрически нейтральные акцепторы $N_0 \gg N_{-1} + N_{+1} \approx N_{-1}$, однако ионы хаотически распределены по кристаллу). Условие $N_{+1} \ll N_{-1}$ выполняется даже в том случае, когда прыжковая электропроводность $\sigma_{ht} = eN_{ht}\mathrm{M}_{ht}$ в A^+-зоне равна проводимости $\sigma_{hb} = eN_{hb}\mathrm{M}_{hb}$ в A^0-зоне. Действительно, при $N_0 \gg N_{-1}$ концентрация прыгающих дырок в A^0-зоне равна $N_{hb} = N_0 N_{-1}/N \approx N_{-1}$, а при $N_0 \gg N_{+1}$ в A^+-зоне $N_{ht} = N_{+1}N_0/N \approx N_{+1}$. Общее наблюдение состоит в том, что прыжковая подвижность дырок M_{ht} в верхней зоне Хаббарда много больше, чем подвижность M_{hb} в нижней зоне Хаббарда, так что при $\sigma_{ht} = \sigma_{hb}$ имеем $N_{+1} \ll N_{-1}$. Эта ситуация соответствует термически активированному „распаду" ионных пар акцепторов в зарядовых состояниях (-1) и компенсирующих доноров в состояниях $(+1)$, началу заброса дырок из A^0- в A^+-зону. Ясно, что в пределе нулевой температуры акцепторы в зарядовых состояниях (-1) локализуются в основном на ближайших расстояниях от компенсирующих ионизованных доноров в зарядовых состояниях $(+1)$.

3. Расчет электрической емкости p-Si : B с учетом A^0- и A^+-зон

Пусть внешнее электростатическое поле направлено по оси x перпендикулярно плоской поверхности полупроводника, занимающего полупространство $x \geq 0$, и потенциал поля на поверхности $\varphi(x=0) = \varphi_s$. Экранирование внешнего электростатического поля обусловлено перераспределением дырок, прыгающих между акцепторами в зарядовых состояниях (0), (-1) и $(+1)$, т. е. миграцией зарядовых состояний неподвижных акцепторов на расстояние, много большее среднего расстояния между ними. Компенсирующие доноры полностью находятся в зарядовом состоянии $(+1)$ и напрямую в экранировании поля не участвуют.

Для однородно легированного полупроводника значения функции $f_Z(\varphi)$ зависят от координаты x только через потенциал $\varphi(x)$ и получаются из f_Z заменой $E_{\mathrm{F}}^{(v)} < 0$ в формулах (4) на

$$E_{\mathrm{F}}^{(v)}(\varphi) = E_{\mathrm{F}}^{(v)} - e\varphi(x), \qquad (8)$$

т. е. при $\varphi(x) < 0$ уровень Ферми $E_{\mathrm{F}}^{(v)}(\varphi)$ смещается к потолку валентной зоны, при $\varphi(x) > 0$ — в глубь запрещенной зоны.

Изменение концентрации зарядовых состояний $Z = -1,\ 0,\ +1$ акцепторов $N_Z(\varphi) - N_Z$ в потенциале $\varphi(x)$ определяется по (2) с учетом (8) и (4). При этом считается, что энергетическая щель $\overline{E}_b - \overline{E}_t$ между A^0- и A^+-зонами, а также ширины зон $W_b = W_t$ не зависят от потенциала и даются формулами (5) и (7).

Электростатический потенциал $\varphi(x)$ внутри полупроводника в точке с координатой x удовлетворяет уравнению Пуассона [18,19]

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{1}{2}\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 = -\frac{\rho(\varphi)}{\varepsilon}$$
$$= \frac{e}{\varepsilon}\left[N_{-1}(\varphi) - N_{+1}(\varphi) - N_{-1} + N_{+1}\right], \qquad (9)$$

где e — модуль заряда электрона, $\rho\big(\varphi(x)\big)$ — объемная плотность индуцированного заряда; $N_{-1} - N_{+1} = KN$ — условие электронейтральности.

Интегрируя уравнение (9) по φ от $\varphi(x=0) = \varphi_s$ до $\varphi(x \to \infty) = 0$, получаем напряженность электрического поля на поверхности полупроводника:

$$-\frac{d\varphi}{dx}\Big|_{x=0} = \pm\left\{\frac{2e}{\varepsilon}N\int\limits_{\varphi_s}^{0}\left[\iint\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[f_{+1}(\varphi) - f_{-1}(\varphi)\right]\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\, g_b g_t\, dE_b\, dE_t + K\right]d\varphi\right\}^{1/2}; \qquad (10)$$

для $\varphi_s > 0$ следует брать знак „+“, а для $\varphi_s < 0$ знак „−“.

Рассмотрим два предельных случая экранирования внешнего электростатического поля по Дебаю−Хюккелю [1] и Шоттки−Мотту [28,29] в кристаллическом полупроводнике с прыжковой электропроводностью.

В приближении Дебая−Хюккеля $(|e\varphi_s| \ll k_{\mathrm{B}}T)$ объемная плотность индуцированного заряда

$$\rho(\varphi) \to \rho_{\mathrm{DH}}(\varphi) = \varphi\left(\frac{d\rho}{d\varphi}\right)_{\varphi=0} \equiv -\frac{\varepsilon}{\Lambda_{\mathrm{DH}}^2}\varphi. \qquad (11)$$

Решая (9) с учетом (11) при граничных условиях $\varphi(0) = \varphi_s$, $\varphi(\infty) = 0$, получаем

$$\varphi(x) = \varphi_s \exp\left(\frac{-x}{\Lambda_{\mathrm{DH}}}\right),$$

где Λ_{DH} — длина экранирования электростатического поля прыгающими по акцепторам дырками, согласно [16,17]

$$\frac{1}{\Lambda_{\mathrm{DH}}^2} = \frac{e^2N}{2\varepsilon k_{\mathrm{B}}T}\sum_{Z,Z'=-1}^{+1}(Z-Z')^2\iint\limits_{-\infty}^{+\infty} f_Z f_{Z'} g_b g_t\, dE_b\, dE_t. \qquad (12)$$

В пределе высоких температур и узких A^0- и A^+-зон $(k_{\mathrm{B}}T \gg W_{b(t)})$ энергетические плотности распределения акцепторных уровней по (6) с учетом (7) можно аппроксимировать δ-функциями Дирака, $g_b = \delta(E_b - \overline{E}_b)$, $g_t = \delta(E_t - \overline{E}_t)$, так что $\overline{f}_Z = f_Z$. В этом случае из (12) имеем [20]

$$\Lambda_{\mathrm{DH}} = \sqrt{\frac{\varepsilon k_{\mathrm{B}}T}{e^2N_{sc}}},$$

где $N_{sc} = N_{hb} + N_{ht} + N_{\mathrm{dip}}$ — эффективная концентрация „активных“ в экранировании внешнего электрического поля акцепторов, $N_{\mathrm{dip}} = 4N_{+1}N_{-1}/N$ — концентрация электрических диполей, образованных акцепторами в зарядовых состояниях (-1) и $(+1)$, $N_0 = N - N_{-1} - N_{+1}$ — концентрация акцепторов в зарядовом состоянии (0). При степени компенсации акцепторов донорами $K \to 0$, когда по (7) ширина акцепторных зон $W_{b(t)} \to 0$ и по (1) выполняется условие электронейтральности $N_{-1} = N_{+1}$, концентрация активных в экранировании акцепторов $N_{sc} = N_{-1} + N_{+1}$.

При $|e\varphi_s| \ll k_{\mathrm{B}}T$ индуцированный внешним электростатическим полем заряд, приходяшийся на единицу площади поверхности полупроводника, есть

$$Q_{\mathrm{DH}} = \int\limits_0^{\infty}\rho_{\mathrm{DH}}(x)\,dx = \rho_{\mathrm{DH}}(\varphi_s)\Lambda_{\mathrm{DH}}, \qquad (13)$$

где $\rho_{\mathrm{DH}}(x) = -\varepsilon\Lambda_{\mathrm{DH}}^{-2}\varphi_s\exp(-x/\Lambda_{\mathrm{DH}})$ для $x \ge 0$ согласно (11).

В приближении Шоттки−Мотта $(|e\varphi_s| \gg k_{\mathrm{B}}T)$ для области $0 \le x \le \Lambda_{\mathrm{SM}}$ полупроводника, в которой при $\varphi_s < 0$ все акцепторы находятся в зарядовом состоянии $(+1)$, а при $\varphi_s > 0$ в зарядовом состоянии (-1), объемная плотность индуцированного заряда

$$\rho(\varphi) \to \rho_{\mathrm{SM}}(\varphi_s) = \begin{cases} e(1+K)N & \text{при } -e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T; \\ -e(1-K)N & \text{при } e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T. \end{cases} \qquad (14)$$

Решая (9) с учетом (14) при граничных условиях $\varphi(0) = \varphi_s$ и $\varphi(\Lambda_{\mathrm{SM}}) = 0$, получаем

$$\varphi(x) = \begin{cases} -\frac{e(1+K)N}{2\varepsilon}(\Lambda_{\mathrm{SM}} - x)^2 & \text{при } -e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T; \\ \frac{e(1-K)N}{2\varepsilon}(\Lambda_{\mathrm{SM}} - x)^2 & \text{при } e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T, \end{cases}$$

где длина экранирования

$$\Lambda_{\mathrm{SM}} = \begin{cases} \sqrt{\frac{-2\varepsilon\varphi_s}{e(1+K)N}} & \text{для } -e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T; \\ \sqrt{\frac{2\varepsilon\varphi_s}{e(1-K)N}} & \text{для } e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T. \end{cases} \qquad (15)$$

При $|e\varphi_s| \gg k_{\mathrm{B}}T$ индуцированный заряд, приходящийся на единицу площади поверхности полупроводника, есть

$$Q_{\mathrm{SM}} = \int\limits_0^{\Lambda_{\mathrm{SM}}}\rho_{\mathrm{SM}}(x)\,dx = \rho_{\mathrm{SM}}(\varphi_s)\Lambda_{\mathrm{SM}}, \qquad (16)$$

где $\rho_{\mathrm{SM}}(x) = \rho_{\mathrm{SM}}(\varphi_s)$ для $0 \le x \le \Lambda_{\mathrm{SM}}$ согласно (14).

В общем случае согласно (9) и (10) индуцированный внешним электростатическим полем заряд, приходящийся на единицу площади поверхности полупроводника, есть

$$Q = \int_0^\infty \rho(x)\,dx = \int_{\varphi_s}^0 \rho(\varphi)\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^{-1} d\varphi = \varepsilon\,\frac{d\varphi}{dx}\Big|_{x=0}, \tag{17}$$

где

$$\rho(\varphi) = -\varepsilon\,\frac{d\varphi}{dx}\,\frac{d}{d\varphi}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)$$

— объемная плотность индуцированного заряда; $-(d\varphi/dx)_{x=0}$ — напряженность электрического поля на поверхности (при $x = 0$).

По аналогии с формулами (13) и (16) характерная толщина приповерхностной области полупроводника, в которой сосредоточен весь индуцированный внешним полем заряд Q, есть $\Lambda = Q/\rho(\varphi_s)$, где $\rho(\varphi_s)$ — объемная плотность заряда при $x = 0$. Согласно (17), с учетом (9), (10) имеем

$$\Lambda = \frac{Q}{\rho(\varphi_s)} = \frac{\varepsilon}{\rho(\varphi_s)}\,\frac{d\varphi}{dx}\Big|_{x=0}, \tag{18}$$

где $\rho(\varphi_s) = e[N_{+1}(\varphi_s) - N_{+1} - N_{-1}(\varphi_s) + N_{-1}]$.

Дифференциальная электрическая емкость, приходящаяся на единицу площади плоской поверхности полупроводникового образца, есть

$$C = -\frac{dQ}{d\varphi_s} = \frac{\rho(\varphi_s)}{(d\varphi/dx)\big|_{x=0}} = \frac{\varepsilon}{\Lambda}, \tag{19}$$

где Q и Λ определяются из соотношений (17) и (18).

Здесь заметим, что предложенная модель применима для квазистационарного заполнения энергетических уровней акцепторов дырками при всех значениях потенциала φ_s, поэтому C — это квазистатическая (низкочастотная) емкость полупроводника. Условие квазистационарности выполняется при $f \ll \Gamma_h$, где f — частота измерительного сигнала, Γ_h — средняя частота прыжков дырки между акцепторами. Иначе это можно выразить неравенством $f \ll \sigma_h/\varepsilon$, где $\sigma_h = \sigma_{hb} + \sigma_{ht}$ — прыжковая электропроводность на постоянном токе; ε/σ_h — максвелловское время релаксации.

Экспериментально измеряемая величина электрической емкости структуры металл–диэлектрик–полупроводник согласно [5,6] равна $C_{\text{ox}}C/(C_{\text{ox}} + C)$, где C_{ox} — емкость диэлектрика между плоским металлическим электродом единичной площади и полупроводником с емкостью C. В режиме экранирования внешнего электрического поля по Дебаю–Хюккелю ($|e\varphi_s| \ll k_{\text{B}}T$) толщина области пространственного заряда $\Lambda \to \Lambda_{\text{DH}}$, емкость полупроводника по (19) в режиме плоских зон есть $C \to C_{\text{DH}} = \varepsilon/\Lambda_{\text{DH}}$, где Λ_{DH} определяется по (12). При этом емкость МДП структуры единичной площади в режиме плоских зон: $C_{\text{ox}}C_{\text{DH}}/(C_{\text{ox}} + C_{\text{DH}})$, где $C = C_{\text{DH}}$ — емкость полупроводника. В режиме экранирования по Шоттки–Мотту ($|e\varphi_s| \gg k_{\text{B}}T$) толщина области пространственного заряда $\Lambda \to \Lambda_{\text{SM}}$, так что по (19) емкость полупроводника есть $C \to C_{\text{SM}} = \varepsilon/\Lambda_{\text{SM}}$, где Λ_{SM} определяется по (15).

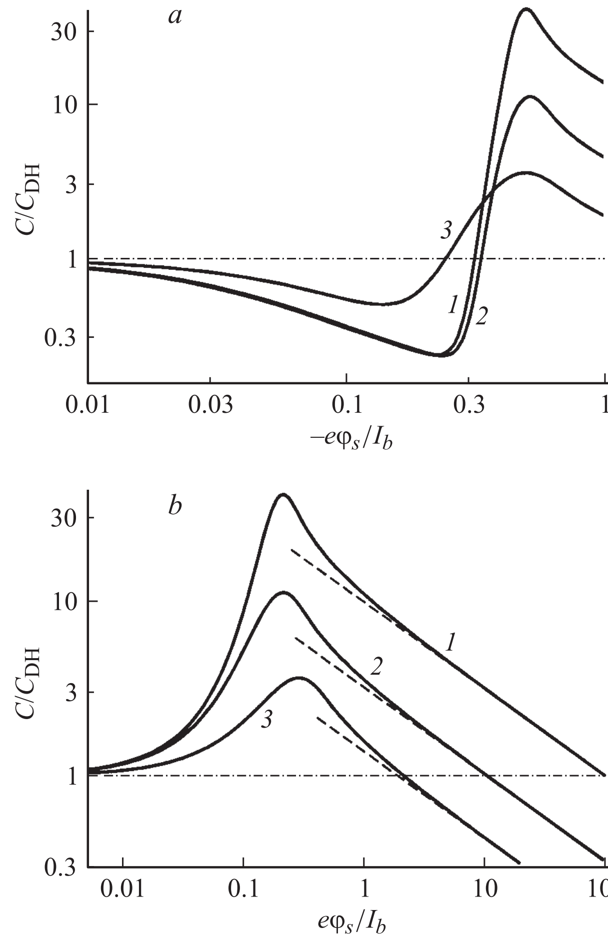

Рис. 1. Зависимость квазистатической емкости C кристалла p-Si:B от отрицательного (a) и положительного (b) электростатического потенциала φ_s на поверхности для $N = 10^{17}$ см$^{-3}$ при $T = 10$ K и степенях компенсации K: *1* — 10^{-4}, *2* — 10^{-3}, *3* — 10^{-2}. Штриховые линии — емкость в режиме Шоттки–Мотта $C_{\text{SM}}/C_{\text{DH}} = \Lambda_{\text{DH}}/\Lambda_{\text{SM}}$.

На рис. 1 представлены рассчитанные по формуле (19), при учете (1)–(7) и (17), (18), зависимости квазистатической емкости кремния C в единицах $C_{\text{DH}} = \varepsilon/\Lambda_{\text{DH}}$ от внешнего электростатического потенциала φ_s на его поверхности при степенях компенсации акцепторов донорами $K = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ (кривые *1*–*3*) для $N = 10^{17}$ см$^{-3}$ и $T = 10$ K. При этом емкость p-Si:B в приближении Дебая–Хюккеля $C_{\text{DH}} = 43,\ 134,\ 311$ нФ/см^2 для $K = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$ соответственно.

При отрицательном потенциале $\varphi_s < 0$ на поверхности полупроводника (рис. 1, a) расчет емкости проводился до такой величины потенциала ($|e\varphi_s| < I_b$), пока уровень Ферми на поверхности $E_{\text{F}}^{(v)}(\varphi_s)$ не сравняется с энергией $E_v = 0$ потолка валентной зоны, когда $E_{\text{F}}^{(v)}(\varphi_s) = E_{\text{F}}^{(v)} - e\varphi_s = 0$.

При увеличении отрицательного потенциала $\varphi_s < 0$ на поверхности полупроводника (рис. 1, a) происходит вначале уменьшение, а затем рост его емкости C.

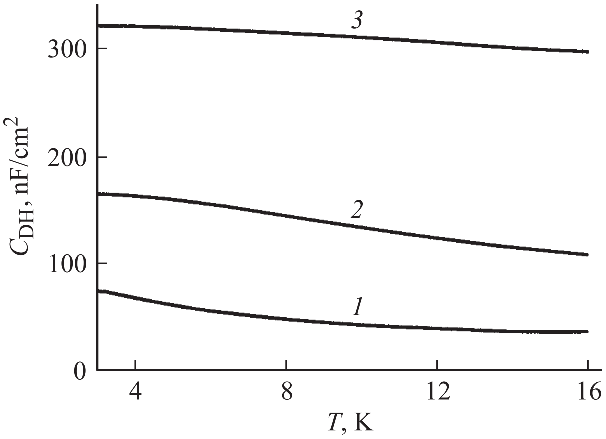

Рис. 2. Температурная зависимость емкости $\varepsilon/\Lambda_{\mathrm{DH}}$, приходящейся на единицу плоской поверхности p-Si:B, при $|e\varphi_s| \ll k_{\mathrm{B}}T$ для концентрации $N = 10^{17}$ см$^{-3}$ при различных степенях компенсации K атомов бора: *1* – 10^{-4}, *2* — 10^{-3}, *3* — 10^{-2}.

В точках $C = C_{\mathrm{DH}}$ (пересечения сплошных линий с штрихпунктирной) уровень Ферми $E_{\mathrm{F}}^{(v)}(\varphi_s) = E_{\mathrm{F}}^{(v)} - e\varphi_s$ на поверхности отстоит от центра A^+-зоны $\overline{E}_t$ на ту же величину, что и уровень $E_{\mathrm{F}}^{(v)}$ в толще полупроводника $(x \to \infty)$ от центра A^0-зоны $\overline{E}_b$. При этом $-[E_{\mathrm{F}}^{(v)}(\varphi_s) + \overline{E}_t] = E_{\mathrm{F}}^{(v)} + \overline{E}_b$, так что, когда $C = C_{\mathrm{DH}}$, выполняется условие $e\varphi_s = 2E_{\mathrm{F}}^{(v)} + \overline{E}_b + \overline{E}_t < 0$. Таким образом, если известен потенциал на поверхности полупроводника $\varphi_s < 0$ при известных емкости $C = C_{\mathrm{DH}}$ и значениях $\overline{E}_b, \overline{E}_t > 0$ можно определить значение уровня Ферми $E_{\mathrm{F}}^{(v)} < 0$ в толще полупроводника.

При положительном потенциале $\varphi_s > 0$ на поверхности полупроводника (рис. 1, b) при $e\varphi_s/I_b \approx 0.21$, 0.21, 0.28 наблюдаются максимумы емкости C для степеней компенсации $K = 10^{-4}$, 10^{-3}, 10^{-2} соответственно. При $e\varphi_s \gg k_{\mathrm{B}}T$ реализуется режим экранирования внешнего электрического поля по Шоттки–Мотту (штриховые линии на рис. 1, b). Когда емкость полупроводника $C \approx C_{\mathrm{SM}} \approx C_{\mathrm{DH}}$ (это соответствует совпадению сплошной и штриховой линий и пересечению их с штрихпунктирной на рис. 1, b), исходя из формулы (15) можно определить длину экранирования Λ_{DH} по Дебаю–Хюккелю. При этом также из соотношения (15) по измеренным емкости C и потенциале $\varphi_s > 0$ получаем значение $(1 - K)N$ и, наоборот, при известных N и K определяем $\varphi_s > 0$.

Отметим, что немонотонная зависимость $C(\varphi_s)$ в окрестности напряжения плоских зон ($|\varphi_s| \approx k_{\mathrm{B}}T/e$) в случае чисто зонной электропроводности в полупроводнике при частичной тепловой ионизации примесей обсуждается в работе [30]. Метод определения поверхностного потенциала полупроводника по квазистатическим вольт-фарадным характеристикам МДП структуры ($Al/SiO_2/n$-Si:P) с зонной проводимостью кремния предложен в [31].

На рис. 2 показаны рассчитанные по (12) температурные зависимости емкости $C_{\mathrm{DH}} = \varepsilon/\Lambda_{\mathrm{DH}}$ кристаллического кремния в режиме плоских зон. Расчет показывает, что условие $N_{+1} \ll KN$ выполняется при температурах до 16 K даже для $K = 10^{-4}$ (при этом $N_{+1} < 10^{12}$ см$^{-3}$). Длина экранирования Λ_{DH} определяется в основном прыгающими в A^0-зоне дырками, монотонно увеличивается с ростом температуры в области от 3 до 16 K и уменьшается с ростом степени компенсации.

4. Заключение

Рассмотрено экранирование внешнего электростатического поля в ковалентном полупроводнике с прыжковым механизмом обмена дырками между акцепторами в зарядовых состояниях (-1), (0) и $(+1)$, т.е. когда проявляются A^0- и A^+-зоны. Принималось, что концентрация акцепторов в зарядовых состояниях $(+1)$ много меньше концентрации акцепторов в зарядовых состояниях (-1), а прыжковая подвижность дырок в A^+-зоне много больше подвижности дырок в A^0-зоне. Эти условия выполняются по меньшей мере при низких температурах, когда вклад в суммарную прыжковую электропроводность от дырок A^+-зоны сопоставим с вкладом от дырок A^0-зоны. Предложена модель зависимости низкотемпературной квазистатической емкости полупроводника от внешнего электрического потенциала в структуре металл–диэлектрик–полупроводник. Расчет дает немонотонную зависимость емкости полупроводника от потенциала на его поверхности как в режиме заполнения акцепторов дырками, так и в режиме опустошения. Описан способ определения длины экранирования Дебая–Хюккеля исходя из измерений квазистатической емкости в условиях сильного электрического поля, т.е. в приближении Шоттки–Мотта.

Работа поддержана программой „Электроника“ Министерства образования Республики Беларусь и Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 04-02-16587а), Фондом Президента РФ (проект НШ-223.2003.02), Президиумом и ОФН РАН.

Список литературы

[1] P. Debye, E. Hückel. Phys. Zeitschrift, **24** (9), 185 (1923).
[2] Б.Н. Швилкин. УФН, **168** (5), 575 (1998).
[3] K. Norrish. Discussions of the Faraday Society, **18**, 120 (1954).
[4] А.А. Веденов. *Физика растворов* (М., Наука, 1984).
[5] В.Н. Овсюк. *Электронные процессы в полупроводниках с областями пространственного заряда* (Новосибирск, Наука, 1984).
[6] S.M. Sze. *Semiconductor Devices*: *Physics and Technology*, 2nd ed. (N.Y., Wiley, 2001).
[7] А.Г. Забродский. ФТП, **14** (7), 1324 (1980).
[8] И.П. Звягин. ДАН СССР, **237** (1), 75 (1977).

[9] А.С. Веденеев, А.Г. Гайворонский, А.Г. Ждан, А. Моделли, В.В. Рыльков, Ю.Я. Ткач. Письма ЖЭТФ, **57** (10), 641 (1993).
[10] В.В. Болотов, Г.Н. Камаев, Г.Н. Феофанов, В.М. Эмексузян. ФТП, **24** (10), 1697 (1990).
[11] В.В. Супрунчик. ЖЭТФ, **110** (6(12)), 2127 (1996).
[12] Д.Г. Есаев, С.П. Синица. ФТП, **34** (10), 1270 (2000).
[13] Н.А. Поклонский, С.А. Вырко. Изв. вузов. Физика, **45** (10), 70 (2002).
[14] Н.А. Поклонский, С.А. Вырко, А.Г. Забродский. ФТТ, **46** (6), 1071 (2004).
[15] Е.М. Гершензон, А.П. Мельников, Р.И. Рабинович, Н.А. Серебрякова. УФН, **132** (2), 353 (1980).
[16] N.A. Poklonski, V.F. Stelmakh, V.D. Tkachev, S.V. Voitikov. Phys. Status Solidi B, **88** (2), K165 (1978).
[17] Н.А. Поклонский, С.Ю. Лопатин. ФТТ, **40** (10), 1805 (1998).
[18] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М., Наука, 1990).
[19] Н.А. Поклонский, С.А. Вырко, С.Л. Поденок. *Статистическая физика полупроводников* (М., КомКнига, 2005).
[20] Н.А. Поклонский, С.А. Вырко, А.Г. Забродский. ФТП, **40** (4), 400 (2006).
[21] Т.М. Лифшиц. ПТЭ, № 1, 10 (1993).
[22] Г. Бете, Э. Солпитер. *Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами* (М., ГИФМЛ, 1961).
[23] J. Bethin, T.G. Castner, N.K. Lee. Sol. St. Commun., **14** (12), 1321 (1974).
[24] С.Л. Арутюнян. ФТТ, **47** (4), 581 (2005).
[25] A.G. Zabrodskii. Phil. Mag. B, **81** (9), 1131 (2001).
[26] Н.А. Поклонский, А.И. Сягло, Г. Бискупски. ФТП, **33** (4), 415 (1999).
[27] А.П. Мельников, Ю.А. Гурвич, Л.Н. Шестаков, Е.М. Гершензон. Письма ЖЭТФ, **71** (1), 28 (2000).
[28] W. Schottky. Naturwissenschaften, **26** (52), 843 (1938).
[29] N.F. Mott. Proc. Camb. Phil. Soc., **34** (2), 568 (1938).
[30] Л.Б. Елфимов, П.А. Иванов. ФТП, **28** (1), 161 (1994).
[31] А.Г. Ждан, Н.Ф. Кухарская, Г.В. Чучева. ФТП, **37** (6), 686 (2003).

Редактор Л.В. Шаронова

Quasistatic capacitance of a low compensated semiconductor with hopping conductance (on the example of p-Si : B)

*N.A. Poklonski, S.A. Vyrko, A.G. Zabrodskii**

Belarusian State University,
220050 Minsk, Belarus
* Ioffe Physicotechnical Institute,
Russian Academy of Sciences,
194021 St. Petersburg, Russia

Abstract A moderately doped semiconductor is considered upon the insulator side of the insulator–metal phase transition, the acceptors being in the charge states (-1), (0) and $(+1)$ form A^0- and A^+-bands. The expressions have been obtained for the screening length of an external elctrostatic field after Debye–Hückel and Schottky–Mott at hopping transport of the holes via acceptors. The quasistatic capacitance of a semiconductor has been calculated, for the temperature region when hopping conductances of holes in A^0-band and A^+-band are roughly equal. The possibility has been shown to access the Debye–Hückel screening length from the measurements of quasistatic capacitance even in the regime of strong field, i. e. in the Schottky–Mott approximation. The frequency of an electric signal in the measurements of quasistatic capacitance of a semiconductor in the metal–insulator–semiconductor structure must be much less the average frequency of holes hops via acceptors (boron atoms in the silicon).