

Динамика многомодового полупроводникового лазера с оптической обратной связью

© И.В. Корюкин[†]

Институт прикладной физики Российской академии наук,
603950 Нижний Новгород, Россия

(Получена 15 апреля 2008 г. Принята к печати 10 июня 2008 г.)

Предложена новая модель многомодового по продольному индексу полупроводникового лазера со слабой внешней оптической обратной связью. Модель основана на обобщении известных уравнений Танга–Статца–ДеМарса, полученных из первых принципов и хорошо описывающих твердотельные лазеры, на случай полупроводникового рабочего вещества. Найдены стационарные состояния полученной модели и спектр релаксационных колебаний, исследована динамика рассматриваемого лазера в хаотическом режиме низкочастотных флуктуаций интенсивности. Установлено, что динамические свойства предлагаемой модели в значительной степени определяются диффузией носителей, управляющей взаимодействием мод в активной среде через размытие пространственных решеток инверсии. Проведено сравнение полученных результатов с предсказаниями ранее использовавшихся полуфеноменологических моделей, и найдены области применимости этих моделей.

PACS: 42.55.Px

1. Введение

Современный интерес к сложной динамике и хаотической синхронизации полупроводниковых лазеров стимулирован потенциальным использованием таких приборов для передачи зашифрованной информации посредством хаотической несущей. Без внешних возмущений — модуляции, внешнего сигнала, обратной связи — полупроводниковый лазер, как и другие лазеры с инерционной активной средой, обычно генерирует непрерывное излучение с постоянной выходной интенсивностью. С практической точки зрения оптическая обратная связь, осуществляемая внешним возвратным зеркалом, — один из простейших способов получения хаотического режима генерации в полупроводниковых лазерах. Даже слабая оптическая обратная связь приводит к сложному хаотическому режиму с глубокими резкими провалами излучаемой мощности и последующим медленным ее восстановлением, известному как низкочастотные флуктуации интенсивности (НЧФ) [1].

В большинстве исследований полупроводниковых лазеров с резонатором Фабри–Перо предполагалось, что генерируется только одна продольная мода. Динамика одномодового лазера с оптической обратной связью адекватно описывается моделью Лэнга–Кобаяши [2], которая представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) и широко используется для численного моделирования [3–5]. Однако недавние эксперименты показали, что основным режим генерации полупроводниковых лазеров с обратной связью — многомодовый. В частности, было обнаружено, что при небольшом превышении порога генерации интенсивности мод испытывают противофазные колебания с характерными частотами, определяемыми временами обхода петли обратной связи [6]. Противофазная динамика мод

была показана и косвенно, путем сравнения спектров флуктуаций интенсивностей отдельных мод со спектром суммарной интенсивности [7].

Единого подхода к моделированию многомодовых полупроводниковых лазеров нет. Полное и последовательное квантово-механическое описание полупроводниковой активной среды, если и возможно без существенных упрощений, то приводит к столь сложным моделям, что их решения могут быть получены только на суперкомпьютерах [8]. Это делает практически невозможным расчеты зависимостей характеристик лазера от его параметров, что сильно снижает ценность подобного моделирования и не позволяет пролить свет на физические механизмы, приводящие к наблюдаемому в экспериментах динамическому поведению. Такой ситуацией продиктовано желание исследователей использовать более простые модели, не выходящие за рамки ОДУ. Упрощение достигается за счет разложения поля и разности населенностей по модам резонатора и в большей степени за счет упрощенного, феноменологического описания межмодового взаимодействия. Несмотря на свою относительную простоту, подобные модели позволяют адекватно описывать основные характеристики многомодовых полупроводниковых лазеров и удобны для исследования их динамического поведения.

Были предложены два различных типа подобных полуфеноменологических моделей, обобщающих уравнения Лэнга–Кобаяши на многомодовый случай. Первый тип моделей исходит из предположения о высокой скорости диффузии носителей, которая полностью сглаживает пространственные гармоники (решетки) инверсии, выжигаемые в активной среде стоячими волнами мод [9–13]. В таких моделях учитывается только пространственно однородная компонента инверсии, что приводит к системе из $N + 1$ ОДУ для N генерируемых продольных мод. Во втором типе моделей амплитуда каждой моды связана с переменной, имеющей смысл нелинейно-

[†] E-mail: igor@appl.sci-nnov.ru

го усиления, которое учитывает пространственно однородную компоненту инверсии и вклад решетки инверсии с периодом в половину длины волны этой моды [14–16], как и в некоторых полуфеноменологических теориях твердотельных лазеров [17]. Такой подход приводит к системе $2N$ ОДУ для N продольных мод. Недавно было проведено сравнение двух моделей, принадлежащих к указанным выше типам, и показано, что они предсказывают качественно различную динамику мод и ни при каких условиях не переходят одна в другую [18]. В частности, модель из $N + 1$ уравнения [12] не имеет противофазных решений, но при численном моделировании с учетом спонтанного излучения интенсивности мод имеют отклонения от синфазного поведения. Система $2N$ уравнений из работы [14] предсказывает как синфазные, так и противофазные решения, что лучше соответствует экспериментальным наблюдениям.

Обе полуфеноменологические модели в описании активной среды основаны на подходе, развитом для твердотельного лазера. Взаимодействие мод учитывается весьма упрощенно, с помощью феноменологических коэффициентов, которые не могут быть получены аналитически и не измеримы в эксперименте. Однако хорошо известно, что уравнения твердотельного лазера с резонатором Фабри–Перо могут быть выведены из первых принципов в рамках приближения Танга–Статца–ДеМарса (ТСД) [19]. Модель ТСД также представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Она включает в себя в виде отдельных переменных как пространственно однородную компоненту инверсии, так и решетки инверсии с периодом в половину длины волны, выжигаемые полями генерируемых мод в пространственном распределении инверсии, и корректно описывает взаимодействие продольных мод в активной среде.

Представляется целесообразным построить последовательную ТСД-подобную модель многомодового полупроводникового лазера с оптической обратной связью, исследовать ее динамические характеристики, определить условия, при которых она может быть упрощена до вышеупомянутых полуфеноменологических моделей, найдя тем самым область применимости последних. Этим вопросам и посвящена настоящая работа.

2. Модель

При моделировании активной среды используются хорошо известные многомодовые уравнения ТСД, полученные из первых принципов [19]. Эта модель, базирующаяся на двухуровневой идеализации активной среды, хорошо описывает твердотельные лазеры, но не полностью адекватна полупроводниковому активному веществу с зонной структурой энергетических уровней. Однако можно учесть специфические особенности полупроводника, обобщив двухуровневую модель среды без принципиального ее усложнения путем добавления в исходные уравнения ряда членов [20]. Во-первых,

уравнения для амплитуд решеток инверсии необходимо дополнить членом, описывающим диффузию носителей, размывающую эти решетки. Кроме того, в уравнения для амплитуд мод требуется добавить фактор неизохронности (α -фактор Генри), характеризующей асимметрию линии усиления полупроводника и несовпадение ее максимума с нулем дисперсионной кривой [21]. С учетом слабой оптической обратной связи (однократного отражения от внешнего зеркала, как в модели Лэнга–Кобаяши) уравнения для полей мод оказываются совпадающими с соответствующими уравнениями обеих упомянутых выше полуфеноменологических моделей. В итоге после перехода к безразмерным переменным уравнения предлагаемой модели могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} \frac{dE_m}{dt} &= \frac{G}{2} (1 + i\alpha) [\gamma_m(n_0 - n_m) - 1] E_m + \eta E_m(t - \tau) e^{-i\omega_m \tau}, \\ \frac{dn_0}{dt} &= P - \left(1 + \sum_{p=1}^N \gamma_p |E_p|^2\right) n_0 + \sum_{p=1}^N \gamma_p |E_p|^2 n_p, \\ \frac{dn_m}{dt} &= - \left(1 + d + \sum_{p=1}^N \gamma_p |E_p|^2\right) n_m + \frac{1}{2} \gamma_m |E_m|^2 n_0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь E_m — медленно меняющиеся комплексные амплитуды полей мод, n_0 и n_m — пространственно однородная компонента и амплитуда пространственной решетки плотности неравновесных носителей (инверсии), γ_m — коэффициент усиления m -й моды относительно усиления моды, ближайшей к центру линии, P — ток накачки, нормированный на пороговое значение, η и τ — эффективная сила обратной связи и время обхода петли обратной связи, ω_m — оптические частоты лазерных мод диода без обратной связи, α — фактор неизохронности. Время t нормировано на время жизни носителей τ_s , $G = \tau_s / \tau_p$, где τ_p — время жизни фотона в резонаторе. Индекс моды m меняется от 1 до N , где N — число генерируемых мод. Безразмерный коэффициент диффузии d введен следующим соотношением: $d = D\tau_s (4\pi/\lambda)^2$ [20].

Предлагаемая модель состоит из $2N + 1$ обыкновенных дифференциальных уравнений. Она отличается от модели из $2N$ уравнений, предложенной в работе [14], тем, что разделяет вклад пространственно однородной компоненты и решетки инверсии в усиление моды и корректно учитывает межмодовое взаимодействие. С другой стороны, пренебрежение пространственными решетками инверсии n_m в уравнениях (1) и изменение нормировки временной переменной преобразует эту модель в предложенную в работе [12] модель из $N + 1$ уравнения.

3. Стационарные состояния и релаксационные колебания

Для сравнения с результатами предыдущих исследований полуфеноменологических моделей и упрощения анализа будем считать, что усиление одинаково для

всех мод: $\gamma_m \equiv \gamma$. Будем искать стационарное решение системы (1) в виде

$$E_m(t) = E e^{i\omega_{l,m}t}, \quad n_m(t) = n, \quad n_0(t) = n_0, \quad (2)$$

где $\omega_{l,m}$ — это сдвиг частоты генерации m -й моды, вызванный наличием обратной связи. Следуя [15], будем считать, что этот сдвиг не зависит от номера моды, $\omega_{l,m} = \omega_l$, а частоты мод лазерного диода в отсутствие обратной связи образуют эквидистантную последовательность, что приводит к кратному 2π дополнительному фазовому набегу при переходе от моды к моде и позволяет в фазовых множителях положить $\omega_m = \omega$. При таких предположениях нетривиальное стационарное решение системы (1) принимает вид

$$\begin{aligned} \omega_l &= -\eta \sqrt{1 + \alpha^2} \sin(\Delta_l + \arctan \alpha), \quad \Delta_l \equiv (\omega + \omega_l)\tau, \\ n &= n_0 - Q, \quad Q \equiv 1 - \eta \cos \Delta_l / G, \\ E^2 &= \frac{(1+d)(n_0 - Q)}{NQ - n_0(N - 1/2)}, \\ n_0 &= \frac{N(2+d)Q + P(N - 1/2)}{2N - 1} \\ &\quad - \frac{\sqrt{[N(2+d)Q + P(N - 1/2)]^2 - 4N(N - 1/2)Q(P + 1 + d)Q}}{2N - 1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для полупроводниковых лазеров параметр $G \gg 1$ (типичное значение 10^3). Это позволяет в рассматриваемом случае слабой оптической обратной связи, $\eta \ll 1$, и в предположении о большом числе генерируемых мод, $N \gg 1$, существенно упростить вид выражений (3):

$$\begin{aligned} n &= n_0 - 1, \quad E^2 = \frac{P - 1}{N}, \\ n_0 &= Q \left[1 + \frac{P - 1}{2N(P + dQ)} \right]. \end{aligned} \quad (4)$$

Линеаризация системы (1) в окрестности этого стационарного состояния приводит к характеристическому уравнению вида

$$P(3, \lambda)^{N-1} P(4, \lambda) = 0, \quad (5)$$

где $P(n, \lambda)$ — это полиномы степени n по λ :

$$\begin{aligned} P(3, \lambda) &= \lambda^3 + \lambda^2 [2\eta(1 - e^{-\lambda\tau}) \cos \Delta_l + \rho] \\ &\quad + \lambda [\eta^2(1 - e^{-\lambda\tau})^2 + 2\rho\eta(1 - e^{-\lambda\tau}) \cos \Delta_l + G\gamma/2] \\ &\quad + \rho\eta^2(1 - e^{-\lambda\tau})^2 + G\gamma\eta(1 - e^{-\lambda\tau})(\cos \Delta_l - \alpha \sin \Delta_l)/2, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} P(4, \lambda) &= \lambda^4 + \lambda^3 [2\eta(1 - e^{-\lambda\tau}) \cos \Delta_l + \sigma] \\ &\quad + \lambda^2 [\eta^2(1 - e^{-\lambda\tau})^2 + 2\sigma\eta(1 - e^{-\lambda\tau}) \cos \Delta_l + Gk + \xi] \\ &\quad + \lambda [\sigma\eta^2(1 - e^{-\lambda\tau})^2 + 2\xi\eta(1 - e^{-\lambda\tau}) \cos \Delta_l \\ &\quad + Gk\eta(1 - e^{-\lambda\tau})(\cos \Delta_l - \alpha \sin \Delta_l) + G\mu] \\ &\quad + \xi\eta^2(1 - e^{-\lambda\tau})^2 + G\mu\eta(1 - e^{-\lambda\tau})(\cos \Delta_l - \alpha \sin \Delta_l), \end{aligned} \quad (7)$$

с коэффициентами

$$\begin{aligned} \rho &= P + d + \mathcal{O}(1/N), \quad \gamma = \frac{P - 1}{N} + \mathcal{O}(1/N^2), \\ \sigma &= 2P + d + \mathcal{O}(1/N), \\ \kappa &= P - 1 + \mathcal{O}(1/N), \quad \xi = P(P + d) + \mathcal{O}(1/N), \\ \mu &= (P - 1)(P + d) + \mathcal{O}(1/N). \end{aligned} \quad (8)$$

Корни характеристического уравнения (5) могут быть найдены аналитически только для лазера без обратной связи ($\eta = 0$). В этом случае полином четвертой степени (7) принимает вид

$$\lambda \{ \lambda^3 + (2P + d)\lambda^2 + [G(P - 1) + P(P + d)]\lambda + G(P - 1)(P + d) \} = 0. \quad (9)$$

Кроме нулевого корня, он имеет один действительный корень

$$\lambda_1 = -P - d, \quad (10)$$

а также пару комплексно-сопряженных корней

$$\lambda_R = -\delta_R \pm i\Omega_R,$$

$$\delta_R = -\frac{P}{2}, \quad \Omega_R = \sqrt{G(P - 1) - \frac{P^2}{4}} \approx \sqrt{G(P - 1)}, \quad (11)$$

соответствующих затухающим релаксационным колебаниям с частотой Ω_R . Такие релаксационные колебания присущи всем лазерам класса В (с инерционной активной средой) независимо от типа резонатора и числа генерируемых мод. В многомодовом случае они существуют как синфазные колебания амплитуд всех генерируемых мод. Кубическая часть (6) характеристического уравнения в рассматриваемом случае имеет вид

$$\lambda \left[\lambda^2 + (P + d)\lambda + \frac{G(P - 1)}{2N} \right] = 0 \quad (12)$$

и также дает пару комплексно-сопряженных корней

$$\lambda_L = -\delta_L \pm i\Omega_L,$$

$$\delta_L = -\frac{P + d}{2}, \quad \Omega_L = \sqrt{\frac{G(P - 1)}{2N} - \frac{(P + d)^2}{4}}, \quad (13)$$

означающих наличие дополнительных низкочастотных ($\Omega_L < \Omega_R$) релаксационных колебаний. Они соответствуют противофазным колебаниям амплитуд лазерных мод и $N - 1$ раз вырождены по частоте вследствие равенства коэффициентов усиления мод.

Корни кубического полинома будут комплексными, и, следовательно, низкочастотные релаксационные колебания существуют, только если дискриминант уравнения (12) отрицателен.

$$\frac{(P + d)^2}{4} - \frac{G(P - 1)}{2N} < 0. \quad (14)$$

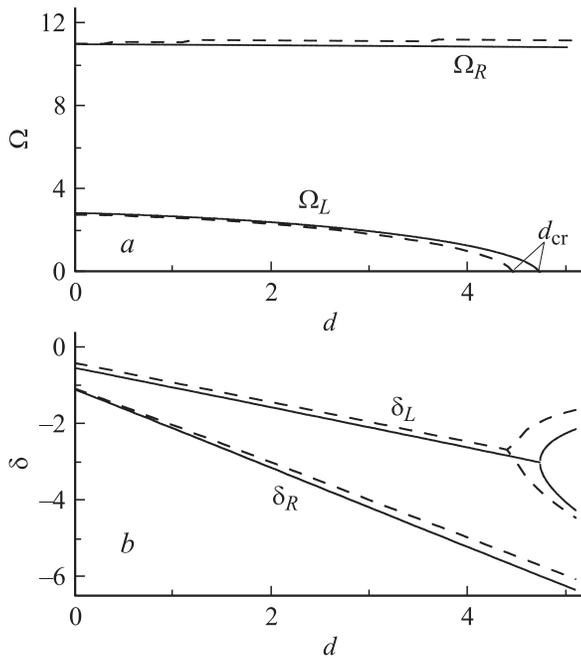


Рис. 1. Зависимость частот $\Omega = \Omega_R, \Omega_L$ (a) и декрементов затухания $\delta = \delta_R, \delta_L$ (b) релаксационных колебаний от коэффициента диффузии, полученных по формулам (11), (13) для $\eta = 0$ (сплошные линии) и численным решением уравнения (5) для $\eta = 0.01$ (штриховые). $P = 1.12$, $G = 1000$, $\tau_s = 1$ нс, $\tau = 3$ нс, $\alpha = 5$, $N = 7$.

Из выражения (13) для Ω_L видно, что при увеличении коэффициента диффузии значение этой релаксационной частоты уменьшается. Если условие (14) не выполнено, т. е. для $d > d_{cr}$, где

$$d_{cr} \equiv \sqrt{\frac{2G(P-1)}{N}} - P, \quad (15)$$

низкочастотные релаксационные колебания исчезают (рис. 1, a). Пара комплексно-сопряженных корней уравнения (12) превращается в пару действительных отрицательных корней (рис. 1, b). Вместе с исчезновением противофазных релаксационных колебаний исчезает и противофазная динамика. Поскольку частота синфазных релаксационных колебаний Ω_R практически не зависит от величины диффузии, остается лишь синфазное поведение интенсивностей мод.

При нулевой силе обратной связи корни характеристического уравнения (5) могут быть найдены только численно. В этих вычислениях для расчета коэффициентов характеристических полиномов был использован общий вид стационарного решения (3), а не его упрощенная версия (4), выбранная для аналитического решения. Трансцендентное уравнение для частоты ω_l может иметь много решений, их число определяется силой обратной связи η , однако при использованных в расчетах параметрах существует лишь одно такое решение. Кроме того, сила обратной связи была много меньше критического значения, приводящего к неустой-

чивости стационарного режима. Полученные в результате зависимости частот и декрементов затухания релаксационных колебаний от коэффициента диффузии также представлены на рис. 1. При слабой оптической обратной связи параметры низкочастотных релаксационных колебаний близки к рассчитанным для лазера без нее. Видно, что обратная связь приводит лишь к некоторому уменьшению d_{cr} . Этот результат подтверждается и прямым численным интегрированием системы (1). Частота синфазного релаксационного колебания слабо зависит от диффузии и при наличии обратной связи почти совпадает с соответствующей релаксационной частотой лазера без обратной связи.

4. Многомодовая динамика в режиме низкочастотных флуктуаций

Результаты предыдущего раздела показывают, что динамические свойства предлагаемой модели в значительной мере определяются диффузией носителей. При слабой диффузии ($d < d_{cr}$) существуют два типа затухающих релаксационных колебаний, проявляющихся в переходных процессах: синфазные колебания амплитуд всех мод и группа более низкочастотных противофазных колебаний, которые вырождены по частоте вследствие равенства амплитуд мод. Оптическая обратная связь может дестабилизировать эти релаксационные колебания, приводя к синфазным и противофазным нестационарным режимам, которые часто оказываются хаотическими. Диффузия носителей размывает пространственные решетки инверсии n_m , обеспечивающие многомодовую генерацию, и, следовательно, увеличивает межмодовую конкуренцию. При $d > d_{cr}$ противофазные релаксационные колебания исчезают вместе с возможностью развития противофазных нестационарных режимов.

Для исследования динамики мод в нестационарных режимах проводилось численное интегрирование системы уравнений (1) с семью активными модами ($N = 7$) методом Рунге–Кутты 4-го порядка. Предполагалось, что усиление всех мод одинаково: $\gamma_m = 1$, $m = 1 \dots N$. Остальные параметры были типичными для полупроводниковых лазеров и выбраны так, чтобы обеспечить режим низкочастотных флуктуаций интенсивности: $G = 1000$ ($\tau_s = 1$ нс, $\tau_p = 1$ пс), $P = 1.12$, $\eta = 0.077$, $\tau = 3$ нс, $\alpha = 5$ [12]. Этот режим сохранялся во всем диапазоне использованных значений коэффициента диффузии $d = 0-100$.

На рис. 2 представлено поведение суммарной интенсивности лазерного излучения для двух крайних значений этого диапазона. Полученные временные реализации усреднялись в интервале 2 нс, чтобы смоделировать ограниченную частотную полосу регистрирующей аппаратуры, обуславливающую характерный вид интенсивности, наблюдаемый в режиме НЧФ. Поведение суммарной интенсивности практически не зависит от диффузии и типично для наблюдаемого в экспериментах режима низкочастотных флуктуаций. Кроме того, оно

согласуется качественно и даже количественно (по среднему периоду провалов интенсивности) с рассчитанным в обеих полуфеноменологических моделях. Напротив, поведение интенсивностей отдельных мод качественно различно в областях слабой и сильной диффузии. В области слабой диффузии, ниже критического значения диффузионного коэффициента d_{cr} , предлагаемая модель демонстрирует противофазную динамику мод. Поведение интенсивностей трех соседних мод для реализации,

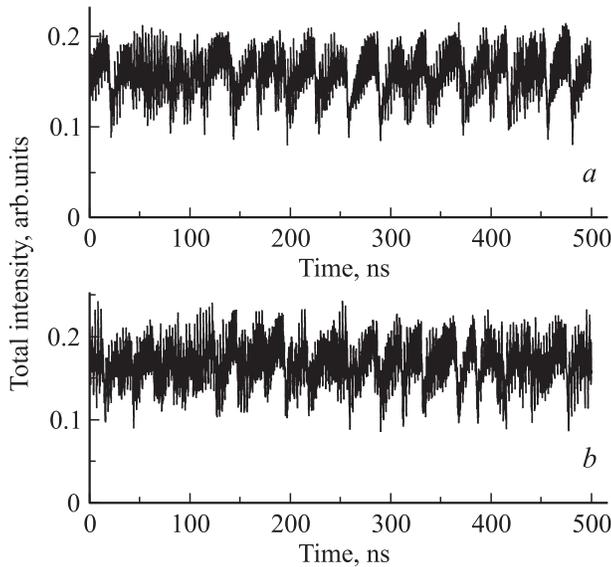


Рис. 2. Суммарная интенсивность излучения в режиме НЧФ. $d = 0$ (a) и 100 (b). Время усреднения 2 нс, $\eta = 0.077$. Остальные параметры те же, что и для рис. 1.

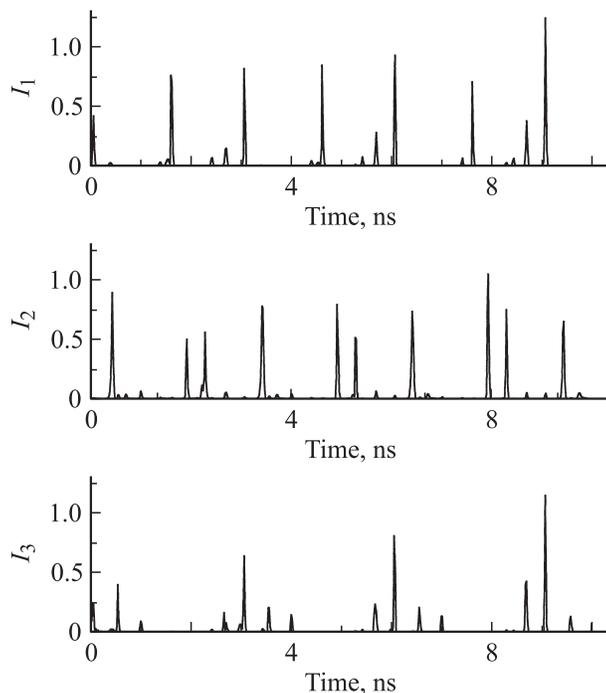


Рис. 3. Поведение интенсивностей мод I_1, I_2, I_3 при $d = 0$. Параметры соответствуют рис. 2, a.

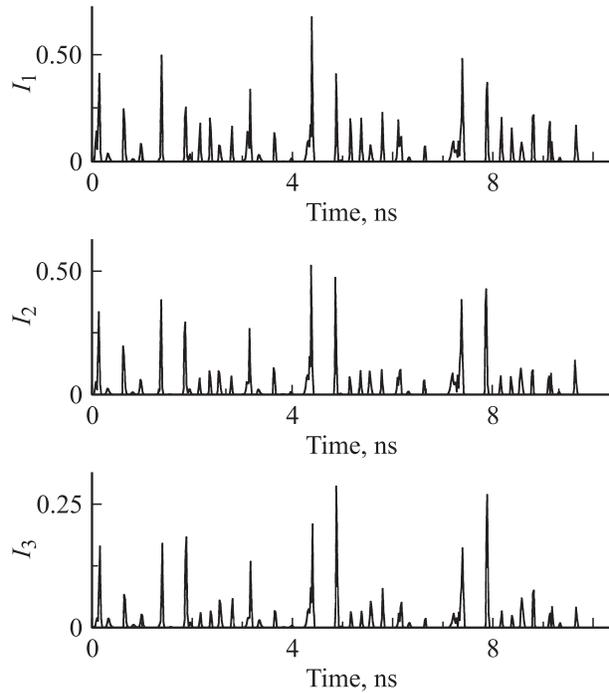


Рис. 4. Поведение интенсивностей мод I_1, I_2, I_3 в случае сильной диффузии ($d = 100$). Параметры соответствуют рис. 2, b.

представленной на рис. 2, a ($d = 0$), показано на рис. 3. Как форма колебаний, так и интервалы между пиками большой амплитуды различны для разных мод, пикки в разных модах не совпадают по времени. Все это — проявления противофазного поведения мод. Совершенно по-другому ведут себя моды в области сильной диффузии. Здесь наблюдаются только синфазные колебания мод: формы колебаний близки, большие пикки совпадают во всех модах и только амплитуды этих пиков немного различаются (рис. 4).

Тип динамического поведения (синфазное или противофазное) определялся не только путем сравнения временных реализаций отдельных мод, но и по соотношениям между спектральными плотностями флуктуаций суммарной интенсивности и интенсивностей отдельных мод. Этот метод, предложенный в работе [22], оказался весьма удобным и используется для анализа как экспериментальных данных [7], так и результатов численного моделирования [23]. Используя этот метод, удалось установить, что граница между областями противофазного и синфазного поведения интенсивностей мод проходит при $d \approx 4$, что хорошо согласуется со значением d_{cr} , вычисленным в предыдущем разделе при малых η .

5. Сравнение многомодовых моделей

Предлагаемая модель среди своих режимов имеет как синфазные, характерные для полуфеноменологической модели из $N + 1$ уравнения, так и противофазные, реализующиеся в модели из $2N$ уравнений. Как и обе эти

модели, в моделировании активной среды она восходит к подходам, развитым для твердотельных лазеров. Однако в противоположность полуфеноменологическим моделям наша модель выведена в рамках последовательного подхода и корректно описывает взаимодействие мод в активной среде, не используя никаких сильных упрощающих предположений. В этом смысле она более общая, чем обе полуфеноменологические модели, что позволяет оценить область применимости последних.

Принципиальную роль для динамических свойств предлагаемой модели имеет диффузия носителей. Очевидно, что сильная диффузия полностью размывает пространственные решетки инверсии. Это означает возможность пренебречь в (1) переменными n_m , соответствующими амплитудам решеток. Такое пренебрежение приводит с точностью до несущественных деталей к модели из $N + 1$ уравнения работы [12]. Очевидно, что такое преобразование уравнений имеет смысл только в области значений коэффициента диффузии $d > d_{cr}$, где решения нашей модели и модели из $N + 1$ уравнения совпадают. Что же касается модели из $2N$ уравнений [14,15], то она не может быть выведена из модели (1) ни при каких условиях, поскольку использует слишком упрощенное описание межмодового взаимодействия в активной среде. Однако на основе полученных результатов можно утверждать, что модель из $2N$ уравнений применима при $d < d_{cr}$, и попытаться установить соответствие между феноменологическим параметром этой модели β ($0 \leq \beta \leq 1$), описывающим межмодовое взаимодействие, и коэффициентом диффузии.

В модели из $2N$ уравнений выражение для частоты противофазных релаксационных колебаний имеет вид

$$\Omega'_L = \Omega'_R \frac{1 - \beta}{1 + \beta(N - 1)}. \quad (16)$$

Частота синфазных релаксационных колебаний Ω'_R совпадает с нашей Ω_R при $\eta = 0$ и очень близка к ней при $\eta \ll 1$ [15]. Частота противофазных релаксационных колебаний (16) стремится к нулю при $\beta \rightarrow 1$. Поэтому можно считать, что значение $\beta = 1$ в модели из $2N$ уравнений соответствует максимальной конкуренции мод, и сопоставить ему $d = d_{cr}$ в нашей модели. Сложнее установить соответствие между β и d в области малых β . При $\beta \rightarrow 0$ сила межмодового взаимодействия стремится к нулю и моды становятся независимыми. Однако такая ситуация полностью несвязанных мод никогда не реализуется в модели (1). Заметим также, что при $\beta = 0$ релаксационные частоты совпадают, $\Omega'_L = \Omega'_R$, что также никогда не бывает в нашей модели и не наблюдалось в экспериментах.

В модели (1), согласно выражению (13), Ω_L достигает своего максимального значения при $d = 0$:

$$\Omega_L = \frac{\Omega_R}{\sqrt{2N}}. \quad (17)$$

Сравнение коэффициентов в правых частях уравнений (16) и (17) позволяет получить условие на допустимые значения коэффициента β , ограничивающие его

снизу,

$$\beta > \beta_{\min} = \frac{\sqrt{2N^{3/2} - 3N + 1}}{N^2 - 4N + 1}. \quad (18)$$

Здесь β_{\min} зависит от числа генерируемых мод и достигает своего максимального значения ~ 0.3 при $N = 4$. Можно сделать вывод, что модель из $2N$ уравнений работы [14] применима при $\beta \geq \beta_{\min}$, область, прилегающая к минимальному значению β , соответствует малым диффузиям, а точка $\beta = 1$ — критическим значениям коэффициента диффузии.

6. Заключение

Предложена новая модель многомодового по продольному индексу полупроводникового лазера с оптической обратной связью. Модель представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений и в описании активной среды основана на подходе Танга–Статца–ДеМарса, широко применяемом в теории твердотельных лазеров. Найдены стационарные состояния полученной модели и спектр релаксационных колебаний. Исследована сложная хаотическая динамика мод рассматриваемого лазера в режиме низкочастотных флуктуаций интенсивности. Установлено, что динамические свойства предлагаемой модели определяются главным образом одним фактором — диффузией носителей, управляющей взаимодействием мод в активной среде через размытие пространственных решеток инверсии. Найдено критическое значение коэффициента диффузии, разделяющее области синфазной и противофазной динамики мод. Показано, что при малой диффузии существуют два типа затухающих релаксационных колебаний: синфазные колебания амплитуд всех мод и группа низкочастотных противофазных колебаний. Оптическая обратная связь может дестабилизировать эти релаксационные колебания, приводя к противофазным нестационарным режимам. В области значений диффузионного коэффициента выше критического диффузия практически полностью размывает пространственные решетки инверсии, увеличивая межмодовое взаимодействие. Противофазные релаксационные колебания исчезают, а вместе с ними исчезает и противофазное поведение мод в режиме НЧФ.

Проведено сравнение полученных результатов с предсказаниями двух ранее использовавшихся полуфеноменологических моделей, предложенных в работах [12,14]. Новая модель — более общая, чем обе полуфеноменологические модели, что позволило оценить область применимости последних. Показано, что модель из $N + 1$ уравнения работы [12] является частным случаем нашей модели, соответствующим большим значениям коэффициента диффузии. Вторая полуфеноменологическая модель не может быть получена из нашей модели, поскольку слишком упрощенно моделирует межмодовое взаимодействие. Однако эта модель адекватно описывает основные черты многомодовой динамики, наблюдаемой в эксперименте, в том числе и противофазное поведение

мод в режиме НЧФ. Показано, что можно установить качественное соответствие между феноменологическим параметром межмодового взаимодействия этой модели и коэффициентом диффузии.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ НШ-1931.2008.2.

Список литературы

- [1] K. Petermann. IEEE J. Select. Topics Quant. Electron., **1** (2), 480 (1995).
- [2] R. Lang, K. Kobayashi. IEEE J. Quant. Electron., **16** (3), 347 (1980).
- [3] *Fundamental issues of nonlinear laser dynamics*, ed. by B. Krauskopf, D. Lenstra [AIP Conf. Proc., **548** (2000)].
- [4] А.П. Напартович, А.Г. Сухарев. Квант. электрон., **34** (7), 630 (2004).
- [5] В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, И.В. Кориюкин. Письма ЖТФ, **31** (21), 79 (2005).
- [6] G. Vaschenko, M. Giudici, J.J. Rocca, C.S. Menoni, J.R. Tredicce, S. Balle. Phys. Rev. Lett., **81** (25), 5536 (1998); G. Huyet, S. Balle, M. Giudici, C. Green, G. Giacomelli, J.R. Tredicce. Opt. Commun., **149** (4–6), 341 (1998); G. Huyet, J.K. White, A.J. Kent, S.P. Hegarty, J.V. Moloney, J.G. McInerney. Phys. Rev. A, **60** (2), 1534 (1999).
- [7] A. Uchida, Y. Liu, I. Fischer, P. Davis, T. Aida. Phys. Rev. A, **64** (2), 023 801 (2001).
- [8] M. Kolesik, J.V. Moloney. IEEE J. Quant. Electron., **37** (7), 936 (2001).
- [9] J. Mørk, B. Tromborg, P.L. Christiansen. IEEE J. Quant. Electron., **24** (2), 123 (1988).
- [10] A.T. Ryan, G.P. Agrawal, G.R. Gray, E.C. Gage. IEEE J. Quant. Electron., **30** (3), 668 (1994).
- [11] D.W. Sukow, T. Heil, I. Fischer, A. Gavrielides, A. Hohl-AbiChedid, W. Elsässer. Phys. Rev. A, **60** (1), 667 (1999).
- [12] F. Rogister, P. Megret, O. Deparis, M. Blondel. Phys. Rev. A, **62** (6), 061 803 (2000).
- [13] J.M. Buldú, F. Rogister, J. Trull, C. Serrat, M.C. Torrent, J. García-Ojalvo, C.R. Mirasso. J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt., **4** (6), 415 (2002).
- [14] E.A. Viktorov, P. Mandel. Phys. Rev. Lett., **85** (15), 3157 (2000).
- [15] T.M. Carr, D. Pieroux, P. Mandel. Phys. Rev. A, **63** (3), 033 817 (2001).
- [16] M. Yousefi, A. Barsella, D. Lenstra, G. Morthier, R. Baets, S. McMurtry, J.P. Vilcot. IEEE J. Quant. Electron., **39** (10), 1229 (2003).
- [17] T.J. Baer. Opt. Soc. Amer. B, **3** (9), 1175 (1986).
- [18] I.V. Koryukin, P. Mandel. Phys. Rev. A, **70**, 053 819 (2004).
- [19] C.L. Tang, H. Statz, G. deMars. J. Appl. Phys., **34** (8), 2289 (1963).
- [20] P.A. Khandokhin, I.V. Koryukin, Ya.I. Khanin, P. Mandel. IEEE J. Quant. Electron., **31** (4), 647 (1995).
- [21] C.H. Henry. IEEE J. Quant. Electron., **18** (2), 259 (1982).
- [22] P. Mandel, J.-Y. Wang. Phys. Rev. Lett., **75** (10), 1923 (1995); correction: Phys. Rev. Lett., **76**(8), 1403 (1996).
- [23] I.V. Koryukin, P. Mandel. IEEE J. Quant. Electron., **39** (12), 1521 (2003).

Редактор Л.В. Шаронова

Dynamics of multimode semiconductor laser with optical feedback

I.V. Koryukin

Institute of Applied Physics,
Russian Academy of Sciences,
603950 Nizhny Novgorod, Russia

Abstract A novel multi-longitudinal-mode model of the semiconductor laser with weak optical feedback is presented. The model generalizes the wellknown Tang–Statz–deMars multimode rate equations, which are obtained from the first principles and adequately describe the solid-state lasers, for the case of semiconductor active medium. Steady states of the model and relaxation oscillation spectra are found. Multimode dynamics in the chaotic regime of low frequency fluctuations is investigated. It is found that dynamical properties of the proposed model depend mainly on the value of carrier diffusion, which reduces the spatial inversion gratings and therefore controls mode–mode coupling. The results are compared with experimental data and predictions of two previously used semi-phenomenological models. The scope of applicability of these semi-phenomenological models is found.