

03,13

## Поверхностные электромагнитные волны в двухосной мелкослоистой структуре в магнитном поле

© А.А. Булгаков<sup>1</sup>, И.В. Федорин<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт радиофизики и электроники им. А.Я. Усикова НАН Украины, Харьков, Украина

<sup>2</sup> Национальный технический университет „Харьковский политехнический институт“, Харьков, Украина

E-mail: fedorin.ilya@gmail.com

(Поступила в Редакцию 22 ноября 2011 г.  
В окончательной редакции 26 января 2012 г.)

Исследуются условия существования поверхностных электромагнитных волн на плоской границе раздела однородной среды (вакуум) и мелкослоистой периодической структуры, состоящей из слоев полупроводника и диэлектрика, помещенной во внешнее магнитное поле. Такая структура представляет собой оптически двухосный кристалл с эффективными компонентами тензоров диэлектрической проницаемости, зависящими как от геометрических параметров структуры, так и от физических характеристик (величины магнитного поля, частоты и толщин слоев). Показано, что в определенных диапазонах частот и величин внешних магнитных полей в подобной структуре возможно распространение поверхностных электромагнитных волн, локализованных вблизи границы раздела.

### 1. Введение

Поверхностные электромагнитные волны (ПЭВ), т.е. волны, локализованные вблизи границы раздела сред, в кристаллах бывают двух видов. К первому виду относятся дисперсные поверхностные волны на границе сред с разными знаками диэлектрических (или магнитных) проницаемостей и частотной дисперсией. Этот вид поверхностных волн имеет место вблизи резонансных частот [1,2]. Ко второму виду относятся волны, возникающие вследствие оптической анизотропии пограничных сред при положительных значениях диэлектрической проницаемости и относительно малой частотной дисперсии. Эти ПЭВ названы сингулярными поверхностными волнами [3,4].

Распространение поверхностных волн в периодических структурах теоретически и экспериментально изучалось в ряде работ [5–7]. Одной из первых публикаций, в которой предсказывалось существование поверхностных состояний на границе кристалла, была работа Тамма [8]. Акустические поверхностные волны типа волн Рэлея описаны в [9,10]. Оптические поверхностные волны рассматривались в [11]. Поверхностные волны в анизотропных кристаллах изучались в работах [12,13]. В анизотропных средах структура и свойства поверхностных волн зависят от типа анизотропии и направления распространения волны. В [14,15] рассматривалась возможность существования ПЭВ на границах метаматериалов с отрицательными диэлектрической ( $\epsilon < 0$ ) и магнитной ( $\mu < 0$ ) проницаемостями и изотропных сред. Оказалось, что в зависимости от значений материальных параметров сред на таких границах возможно возбуждение только одной поверхностной моды с  $s$ - или  $p$ -поляризацией [14,15]. Ряд работ посвящен исследо-

ванию распространения поверхностных волн в фотонных кристаллах (ФК), что в первую очередь связано с перспективой их применения в квантовой оптике и оптоэлектронике [16,17]. ФК отличаются разнообразием поверхностных мод. Причиной этого является различие блоховских и плоских волн [18].

В последнее время интерес к ПЭВ возрос как в оптическом, так и в СВЧ-диапазоне [19,20]. Особое внимание вызывают ПЭВ в терагерцевом диапазоне частот [21,22]. Терагерцевый диапазон, к которому можно условно отнести частоты от одного до десяти терагерц, крайне мало исследовался в течение многих лет из-за отсутствия источников и детекторов излучения. Появление новых широкополосных источников терагерцевого излучения резко активизировало исследования этой спектральной области [23].

Далее рассмотрим ПЭВ на границе вакуума и мелкослоистой периодической структуры, состоящей из слоев полупроводника и диэлектрика, помещенной во внешнее магнитное поле. Исследуются области существования и особенности распространения ПЭВ в терагерцевом диапазоне.

### 2. Мелкослоистая структура

Рассмотрим слоисто-периодическую структуру, образованную повторяющимися слоями полупроводника (толщиной  $d_1$ ) и диэлектрика (толщиной  $d_2$ ). Предположим, что волновой вектор падающей волны лежит в плоскости  $(x, 0, z)$ , ось периодичности направлена вдоль оси  $Oz$ . В этом случае возможно существенное упрощение задачи, так как из уравнений исключается зависимость от одной из координат, например от координаты  $y$  [24]. Внешнее магнитное поле  $H_0$  приложено в

направлении оси  $Oy$ . При выбранной геометрии структуры уравнения Максвелла распадаются на уравнения для волн двух поляризации: 1) для  $E$ -волны с компонентами полей  $E_x, H_y, E_z$  (необыкновенные волны); 2) для  $H$ -волны с компонентами полей  $H_x, E_y, H_z$  (обыкновенные волны).  $d = d_1 + d_2$  — период структуры.

Рассмотрим случай, когда  $k_{z1}^{E,H}d_1, k_{z2}d_2, k^{E,H}d \ll 1$  ( $k_{z1}^{E,H}, k_{z2}, k^{E,H}$  — поперечные волновые числа полупроводника для  $E$ - и  $H$ -волн, диэлектрика и блоховские волновые числа слоисто-периодической структуры). Физически это означает, что рассмотренная структура имеет период много меньше длины электромагнитной волны в направлении оси  $Oz$ . В этом случае можно ввести следующие эффективные компоненты тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры [25]:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} &= \frac{\epsilon_f d_1 + \epsilon_d d_2}{d}, \quad \epsilon_{yy} = \frac{\epsilon_2 d_1 + \epsilon_d d_2}{d}, \\ \epsilon_{zz} &= \frac{\epsilon_{xx} d^2}{\epsilon_{xx} d \left( \frac{d_2}{\epsilon_d} + \frac{d_1}{\epsilon_f} \right) + \frac{(\epsilon_{xz}^p)^2 \epsilon_d d_1 d_2}{(\epsilon_{xx}^p)^2 \epsilon_f}}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\epsilon_f = ((\epsilon_{xz}^p)^2 + (\epsilon_{xx}^p)^2) / \epsilon_{xx}^p$  — так называемая фойгтовская диэлектрическая проницаемость полупроводника;  $\epsilon_d$  — проницаемость диэлектрического слоя;  $\epsilon_{xx}^p, \epsilon_{yy}^p, \epsilon_{zz}^p$  — компоненты тензора диэлектрической проницаемости полупроводникового слоя [24],

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx}^p &= \epsilon_{zz}^p = \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2 (\omega + i\nu)}{\omega ((\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2)} \right), \\ \epsilon_{yy}^p &= \epsilon_0 \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega (\omega + i\nu)} \right), \\ \epsilon_{xz}^p &= -\epsilon_{zx}^p = i\epsilon_0 \frac{\omega_p^2 \omega_H}{\omega ((\omega + i\nu)^2 - \omega_H^2)}. \end{aligned} \quad (2)$$

В уравнениях (2)  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость решетки полупроводникового слоя,  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 n_0 / m_{\text{eff}} \epsilon_0}$  — плазменная частота,  $\omega_H = H_0 e / m_{\text{eff}} c$  — циклотронная частота,  $n_0$  — концентрация носителей заряда в полупроводнике,  $m_{\text{eff}}$  и  $e_e$  — соответственно эффективная масса и заряд носителей,  $c$  — скорость света,  $\nu$  — частота столкновений в полупроводнике.

Теперь блоховские волновые числа играют роль поперечных волновых чисел всей структуры

$$\begin{aligned} k^E &= \sqrt{(\omega^2/c^2)\epsilon_{xx} - (\epsilon_{xx}/\epsilon_{zz})k_x^2}, \\ k^H &= \sqrt{(\omega^2/c^2)\epsilon_{yy} - k_x^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

а рассматриваемая мелкослоистая структура представляет собой оптически двухосный кристалл [25].

### 3. Поверхностные электромагнитные волны на плоской границе раздела вакуум—мелкослоистая структура

Рассмотрим распространение (условие существования) ПЭВ на плоской границе раздела двух полубесконечных сред. Первой средой является вакуум с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_v = 1$ . Вторая среда — мелкослоистая периодическая структура, заполняющая полупространство  $z > 0$  и характеризуемая тензором диэлектрической проницаемости (1). Рассмотрение проведем, не учитывая затухания в полупроводнике, т. е. при частоте столкновений  $\nu = 0$ .

Затухающие по обе стороны от границы раздела решения существуют только для ТМ-волн, магнитное поле которых направлено перпендикулярно плоскости, содержащей нормаль к поверхности (ось  $z$ ) и направление распространения  $x$ , т. е. вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  направлен вдоль оси  $y$ , а вектор напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  находится в плоскости  $xz$  [1].

Запишем решение для  $\mathbf{E}$  в виде

$$\mathbf{E}^v = E_0^v \exp(ik_x x + \chi_v z), \quad z < 0 \text{ (в вакууме)}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{\text{ml}} &= E_0^{\text{ml}} \exp(ik_x x - \chi^E z), \\ z > 0 \text{ (в мелкослоистой структуре)}, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\chi_v$  и  $\chi^E$  — вещественные положительные величины,

$$k_{zv} = i\chi_v = i\sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2}} \epsilon_v \text{ (в вакууме)}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} k^E &= i\chi^E \\ &= i\sqrt{k_x^2 \frac{\epsilon_{xx}}{\epsilon_{zz}} - \frac{\omega^2}{c^2}} \epsilon_{xx} \text{ (в мелкослоистой структуре)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя решения (4), (5) в уравнения Максвелла, получим соотношения для компонент электрического поля  $E_x$  и  $E_z$ . В вакууме (при  $z < 0$ )

$$E_z^v = -i \frac{k}{\chi_v} E_x^v. \quad (8)$$

В мелкослоистой структуре (при  $z > 0$ )

$$E_z^{\text{ml}} = i \frac{k_x \epsilon_{xx}}{\chi^E \epsilon_{zz}} E_x^{\text{ml}}. \quad (9)$$

Тогда в силу условия непрерывности нормальной составляющей индукции, а также непрерывности тангенциальных составляющих поля  $\mathbf{E}$  имеем

$$-\frac{\epsilon_v}{\chi_v} = \frac{\epsilon_{xx}}{\chi^E}. \quad (10)$$

Особенности компонент тензора диэлектрической проницаемости

$\epsilon_{xx} < 0$	$\epsilon_{zz} < 0$	$\epsilon_{zz} > 0$	$\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} > 1$	$\epsilon_{zz} > 1$
$\omega < \omega_{01}$ $\omega_g < \omega < \omega_{02}$	$\omega_{\infty 1} < \omega < \omega_{01}$ $\omega_{\infty 2} < \omega < \omega_{02}$	$\omega < \omega_{\infty 1}$ $\omega_{01} < \omega < \omega_{\infty 2}$ $\omega > \omega_{02}$	$\omega_{\infty 1} < \omega < \omega_{zx1}$ $\omega_{zx2} < \omega < \omega_g$ $\omega_{\infty 2} < \omega < \omega_{zx3}$ $\omega > \omega_{zx4}$	$\omega < \omega_{\infty 1}$ $\omega_{z1} < \omega < \omega_{\infty 2}$ $\omega > \omega_{z2}$
$H_{01} < H_0 < H_{\infty 2}$	$H_{01} > H_0$ $H_0 > H_{\infty 1}$	$H_{01} < H_0 < H_{\infty 1}$	$H_{\infty 1} > H_0$ $H_{\infty 2} < H_0$	$H_{0z} > H_0$ $H_0 > H_{\infty 1}$

Выражение (10) определяет зависимость  $\omega(k_x)$ . Используя выражения (6), (7) для  $\chi_v$  и  $\chi^E$ , перепишем (10) в виде

$$k_x^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \chi_x^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\epsilon_{zz} \epsilon_v (\epsilon_{xx} - \epsilon_v)}{\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} - \epsilon_v^2}, \quad (11)$$

где  $\chi_x = [(\epsilon_{zz} \epsilon_v (\epsilon_{xx} - \epsilon_v)) / (\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} - \epsilon_v^2)]^{1/2}$  — показатель преломления ПЭВ.

Уравнение (11) — это дисперсионное соотношение для ПЭВ в полубесконечной мелкослоистой периодической структуре. Из (10) следует, что поверхностные волны будут существовать лишь в области, где компонента диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры  $\epsilon_{xx} < 0$ .

Из выражения (11) непосредственно следует, что

- 1)  $k_x \rightarrow \infty$  при  $\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} - \epsilon_v^2 = 0$ , т.е. когда выполняется условие  $\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} = \epsilon_v^2 = 1$ ;
- 2)  $k_x \rightarrow 0$ , когда  $\epsilon_{zz} \epsilon_v (\epsilon_{xx} - \epsilon_v) = 0$ , т.е. возможны два варианта:  $\epsilon_{zz} = 0$  и  $\epsilon_{xx} = \epsilon_v = 1$ .

Также следует отметить, что при  $\epsilon_{zz} = \epsilon_v = 1$  дисперсионное соотношение для ПЭВ (11) переходит в  $k_x^2 = (\omega/c)^2$ , т.е. компонента волнового вектора вдоль направления распространения равна компоненте волнового вектора свободного пространства.

Таким образом, следует отметить, что необходимым условием существования ПЭВ является отрицательность  $\epsilon_{xx}$ , а для  $\epsilon_{zz}$  возможны два варианта [1,26]. Первый — слабая анизотропия ( $\epsilon_{zz} < 0$ ), когда ПЭВ могут распространяться, если  $\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} > \epsilon_v^2$ , т.е.  $\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} > 1$ ; второй — сильная анизотропия ( $\epsilon_{zz} > 0$ ), когда ПЭВ существуют при  $\epsilon_{zz} > \epsilon_v$ , т.е.  $\epsilon_{zz} > 1$ .

Как видно, условие существования поверхностных электромагнитных волн существенно зависит от компонент тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры. А поскольку компоненты тензора являются функциями частоты, внешнего магнитного поля, толщин слоев и физических свойств материалов, образующих мелкослоистую структуру, области существования поверхностных волн определяются выбором значений соответствующих величин.

В дальнейших расчетах в качестве составляющих мелкослоистой структуры выбраны полупроводниковый слой  $n$ -InSb ( $\epsilon_0 = 17.8$ ) при  $T = 77$  К с концентрацией электронов  $n = 2.4 \cdot 10^{15} \text{ cm}^{-3}$  ( $\omega_p = 5.3 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ ),

$m_{\text{eff}} = 0.014m_0$  ( $m_0$  — масса свободного электрона), и диэлектрический слой — кварц — с  $\epsilon_d = 4$  [27]. Зависимости от частоты построены при постоянном внешнем магнитном поле  $H_0 = 2000$  Ое, а зависимости от внешнего магнитного поля — при постоянной частоте  $\omega = 6 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$ .

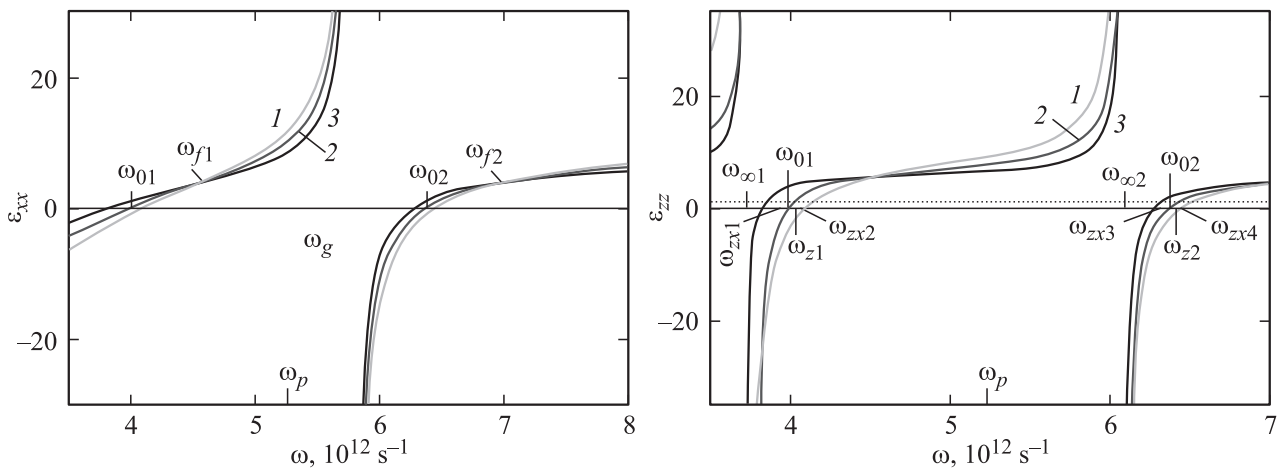
Рассмотрим зависимость компонент тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры  $\epsilon_{xx}$  и  $\epsilon_{zz}$  от частоты при  $H_0 = 2000$  Ое (рис. 1) и внешнего магнитного поля при  $\omega = 6 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}$  (рис. 2). Подробный анализ этих зависимостей был проведен в [24], здесь же отметим характерные точки и особенности, существенные для данного рассмотрения.

На рис. 1 и 2 все характерные величины (частоты и значения магнитных полей, при которых компоненты тензора обращаются в нуль, стремятся к бесконечности или выполняются условия  $\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} = 1$  и  $\epsilon_{zz} = 1$ ) отмечены для кривой 2 ( $d_1 = 500 \text{ nm}$ ,  $d_2 = 500 \text{ nm}$ ), а пунктирные линии проведены на уровне  $\epsilon_{zz} = 1$ .

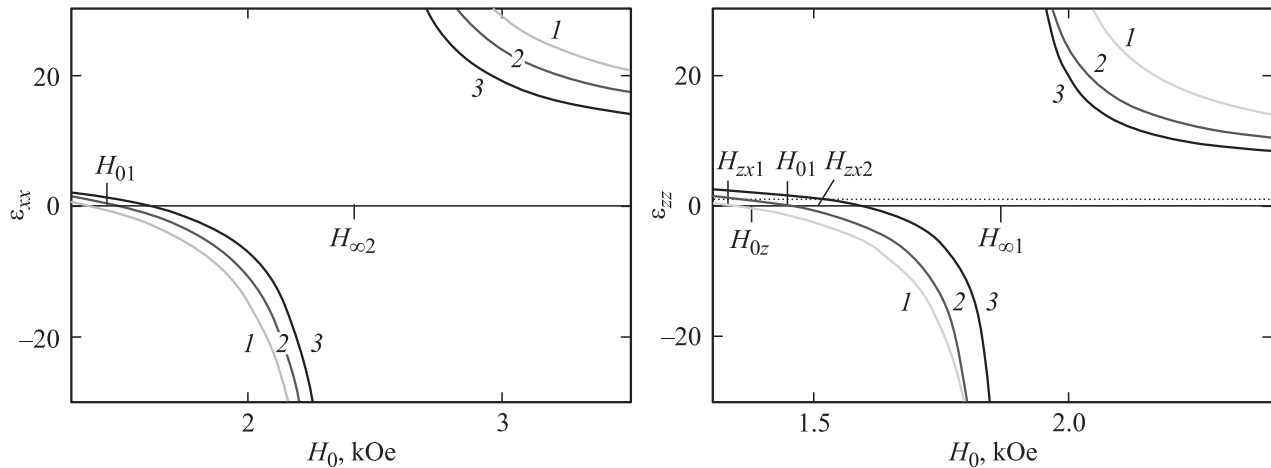
На рис. 1 наблюдается ряд особенностей, связанных с обращением компонент тензора в нуль или бесконечность. Данные особенности соответствуют частотам  $\omega_{\infty 1}$ ,  $\omega_{\infty 2}$ ,  $\omega_g$ , при которых стремятся к бесконечности компоненты тензора  $\epsilon_{zz}$  и  $\epsilon_{xx}$ ; на частотах  $\omega_{01}$  и  $\omega_{02}$  компоненты тензора  $\epsilon_{xx}$  и  $\epsilon_{zz}$  одновременно обращаются в нуль. Отметим частоты  $\omega_{f1}$  и  $\omega_{f2}$ , при которых  $\epsilon_{xx} = \epsilon_d = \epsilon_f$  независимо от выбора толщин слоев. На частотах  $\omega_{z1,2}$  компонента  $\epsilon_{zz} = 1$ , а на частотах  $\omega_{zx1-4}$  выполняется условие  $\epsilon_{zz} \epsilon_{xx} = 1$ . Таким образом, возникает ряд областей, в которых выполняется условие существования ПЭВ в мелкослоистой структуре.

В таблице приведены области частот и величин внешних магнитных полей, в которых компоненты тензора отрицательны или положительны; исходя из этого можно сделать вывод об условии существования ПЭВ в рассматриваемой структуре.

Отметим также зависимость компонент тензора от толщин слоев, составляющих структуру, что влияет и на области существования поверхностных волн в мелкослоистой структуре. Так, когда толщина слоя полупроводника  $d_1$  меньше толщины диэлектрического слоя  $d_2$  (кривая 3 на рис. 1), влияние анизотропии полупроводника становится менее выраженным и зависимости более пологие, а области существования ПЭВ смещаются в сторону меньших частот; когда толщина слоя полупро-



**Рис. 1.** Зависимости компонент тензора мелкослойной структуры от частоты при различных соотношениях толщин слоев.  $d_1$  и  $d_2$ , nm: 1 — 500 и 300, 2 — 500 и 500, 3 — 300 и 500.



**Рис. 2.** Зависимости компонент тензора мелкослойной структуры от внешнего магнитного поля при тех же соотношениях толщин слоев, что и на рис. 1.

водника  $d_1$  больше толщины диэлектрического слоя  $d_2$ , анизотропия становится более выраженной и области существования ПЭВ смещаются в сторону больших частот. Аналитические выражения для частот  $\omega_{f1,2}$ ,  $\omega_{z1,2}$  и  $\omega_{zx1-4}$  приведены в Приложении.

Таким образом, ПЭВ могут распространяться в случае слабой анизотропии при  $\omega_{\infty 1} < \omega < \omega_{zx1}$  и  $\omega_{\infty 2} < \omega < \omega_{zx3}$ , а в случае сильной анизотропии — в области низких частот, при  $\omega < \omega_{\infty 1}$  и в области  $\omega_g < \omega < \omega_{\infty 2}$  (см. таблицу).

Аналогичная ситуация имеет место и на зависимости компонент тензора от величины внешнего магнитного поля (рис. 2).

Так, при магнитных полях  $H_{\infty 1,2}$  стремятся к бесконечности компоненты тензора  $\varepsilon_{zz}$  и  $\varepsilon_{xx}$ ; при  $H_{01}$  компоненты  $\varepsilon_{xx}$  и  $\varepsilon_{zz}$  одновременно обращаются в нуль. При  $H_{0z}$  компонента  $\varepsilon_{zz} = 1$ , а при  $H_{zx1,2}$  выполняется условие  $\varepsilon_{zz}\varepsilon_{xx} = 1$ .

Характер зависимости компонент тензора от внешнего магнитного поля при различных толщинах слоев, составляющих мелкослойную структуру, аналогичен наблюдаемому в случае зависимости от частоты. Аналитические выражения для магнитных полей  $H_{0z}$  и  $H_{zx1,2}$  приведены в Приложении.

Таким образом, ПЭВ в мелкослойной структуре могут распространяться в случае слабой анизотропии при  $H_{zx2} < H_0 < H_{\infty 1}$ , а в случае сильной анизотропии — при  $H_{\infty 1} < H_0 < H_{\infty 2}$  (см. таблицу).

Итак, можно отметить, что области существования ПЭВ в рассматриваемой структуре по оси частот ограничиваются значениями  $\omega < \omega_{zx1}$  и  $\omega_g < \omega < \omega_{zx3}$ , а по оси магнитных полей — значениями  $H_{\infty 2} > H_0 > H_{zx2}$ .

На рис. 3 представлены зависимости  $k_x(\omega)$  и  $k_x(H_0)$ , рассчитанные по соотношению (11), в тех областях, в которых существуют ПЭВ. На рис. 3 и далее выбраны следующие толщины слоев:  $d_1 = 500$  nm,  $d_2 = 500$  nm.

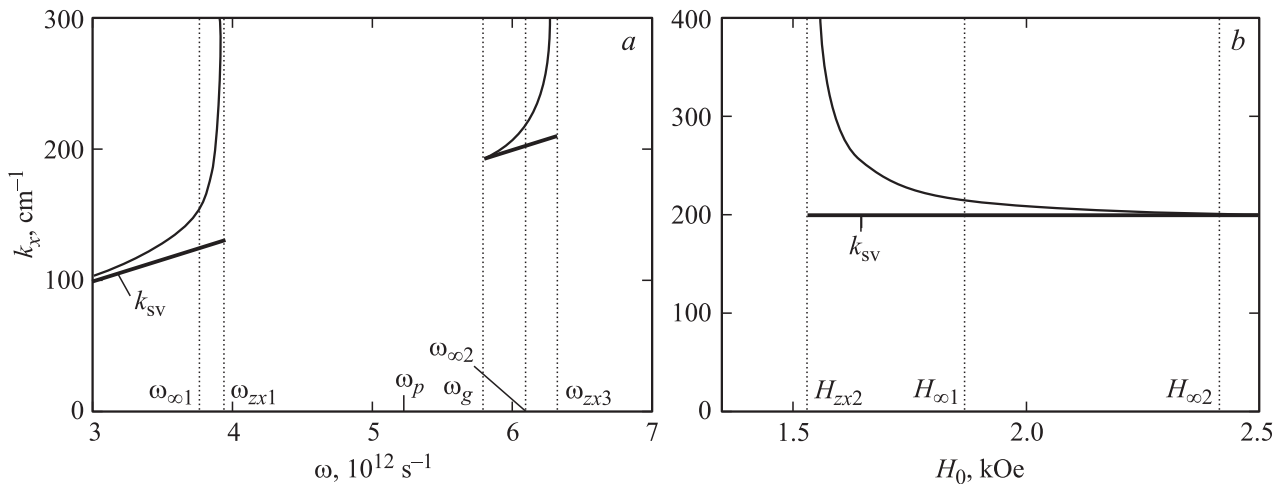


Рис. 3. Зависимости компоненты волнового вектора  $k_x$  от частоты (а) и внешнего магнитного поля (b).

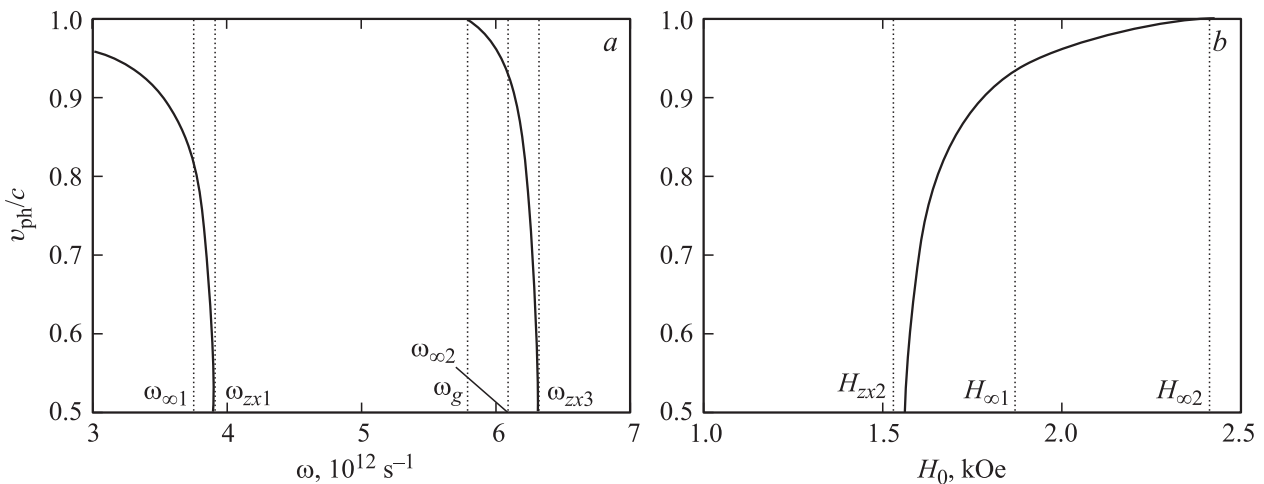


Рис. 4. Зависимости фазовой скорости ПЭВ от частоты (а) и внешнего магнитного поля (b).

Отметим, что две дисперсионные кривые ПЭВ (рис. 3, а) расположены выше и ниже плазменной частоты. В области слабой анизотропии при  $\omega \rightarrow \omega_{zx1,3}$  имеем  $k_x \rightarrow \infty$ . В случае сильной анизотропии на низких частотах дисперсионная кривая стремится к световой линии ( $k_x \rightarrow k_{sv}$ ); в области  $\omega_g < \omega < \omega_{\infty 2}$  при  $\omega \rightarrow \omega_g$  имеем  $k_x \rightarrow (\omega_g/c)$ . На зависимости от внешнего магнитного поля в области слабой анизотропии  $k_x \rightarrow \infty$  при  $H_0 \rightarrow H_{zx2}$ ; в области сильной анизотропии  $k_x \rightarrow (\omega/c)$  при  $H_0 \rightarrow H_{\infty 2}$  (рис. 3, b).

Фазовая скорость ПЭВ определяется следующим образом [1]:

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k_x} = c \frac{\sqrt{\epsilon_{zz}\epsilon_{xx} - \epsilon_v^2}}{\sqrt{\epsilon_{zz}\epsilon_v(\epsilon_{xx} - \epsilon_v)}}. \quad (12)$$

В условиях сильной анизотропии при  $\omega \ll \omega_{\infty 1}$  и  $\omega \rightarrow \omega_g$  ( $\epsilon_{xx} \rightarrow \infty$ ), а также при  $H_0 \rightarrow H_{\infty 2}$  фазовая скорость стремится к скорости света. В то же время в области слабой анизотропии (при  $\omega \rightarrow \omega_{zx1,3}$

и  $H_0 \rightarrow H_{zx2}$ ) фазовая скорость ПЭВ уменьшается (рис. 4).

Интерес также представляет глубина проникновения  $\delta$  ПЭВ (т.е. расстояние, на котором амплитуда поля ПЭВ убывает в  $e$  раз при удалении от границы раздела) [1]

$$\delta_v = \frac{1}{\chi_v} \quad (\text{в вакууме}), \quad (13)$$

$$\delta_{str} = \frac{1}{\chi^E} \quad (\text{в мелкослоистой структуре}). \quad (14)$$

Глубина проникновения в вакуум  $\delta_v$  мала при  $H_0 \rightarrow H_{zx2}$  и  $\omega \rightarrow \omega_{zx1,3}$ ; она резко увеличивается при  $H_0 \rightarrow H_{\infty 2}$ , в области низких частот и при  $\omega \rightarrow \omega_g$ .

Глубина проникновения в мелкослоистую структуру  $\delta_{str}$  во всей области существования ПЭВ находится в пределах  $1-70 \mu\text{m}$ , уменьшаясь при  $H_0 \rightarrow H_{zx2}$  и  $H_0 \rightarrow H_{\infty 2}$ , а также при  $\omega \rightarrow \omega_{zx1,3}$ ,  $\omega \rightarrow \omega_g$  и в области низких частот (рис. 5).

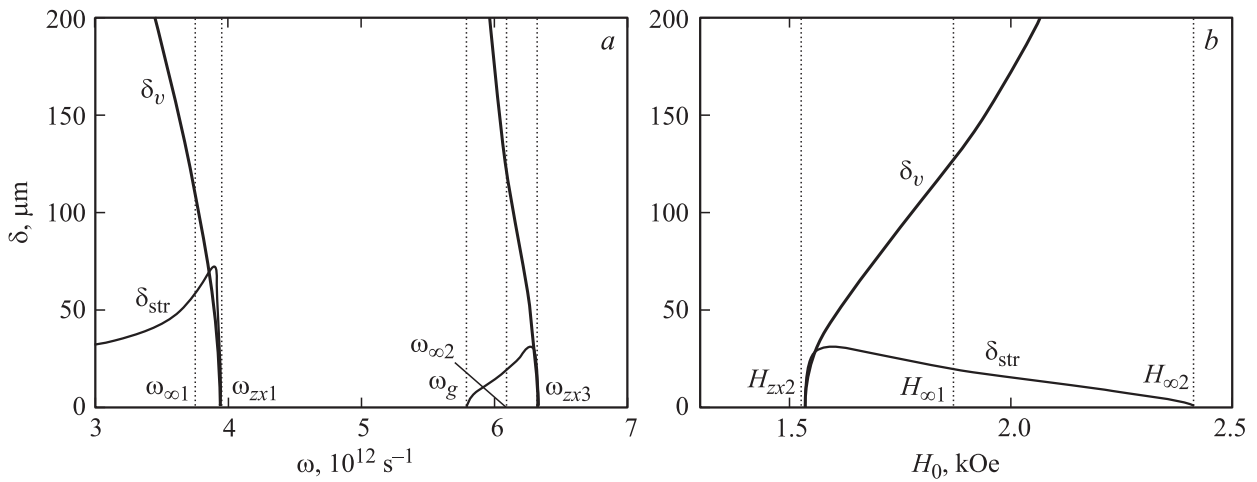


Рис. 5. Зависимости глубины проникновения ПЭВ от частоты (а) и внешнего магнитного поля (б).

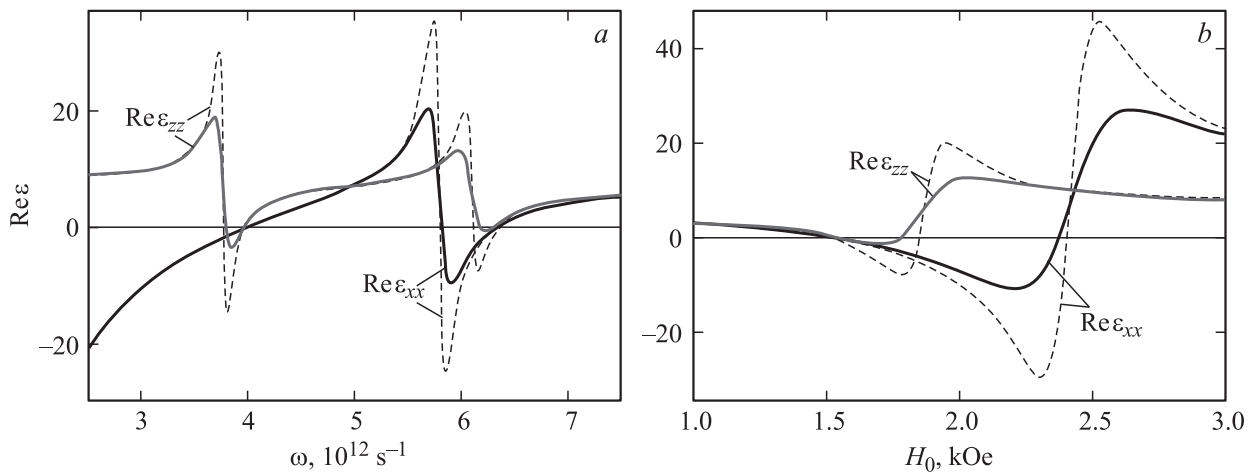


Рис. 6. Зависимости действительной части компонент тензора от частоты (а) и внешнего магнитного поля (б). Штриховые линии —  $\nu = 10^{11} \text{ s}^{-1}$ , сплошные —  $\nu = 2 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ .

Выше мы везде пренебрегали затуханием волн. Учтем влияние частоты столкновений  $\nu$  в полупроводнике. Тогда компоненты тензора диэлектрической проницаемости мелкослоистой структуры являются комплексными величинами, их можно представить в виде  $\epsilon_{xx} = \epsilon'_{xx} + i\epsilon''_{xx}$  и  $\epsilon_{zz} = \epsilon'_{zz} + i\epsilon''_{zz}$ .

Отметим, что в этом случае вопрос о существовании ПЭВ связан с действительной частью диэлектрической проницаемости; в частности, необходимым условием существования ПЭВ является отрицательность действительной части компоненты тензора:  $\text{Re } \epsilon_{xx} < 0$ .

На рис. 6 приведены результаты численного расчета зависимости действительных частей компонент тензора от частоты и внешнего магнитного поля с учетом столкновений в полупроводнике:  $\nu = 10^{11} \text{ s}^{-1}$  (штриховые линии) и  $2 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$  (сплошные линии).

Как видно, учет затухания приводит к сглаживанию зависимостей, отсутствию резонансов и, как следствие, к смещению областей существования ПЭВ, а также изменению амплитуды волны. Кроме того, наличие по-

терь приводит к ограничению длины свободного пробега ПЭВ. Однако специфика мелкослоистой структуры позволяет эффективно управлять параметрами ПЭВ в широком диапазоне длин волн. Характер изменений, вызванных учетом потерь в полупроводнике, требует более детального рассмотрения и может являться одним из направлений дальнейших исследований.

#### 4. Заключение

В работе исследованы поверхностные электромагнитные волны на границе однородного полупространства и двухосной мелкослоистой периодической структуры. Показано, что в определенных диапазонах частот и величин внешнего магнитного поля возможно существование поверхностных волн. В связи со спецификой мелкослоистой структуры, эффективные компоненты тензора диэлектрической проницаемости которой являются функциями частоты, внешнего магнитного поля, толщин

слоев, периода структуры, можно управлять параметрами и областями существования ПЭВ в такой структуре. Установлено, что существуют две дисперсионные кривые ПЭВ, расположенные выше и ниже плазменной частоты. Области существования поверхностных волн в мелкослоистой структуре можно условно разделить на области сильной и слабой анизотропии. Получены аналитические выражения для характерных частот и величин внешнего магнитного поля, при выполнении которых ПЭВ могут существовать в рассматриваемой структуре.

Учет затухания в полупроводниковом слое приводит к сглаживанию зависимостей, отсутствию резонансов и, как следствие, к смещению областей существования ПЭВ и изменению амплитуды волны. Кроме того, наличие потерь приводит к ограничению длины свободного пробега ПЭВ.

Полученные результаты представляют практический интерес для применения в различных оптических устройствах, радиоустройствах, электронике, а также при изучении свойств поверхности и анализе периодических структур.

## 5. Приложение

Частоты, при которых  $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_f = \varepsilon_d$ , определяются из решения биквадратного уравнения

$$\omega_{f1,2}^4 - \omega_{f1,2}^2 \left( \omega_H^2 + \omega_p^2 + \frac{\omega_p^2 \varepsilon_0}{\varepsilon_0 - \varepsilon_d} \right) + \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0 - \varepsilon_d} = 0,$$

$$\omega_{f1,2} = \sqrt{\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4c}}{2}}, \quad (\text{П1})$$

для магнитного поля имеем

$$H_{0f} = \frac{m_{\text{эфф}} c}{e} \sqrt{\frac{(\omega^2 - \omega_p^2)(\omega^2(\varepsilon_0 - \varepsilon_d) - \omega_p^2 \varepsilon_0)}{\omega^2(\varepsilon_0 - \varepsilon_d)}}. \quad (\text{П2})$$

Частоты, при которых  $\varepsilon_{zz} = 1$ , определяются из решения биквадратного уравнения

$$\omega_{z1,2}^4 a_z - \omega_{z1,2}^2 b_z + c_z = 0,$$

$$\omega_{z1,2} = \sqrt{\frac{b_z \pm \sqrt{b_z^2 - 4a_z c_z}}{2a_z}}, \quad (\text{П3})$$

где

$$a_z = a_1(\varepsilon_0 \varepsilon_d d - l_1), \quad b_z = (\varepsilon_0 \varepsilon_d a_2 d - b_2),$$

$$c_z = (\varepsilon_0 \varepsilon_d a_3 d - b_3),$$

$$a_1 = d_1 \varepsilon_0 + d_2 \varepsilon_d, \quad a_2 = \omega_H^2 a_1 + \omega_p^2 (d_1 \varepsilon_0 + a_1),$$

$$a_3 = d_1 \varepsilon_0 \omega_p^4,$$

$$b_1 = a_1 l_1, \quad b_2 = \omega_H^2 a_1 l_1 + \omega_p^2 \varepsilon_0 (d_2 a_1 + d_1 l_1),$$

$$b_3 = d_1 d_2 \varepsilon_0^2 \left( 2(\omega_p^2 + \omega_p^2) + \omega_p^4 \right), \quad l_1 = d_1 \varepsilon_d + d_2 \varepsilon_0,$$

для магнитного поля получаем

$$H_{0z} = \frac{m_{\text{эфф}} c}{e} \sqrt{\frac{\omega^4 a_z + \omega^2 \omega_p^2 \varepsilon_0 b_{z2} + c_{z2}}{2d_1 d_2 \varepsilon_0^2 + \omega^2 a_1 (d \varepsilon_0 \varepsilon_d - l_1)}}, \quad (\text{П4})$$

где

$$b_{z2} = (d_2 a_1 + d_1 l_1 - \varepsilon_d d (d_1 \varepsilon_0 + a_1)),$$

$$c_{z2} = \varepsilon_0 (d \varepsilon_d a_3 - d_1 d_2 \varepsilon_0 \omega_p^2 (4 + \omega_p^2)).$$

Частоты, при которых  $\varepsilon_{zx} \varepsilon_{xx} = 1$ , определяются из решения уравнения восьмой степени, сводящегося к уравнению четвертой степени,

$$t^4 A - t^3 B + t^2 C - tD + e = 0, \quad t = \omega_{zx1-4}^2, \quad (\text{П5})$$

где

$$A = \varepsilon_0 \varepsilon_d a_1^2 - b_1, \quad B = 2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_1 a_2 - b_1 (\omega_H^2 + \omega_p^2) - b_2,$$

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_d (a_2^2 + 2a_1 a_3) - b_2 (\omega_H^2 + \omega_p^2) - b_3,$$

$$D = 2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_2 a_3 - b_3 (\omega_H^2 + \omega_p^2), \quad E = \varepsilon_0 \varepsilon_d a_3^2,$$

магнитное поле определяется из решения биквадратного уравнения

$$\omega_H^4 a_{zx} - \omega_H^2 b_{zx} + c_{zx} = 0,$$

$$H_{zx1,2} = \frac{m_{\text{эфф}} c}{e} \sqrt{\frac{b_{zx} \pm \sqrt{b_{zx}^2 - 4a_{zx} c_{zx}}}{2a_{zx}}}, \quad (\text{П6})$$

где

$$a_{zx} = t(t(\varepsilon_0 \varepsilon_d a_1^2 - a_1 l_1) + 2d_1 d_2 \varepsilon_0^2),$$

$$b_{zx} = t[t^2(2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_1^2 - a_1 l_1 - b_1) - t g_1 + (2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_1 a_3 - \omega_p^2 d_1 d_2 \varepsilon_0^2 (6 + \omega_p^2))],$$

$$c_{zx} = t(t^3 A - t^2[\varepsilon_0 \omega_p^2 (2\varepsilon_d a_1 (d_1 \varepsilon_0 + a_1) - d_2 a_1 - d_1 l_1) - b_1 \omega_p^2] + t g_2 - g_3) + E,$$

$$g_1 = (2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_1 \omega_p^2 (d_1 \varepsilon_0 + a_1)$$

$$- \varepsilon_0 \omega_p^2 (d_2 a_1 + d_1 l_1) - \omega_p^2 a_1 l_1 - 2d_1 d_2 \varepsilon_0^2),$$

$$g_2 = (\varepsilon_0 \varepsilon_d \omega_p^4 (d_1 \varepsilon_0 + a_1)^2 - \omega_p^4 \varepsilon_0 (d_2 a_1 + d_1 l_1)$$

$$- d_1 d_2 \varepsilon_0^2 \omega_p^2 (4 + \omega_p^2) + 2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_1 a_3),$$

$$g_3 = 2\varepsilon_0 \varepsilon_d a_3 \omega_p^2 (d_1 \varepsilon_0 + a_1) - d_1 d_2 \varepsilon_0^2 \omega_p^4 (4 + \omega_p^2).$$

## Список литературы

- [1] В.М. Агранович, Д.Л. Миллс. Наука, М. (1985). 525 с.
- [2] М.Н. Либенсон. Сорос. образоват. журн. **10**, 92 (1996).
- [3] В.И. Альшиц, В.Н. Любимов. ФГТ **44**, 1895 (2002).
- [4] М.И. Дьяконов. ЖЭТФ **94**, 119 (1988).
- [5] H.-Y.D. Yang, J. Wang. IEEE Trans. Antennas Propagat. **49**, 444 (2001).
- [6] С.В. Елисева, Д.И. Семенцов, М.М. Степанов. ЖТФ **78**, 10, 70 (2008).

- [7] A.A. Bulgakov, V.R. Kovtun. *Solid State Commun.* **55**, 781 (1985).
- [8] И.Е. Тамм. *ЖЭТФ* **3**, 34 (1933).
- [9] И.М. Лившиц, Л.Н. Розенцвейг. *ЖЭТФ* **18**, 1012 (1948).
- [10] A.A. Maradudin. *Festkörperprobleme* **20**, 25 (1981).
- [11] A.V. Zayats, I.I. Smolyaninov, A.A. Maradudin. *Phys. Rep.* **408**, 131 (2005).
- [12] В.М. Агранович. *УФН* **115**, 199 (1975).
- [13] A.N. Furs, V.M. Galynsky, L.M. Barkovsky. *J. Phys. A.* **38**, 8083 (2005).
- [14] R. Ruppin. *Phys. Lett. A.* **277**, 61 (2000).
- [15] I.V. Shadrivov, A.A. Sukhorukov, Y.S. Kivshar, A.A. Zharov, A.D. Boardman, P. Egan. *Phys. Rev. E* **69**, 016617 (2004).
- [16] A.P. Vinogradov, A.V. Dorofeenko, S.G. Erokhin, M. Inoue, A.A. Lisyansky, A.M. Merzlikin, A.B. Granovsky. *Phys. Rev. B* **74**, 045128 (2006).
- [17] Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев, А. Крист, Й. Куль, Х. Гиссен. *ФТТ* **47**, 139 (2005).
- [18] А.П. Виноградов, А.В. Дорофеев, А.М. Мерзликин, А.А. Лисянский. *УФН* **180**, 249 (2010).
- [19] H. Ditlbacher, J.R. Krenn, G. Schider, A. Leitner, F.R. Aussenegg. *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1762 (2002).
- [20] I. Zhelyazkov, V. Atanassov. *Phys. Rep.* **255**, 79 (1995).
- [21] M.M. Nazarov, L.S. Mukina, A.V. Shuvaev, D.A. Sapozhnikov, A.P. Shkurinov, V.A. Trofimov. *Laser Phys. Lett.* **2**, 471 (2005).
- [22] G.N. Zhizhin, A.K. Nikitin, G.D. Bogomolov, V.V. Zavialov, Y.U. Jeong, B.C. Lee, S.H. Park, H.J. Cha. *Infrared Phys. Technol.* **49**, 108 (2006).
- [23] Б.А. Князев, А.В. Кузьмин. *Вестн. НГУ. Сер. Физика* **2**, 108 (2007).
- [24] Ф.Г. Басс, А.А. Булгаков, А.П. Тетервов. *Высокочастотные свойства полупроводников со сверхрешетками.* Наука, М. (1989). 287 с.
- [25] А.А. Булгаков, И.В. Федорин. *ЖТФ* **81**, 4, 81 (2011).
- [26] В.Н. Любимов, Д.Г. Санников. *ФТТ* **14**, 675 (1972).
- [27] А.А. Булгаков, В.К. Кононенко. *Радиофизика и электроника* **16**, 63 (2011).