

УДК 621.315.592

Фрактальный характер распределения неоднородностей потенциала поверхности n -GaAs(100)

© Н.А. Торхов[¶], В.Г. БожковНаучно-исследовательский институт полупроводниковых приборов,
634050 Томск, Россия

(Получена 7 августа 2008 г. Принята к печати 2 сентября 2008 г.)

С использованием метода Кельвина атомно-силовой микроскопии исследовалась фрактальная геометрия потенциального рельефа поверхности высоколегированной подложки n^+ -GaAs(100). Средние значения фрактальных размерностей D_f потенциального рельефа, определенных методом триангуляции, методом горизонтальных сечений D_c и методом подобия D_s , достаточно близки друг к другу, что указывает на единую природу формирования фрактального рельефа потенциала поверхности. В целом полученные значения фрактальных размерностей говорят о том, что относительное расположение локальных неоднородностей потенциального рельефа высоколегированной подложки n^+ -GaAs(100) после химико-динамической полировки аналогично узору известной фрактальной кривой под названием „салфетка Серпинского“. Было получено, что изменение фрактальных неоднородностей потенциала происходит не пропорционально квадрату изменения линейных размеров исследуемых участков, как в двумерном случае, а значительно медленнее — пропорционально изменению их линейных размеров в степени $2/D_c$, где $1 < D_c < 2$.

PACS: 61.43.Nv, 63.35.Ct, 68.35.B-, 68.37.Ps, 68.47.Fg

1. Введение

В работе [1] было показано, что рельеф реальной поверхности эпитаксиального n -GaAs имеет фрактальную геометрию. Фрактальная размерность $D_f > 2.5$ рельефа определяется как природой поверхности, так и видом обработки и намного превышает его топологическую размерность $D_t = 2$. Было показано, что фрактальность рельефа приводит к значительному увеличению фактической площади поверхности $S_{\text{факт}}$, которая может значительно превышать площадь видимого окна (топологическую площадь) S_w . Последствия этого факта для электрических параметров поверхности, таких как поверхностный потенциал и электрический заряд поверхности, не очевидны и требуют специального исследования. Ввиду того что поверхностный потенциал физически связан со своей поверхностью, есть основания предполагать, что геометрия потенциального рельефа (характер распределения потенциала по поверхности) каким-то образом связана с фрактальной геометрией пространственного рельефа поверхности GaAs. В связи с этим представляется интересным проведение исследований, направленных на изучение неоднородностей потенциала и характера его распределения по фрактальному рельефу полупроводниковой поверхности.

В данной работе с использованием понятия фрактальных броуновских поверхностей исследуется геометрия потенциального рельефа поверхности высоколегированной подложки n^+ -GaAs(100), а также определяется значение его фрактальной размерности.

2. Методика эксперимента

Исследовались потенциалы поверхностей прошедших химико-механическую полировку высоколегированных подложек n^+ -GaAs(100) с концентрацией электронов $2 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$. Исследование потенциала поверхности эпитаксиального n -GaAs проводилось с использованием атомно-силового микроскопа (АСМ) „Solver-HV“ на воздухе при нормальных условиях по двухпроходной методике в полуконтактном режиме [2–4]. Использовались Si-кантилеверы марки NSG10/W₂C, покрытые токопроводящим покрытием из W₂C толщиной 30 нм, представляющие собой микромеханическое устройство, состоящее из закрепленной на основании кремниевой балки шириной 35, длиной 60 и толщиной 2 мкм. На свободном конце балки со стороны ее нижней плоскости сформировано острие радиусом $r = 35$ нм. Шаг сканирования определялся выбором линейных размеров области сканирования и используемым числом шагов (256 точек). Измеряемая таким образом величина является контактной разностью потенциалов (КРП) $\Delta\varphi$ между потенциалом иглы кантилевера φ_p и исследуемой поверхностью полупроводника φ_s .

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_s. \quad (1)$$

Зная работу выхода материала иглы кантилевера $\varphi_p = 4.902 \text{ эВ}$ [3], можно легко определить и работу выхода исследуемой поверхности:

$$\varphi_s = \varphi_p - \Delta\varphi. \quad (2)$$

Далее в работе, если это не оговорено специально, вместо КРП для простоты будем использовать термин

[¶] E-mail: trkf@mail.ru

„потенциал“. Величина φ_s для невырожденного полупроводника определяется как

$$\varphi_s = \chi + qV_n, \quad (3)$$

$$V_n = \frac{kT}{q} \ln \left(\frac{N_c}{n} \right), \quad (3a)$$

а для вырожденного как [5]

$$\varphi_s = \chi - q\xi_n, \quad (4)$$

$$\xi_n = \frac{(3n\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{2m_n}, \quad (4a)$$

где qV_n — положение уровня Ферми в невырожденном полупроводнике относительно дна зоны проводимости, ξ_n — положение уровня Ферми в вырожденном полупроводнике, m_n — эффективная масса электрона, N_c — эффективная плотность состояний в зоне проводимости, n — концентрация электронов, q — заряд электрона.

Полагая, что форма потенциальной поверхности $S(x, y, \varphi(x, y))$, зависящей от пространственных координат (x, y) и от значений потенциала $\varphi(x, y)$ по оси z , подчиняется законам фрактальной геометрии, мы можем использовать для ее анализа, как и для анализа неровностей пространственного рельефа, общие представления о фрактальных объектах. Известно [6–8], что для различных диапазонов измерительного масштаба поверхности твердых тел могут характеризоваться различными значениями фрактальной размерности. Такие фрактальные объекты называются самоафинными, в отличие от самоподобных, для которых характерна одна фрактальная размерность, и могут быть описаны мультифрактальными мерами. Мультифрактальные меры нашли широкое применение для исследования распределения различных физических величин на геометрических носителях, какими могут являться, к примеру, различные поверхности, объемы и т.д. [9,10]. В качестве одной из таких физических величин, например, можно рассматривать потенциал поверхности $\varphi(x, y)$. Согласно [9,10], мультифрактальная мера может быть выражена через фрактальные подмножества, изменяющиеся по степенному закону с различными показателями. В работе [8] было показано, что любое множество, покрытое N непересекающимися элементами, самоподобно, если его коэффициент подобия имеет вид

$$r(N) = \left(\frac{1}{N} \right)^{1/D_s}, \quad (5)$$

где D_s — размерность подобия. В общем случае размерность подобия D_s определяется выражением

$$D_s = - \frac{\ln N}{\ln[r(N)]}, \quad (6)$$

где N — количество элементов следующего уровня, укладываемое в элементе предыдущего уровня,

а $r(N)$ — коэффициент подобия, равный относительно изменению размеров измерительного масштаба [8]. Для фрактальных объектов размерность подобия равна размерности Хаусдорфа–Бекиковича, или фрактальной размерности $D_s = D_f$.

Фрактальный анализ распределения локальных неоднородностей поверхности потенциального рельефа эпитаксиального n -GaAs проводился с использованием трех известных способов [6,8,11–13], основанных на фрактальном анализе:

- 1) площади поверхности,
- 2) контура ее горизонтального сечения,
- 3) на определении размерности подобия.

Этим трем способам соответствуют 3 вида определяемых фрактальных размерностей [1]: фрактальная размерность поверхности D_f , фрактальная размерность горизонтального контура D_c и фрактальная размерность подобия D_s , которые связаны между собой соотношением [14]

$$D_f = D_c + 1 = D_s + 1. \quad (7)$$

Для определения фрактальной размерности D_f потенциального рельефа использовался метод триангуляции [8]. Вычисление величины D_f методом триангуляции заключается в последовательной аппроксимации поверхности набором пирамид и измерении площади их боковых поверхностей. На 1-м шаге вычисления строится одна пирамида на четырех углах исследуемого участка с вершиной в центральной точке и определяется общая площадь их боковых поверхностей. На 2-м шаге участок поверхности разбивается на 4 равных квадрата, на которых строятся свои пирамиды и суммируются площади всех боковых поверхностей. На следующих этапах разбиения все операции повторяются аналогичным образом. В результате получается набор фактических значений суммарной площади боковых поверхностей пирамид в зависимости от длины ребра основания пирамиды $l_i = l\delta_i$, где l — сторона исследуемого квадратного участка, $\delta_i = 1/i$, а $i = 1, 2, 3, \dots, N$. Понятно, что чем мельче размер оснований пирамид, тем более плотной сеткой этих пирамид мы можем покрыть измеряемую поверхность и тем точнее будет значение измеренной площади.

В качестве измеряемой методом триангуляции поверхности использовалась безразмерная поверхность \tilde{S} , получаемая из поверхности $S(x, y, \varphi(x, y))$ нормированием координат x, y и φ на единицу. В работе [11] было показано, что в локальном пределе, когда размер измерительного масштаба значительно меньше линейных размеров неровностей, значение D_f не зависит от их линейных размеров. Действительно, из соотношения (6) видно, что размерность подобия, а следовательно, и фрактальная размерность определяются в конечном итоге не абсолютными, а относительными значениями размеров неровностей. Поэтому для определения точного значения фрактальной размерности потенциальной поверхности достаточно иметь безразмерный аналог

этой поверхности \tilde{S} , относительные размеры неровностей которой только подобны оригинальной поверхности $S(x, y, \varphi(x, y))$. Для фрактальных поверхностей, согласно [8], каждому значению δ соответствует свое определенное значение площади поверхности:

$$\tilde{S} = \tilde{S}_w \delta^{2-D_f}. \quad (8)$$

Построив зависимость $\ln \tilde{S}$ от $\ln \delta$, по углу наклона ее линейного участка можно определить величину D_f . Здесь $\tilde{S}_w = 1$ — проекция поверхности \tilde{S} на плоскость (x, y) .

При фрактальном анализе горизонтального контура контурное изображение потенциального рельефа получается его сечением плоскостью, параллельной плоскости образца (x, y) . В результате в окне сканирования получается линейное изображение, состоящее из контуров, представляющих собой эквипотенциальные линии, характеризующиеся периметром P и площадью S . Для получения достоверного значения фрактальной размерности контура поверхности нужно провести несколько измерений S и P при различных значениях φ_s . Тогда фрактальную размерность D_c можно вычислить с помощью соотношения [11]

$$S(\delta) \propto [P(\delta)]^{2/D_c}, \quad (9)$$

построив зависимость $\ln(S)$ от $\ln(P)$ и аппроксимировав ее прямой. Выражение (9) справедливо как для значений S отдельных „островков“, так и для их суммарной площади. Данный способ позволяет изучать форму и характер распределения по поверхности полупроводников локальных неоднородностей с одинаковыми значениями потенциала.

Размерность подобия D_s находилась с использованием выражения (6). Для этого производилась трассировка потенциального рельефа в плоскости (x, y) с различными значениями измерительных масштабов δ_i . В результате трассировки также получалось контурное изображение потенциального рельефа. При этом каждый контур в отдельности представлял собой эквипотенциальную линию со своим значением потенциала, периметр которой минимален для описания области локальной неоднородности. Данный метод позволяет определить размеры всех (независимо от значения потенциала) локальных неоднородностей потенциала, а также закономерности их относительного расположения. Для этого подсчитывается количество всех полученных контуров N , необходимых при покрытии одного элемента, а также относительное изменение измерительного масштаба $r(N) = \delta_i/\delta_{i+1}$.

Обработка рельефа исследуемых поверхностей осуществлялась с использованием прилагаемого к АСМ пакета программ.

3. Результаты исследований

На рис. 1 представлены результаты АСМ-исследования потенциального рельефа поверхности подложки n^+ -GaAs(100), прошедшей химико-динамическую поли-

ровку (a), контура горизонтального сечения ее рельефа (b) и контура трассировки поверхности (c). Хорошо видно, что поверхностный потенциал достаточно неоднороден и может характеризоваться различными локальными областями с повышенным и пониженным потенциалом в пределах 10 мВ (0.694–0.704 эВ). Определение методом триангуляции значения фрактальной размерности потенциального рельефа дало значение $D_f = 2.57$ (см. соотношение (8)). Среднестатистическое значение поверхностного потенциала при этом получается равным 0.698 эВ, что соответствует работе выхода n^+ -GaAs(100) 4.204 эВ (см. соотношение (2)). Исходя из (4) с учетом положения уровня Ферми вырожденного полупроводника $\xi_n \approx 0.0084$ эВ (4a), когда уровень Ферми лежит внутри зоны проводимости, можно легко оценить значение электронного сродства GaAs(100)

$$\chi = \varphi_s + \xi_n = 4.204 + 0.0084 = 4.212 \text{ эВ},$$

что на 0.142 эВ превышает известное значение 4.07 эВ [14].

На рис. 2, a представлена гистограмма $N(\Delta\varphi)$ распределения значений потенциала поверхности. Видно, что огибающая $N(\Delta\varphi)$ образована двумя функциями Гаусса со средними значениями 0.697 и 0.699 мВ, которые, как было показано в [1]. Обращает на себя внимание высокая однородность распределения потенциала. Очевидно, что два гауссиана соответствуют двум семействам потенциалобразующих структур. Причем 1-е семейство с меньшим средним значением потенциала 0.697 мВ значительно превосходит по количеству точек вторые, характеризующееся большим средним значением 0.699 мВ. Как следует из рис. 1, a , второе семейство потенциалов, образованное областями с повышенным потенциалом, проявляется на растровом АСМ-изображении потенциального рельефа в виде светлого поля. 1-е семейство описывает основной фон потенциала, который характеризуется областями с темным контрастом и на АСМ-изображении потенциального рельефа заполняет пространство между светлыми областями.

Расположение неоднородностей потенциала относительно друг друга не хаотично, а подчиняется определенным закономерностям, которые удобно исследовать с использованием продольных сечений (рис. 1, b), в результате которых получают эквипотенциальные контуры, образованные горизонтальными сечениями потенциального рельефа. Хорошо видно, что образованные этими контурами области вливаются в более крупные области или скопления, которые в поле окна образуют характерный узор. Результаты рассмотрения АСМ-изображений показали, что для данного потенциального рельефа слияние более мелких областей в более крупные всегда происходит не равномерно, а преимущественно вдоль двух перпендикулярных направлений с образованием подобных узоров. Наличие подобия в характере формирования скоплений свидетельствует о фрактальном механизме распределения неоднородностей на поверхности

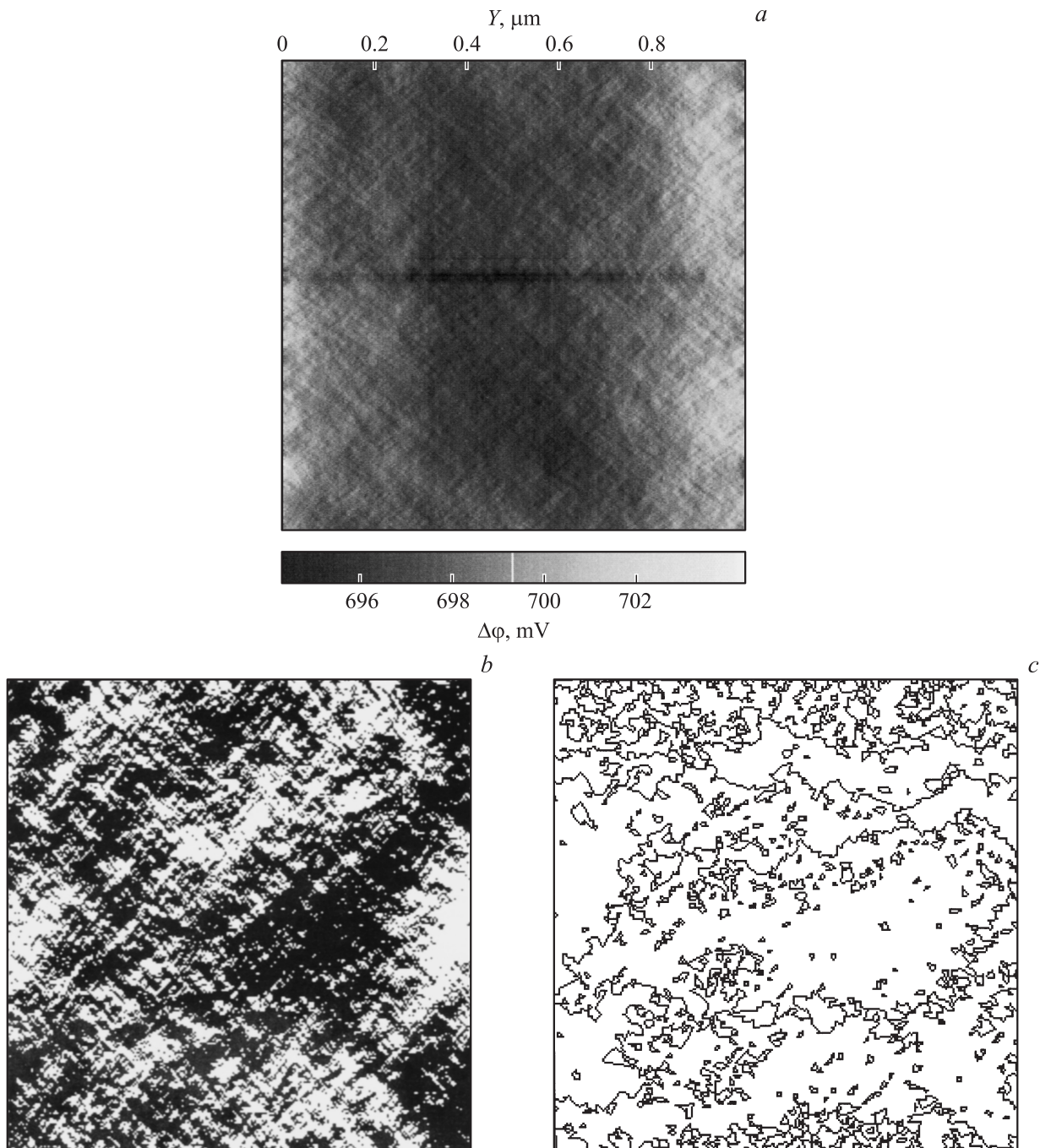


Рис. 1. Потенциал поверхности 1×1 мкм высоколегированной подложки n^+ -GaAs(100): *a* — АСМ-изображение потенциального рельефа; *b* — контурное изображение эквипотенциальных участков, полученное горизонтальным сечением при $\Delta\varphi(x, y) = \text{const}$; *c* — контурное изображение неоднородностей потенциала, полученное трассировкой по контуру потенциального рельефа с заданным измерительным масштабом $\delta = 1/80$.

подложки n^+ -GaAs(100). Определение с использованием выражения (9) среднего значения фрактальной размерности контура D_c дало значение 1.58. Это позволяет нам провести сравнение с известной фрактальной кривой под названием „салфетка Серпинского“ [8], размерность подобия которой также имеет значение 1.58. Способ построения салфетки Серпинского виден из изображения его предфрактала четвертого поколения $M = 4$

(рис. 2, *b*). Из центрального поля черного равностороннего треугольника (затравки) образующим элементом („дырой“) в виде белого треугольника, стороны которого в 2 раза (коэффициент подобия $r = 1/2$) меньше стороны исходного черного треугольника, исключается центральная область. В результате исходный треугольник заменяется тремя меньшими треугольниками ($N = 3$) с „пустой“ центральной областью. Таким образом по-

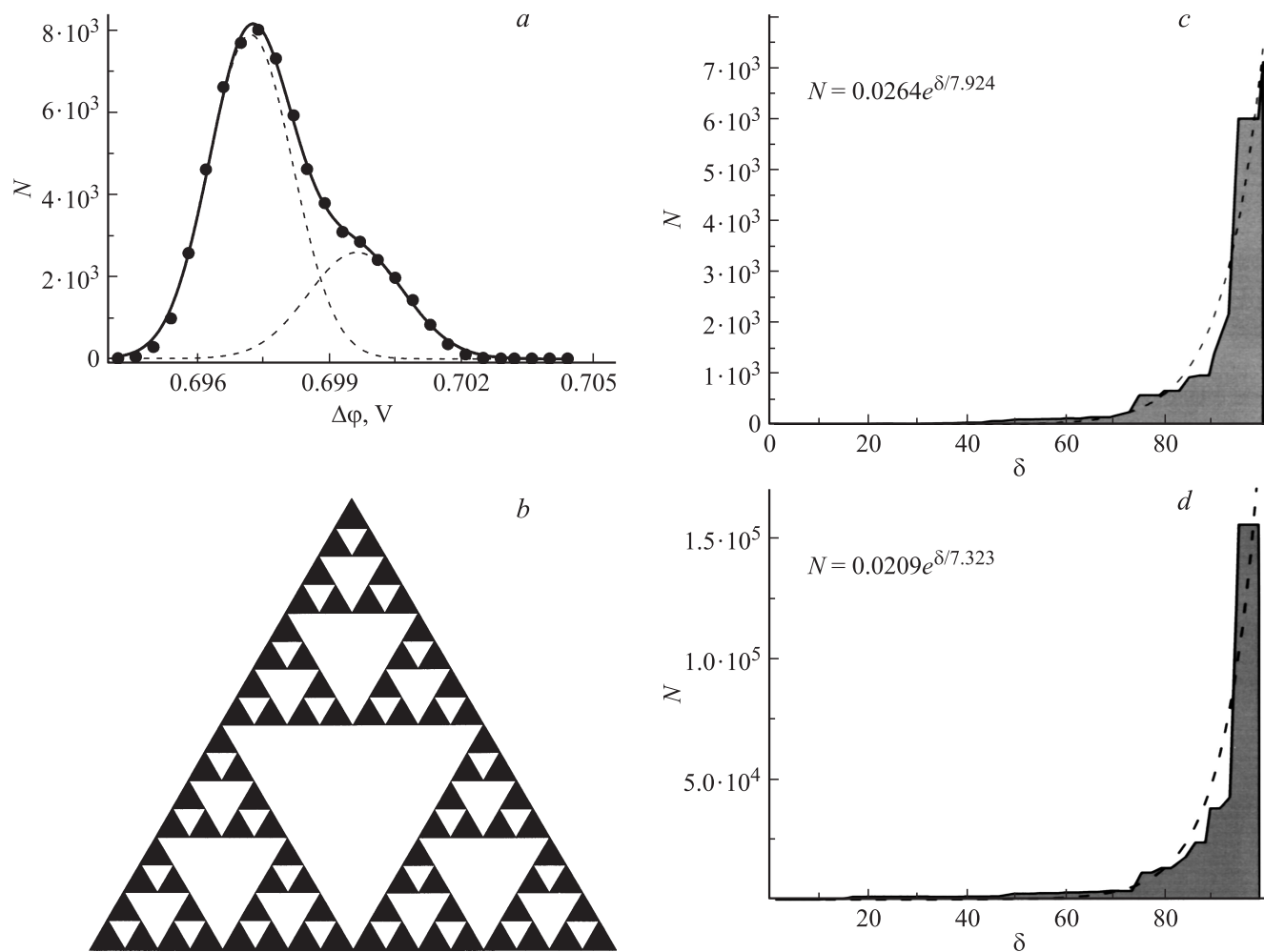


Рис. 2. Гистограмма (а) распределения $N(\Delta\varphi)$ контактной разности потенциалов поверхности 1×1 мкм эпитаксиального слоя n^+ -GaAs(100). Точки — эксперимент, штриховые кривые — одиночные функции Гаусса, сплошная кривая — огибающая. Предфрактал (b) четвертого поколения ($M = 4$) фрактальной кривой „салфетки Серпинского“. Графическое изображение (c) зависимости $N(\delta)$ „чертовой лестницы“ трассировочных контуров потенциального рельефа. Графическое изображение (d) „чертовой лестницы“ трассировочных контуров салфетки Серпинского.

лучается предфрактал первого поколения ($M = 1$). Далее все повторяется аналогичным образом. В пределе ($M \rightarrow \infty$) при переходе к фрактальной кривой черные области (треугольники) исчезают, а полный периметр дыр в салфетке Серпинского становится бесконечным. Согласно выражению (6), размерность подобия салфетки Серпинского равна $D_s = \ln 3 / \ln 2 = 1.58$. Напомним, что реальные физические объекты могут быть фрактальны только в определенном интервале измерительных масштабов. Поэтому реальную поверхность можно смоделировать только предфракталом M -го поколения. Это означает, что при моделировании реального потенциального рельефа салфеткой Серпинского нельзя полностью исключить темные области. В результате предфрактал M -го поколения салфетки Серпинского тоже будет характеризоваться двумя семействами областей — черной и белой, которые также могут быть описаны двумя функциями Гаусса.

Из выражения (9) вытекает очень интересное следствие. Видно, что величина площади, ограниченной эквипотенциальными контурами, изменяется не пропорционально квадрату изменения линейных размеров исследуемого участка l_1 , а гораздо медленнее — пропорционально l_1 в степени $2/D_c$. Ввиду того что характер распределения потенциала отражает характер распределения заряда по поверхности, очевидно, что поверхностная плотность заряда не одинакова на всех участках полупроводниковой поверхности. При этом суммарный заряд поверхности, согласно (9), должен изменяться пропорционально изменению линейных размеров исследуемого участка поверхности в степени $2/D_c$.

Кроме характера распределения эквипотенциальных контуров важно иметь представление и о характере любых (с разными значениями потенциала) локальных областей. Эту информацию можно получить путем трассировки неоднородностей потенциального рельефа по

контур с заданным размером измерительного масштаба δ_i (рис. 1, *c*). Из сравнения рис. 1, *a* с рис. 1, *c* хорошо видно, что локальные области с повышенным потенциалом имеют большую тенденцию к образованию скоплений. Области с пониженным значением потенциала значительно более протяженные и фактически заполняют пространство между областями с более высокими значениями потенциала. Анализ контурных изображений показал, что отдельные элементы узора, образованного скоплениями, часто подобны друг другу с разными коэффициентами подобия. Это указывает на мультифрактальный механизм распределения неоднородностей потенциального рельефа. Определение среднего значения фрактальной размерности подобия на исследуемом участке дало значение $D_s = 1.65$ (см. соотношение (6)), что достаточно близко к значению фрактальной размерности салфетки Серпинского.

Другим наглядным способом представления самоафинной природы мультифрактальных объектов является представленная на рис. 2, *c*, так называемая „чертова лестница“ [15], соответствующая рис. 1, *c* и представляющая собой зависимость количества элементов подобия (контуров) от безразмерного измерительного масштаба $N(\delta)$. Видно, что при определенных значениях измерительных масштабов происходит скачкообразное изменение N заполняющих элементов подобия. В результате фрактальный характер поведения чертовой лестницы может являться подтверждением фрактального характера распределения неоднородностей потенциального рельефа исследуемого участка (рис. 1, *c*). Из рис. 2, *c* также видно, что экспериментальные значения $N(\delta)$ хорошо аппроксимируются экспоненциальной зависимостью $N(\delta) = 0.0264 \exp(\delta/7.924)$, что удовлетворяет условию (5). Это также позволяет сделать заключение о том, что множество, состоящее из контуров трассировки, самоподобно.

На рис. 2, *d* представлена „чертова лестница“ салфетки Серпинского. Обращает на себя внимание внешнее сходство рис. 2, *c* и рис. 2, *d*. Кроме того экспериментальные значения $N(\delta)$ хорошо аппроксимируются близкой экспоненциальной зависимостью $N(\delta) = 0.0209 \exp(\delta/7.323)$. Сравнивая это с результатами, описанными в предыдущем параграфе, мы видим, что характер относительного распределения неоднородностей потенциального рельефа подложки n^+ -GaAs(100) происходит способом, похожим на формирование фрактального узора салфетки Серпинского.

4. Заключение

Подводя итог описанию геометрии потенциального рельефа высоколегированной подложки n^+ -GaAs(100), можно сказать, что распределение неоднородностей потенциала по поверхности в обоих случаях носит фрактальный характер. Средние значения фрактальных размерностей D_f потенциального рельефа, определен-

ных методом триангуляции, методом горизонтальных сечений и методом подобия, достаточно близки друг к другу, что указывает на единую природу формирования фрактального рельефа потенциала поверхности. В целом полученные значения фрактальных размерностей говорят о том, что относительное расположение локальных неоднородностей потенциального рельефа высоколегированной подложки n^+ -GaAs(100) после химико-динамической полировки аналогично узору известной фрактальной кривой под названием „салфетки Серпинского“.

Было получено, что изменение неоднородностей потенциального рельефа, а значит и электрического заряда, происходит не пропорционально квадрату изменения линейных размеров исследуемых участков, как в двумерном случае, а значительно медленнее — пропорционально изменению их линейных размеров в степени $2/D_c$, где $1 < D_c < 2$.

Список литературы

- [1] В.Г. Божков, Н.А. Торхов, И.В. Ивонин, В.А. Новиков. ФТП, **42** (5), 546 (2008).
- [2] В.Л. Миронов. *Основы сканирующей зондовой микроскопии* (Ин-т физики микроструктур РАН, Нижний Новгород, 2004) с. 111.
- [3] Н.М. Коровкина. Автореф. канд. дис. (СПб гос. электротехн. ун-т им. В.И. Ульянова (Ленина), 2006).
- [4] www.ntmdt.com
- [5] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников*. Уч. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. (М., Наука, 1990).
- [6] Б.Б. Мандельброт. *Фрактальная геометрия природы* (М., Ин-т компьютерных исследований, 2002) с. 656.
- [7] F. Family, T. Vicsek. *Dynamics of Fractal Surfaces* (World Scientific, Singapore, 1991) с. 376.
- [8] Е. Федер. *Фракталы* (М., Мир, 1991).
- [9] В.В. Mandelbrot. In: *Statistical Models and Turbulence*, ed. by M. Rosenblatt, C. Van Atta. *Lecture Notes in Physics*, 12 (Springer, N. Y., 1972) p. 333.
- [10] В.В. Mandelbrot. *J. Fluid Mech.*, **62**, 331 (1974).
- [11] А.В. Панин, А.Р. Шугуров. *Поверхность*, **6**, 64 (2003).
- [12] А.Д. Морозов. *Введение в теорию фракталов* (М.-Ижевск, НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2001) с. 128.
- [13] П.А. Арутюнов, А.Л. Толстихина, В.Н. Демидов. *Завод. лаб.*, **65** (9), 27 (1999).
- [14] S.M. Sze. *Modern Semiconductor Device Physics* (John Wiley & Sons Inc, 1997).
- [15] P. Bak. *Phys. Today*, **39**, 38 (1986).

Редактор Т.А. Полянская

Fractal character of distribution of nonhomogeneity of surface potential of epitaxial n^+ -GaAs(100)

N.A. Torkhov, V.G. Bozhkov

Scientific Research Institute
for Semiconductor Devices,
634050 Tomsk, Russia

Abstract Using Kelvin's method of atomic-powered microscopy fractal geometry of potential relief of the surface of high-alloyed n^+ -GaAs(100) substrate was researched. Mean value of fractal dimensionalities D_f of the potential relief determined by the triangulation method, horizontal section method D_c and similarity method D_s are quite close to each other which points out unified nature of fractal relief of the surface potential formation. Altogether, deduced valuation of fractal dimensionalities say that relative position of local nonhomogeneity of potential relief of superalloyed substrate n^+ -GaAs(100) after chemical-dynamical polish is in a similar way to the pattern of a well known fractal criss-cross curve called „Serpinsky napkin“. It was stated that the change of fractal potential nonhomogeneity does not happen proportionally to the square of linear size change of the territories under study, as it happens in two-dimensional case, but much slower — proportionally to their linear changes in raised to the $2/D_c$ power, where $1 < D_c < 2$.