

# Динамика локального микропробоя в гейгеровском режиме работы лавинных фотодиодов

© А.В. Верховцева <sup>¶</sup>, В.А. Гергель <sup>¶¶</sup>

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук,  
125009 Москва, Россия

(Получена 1 октября 2008 г. Принята к печати 23 октября 2008 г.)

Методами математического моделирования исследована динамика развития микропробоя в кремниевых лавинных фотодиодных структурах. Построенная модель учитывает локальность области лавинного умножения, возникающей при поглощении единичного фотона, и запаздывание растекания лавинного тока по площади тыльного электрода диода. Проведенные вычисления показывают две различные фазы переходного процесса формирования электрического сигнала: быструю (за счет растекания тока) и медленную (за счет обычной  $RC$ -перезарядки). Рассчитаны величины нагрузочных сопротивлений, необходимые для реализации импульсного режима работы лавинных фотодиодных структур, для серии актуальных значений емкости диода и сопротивления растекания тыльного электрода.

PACS: 73.40.Lq, 85.30.Mn, 85.60.Dw

## 1. Введение

В последнее время все более широкое применение в технике физического эксперимента и многочисленных коммерческих устройствах регистрации фотосигналов находят кремниевые лавинные фотодиоды (ЛФД) в так называемом режиме счета фотонов (режим Гейгера).

К настоящему времени в литературе имеется довольно большое число экспериментальных и теоретических работ [1–8], посвященных исследованию гейгеровского режима работы ЛФД. Однако их результаты все еще не образуют достаточно ясной картины процессов в однофотонных лавинных диодах, которая однозначно определяла бы условия возникновения гейгеровского режима и закономерности изменения амплитуды и длительности соответствующих импульсов от параметров внешней электрической цепи и конструкционных особенностей диодной структуры.

В нашей предыдущей работе [9] была построена упрощенная аналитическая модель формирования в ЛФД одиночных (гейгеровских) импульсов и показаны две альтернативные возможности развития лавинного процесса, возбужденного единичным фотоэлектроном.

В гейгеровской ситуации, которая реализуется при сравнительно больших значениях постоянной времени  $\tau_c = R_L C$  ( $R_L$  — нагрузочное сопротивление,  $C$  — емкость ЛФД), ток лавины, почти экспоненциально нарастающий на начальной стадии процесса, разряжает емкость диода до напряжения, существенно меньшего пробойного  $V_b$ . Коэффициент обратной связи лавинного процесса оказывается существенно меньше единицы. Поэтому за достаточно малое число пролетов ток лавины достигает нулевого значения и она выключается (за это время,  $\tau < \tau_c$ , батарея не успевает зарядить диод до напряжений  $V > V_b$ ).

В противоположном случае малых  $R_L$  на стадии выключения лавины ток дозарядки диода от источника успевает поднять напряжение на нем до  $V > V_b$ , лавина „вспыхивает“ вновь и после нескольких колебаний, как бы апериодически, выходит в режим стационарного пробоя с током  $I = (V_s - V_b)/R_L$  ( $V_s$  — напряжение источника) и напряжением  $V = V_b$  на диоде.

Уже в [9] мы отмечали, что эта простая и идеологически правильная модель процесса оказалась несостоятельной в количественном аспекте, а именно: она давала значения критического сопротивления нагрузки, требуемого для реализации гейгеровского режима, более чем на 2 порядка меньше по сравнению с использованными в соответствующих экспериментах [1–3]. По-видимому, это существенное несоответствие было обусловлено пренебрежением пространственной структурой исследуемого процесса. Дело в том, что токовый шнур, инициированный единичным фотоэлектроном в какой-то случайной точке поперечного сечения диодной структуры, хотя и несколько расширяется за время импульса за счет латеральной диффузии, остается значительно уже ( $\sim 1 \times 1$  мкм) поперечного сечения диода ( $\sim 100 \times 100$  мкм). При этом наряду с собственной инерционностью развития лавинного процесса не менее важным оказывается время растекания по всей площади диода токовых импульсов, локально инжектируемых токовым шнуром в случайную точку электронейтральной подложки. Можно думать, что, если это время достаточно велико (большое эффективное сопротивление растекания), ток лавины разряжает сравнительно малую часть площади диода с центром в точке локализации, эффективная емкость которой может оказаться существенно меньше номинальной емкости прибора. Последнее ускорит процесс линейной дозарядки и может привести к включению режима стационарного пробоя, для устранения которого и потребуются сравнительно большие сопротивления нагрузки, близкие к экспериментальным значениям.

<sup>¶</sup> E-mail: alevtenea@gmail.com

<sup>¶¶</sup> E-mail: gergel@mail.cplire.ru

Однако адекватный учет динамики растекания инжектируемых „точечных“ зарядов по площади диода оказался довольно непростой задачей, потребовавшей значительного усложнения математической модели процесса и соответствующих расчетных процедур. Все это и составило предмет настоящей статьи, посвященной последовательному пострению модифицированной динамической модели импульсного лавинного пробоя, постановке и проведению соответствующих численных экспериментов и анализу результатов моделирования.

## 2. Постановка задачи

Сформулировав во введении необходимость адекватного учета локальности импульсного лавинного пробоя и специфики растекания зарядов по площади диода, прежде всего „сконструируем“ двумерную упрощенную структурную модель лавинного кремниевого диода, изготовленного с использованием технологии ионных имплантаций (рис. 1). Анодом этой гипотетической структуры будет приповерхностный низкоомный  $n^{++}$ -слой, а катодом — имплантированный на глубину  $\sim 1 \text{ мкм}$   $p^{+}$ -слой, часть которого обеднена, индуцируя электрическое поле на аноде, а нижняя часть электронейтральна с эффективным сопротивлением  $\sim 10 \text{ кОм}/\square$ . Собственно подложку будем считать материалом  $p$ -типа проводимости с удельным сопротивлением  $\sim 10 \text{ Ом} \cdot \text{см}$  (концентрация дырок  $p \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ). В качестве заземляющего электрода для простоты будем предполагать наличие на глубине  $\sim 10 \text{ мкм}$  низкоомного  $p^{++}$ -слоя с ничтожно малым (как и у верхнего  $n^{++}$ -слоя) сопротивлением.

Остановимся теперь на одной из характерных особенностей лавинного пробоя в кремнии, обусловленной существенным различием коэффициентов ударной ионизации электроном ( $\alpha$ ) и дыркой ( $\beta$ ). Для полевых зависимостей  $\alpha$  и  $\beta$  (в  $\text{см}^{-1}$ ) мы будем использовать здесь известные аппроксимационные выражения [10]:

$$\begin{aligned}\alpha(E) &\approx 38 \cdot 10^5 \exp\left(-\frac{1.75 \cdot 10^6}{E}\right), \\ \beta(E) &\approx 225 \cdot 10^5 \exp\left(-\frac{3.26 \cdot 10^6}{E}\right),\end{aligned}\quad (1)$$

$E$  — электрическое поле в  $\text{В}/\text{см}$ .

В силу этой асимметрии большая часть как электронов, так и дырок, дрейфующих между анодом и катодом, ударно ионизована почти исключительно электронами. Так как направления движения ионизующего и ионизованного электронов совпадают, каждый электрон на своей траектории движения от катода к аноду обрастает „сгустком“ электронов, движущихся с ним синхронно и связанных с ним генетически. Средняя величина

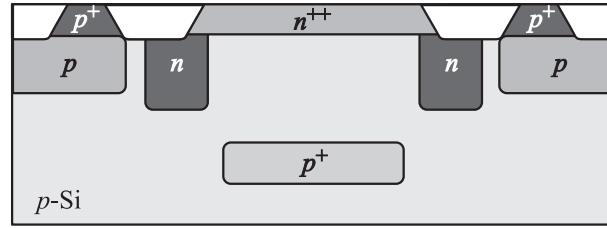


Рис. 1. Схематическое изображение структуры лавинного фотодиода, изготовленного с использованием ионной имплантации.

такого „сгустка“, достигающего анодную  $n^{++}$ -область в момент времени  $t = t_{\text{tr}} = d/v_s$  ( $d$  — расстояние анод–катод,  $v_s$  — скорость насыщения), равна  $\exp(\alpha d)$ , где  $\alpha(E) = \alpha(V/d)$ .<sup>1</sup>

Генерированные этим электронным „сгустком“ дырки, двигаясь в противоположную сторону, растянуты во времени и в пространстве (в направлении дрейфа) в соответствующий „хвост“, что дает на катоде несимметричный по времени и локальный по поперечной координате импульс тока

$$I_p = \frac{qv_s \alpha}{2} \exp\left(\frac{\alpha v_s t}{2}\right), \quad 0 < t < 2t_{\text{tr}}, \quad (2)$$

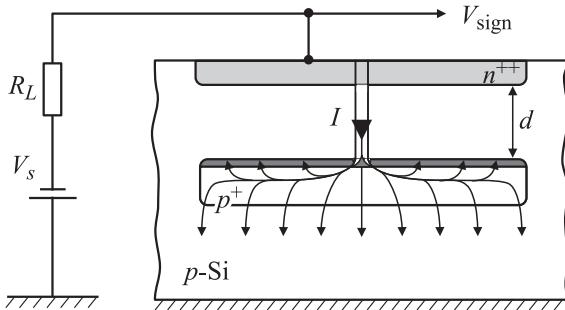
средней длительности  $2t_{\text{tr}}(1 - 1/\alpha d)$  с результирующим зарядом  $q \exp(\alpha d)$ , в точности равным заряду электронного „сгустка“. Этот заряд частично уходит во внешнюю цепь, а частично разряжает определенную часть площади диода в окрестности „места прибытия“, растекаясь в последующее время по всей площади диода (имплантированного  $p^{+}$ -слоя). Перед этим, разумеется, дырки произвели должное число электронных ионизаций, что обеспечило генерацию

$$K(E) = [\exp(\alpha d)] \beta / \alpha \quad (3)$$

новых электронов в прикатодном слое протяженностью  $\alpha^{-1} < d$ . Ясно, что именно эти электроны наиболее перспективны в смысле последующего лавинного умножения, а выражение (3) представляет собой коэффициент усиления соответствующей положительной обратной связи. Обратная связь обеспечивает лавинообразное развитие ионизационного размножения носителей при  $K > 1$  с характерным временем  $\tau \approx 2t_{\text{tr}}$ .

Теперь приступим к рассмотрению электрической реакции эквивалентной схемы (рис. 2) на „прибытие“ на  $p^{+}$ -катод диода очередной порции положительного заряда, обозначив предварительно напряжение на выходной клемме как  $V_c = V_s - IR_L$ . Записав зависящее от времени и внутренней латеральной координаты  $r$  локальное анодное напряжение как  $V_s - \varphi(r, t)$ , для

<sup>1</sup> При  $p \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ , отвечающей выбранному значению удельного сопротивления подложки  $10 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ , можно пренебречь незначительным увеличением электрического поля у анода и полагать везде  $E = V/d$ .



**Рис. 2.** Условная картина растекания электрического тока при локальном пробое лавинного фотодиода.  $V_s$  — напряжение источника питания,  $R_L$  — сопротивление нагрузки,  $V_{\text{sign}}$  — сигнальное напряжение.

потенциала в электронейтральной области  $p^+$ -слоя будем иметь  $V_i(r, t) = -IR_L + \varphi(r, t)$ . Отсюда, используя первый закон Кирхгофа для заземленной шины, получим для тока

$$I(t) \frac{R_L + R_s}{R_s} = \int dS \frac{\varphi(r, t)}{\rho_s h_s}, \quad (4)$$

где  $\rho_s \approx 10 \Omega \cdot \text{см}$  — удельное сопротивление подложки,  $h_s \approx 10 \mu\text{мм}$  — толщина ее слоя между  $p^+$ -обкладкой и заземляющей шиной,  $S$  — площадь диода ( $p^+$ -слоя), при этом сопротивление подложки  $R_s = \rho_s h_s / S \approx 1 \text{k}\Omega$ .

Если теперь числитель и знаменатель правой части (4) умножить на удельную емкость диода  $C_0 \approx 10^{-8} \Phi \cdot \text{см}^{-2}$ , то при любом распределении  $\varphi(r)$  по площади интеграл в (4) даст нам один и тот же полный дополнительный заряд  $p^+$ -обкладки диода  $q$ , а знаменатель  $C_0 \rho_s h_s$  перейдет в  $CR_s$ , где  $C = C_0 S$  — полная емкость диода. В результате из (4) получим

$$I = -\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q}{(R_s + R_L)C}. \quad (5)$$

Отсюда следует интересная особенность сконструированной нами внешней цепи (протяженный электрод заземления), заключающаяся в том, что любой нестационарный заряд  $Q$  релаксирует с одной и той же постоянной времени  $C(R_s + R_L)$  в независимости от формы его распределения по площади  $p^+$ -обкладки конденсатора (диода). Нас тем не менее интересуют эти подробности, поскольку для расчета текущих значений коэффициентов умножения  $\alpha$  и  $\beta$  необходимы текущие значения потенциала  $\varphi$  при  $r = 0$ , т.е. в „точке“ пробоя. Воспользуемся для этого известным решением двумерного телеграфного уравнения, описывающего центрально-симметричное расплывание заряда из окрестности точки  $r = 0$ ,

$$\varphi(r, t) = \varphi_0 \frac{t_0}{t} \exp\left(-\frac{r^2 R C_0}{4t}\right), \quad (6)$$

где  $\varphi_0 t_0$  — постоянная интегрирования. В качестве  $t_0$  естественно выбрать характерное время задачи

$\tau \approx 2t_{\text{tr}} \approx 2 \cdot 10^{-11} \text{ с}$ . Затем интегрированием по площади потенциала (6), умноженного на  $C_0$ , получим соответствующий заряд:

$$q = \int dS C_0 \varphi(r, t) = \frac{4\pi t_0}{R} \varphi_0. \quad (7)$$

Здесь коэффициент  $4\pi t_0 / R = \Delta C$ , тем больше, чем меньше сопротивление растекания  $R$ , отражает характерное расплывание отдельной порции локального дырочного заряда за время его „введения“ в систему. Он играет роль дискреты эффективной емкости растекания, которая затем, увеличиваясь со временем, достигает номинальной емкости диода  $C$  за время  $t = n\tau$ , где  $n = C/\Delta C$  — число временных интервалов  $\tau$ , за которое введенный заряд успевает распространиться по всей площади диода. При этом сама формула (7) позволяет выразить константу  $\varphi_0$  через парциальный заряд  $q_i$ , локально инжектированный на соответствующей стадии лавинного процесса в  $p^+$ -обкладку исследуемой диодной структуры.

### 3. Итерационная схема расчета динамики импульсного пробоя

Используя формулы предыдущего раздела, легко теперь составить итерационную схему расчета динамики процесса, дискретизировав текущее время интервалом  $\tau = 2t_{\text{tr}}$ .

Сначала обозначим число инициирующих  $i$ -ю стадию процесса электронов, генерированных в прикатодном слое протяженностью  $\alpha^{-1}$ , на предыдущей  $(i-1)$  стадии как  $N_{i-1}$  и запишем результирующий заряд электронных стуктов, пришедших на анод через  $t = t_{\text{tr}}$ :

$$q_i = e N_{i-1} \exp\{\alpha(V_s - \Phi_{i-1})d\}. \quad (8)$$

Точно такой же величине равен и парциальный заряд дырок, пришедших на катод за временной интервал  $2t_{\text{tr}}$ , генерировав при этом

$$N_i = N_{i-1} \exp\{\alpha(V_s - \Phi_{i-1})\} \frac{\beta(V_s - \Phi_{i-1})}{\alpha(V_s - \Phi_{i-1})} \quad (9)$$

новых электронов для инициации следующей  $(i+1)$  стадии процесса. Полный дополнительный заряд на обкладках диода увеличивается за счет поступления очередной порции лавинного тока и уменьшается, „вытекая“ во внешнюю цепь:

$$Q_i = \sum_{j=1}^i q_j \exp\left\{-\frac{\tau}{\tau_n}(i-j)\right\}, \quad (10)$$

где  $\tau_n = (R_s + R_L)C$ .

Соответственно ток во внешней цепи равен

$$I_i = \frac{1}{\tau_n} \sum_{j=1}^i q_j \exp \left\{ -\frac{\tau}{\tau_n} (i-j) \right\}. \quad (11)$$

Чуть более сложная формула получается для локального потенциала  $\Phi$  в точке пробоя:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{q_j}{\Delta C} \frac{\exp \{(-\tau/\tau_n)(i-j)\}}{\min \{(i-j+1); C/\Delta C\}}, \quad (12)$$

где числитель отвечает утеканию инжектированных зарядов во внешнюю цепь, а знаменатель — их растеканию из точки пробоя по площади диода.

Начальными условиями предлагаемой итерационной процедуры являются  $N_0 = 1$  (одиночный инициирующий электрон) и  $\Phi_0 = 0$ . Заметим также, что, отражая дискретную природу электрона для  $N_i$ , в программе мы используем исключительно целые числа, что автоматически обеспечивает акт выключения пробоя ( $N_i = 0$ ) при реализации режима одиночных импульсов.

#### 4. Результаты моделирования

Рассмотрим сначала предельную ситуацию малых  $R$ , когда  $C/\Delta C \ll 1$ , т. е. когда инжектированный лавиной локальный заряд за время  $2t_{tr}$  успевает практически равномерно распределиться по площади  $p^+$ -обкладки диода. Разумеется, в этой асимптотике мы получаем результаты, близкие к полученным ранее в [9], а именно импульсный режим при больших сопротивлениях нагрузки и апериодическое включение стационарного пробоя при малых  $R_L$  (рис. 3). Затем уже для ряда реалистичных значений сопротивления проводим серию аналогичных вычислений с разным  $R_L$  для требуемых значений емкости диода  $C$  и находим величину критического сопротивления нагрузки  $R_{Lc}$ , разграничитывающего указанные режимы. Как уже говорилось во введении, при этом получаются нереалистично малые значения  $R_{Lc}$ , уменьшающиеся с ростом емкости диода. Соответствующие результаты приведены в первом столбце таблицы.

Изучение влияния сопротивления растекания начнем с моделирования ситуации с типичным значением  $R = 10$  кОм и емкостью диода 90 фФ. Соответствующие кривые релаксации для значений  $R_L = 20$  и 10 кОм

расчетные значения критического сопротивления нагрузки  $R_{Lc}$  для серии ЛФД (с различающимися значениями емкости  $C$  и сопротивления растекания  $R$ )

$C, \text{фФ}$	R, кОм						
	0.1	4	7	10	13	16	19
270	1	18	75	145	235	365	620
90	2.3	4	8	19	65	145	150
30	7	7	7	7	9	12	16
10	16	16	16	16	16	16	16

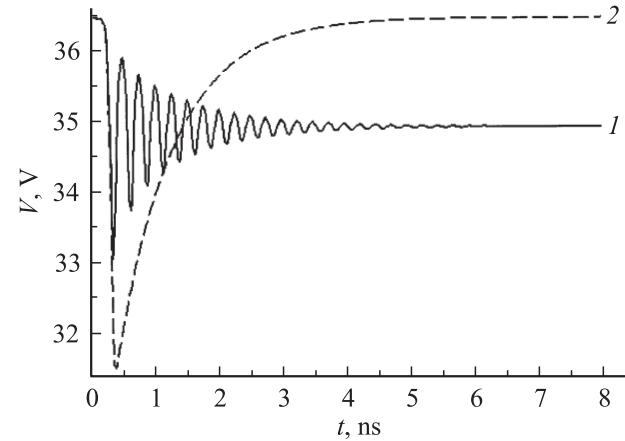


Рис. 3. Возможные режимы работы ЛФД с малым сопротивлением растекания при различных сопротивлениях нагрузки: 1 — режим установления стационарного пробоя, 2 — импульсный режим. Напряжение источника питания  $V_s = 36.5$  В, напряжение пробоя  $V_b = 34.9$  В.

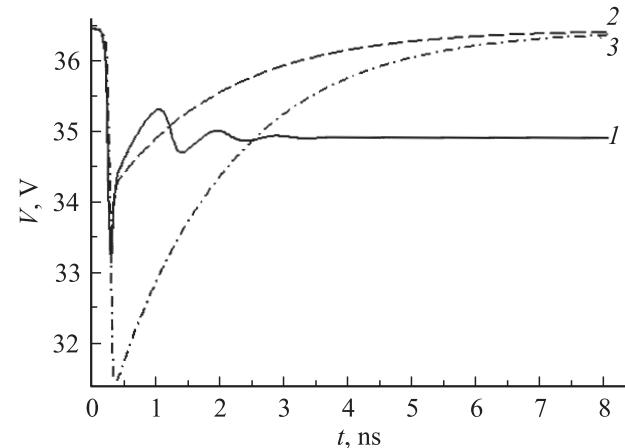
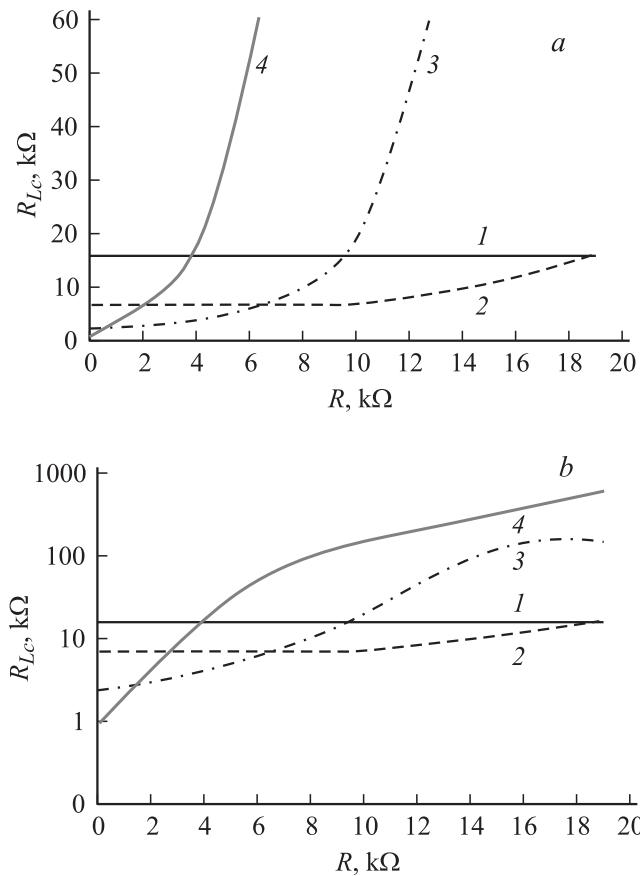


Рис. 4. Результаты моделирования возможных режимов ЛФД с емкостью 90 фФ и сопротивлением 10 кОм для  $R_L = 10$  (1) и 20 кОм (2). 3 — кривая релаксации ЛФД с малым сопротивлением растекания (0.1 кОм).

(рис. 4) и в том и в другом случае включают две различные (быструю и медленную) стадии релаксационного процесса. Первая стадия, обусловленная растеканием заряда по площади, довольно быстро подводит напряжение в точке пробоя  $V_s - \Phi < V_b$  (при котором коэффициент усиления  $K < 1$ ) к пробойному напряжению. Эта стадия уменьшает время окончательного достижения значений напряжения  $V_s - \Phi \geq V_b$  (где  $K \geq 1$ ), когда происходит стабилизация лавинного процесса, если только он перед этим не выключился окончательно. Следовательно, для обеспечения импульсного режима и компенсации наличия быстрой стадии релаксации приходится замедлять медленную  $R_L C$ -стадию, что и требует существенного увеличения нагрузочного сопротивления. Серия численных экспериментов для ряда дискретных значений



**Рис. 5.** Результаты серии численных экспериментов по определению значений критического сопротивления нагрузки в линейном (*a*) и в логарифмическом (*b*) масштабах.  $C, \text{фФ}$ : 1 — 10, 2 — 30, 3 — 90, 4 — 270.

сопротивления растекания  $R$  позволила определить соответствующие критические сопротивления нагрузки. Результаты экспериментов приведены в таблице и представлены на рис. 5.

## 5. Заключение

Полученные результаты убедительно доказывают важность рассмотренного физического явления (растекания тока) в формировании импульсной реакции ЛФД на одиночное возбуждение, поскольку именно учет своеобразной динамики растекания заряда из точки пробоя переводит расчетные значения требуемых нагрузочных сопротивлений в область величин, используемых на практике. Мы полагаем, что установленные в работе закономерности реализации импульсного (гейгеровского) режима работы лавинных фотодиодов будут полезны разработчикам конкретных фотоприемных устройств и найдут применения в практике конструирования соответствующих микросхем.

## Список литературы

- [1] A. Spinelli, A.L. Lacaita. IEEE Trans. Electron Dev., **44**, 1931 (1997).
- [2] R.J. McIntyre. IEEE Trans. Electron Dev., **46**, 1623 (1999).
- [3] C. Groves, C.H. Tan, J.P.R. David, G.J. Rees, M.M. Hayat. IEEE Trans. Electron Dev., **52**, 1527 (2005).
- [4] S. Forrest. IEEE Electron Dev. Lett., **5**, 536 (1984).
- [5] M. Ghioni, S. Cova, A. Lacaita, G. Ripamonti. Electron. Lett., **24**, 1476 (1988).
- [6] N.G. Woodard, E.G. Hufstedler, G.P. Latyatis. Appl. Phys. Lett., **64**, 1177 (1994).
- [7] D. Stoppa, L. Pancheri, M. Scanduzzo, M. Malfatti, G. Pedretti, L. Gonzo. Proc. European Solid-State Circuits Conference (ESSCIRC) (Grenoble, France, 2005) p. 487.
- [8] C. Niclass, A. Rochas, P.-A. Besse, E. Charbon. IEEE J. Sol. St. Circuits, **40**, 1847 (2005).
- [9] И.В. Ванюшин, В.А. Гергель, В.М. Гонтарь, В.А. Зимогляд, Ю.И. Тишин, В.А. Холдинов, И.М. Щелева. ФТП, **41**, 741 (2007).
- [10] С.М. Зи. Физика полупроводниковых приборов (М., Энергия, 1973) с. 68.

Редактор Л.В. Шаронова

## Dynamics of local micro-breakdown in Geiger mode avalanche photodiodes

A.V. Verhovtseva, V.A. Gergel

Institute of Radio Engineering and Electronics,  
Russian Academy of Sciences,  
125009 Moscow, Russia

**Abstract** Using mathematical modeling, the dynamics of micro-breakdown developing in silicon avalanche photodiode structures were analyzed. The model has been built considers the locality of avalanche multiplication area, which appears with single photon absorption, and the delay of avalanche current spreading over the rear electrode of the diode. The calculations manifested two different phases of transient electric signal formation: quick one (due to current spreading) and slow one (due to common  $RC$ -recharge). The values were estimated for load resistances needed to implement pulse mode of avalanche photodiode structures for series of actual diode capacity values and spreading resistance of its rear electrode.