

Эффективность генерации однофотонных токовых импульсов в гейгеровском режиме работы кремниевых лавинных фотодиодов

© А.В. Верховцева[¶], В.А. Гергель^{¶¶}

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук,
125009 Москва, Россия

(Получена 28 января 2009 г. Принята к печати 17 февраля 2009 г.)

Применительно к реализации однофотонного (гейгеровского) режима работы лавинных фотодиодов исследованы статистические флуктуации эффективности лавинного умножения. Получена функция распределения парциальных коэффициентов умножения, которую отличает аномально широкая (порядка среднего) дисперсия. Получены также выражения для парциальных коэффициентов обратной связи через величину среднего коэффициента усиления, и рассчитаны соответствующие зависимости от перенапряжения на диоде. Окончательные выражения для коэффициента преобразования „фотон→электрический импульс“ получены усреднением соответствующих формул по координате генерации инициирующего фотоэлектрона с использованием функции поглощения световых квантов в кремнии.

PACS: 73.40.Lq, 85.30.Mn, 85.60.Dw

1. Введение

В предыдущих работах авторов [1–3] была построена нестационарная теоретическая модель, описывающая развитие лавинного процесса в кремниевых $p-i-n$ -диодах при напряжениях питания V_s , на несколько вольт превышающих пороговое напряжение V_b . В рамках этой модели численными экспериментами были показаны два альтернативных варианта развития лавинного процесса, инициированного единичным электроном, „влетевшим“ в область ударно-ионизационного размножения. В обоих случаях расчет дает первую, быструю стадию процесса, отвечающую почти экспоненциальному нарастанию лавинного тока за время порядка нескольких времен пролета области сильного поля. Этот ток сначала разряжает диод до напряжения V , равного пробивному V_b , а затем в силу своеобразной инерционности лавинного процесса до еще меньшего напряжения, $2V_b - V_s < V_b$, при котором величина разряжающего лавинного тока сравнивается с током дозарядки диода от источника напряжения.¹

Следующая стадия процесса отвечает нарастанию напряжения на диоде, темп которого определяется величиной нагрузочного сопротивления R_n . Если это нарастание достаточно медленное (большие R_n), то на участке восстановления, где $V < V_b$ ($q < 1$), лавинный процесс может полностью завершиться (в области умножения не останется ни одного электрона), а последующая RC -дозарядка в отсутствие лавинного тока просто восстанавливает напряжение на диоде до напряжения источника V_s . Эта ситуация и отвечает так называемому гейгеровскому, или импульсному режиму работы лавинного фотодиода.

В противоположном случае малых R_n рассматриваемый диод слишком малое время находится в допробойных условиях ($V < V_b$). За это время лавинный процесс не успевает выключиться полностью и снова начинает нарастать, как только V становится больше V_b . Этой ситуации отвечает либо режим генерации электрических колебаний с периодом порядка 3–4 времен пролета, либо аperiодический выход на режим стационарного пробоя с $V = V_b$ и током $I = (V_s - V_b)/R_n$.

Определенный недостаток предложенной в [1] и развитой в [2,3] модели формирования одноэлектронного токового импульса заключается в том, что она трактует ионизационный интеграл $\int \alpha dx$ ($\alpha(E)$ — локальная плотность вероятности ионизационного акта, E — электрическое поле) как число ионизаций, производимых каждым электроном на траектории от катода к аноду. При этом не учитываются статистические флуктуации этого числа и соответствующего количества электронов, достигающих анода в результате лавинного умножения исходного.

Тем не менее в свете известного положения статистической физики [4] об уменьшении относительных флуктуаций с ростом статистического объема можно полагать, что предложенный в [1] подход адекватен развитым стадиям рассматриваемого лавинного процесса и будет правильно описывать эффект самовыключения лавинного тока.

Ясно, что для адекватного рассмотрения начальной стадии процесса, т.е. возбуждения лавины единичным электроном, необходим статистический подход, чтобы прояснить не менее важную альтернативность — „зажжет“ ли единичный электрон достаточно развитый лавинный процесс нарастания тока, либо уже на первых стадиях лавинный пробой погаснет за счет статистических флуктуаций, так и не сформировав результирующего выходного импульса. Соответствующая статистическая модель начальной стадии формирования токово-

¹ При напряжении $V = V_b$, по определению, коэффициент положительной обратной связи процесса $q(V)$ равен единице: $q(V_b) = 1$.

[¶] E-mail: alevteena@gmail.com

^{¶¶} E-mail: gergel@mail.cplire.ru

го импульса в лавинном фотодиоде в конечном счете позволит дать адекватную оценку квантовой эффективности преобразования „фотон→токовый импульс“, что и составляет цель настоящей работы.

2. Статистика формирования электронных сгустков

Как известно [5], в кремниевых лавинных фотодиодах (ЛФД) большая часть ионизаций электронно-дырочных пар осуществляется электронами в силу различия коэффициентов ударной ионизации электроном (α) и дыркой (β): $\alpha(E) \gg \beta(E)$. Поэтому, полагая для простоты электрическое поле в области пробоя однородным ($p-i-n$ -структура), исследуем сначала вероятности элементарного процесса, когда одиночный электрон, стартова с катода диода ($i-p$ -переход, $x = 0$), превращается за время пролета ($t_f = d/v_s$, d — расстояние катод-анод, v_s — скорость насыщения) в результате соответствующего числа ионизаций в сгусток из n электронов на аноде диода ($n-i$ -переход, $x = d$).

Используя простейшие правила статистики, получим сначала вероятность безионизационного пролета:

$$P_1 = \prod_k (1 - \alpha \Delta x_k) \approx \exp\left(-\sum_k \alpha \Delta x_k\right)_{\Delta x_k \rightarrow 0} = \exp(-\alpha d). \quad (1)$$

Соответственно для вероятности пролета с удвоением (одна ионизация) будем иметь

$$P_2 = \int_0^d e^{-2\alpha(d-x)} e^{-\alpha x} \alpha dx = e^{-\alpha d} (1 - e^{-\alpha d}). \quad (2)$$

Для вычисления вероятностей пролета с большим числом ионизаций оказалось удобным разработать и использовать своеобразную диаграммную технику. В качестве примера на рис. 1 приведены диаграммы для процессов с результирующим учетверением электрона. Здесь линиям распространения отвечают $\exp[-\alpha(x_1 - x_2)]$ ($x_1 > x_2$), а звездочками отмечены ионизационные акты αdx в соответствующих точках. По координатам ионизационных актов производится интегрирование с пространственным упорядочением от 0 до d , результат которого умножается на число эквивалентных перестановок. Так, например, вероятность учетверения, отвечающая схемам рис. 1, оказалась равной $e^{-\alpha d} (1 - e^{-\alpha d})^3$. С помощью этой диаграммной техники мы рассчитали вероятности до $n = 6$, и оказалось, что все они укладываются в формулу

$$P_n = e^{-\alpha d} (1 - e^{-\alpha d})^{n-1}. \quad (3)$$

Развитая диаграммная техника оказалась, однако, слишком громоздкой и довольно трудной для расчета вероятностей больших коэффициентов умножения ($n > 6$). Поэтому для описания умножения с большими n мы построили статистическую процедуру типа Монте-

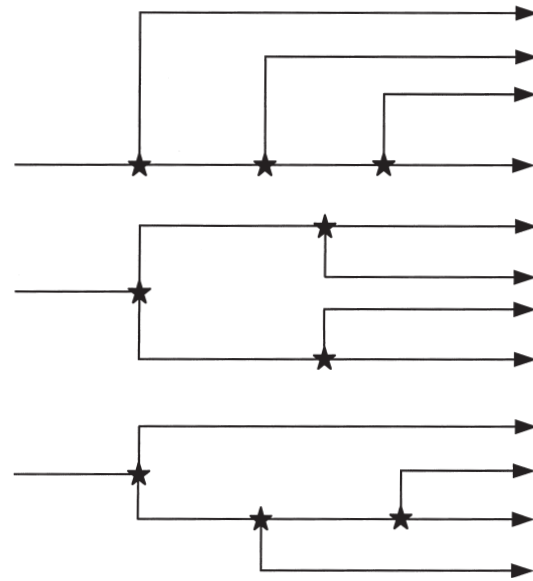


Рис. 1. Совокупность диаграмм, отвечающих 4-кратному умножению.

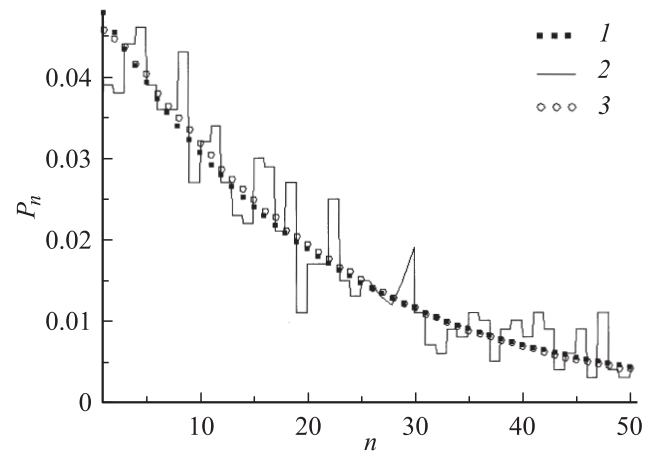


Рис. 2. Сравнение распределений вероятности P_n кратности электронного умножения: 1 — теоретическая кривая; 2, 3 — результаты моделирования методом Монте-Карло с объемом численных экспериментов 10^4 (2) и 10^6 (3).

Карло и соответствующими сериями численных экспериментов подтвердили адекватность формулы (3) и для $5 < n < 50$ (рис. 2).

Полученная функция распределения (3) максимальна при $n = 1$ и имеет значительную протяженность в сторону больших n . Ее максимальное значение уменьшается с увеличением α , но ее протяженность в область больших n увеличивается более значительно, так что среднее число электронов в сгустке у анода

$$\langle n \rangle = \sum_{n=1}^{\infty} n P_n = \exp(\alpha d) \quad (4)$$

экспоненциально растет. Отметим также аномально широкую при больших средних $\langle n \rangle$ дисперсию этого рас-

пределения:

$$\langle (n - \langle n \rangle)^2 \rangle = e^{ad}(e^{ad} - 1) = \langle n \rangle^2 - \langle n \rangle. \quad (5)$$

3. Флуктуации коэффициента усиления и критерий эффективности

Значительно проще можно учесть необходимые ионизации дырочным ударом, поскольку в этом случае, полагая выполненным условие $\beta d \ll 1$, можно ограничиться учетом лишь двух альтернативных событий: пролета дыркой дистанции d без ионизации с вероятностью $(1 - \beta d)$ и пролета с единичной ионизацией (генерацией нового электрона) с вероятностью $\beta d \ll 1$. Это допущение, т.е. использование бинарной функции распределения вместе с функцией распределения (3), позволяет нам записать вероятности различных реализаций первой стадии развития лавинного процесса, заканчивающейся генерацией дырками некоторого количества новых электронов в прикатодном слое i -области протяженностью α^{-1} . Эти новые электроны будут умножаться на второй стадии развития лавины. Соответствующие аналитические выражения имеют вид

$$\begin{aligned} Q_{(0)} &= \sum_{n=1}^{\infty} e^{-ad}(1 - e^{-ad})^{n-1} \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)^n, \\ Q_{(1)} &= \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\beta}{\alpha} e^{-ad}(1 - e^{-ad})^{n-1} \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)^{n-1}, \quad (6) \\ Q_{(2)} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n-2)}{2} \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 e^{-ad}(1 - e^{-ad})^{n-1} \left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)^{n-2}. \end{aligned}$$

После сравнительно несложных вычислений формулы (6) дают при условии $\exp(ad) \gg 1 \gg \beta/\alpha$ довольно простые аналитические выражения:

$$\begin{aligned} Q_{(0)} &= (1 + q)^{-1}, \\ Q_{(1)} &= q(1 + q)^{-2}, \\ Q_{(2)} &= q^2(1 + q)^{-3}, \\ Q_{(3)} &= q^3(1 + q)^{-4}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $q = (\beta/\alpha)e^{ad}$ — средний коэффициент положительной обратной связи. Обобщая соотношения (7), получим требуемое выражение, связывающее вероятность того или иного значения i -го парциального коэффициента усиления единичной петлей обратной связи с его средней величиной q :

$$Q_{(i)} = \frac{1}{q+1} \left(\frac{q}{1+q}\right)^i. \quad (8)$$

Предложим теперь количественный критерий эффективности „зажигания“ лавины единичным электроном (K), определив его как по меньшей мере удвоение

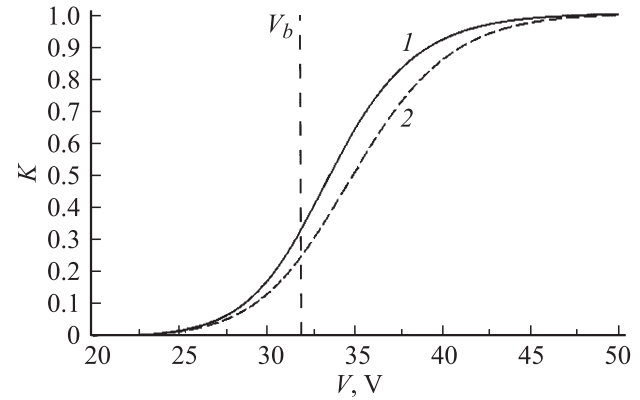


Рис. 3. Зависимости результативности формирования лавинного процесса, инициированного единичным электроном, от напряжения: 1 — $K_m(V)$, 2 — $K_0(V)$.

числа инициирующих электронов в прикатодном слое структуры протяженностью α^{-1} уже на первой стадии процесса размножения, что дает

$$K_0 = \sum_{i=2}^{\infty} \frac{1}{1+q} \left(\frac{q}{1+q}\right)^i = \left(\frac{q}{1+q}\right)^2. \quad (9)$$

Строго говоря, нельзя сказать, что отброшенная при записи (9) ситуация с единичным электроном в начале второй стадии процесса безнадежна для развития полноценного токового импульса, поскольку и этот единичный электрон может столь же эффективно размножиться на последующих стадиях. Отмеченное соображение можно учесть с помощью уравнения типа уравнения Дайсона в квантовой электродинамике [6]

$$K = K_0 + \frac{q}{(1+q)^2} K, \quad (10)$$

что дает результирующую эффективность

$$K_m = \frac{q^2}{1+q+q^2}, \quad (11)$$

чуть быстрее стремящуюся к единице с ростом q , чем K_0 .

Согласно (11), $K = 1/3$ при пробивном напряжении V_b , а его дальнейший рост с напряжением легко рассчитывается по известным формулам для $\alpha(E)$ и $\beta(E)$ [5] после их подстановки в средний коэффициент усиления:

$$q = \frac{\beta(E)}{\alpha(E)} \exp[\alpha(E)d]. \quad (12)$$

Соответствующие зависимости K_m и K_0 , полученные для прибора с толщиной i -области $d = 1.0$ мкм, приведены на рис. 3. Они позволяют определить величину необходимого перенапряжения $V - V_b$ для обеспечения требуемого значения эффективности K .

В заключение следует заметить, что, строго говоря, формула (11) дает несколько завышенную оценку эффективности K , поскольку, разумеется, существуют конечные вероятности событий, когда одновременный старт 2, 3 и более электронов тем не менее приводит к их полному отсутствию на следующей стадии процесса, т.е. к преждевременному гашению лавины. Однако при разумных значениях требуемой эффективности, например, $K = 0.7$ ($V - V_b = 3.5$ В), когда величина коэффициента обратной связи становится больше 8, соответствующие поправки будут достаточно малы. Так, например, вероятность отсутствия инициирующих электронов в начале третьей стадии процесса, т.е. гашения лавины на второй,

$$\begin{aligned} Q_{(0)}^3 &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{1+q} \left(\frac{q}{1+q} \right)^i \frac{1}{(1+q)^i} \\ &= \frac{q}{1+q} \frac{1}{1+q+q^2} \end{aligned} \quad (13)$$

оказывается на 2 порядка меньше K .

4. Результирующая квантовая эффективность преобразования „фотон → электрический импульс“

Теперь, наконец, чтобы оправдать название настоящей работы, нам следует учесть, что в нашей задаче инициирующий электрон является не простым, а фотоэлектроном, т.е. рожденным не обязательно в прикатодном слое, а в случайной точке x структуры ЛФД с вероятностью, определяемой функцией поглощения света с соответствующей длиной волны λ

$$P(x) = \eta(\lambda) e^{-\eta(\lambda)x}, \quad (14)$$

где $\eta(\lambda)$ — коэффициент поглощения в кремнии.

Следовательно, нам необходимо усреднить выражения (10), (11), заменив в формуле (12) d на x , при $x < d$. Для фотоэлектронов, рожденных в p -области, т.е. при $x > d$, полагая, что диффузия (в пренебрежении рекомбинационными потерями) всех их доставит на катодный край области умножения, следует оставить прежние K_m из (11) с q из (12).

Математически сказанное выше приводит к выражению для эффективности фотоэлектрического преобразования

$$K_{ph} = \langle K_0(x) \rangle + \left\langle \frac{q(x)}{[1+q(x)]^2} \right\rangle K_m + K_m e^{-\eta(\lambda)d}, \quad (15)$$

где угловые скобки означают усреднение по x от 0 до d с функцией распределения (14).

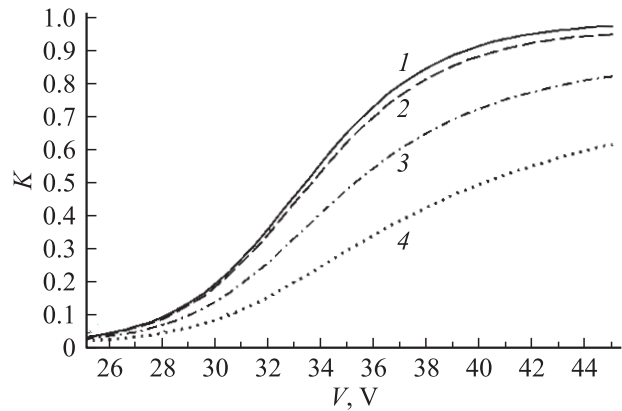


Рис. 4. Зависимости эффективности фотоэлектрического преобразования ЛФД от напряжения при возбуждении монохроматическим излучением: 1 — K_m ; (2–4) — K_{ph} при $\lambda = 0.8$ (2), 0.6 (3), 0.5 мкм (4).

Результаты соответствующих вычислений $K_{ph}(V)$ для актуальных длин волн падающего излучения 0.5, 0.6, 0.8 мкм и соответственно коэффициентов поглощения $\eta(0.5) = 2.47$ мкм⁻¹, $\eta(0.6) = 0.76$ мкм⁻¹, $\eta(0.8) = 0.10$ мкм⁻¹ приведены на рис. 4 в сравнении с кривой максимальной эффективности K_m . Полученные зависимости показывают, что при разумных значениях перенапряжения следует ожидать эффективности однофотонной регистрации видимого излучения на уровне 50%. Тем не менее мы полагаем, что полученные результаты будут полезны для обоснованного выбора типа сцинтилляторного элемента и необходимой величины перенапряжения в устройствах регистрации частиц высоких энергий и γ -излучения с использованием импульсного режима работы лавинных фотодиодов.

В качестве основного начного результата работы хотим отметить установленную аномально широкую дисперсию распределения парциальных коэффициентов лавинного умножения.

Список литературы

- [1] И.В. Ванюшин, В.А. Гергель, В.М. Гонтарь, В.А. Зимогляд, Ю.И. Тишин, В.А. Холоднов, И.М. Щелева. ФТП, **41**, 741 (2007).
- [2] А.В. Верховцева, В.А. Гергель, А.П. Зеленый, В.А. Зимогляд, Ю.И. Тишин. Радиотехника и электроника, **54** (3), 347 (2009).
- [3] А.В. Верховцева, В.А. Гергель. ФТП, **43** (7), 966 (2009).
- [4] В.Г. Левич. Введение в статистическую физику (М., ГИЗ технико-теорет. лит., 1954).
- [5] И.В. Грехов, Ю.Н. Серёжкин. Лавинный пробой p - n -перехода в полупроводниках (Л., Энергия, 1980) с. 9.
- [6] А.А. Абрикосов, Д.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский. Методы квантовой теории поля в статистической физике (М., Физматгиз, 1962).

Редактор Л.В. Шаронова

Efficiency of single photon current pulses generation in silicon avalanche photodiodes

A.V. Verhovtseva, V.A. Gergel

Institute of Radio Engineering and Electronics,
Russian Academy of Sciences,
125009 Moscow, Russia

Abstract A new statistical model for fluctuations of avalanche multiplication coefficient for the Geiger mode of silicon avalanche photodiodes was developed. Distribution function of partial multiplication coefficient was obtained, with anomal wide dispersion. Relationships between partial coefficients of feedback loop and average gain coefficient were obtained and corresponding dependences on diode overvotaging were calculated. Finally expressions for coefficient of photon to electric pulse conversion were obtained by averaging of corresponding formula using light absorption function in silicon.