

## Слабополевая аномалия эффекта Холла в разупорядоченных двумерных системах

© А.В. Германенко<sup>†</sup>, Г.М. Миньков\*, О.Э. Рут, И.В. Солдатов, А.А. Шерстобитов\*

Уральский государственный университет им. А.М. Горького,  
620083 Екатеринбург, Россия

\* Институт физики металлов Уральского отделения Российской академии наук,  
620990 Екатеринбург, Россия

(Получена 8 апреля 2010 г. Принята к печати 8 апреля 2010 г.)

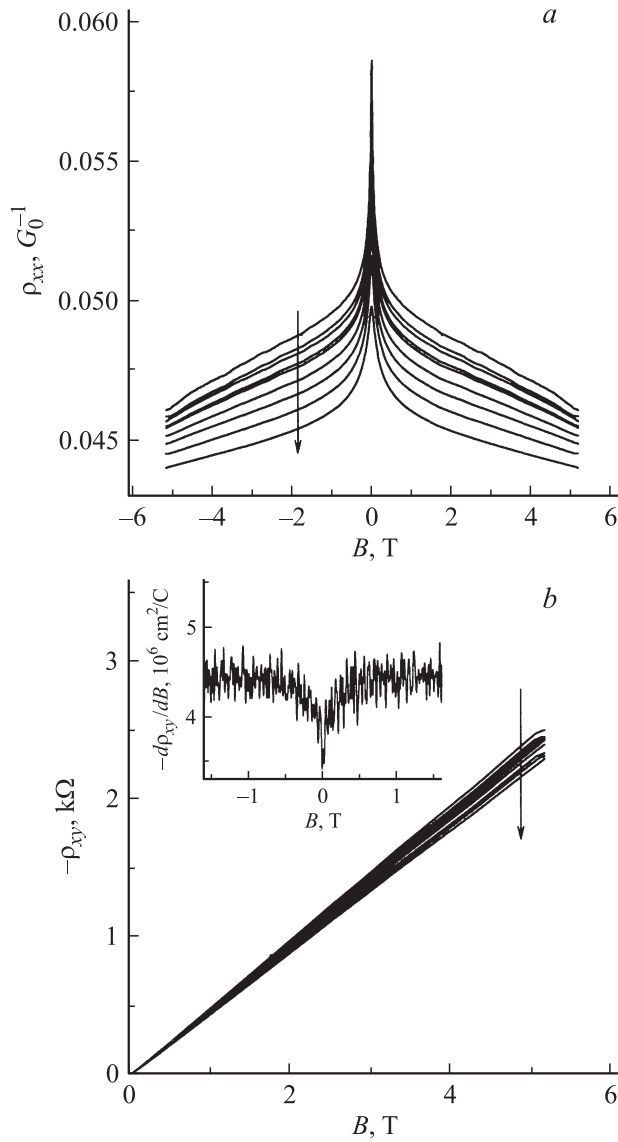
Работа посвящена исследованию нелинейного поведения холловского сопротивления в малых магнитных полях. Исследуя двумерный электронный газ в одиночных квантовых ямах GaAs/In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs, мы показали, что аномалия эффекта Холла в разупорядоченных системах может быть описана при учете квантовых поправок к проводимости 2-го порядка.

Квантовые поправки к проводимости — интерференционная, или слаболокализационная (СЛ), поправка и поправка от электрон-электронного взаимодействия (поправка Аронова—Альтшулера, АА-поправка) — целиком определяют поведение проводимости двумерной системы в диффузионном режиме, когда  $k_B T < \hbar/\tau$ , где  $\tau$  — транспортное время,  $T$  — температура,  $k_B$  — постоянная Больцмана. Теория квантовых поправок, активно развиваемая с начала 80-х годов, в настоящее время достигла больших успехов. Современная теория позволяет на количественном уровне описать результаты большого числа экспериментальных исследований, выполненных на хорошо контролируемых полупроводниковых структурах с двумерным газом. Однако один эффект — полевая зависимость коэффициента Холла  $R_H(B)$  в малых магнитных полях  $B$ , или нелинейное поведение холловского сопротивления  $\rho_{xy}(B)$  (так называемая „неомичность“ коэффициента Холла [1]) — до сих пор остается загадочным. Наличие неомичности в зависимости  $R_H(B)$  отмечалось еще в первых работах по квантовым поправкам [1–3]. Практически во всех последующих работах такая особенность поведения коэффициента Холла не упоминается, хотя, как показывают наши исследования [4] и общение с коллегами, она наблюдается практически во всех двумерных структурах. Масштаб магнитных полей, в которых наблюдается аномалия, есть транспортное магнитное поле  $B_{tr} = \hbar/2el^2$ , где  $l$  — транспортная длина свободного пробега, т.е. поле, в котором подавляется значительная часть слабой локализации. Согласно теории, интерференционная квантовая поправка сводится к перенормировке транспортного времени [5] и, таким образом, она вообще не должна приводить к полевой зависимости коэффициента Холла. Поправка от электрон-электронного взаимодействия в диффузионном режиме существует только в диагональной компоненте тензора проводимости  $\sigma_{xx}$ , и при столь малых  $B$  она не зависит от поля, что приводит лишь к появлению температурной зависимости коэффициента Холла, но не к полевой.

В настоящей работе приведены экспериментальные данные и результаты анализа температурных зависимостей и зависимостей от магнитного поля диагональной и недиагональной компонент тензора проводимости двумерного электронного газа в одиночных квантовых ямах GaAs/In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs в диапазоне температур  $T = 1.3–20$  К в магнитных полях до 6 Тл. Толщина слоя InGaAs составляла 8 нм, номинальная концентрация индия  $\sim 20\%$ . Легирующий  $\delta$ -слой располагался в центре квантовой ямы, концентрация доноров в нем составляла величину  $\sim 2 \cdot 10^{12}$  см<sup>-2</sup>. Измерения проводились на образцах, имеющих форму холловского мостика с нанесенным на него металлическим полевым электродом. Последний позволял управлять концентрацией электронов и проводимостью двумерного газа в квантовой яме.

Характерные зависимости от магнитного поля продольного ( $\rho_{xx}$ ) и холловского ( $\rho_{xy}$ ) сопротивления, измеренные при различных температурах и напряжении на полевом электроде  $V_g = -1$  В, показаны на рис. 1. Они имеют типичный для таких систем вид и неоднократно обсуждались в литературе. В области малых полей наблюдается резко изменяющееся отрицательное магнитосопротивление, вызванное подавлением интерференционной квантовой поправки (рис. 1, *a*). При  $B > (2–3)$  Тл оно переходит в плавное параболическое отрицательное магнитосопротивление, которое обусловлено вкладом электрон-электронного взаимодействия. Уменьшение наклона зависимости  $\rho_{xy}(B)$  с ростом температуры (рис. 1, *b*) также связано с квантовой поправкой от взаимодействия. На первый взгляд, холловское сопротивление линейно растет с увеличением магнитного поля. Однако это впечатление обманчиво. Действительно, производная  $d\rho_{xy}/dB$  вблизи  $B = 0$  имеет ярко выраженный минимум (см. вставку на рис. 1, *b*). Это приводит к тому, что коэффициент Холла  $R_H = \rho_{xy}/B$  не является константой в магнитном поле: в малых магнитных полях  $R_H$  уменьшается по величине с уменьшением  $B$ . Это уменьшение достаточно велико, при низких температурах она составляет 15–20%. Если сравнить характер зависимостей  $R_H(B)$  и  $\rho_{xx}(B)$ , приведенных

<sup>†</sup> E-mail: Alexander.Germanenko@usu.ru

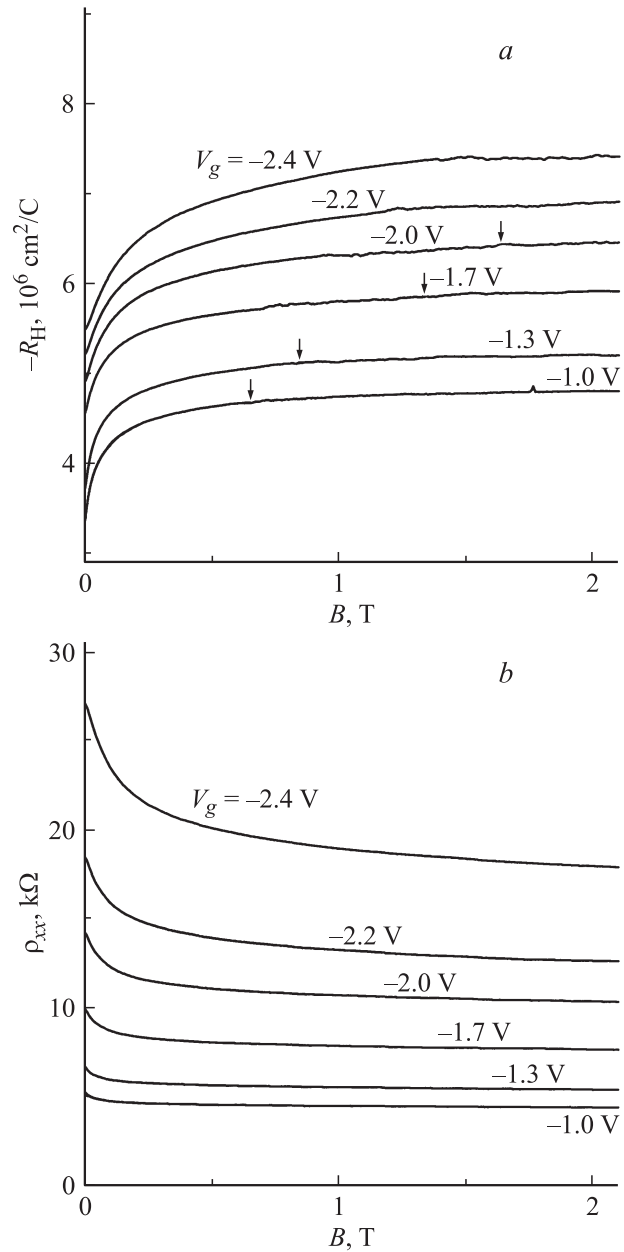


**Рис. 1.** Зависимости  $\rho_{xx}$  (a) и  $\rho_{xy}$  (b) от магнитного поля, измеренные при температурах (сверху вниз) 1.35, 1.85, 2.30, 2.75, 3.19, 4.20, 6.20, 8.60, 13.10 К. b: на вставке — производная от  $\rho_{xy}$  по магнитному полю для  $T = 6.2$  К.  $G_0 = e^2/\pi h$ .

на рис. 2, a и b соответственно, то можно увидеть, что характерный масштаб изменений по магнитному полю в коэффициенте Холла совпадает с масштабом, характеризующим слабую локализацию, а именно основные изменения происходят в малых магнитных полях,  $B < B_{tr}$ . Важно также, что оба эффекта близки по величине:  $|\delta R_H/R_H| \sim |\delta \rho_{xx}|/\rho_{xx}$ .

Рассмотрим возможные причины „неомичности“ холловского сопротивления. Во-первых, элементарные вычисления показывают, что при одновременном существовании АА-поправки, которая не зависит от магнитного поля и дает ненулевой вклад только в продольную проводимость  $\sigma_{xx}$ , и интерференционной квантовой поправки, дающей вклад как в продольную,  $\sigma_{xx}$ , так и в холлов-

скую проводимость,  $\sigma_{xy}$ , с необходимостью возникает поправка в коэффициенте Холла  $R_H = \sigma_{xy}/B(\sigma_{xy}^2 + \sigma_{xx}^2)$ , зависимость которой от магнитного поля характеризуется масштабом  $B_{tr}$ . Однако этот эффект имеет следующий порядок малости по сравнению с АА- и СЛ-поправками, в то время как относительные изменения  $R_H$  и  $\rho_{xx}$  близки по величине, как это хорошо видно из рис. 2. Более того, абсолютное значение коэффициента Холла при этом должно падать с ростом  $B$ , тогда как экспериментально наблюдается его увеличение.



**Рис. 2.** Зависимости коэффициента Холла (a) и сопротивления (b) от магнитного поля при различных напряжениях  $V_g$  на полевом электроде при  $T = 1.4$  К. a: стрелками отмечены величины транспортного магнитного поля для некоторых значений  $V_g$ .

Вторая вероятная причина — квантовая поправка в куперовском канале, которую в свою очередь можно разделить на два вклада: вклад Маки–Томсона и вклад в плотность состояний. Подробно роль этих вкладов была проанализирована в [6]. Здесь мы лишь отметим, что только второй из них может в принципе привести к появлению слабополевой зависимости коэффициента Холла, поскольку он точно так же, как и АА-поправка, присутствует только в  $\sigma_{xx}$ , но в отличие от нее имеет зависимость от магнитного поля, которая близка к зависимости СЛ-поправки [7]. Однако, как показывает анализ, проведенный в рамках теории [8], наличие поправки к плотности состояний должно приводить к металлической температурной зависимости проводимости в нулевом магнитном поле, что связано с ренормировкой констант электрон-электронного взаимодействия при изменении проводимости с уменьшением температуры. В исследованных нами образцах проводимость падает с падением  $T$  при любых условиях, т.е. носит диэлектрический характер.

Наконец, последняя причина состоит в следующем. Наличие слабополевой аномалии в зависимости  $R_H(B)$  в исследованных образцах сопровождается тем, что зависимость проводимости при  $B = 0$  от температуры является более слабой, чем это должно быть при учете только АА- и СЛ-вкладов. Первая поправка может быть экспериментально найдена с использованием методики, описанной в [9]. В основе лежит тот факт, что АА-вклад присутствует в  $\sigma_{xx}$  и в точности равен нулю в  $\sigma_{xy}$ . Анализируя таким способом температурные зависимости  $\sigma_{xx}$  и  $\sigma_{xy}$  в сравнительно большом магнитном поле ( $B > B_{tr}$ ), мы нашли температурную зависимость АА-поправки и обнаружили, что, в полном соответствии с теорией, она является логарифмической по температуре:  $\delta\sigma^{AA} = K_e G_0 \ln(T) + \text{const}$ , где  $G_0 = e^2/\pi h$ . При этом коэффициент  $K_e$ , описывающий наклон температурной зависимости АА-поправки  $\delta\sigma^{AA}$  в полулогарифмическом масштабе, равен  $(0.32 \pm 0.05)$ .

Слаболокализационная поправка была найдена из стандартного анализа формы слабополевого отрицательного магнитосопротивления  $\Delta\sigma(B) = 1/\rho_{xx}(B) - 1/\rho_{xx}(0)$  с использованием выражения [10,11]

$$\Delta\sigma = \alpha G_0 \left[ \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{\tau}{\tau_\phi} \frac{B_{tr}}{B}\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + \frac{B_{tr}}{B}\right) - \ln\left(\frac{\tau}{\tau_\phi}\right) \right], \quad (1)$$

где  $\psi(x)$  — дигамма-функция,  $\tau_\phi$  — время сбоя фазы,  $\alpha$  — множитель, величина которого при учете локализационной поправки 2-го порядка [6] и поправки, вызванной „взаимодействием“ СЛ- и АА-вкладов [12], зависит от проводимости:  $\alpha = 1 - 2G_0/\sigma$ . Оказалось, что найденная таким образом температурная зависимость времени сбоя фазы во всем интервале температур прекрасно ложится на кривую  $\propto 1/T$ , что дает для интерференционной поправки, равной  $\delta\sigma^{int} = G_0 \ln(\tau/\tau_\phi)$ ,

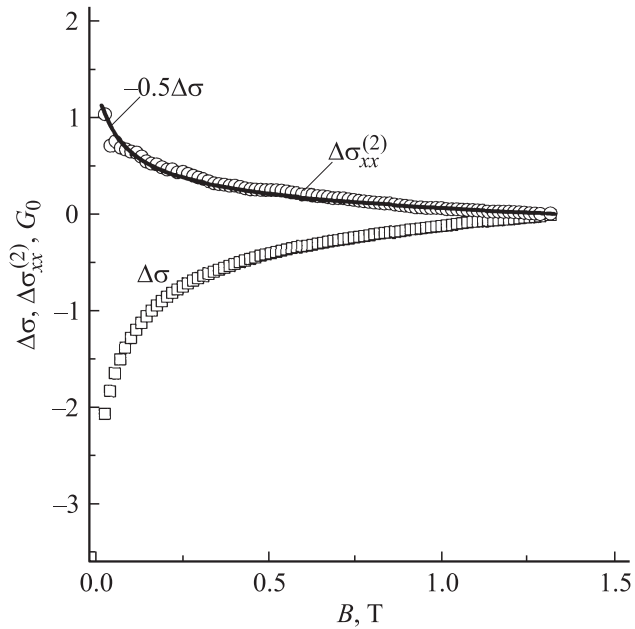
логарифмическую зависимость с единичным наклоном:  $\delta\sigma^{int} = G_0 \ln(T) + \text{const}$ .

Таким образом, анализ экспериментальных данных в магнитном поле показал, что АА- и СЛ-вклады должны приводить к логарифмической температурной зависимости, наклон которой равен  $1 + K_e = (1.32 \pm 0.05)$ . Это значение заметно отличается от величины  $K = (1.05 \pm 0.05)$ , которая получена при непосредственном измерении температурной зависимости проводимости в отсутствие магнитного поля.

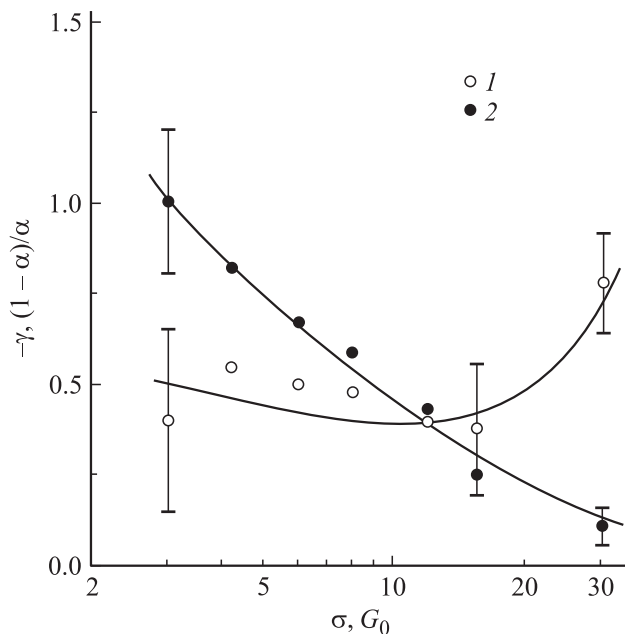
Разумно предположить, что причина обоих эффектов — нелинейной зависимости  $\rho_{xy}(B)$  и различия величин  $K$  и  $1 + K_e$  — общая. Поскольку  $\sigma_{xy} = 0$  при  $B = 0$ , естественно считать, что эффекты в основном связаны с наличием дополнительной поправки  $\delta\sigma_{xx}^{(2)}$  в  $\sigma_{xx}$ . В этом случае, считая, что и в магнитном поле в  $\sigma_{xy}$  нет других поправок, кроме интерференционной, а в  $\sigma_{xx}$  присутствуют  $\delta\sigma_{xx}^{(2)}$  и  $\delta\sigma^{AA}$ , мы, используя методику [9], в действительности находим не величину АА-поправки, а суммарное значение  $\delta\sigma_{xx} = \delta\sigma^{AA} + \delta\sigma_{xx}^{(2)}$ . Поскольку  $\delta\sigma^{AA}$  не зависит от магнитного поля (пока спиновое расщепление меньше  $k_B T$ , что хорошо выполняется в наших условиях), полевая зависимость найденной таким способом поправки полностью определяется полевой зависимостью  $\delta\sigma_{xx}^{(2)}$ . Зависимость  $\Delta\sigma_{xx}^{(2)}(B) = \delta\sigma_{xx}(B) - \delta\sigma_{xx}(B_{tr})$  показана на рис. 3. На том же рисунке показана экспериментальная зависимость  $\Delta\sigma$ , связанная с подавлением квантовой СЛ-поправки. Хорошо видно, что они очень близки по форме и  $\Delta\sigma(B)$ , будучи умноженной на коэффициент  $\gamma = -0.5$ , практически совпадает с  $\Delta\sigma_{xx}^{(2)}(B)$ .

Описанная процедура обработки экспериментальных данных была проведена в широком диапазоне значений проводимости. Результаты представлены на рис. 4 в виде зависимости величины параметра  $\gamma$ , характеризующего соотношение  $\Delta\sigma_{xx}^{(2)}$  и  $\Delta\sigma$ , от проводимости системы. Видно, что при низкой проводимости параметр  $\gamma$  слабо зависит от  $\sigma$ . При  $\sigma \sim 30G_0$  наблюдается резкое увеличение.

Как уже отмечалось, влияние поправок 2-го порядка на магнитопроводимость экспериментально и теоретически исследовалось в [6,12]. Однако вопрос о вкладе данных эффектов в эффект Холла до сих пор остается открытым. Поскольку теоретически не понятно, имеется ли вклад от этих поправок в недиагональную компоненту проводимости  $\sigma_{xy}$ , можно провести лишь полуколичественный анализ результатов на рис. 4, поскольку понятны крайние случаи. Первый предельный случай: обе поправки — локализационная 2-го порядка и поправка, вызванная взаимодействием СЛ- и АА-вкладов — дают вклад как в  $\sigma_{xx}$ , так и в  $\sigma_{xy}$  аналогично тому, как это происходит с СЛ-поправкой 1-го порядка. Поскольку метод [9] дает только ту поправку, которая присутствует в  $\sigma_{xx}$  и отсутствует в  $\sigma_{xy}$ , мы в этом случае должны получить  $\delta\sigma_{xx} = 0$  и  $\gamma = 0$ . Второй предельный случай: подобно поправке



**Рис. 3.** Зависимости от магнитного поля слабополевой магнитопроводимости  $\Delta\sigma$  и поправки 2-го порядка  $\Delta\sigma_{xx}^{(2)}$  для  $V_g = -1.7$  В и  $T = 1.35$  К. Точки — экспериментальные результаты, сплошная кривая — зависимость  $\Delta\sigma(B)$ , умноженная на  $-0.5$ .



**Рис. 4.** Зависимости параметров  $-\gamma$  (1) и  $(1-\alpha)/\alpha$  (2) от проводимости при  $T = 1.35$  К. Линии проведены по экспериментальным точкам.

Аронова–Альтшулера обе поправки дают вклад в  $\sigma_{xx}$ , но не дают в  $\sigma_{xy}$ . Нетрудно показать, что  $\gamma$  и  $\alpha$  в этом случае должны быть связаны соотношением  $\gamma = (\alpha - 1)/\alpha$ . Таким образом, в реальности экспериментальные значения  $\gamma$  должны лежать в интервале

от 0 до  $(\alpha - 1)/\alpha$ , где  $\alpha$  — величина подгоночного параметра, найденная при описании экспериментальной зависимости  $\Delta\sigma(B)$  формулой (1). Как видно из рис. 4, при сравнительно невысокой проводимости ( $\sigma < 20G_0$ ) поведение  $\gamma$  согласуется с описанной моделью — данные 1 лежат ниже данных 2. Однако при  $\sigma \sim 30G_0$  значение  $-\gamma$ , равное 0.7, в несколько раз превышает ожидаемое верхнее значение  $\sim 0.1$ .

Таким образом, „неомичность“ эффекта Холла в грязных двумерных системах, характеризующихся низким значением проводимости,  $\sigma < (15-20)G_0$ , связана с наличием в диагональной компоненте тензора проводимости поправки, полевая зависимость которой близка к зависимости интерференционной квантовой поправки. В образцах с меньшей степенью беспорядка роль поправок высших порядков становится малой, и причина слабополевой аномалии в эффекте Холла в сравнительно чистых системах остается пока невыясненной.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 08-02-00662, 09-02-00789, 10-02-00481).

## Список литературы

- [1] E. Tousson, Z. Ovedyahu. Phys. Rev. B, **17**, 12 290 (1988).
- [2] D.A. Poole, M. Pepper, R.W. Glew. J. Phys. C, **14**, L995 (1981).
- [3] D.J. Newson, M. Pepper, E.Y. Hall, G. Hill. J. Phys. C, **20**, 4369 (1987).
- [4] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, V.A. Larionova, A.K. Bakarov, B.N. Zvonkov. Phys. Rev. B, **74**, 045 314 (2006).
- [5] A.P. Dmitriev, V.Yu. Kachorovskii, I.V. Gornyi. Phys. Rev. B, **56**, 9910 (1997).
- [6] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, I.V. Gornyi. Phys. Rev. B, **70**, 245 423 (2004).
- [7] B.L. Altshuler, A.G. Aronov. It: *Electron–Electron Interaction in Disordered Systems*, ed. by A.L. Efros, M. Pollak (Amsterdam, 1985.) p. 1.
- [8] A. Punnoose, A.M. Finkel'stein. Science, **310**, 289 (2005).
- [9] G.M. Minkov, A.V. Germanenko, O.E. Rut, A.A. Sherstobitov, B.N. Zvonkov. Phys. Rev. B, **76**, 165 314 (2007).
- [10] S. Hikami, A.I. Larkin, Y. Nagaoka. Prog. Theor. Phys., **63**, 707 (1980).
- [11] H.-P. Wittmann, A. Schmid. J. Low. Temp. Phys., **69**, 131 (1987).
- [12] I.L. Aleiner, B.L. Altshuler, M.E. Gershenzon. Waves Random Media, **9**, 201 (1999).

Редактор Л.В. Шаронова

## Low-magnetic-field anomaly of the Hall effect in disordered two-dimensional systems

*A.V. Germanenko, G.M. Minkov\*, O.E. Rut, I.V. Soldatov, A.A. Sherstobitov\**

Ural State University,  
620083 Ekaterinburg, Russia

\* Institute of Metal Physics,  
Russian Academy of Sciences, Ural Branch,  
620990 Ekaterinburg, Russia

**Abstract** The paper is devoted to study of the nonlinear behavior of the Hall resistance in the vicinity of zero magnetic field. Investigating the two-dimensional electron gas in strongly disordered GaAs/In<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As/GaAs quantum wells we show that the anomaly of the Hall effect can be described by taking into account of the second order quantum correction to the conductivity, originated from the interplay of the weak localization and electron–electron interaction contributions.