# Оптимизация конфигурации симметричной трехбарьерной резонансно-туннельной структуры как активного элемента квантового каскадного детектора

© Н.В. Ткач<sup>¶</sup>, Ю.А. Сети

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича, 58012 Черновцы, Украина

(Получена 14 июля 2010 г. Принята к печати 26 июля 2010 г.)

В модели прямоугольных потенциалов и различных эффективных масс электрона в ямах и барьерах открытой трехбарьерной резонансно-туннельной структуры с одинаковыми внешними барьерами развита теория и выполнен расчет динамической проводимости, возникающей из-за взаимодействия электромагнитного поля с проходящими сквозь структуру электронами. На примере трехбарьерной резонансно-туннельной структуры с ямами  $In_{0.53}Ga_{0.47}As$  и барьерами  $In_{0.52}Al_{0.48}As$  показано, что независимо от геометрических размеров потенциальных ям и барьеров существует три геометрические конфигурации (положения внутреннего барьера относительно внешних), при которых наносистема как активный элемент обеспечивает оптимальный режим работы квантового каскадного детектора.

387

#### 1. Введение

После создания Фейстом, Капассо с коллегами [1,2] первых нанолазеров, которые работали на основе впервые предложенной Казариновым и Сурисом в работе [3] идеи квантовых переходов между электронными состояниями в плоских квантовых ямах, началось интенсивное развитие экспериментальных работ, изучающих квантовые каскадные лазеры (ККЛ) [4–6], работающие в актуальном терагерцовом диапазоне электромагнитных волн.

Несколько позже были созданы и квантовые каскадные детекторы (ККД) [7,8], детектирующие излучение как инфракрасного, так и терагерцового диапазонов. Экспериментальное усовершенствование характеристик обоих типов приборов за счет различной их конструкции продолжает интенсивно развиваться и в последние годы [9–11], так как из-за прецизионных свойств этих приборов они находят применение во многих областях техники, медицины, биологии и т.п.

Как известно, типичный отдельный каскад ККЛ или ККД состоит из активного элемента (открытая двух-, трех- или четырехбарьерная резонансно-туннельная структура) с инжектором или экстрактором соответственно. Поэтому рабочие характеристики ККЛ и ККД существенно определяются параметрами и физическими свойствами резонансно-туннельной структуры (РТС).

В свою очередь характеристики РТС определяются проводимостью проходящих сквозь нее потоков электронов, взаимодействующих с электромагнитным полем в процессах квантовых переходов между разными квазистационарными состояниями либо с излучением (ККЛ), либо с поглощением (ККД) квантов этого поля. В зависимости от физических параметров РТС и ее геометрической конфигурации изменяются величина и свойства ее проводимости, а значит, и рабочие характеристики ККЛ и ККД. В связи с этим теория

проводимости открытых РТС, в которых реализуются квазистационарные состояния электронов, играет очень важную роль.

Последовательная теория физических процессов, происходящих в ККЛ и ККД, которая бы хорошо согласовывалась с экспериментальными данными и могла бы предлагать способы оптимизации работы этих приборов, пока отсутствует. Главная причина состоит в том, что такая теория должна базироваться на решении полного (временного) уравнения Шредингера, описывающего движение сквозь открытую РТС потока электронов, взаимодействующих между собой, с другими квазичастицами (в частности с фононами), а также с электромагнитным полем. Поскольку такая задача весьма сложна в математическом отношении, то в преобладающем большинстве экспериментальных работ [4–11], как правило, ограничиваются теоретическими оценками энергетического спектра, сил осцилляторов квантовых переходов, времен релаксации за счет электрон-фононного взаимодействия и т.п. на базе волновых функций стационарных состояний электронов, найденных из стационарного уравнения Шредингера для закрытых систем. Понятно, что из-за стационарности задачи в таком подходе расчет динамической проводимости принципиально невозможен.

Теория динамической проводимости электронов в открытых РТС с разным количеством ям и барьеров развивалась в подавляющем большинстве работ [12–19] путем решения полного уравнения Шредингера. Избегая математических усложнений, авторы упомянутых работ обычно использовали упрощенную модель постоянной по всем слоям наносистемы эффективной массы электрона и  $\delta$ -образную аппроксимацию прямоугольных потенциальных барьеров. Такая модель главным образом применялась для исследования влияния различных механизмов взаимодействия электронов в РТС на работу ККЛ как в баллистическом, так и в небаллистическом режимах.

7\*

<sup>¶</sup> E-mail: ktf@chnu.edu.ua

Хотя в упомянутых и других работах, базирующихся на упрощенной модели РТС, были получены важные качественные результаты, объясняющие свойства электронной проводимости открытых наногетеросистем, однако, как было показано в работах [20–22], из-за того что по отношению к более реалистической модели разных эффективных масс и прямоугольных потенциальных ям и барьеров упрощенная модель завышает значения резонансных энергий существенно, а резонансных ширин квазистационарных состояний в десятки раз, ее результаты не могли достаточно хорошо согласоваться с экспериментом. Тем более нельзя было ожидать, что в пределах упрощенной модели теория в состоянии предложить способы оптимизации работы квантовых каскадных наноприборов.

Цель предлагаемой работы состоит в том, чтобы на базе модели с различными эффективными массами электрона, а также с прямоугольными потенциальными ямами и барьерами в разных составляющих наносистему элементах разработать теорию динамической проводимости открытой трехбарьерной РТС с симметричными внешними барьерами как рабочего элемента ККД. На примере наносистемы с ямами In<sub>0.53</sub>Ga<sub>0.47</sub>As и барьерами In<sub>0.52</sub>Al<sub>0.48</sub>As, которая часто исследуется экспериментально [1,2,4,7,9,11], будет показано, что существуют три геометрические конфигурации РТС, при которых оптимизируется работа ККД.

### 2. Уравнение Шредингера. Динамическая проводимость

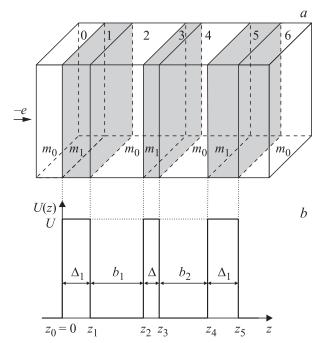
В декартовой системе координат рассматривается открытая трехбарьерная РТС с геометрическими параметрами, приведенными на рис. 1. Незначительная разница величин постоянных решетки  $a_0$ ,  $a_1$  соответственно слоев-ям (0,2,4,6) и слоев-барьеров (1,3,5) РТС позволяет исследовать наносистему в модели эффективных масс и прямоугольных потенциалов:

$$m(z) = \begin{cases} m_0, & U(z) = \begin{cases} 0, & (0, 2, 4, 6) \\ U, & (1, 3, 5). \end{cases}$$
 (1)

Будем считать, что поток невзаимодействующих между собой электронов с энергией E и концентрацией  $n_0$ , двигаясь перпендикулярно к плоскостям трехбарьерной РТС, попадает на нее слева. Проводимость РТС определяется плотностью тока через наносистему, которая, согласно квантовой механике, определяется волновой функцией электрона, взаимодействующего с периодическим во времени электромагнитным полем.

При такой постановке задачи движение электрона одномерное и волновая функция  $\Psi(z,t)$  удовлетворяет полному уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(z,t)}{\partial t} = [H_0 + H(z,t)]\Psi(z,t), \qquad (2)$$



**Рис. 1.** Геометрическая (a) и энергетическая (b) схемы трехбарьерной РТС.

гле

$$H_0 = -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z)$$
 (3)

— гамильтониан электрона стационарной задачи,

$$H(z,t) = -e\mathscr{E}[z\theta(z) + z_5\theta(z - z_5)](e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \quad (4)$$

— гамильтониан взаимодействия электрона с переменным во времени электромагнитным полем частоты  $\omega$  и с амплитудой напряженности электрического поля  $\mathscr E$ .

Решение уравнения (2) в приближении слабого сигнала [16] ищется в виде

$$\Psi(z,t) = \Psi_0(z)e^{-i\omega_0 t} + \Psi_1(z,t),$$
 (5)

где  $\omega_0 = E/\hbar$ , а функция  $\Psi_0(z)$  является решением стационарного уравнения Шредингера

$$H_0\Psi_0(z) = E\Psi_0(z). \tag{6}$$

Поправка 1-го порядка в одномодовом приближении ищется в виде

$$\Psi_1(z,t) = \Psi_{+1}(z)e^{-i(\omega_0 + \omega)t} + \Psi_{-1}(z)e^{-i(\omega_0 - \omega)t}.$$
 (7)

Сохраняя величины 1-го порядка малости, с учетом (5), (6) и (2) получаем уравнение для определения обеих составляющих  $\Psi_{\pm 1}(z,t)$  функции  $\Psi_{1}(z,t)$ 

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2} \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{m(z)} \frac{\partial}{\partial z} + U(z) - \hbar(\omega_0 \pm \omega) \right] \Psi_{\pm 1}(z) 
+ H(z) \Psi_0(z) = 0, \tag{8}$$

где

$$H(z) = -e\mathscr{E}[z\theta(z) + (z_5 - z)\theta(z - z_5)]. \tag{9}$$

Решение стационарной задачи Шредингера (6) ищется в виде

$$\Psi_{0}(z) = \Psi_{0}^{(0)}(z)\theta(-z) 
+ \sum_{p=1}^{5} \Psi_{0}^{(p)}(z)[\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_{p})] 
+ \Psi_{0}^{(6)}(z)\theta(z-z_{5}) = (e^{ik^{(0)}z} + B^{(0)}e^{-ik^{(0)}z})\theta(-z) 
+ A^{(6)}e^{ik^{(6)}z}\theta(z-z_{5}) + \sum_{p=1}^{5} (A^{(p)}e^{ik^{(p)}(z-z_{p-1})} 
+ B^{(p)}e^{-ik^{(p)}(z-z_{p-1})})[\theta(z-z_{p-1}) - \theta(z-z_{p})].$$
(10)

Здесь

$$k^{(0)} = k^{(2)} = k^{(4)} = k^{(6)} = k = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0 E},$$
  
 $k^{(1)} = k^{(3)} = k^{(5)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_1 (E - U)}.$ 

Неизвестные коэффициенты  $B^{(0)}$ ,  $A^{(6)}$ ,  $A^{(p)}$ ,  $B^{(p)}$  (p=1-5) находятся из условий равенства волновых функций и плотностей их потоков на всех границах наносистемы

$$\Psi_0^{(i)}(z_i) = \Psi_0^{(i+1)}(z_i),$$

$$\frac{1}{m_{0(1)}} \frac{d\Psi_0^{(i)}}{dz} \Big|_{z=z_i} = \frac{1}{m_{1(0)}} \frac{d\Psi_0^{(i+1)}(z)}{dz} \Big|_{z=z_i} \quad (p = 0-5)$$
(11)

при условии нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_0^*(k'z) \Psi_0(kz) dz = \delta(k - k'). \tag{12}$$

Решениями неоднородных уравнений (8) являются суперпозиции функций

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \Psi_{\pm}(z) + \Phi_{\pm}(z), \tag{13}$$

где  $\Psi_{\pm}(z)$  — решения однородных, а  $\Phi_{\pm}(z)$  — частичные решения неоднородных уравнений (8).

Решения однородных уравнений (8) ищутся в виде

$$\Psi_{\pm}(z) = \Psi_{\pm}^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^{3} \Psi_{\pm}^{(p)}(z)[\theta(z - z_{p-1})]$$

$$-\theta(z - z_{p})] + \Psi_{\pm}^{(6)}(z)\theta(z - z_{5}) = B_{\pm}^{(0)}e^{-ik_{\pm}^{(0)}z}\theta(-z)$$

$$+ A_{\pm}^{(6)}e^{ik_{\pm}^{(6)}(z - z_{5})}\theta(z - z_{5}) + \sum_{p=1}^{5} [B_{\pm}^{(p)}e^{-ik_{\pm}^{(p)}(z - z_{p-1})}]$$

$$+ A_{\pm}^{(p)}e^{ik_{\pm}^{(p)}(z - z_{p-1})}][\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_{p})], \quad (14)$$

гле

$$k_{\pm}^{(0)} = k_{\pm}^{(2)} = k_{\pm}^{(4)} = k_{\pm}^{(6)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_0(E \pm \hbar\omega)},$$
  

$$k_{\pm}^{(1)} = k_{\pm}^{(3)} = k_{\pm}^{(5)} = \hbar^{-1} \sqrt{2m_1[(E - U) \pm \hbar\omega]}.$$
 (15)

Точные частичные решения (8) известны,

$$\Phi_{\pm}(z) = \sum_{p=1}^{5} \left[ \pm \frac{e\mathscr{E}}{\hbar \omega} z \Psi_{0}^{(p)}(z) + \frac{e\mathscr{E}}{m_{p}\omega^{2}} \frac{d\Psi_{0}^{(p)}(z)}{dz} \right]$$

$$\times \left[ \Theta(z - z) \right] + \frac{e\mathscr{E}}{\hbar \omega} z \Psi_{0}^{(p)}(z) + \frac{e\mathscr{E}}{m_{p}\omega^{2}} \frac{d\Psi_{0}^{(p)}(z)}{dz}$$

$$\times \left[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_p)\right] \mp \frac{e\mathscr{E}}{\hbar\omega} z_5 \Psi_0^{(6)}(z_5) \theta(z - z_5), \tag{16}$$

поэтому общее решение уравнений (8) можно представить в виде

$$\Psi_{\pm 1}(z) = \Psi_{\pm 1}^{(0)}(z)\theta(-z) + \sum_{p=1}^{5} \Psi_{\pm 1}^{(p)}(z)[\theta(z - z_{p-1}) - \theta(z - z_{p})] + \Psi_{\pm 1}^{(6)}(z)\theta(z - z_{5}).$$
(17)

Условия непрерывности волновых функций (17) и соответствующих им потоков на всех гетерограницах наносистемы

$$\Psi_{\pm 1}^{(p)}(z_p) = \Psi_{\pm 1}^{(p+1)}(z_p),$$

$$\frac{d\Psi_{\pm 1}^{(p)}(z)}{m_{0(1)}dz}\Big|_{z=z_p} = \frac{d\Psi_{\pm 1}^{(p+1)}(z)}{m_{1(0)}dz}\Big|_{z=z_p}, \quad p = 1-5 \quad (18)$$

приводят к системе 12 неоднородных уравнений, из которых определяются все 12 неизвестных коэффициента  $B_{\pm}^{(0)}, A_{\pm}^{(6)}, B_{\pm}^{(p)}, A_{\pm}^{(p)}$  (p=1-5). Таким образом, теперь однозначно определены функции  $\Psi_{\pm}(z)$ , поправка 1-го порядка  $\Psi_{1}(z,t)$ , а соответственно известна и полная волновая функция  $\Psi(z,t)$ .

Плотность тока невзаимодействующих между собой электронов с концентрацией  $n_0$  определяется выражением

$$j(z,t) = \frac{e\hbar n_0}{2m(z)} \Big[ \Psi(z,t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi^*(z,t) - \Psi^*(z,t) \frac{\partial}{\partial z} \Psi(z,t) \Big].$$
(19)

С учетом малости размеров РТС по сравнению с длиной электромагнитной волны в квазиклассическом приближении [16] далее выполняется расчет плотности приведенного тока, который и определяет действительную часть активной проводимости наносистемы

$$\sigma(\omega) = \sigma^+(\omega) + \sigma^-(\omega)$$

$$= \frac{\hbar^2 \omega n_0}{2z_5 m_0 \mathscr{E}^2} \left[ k_+ \left( |B_+^{(0)}|^2 + |A_+^{(6)}|^2 \right) - k_- \left( |B_-^{(0)}|^2 + |A_-^{(6)}|^2 \right) \right]. \tag{20}$$

Здесь  $\sigma^+(\omega)$ ,  $\sigma^-(\omega)$  — парциальные составляющие проводимости, обусловленные потоками электронов, вза-имодействующих с электромагнитным полем, выходящими вперед  $(\sigma^+)$  и назад  $(\sigma^-)$  по отношению к первоначальному направлению потока на РТС.

390 Н.В. Ткач, Ю.А. Сети

## Анализ расчетов и обсуждение результатов

Как известно, характеристики нанодетектора (энергетические и частотные) в основном определяются свойствами активной проводимости  $(\sigma)$  РТС, зависящими от спектральных параметров (резонансных энергий  $E_n$  и ширин  $\Gamma_n$ ) квазистационарных состояний электронов, которые, в свою очередь, зависят от материальных и геометрических параметров РТС. Поэтому, прежде чем анализировать свойства активной проводимости  $(\sigma)$  как функции энергии (E) инжектируемых в РТС электронов и энергии  $(\hbar\omega)$  электромагнитного поля, поглощаемого наносистемой, необходимо исследовать спектральные параметры  $(E_n, \Gamma_n)$  квазистационарных состояний.

Трехбарьерные РТС с одинаковыми внешними барьерами характеризуются четырьмя независимыми геометрическими параметрами: толщиной внешних барьеров  $\Delta_1$ , толщиной внутреннего барьера  $\Delta$ , шириной входной  $(b_1)$  и выходной  $(b_2)$  ям (или же вместо  $b_2$  суммарной шириной обеих ям  $b=b_1+b_2$ ). Расчет спектральных параметров квазистационарных состояний электрона в зависимости от всех этих параметров выполнялся на примере экспериментально созданной и часто исследуемой [1,2,4,7,9,11] плоской трехбарьерной наносистемы (рис. 1), состоящей из ям  $In_{0.53}Ga_{0.47}As$  и барьеров  $In_{0.52}Al_{0.48}As$  с физическими параметрами  $m_0=0.046m_e,\ m_1=0.089m_e,\ a_0=0.5868\,\mathrm{Hm},\ a_1=0.5867\,\mathrm{Hm},\ U=516\,\mathrm{mpB},\ удовлетворяющими условиям теории.$ 

На рис. 2 приведены результаты расчета резонансных энергий  $E_n$  и ширин  $\Gamma_n$  первых трех квазистационарных состояний в зависимости от положения внутреннего барьера (или от ширины входной ямы  $0 \le b_1 \le b$ ) в общей потенциальной яме системы при фиксированной толщине внутреннего барьера  $\Delta=1.6$  нм и трех значениях ширин ( $b=10.7,\ 16.1,\ 21.4$  нм) общей ямы при двух толщинах внешних барьеров  $\Delta_1=4.5,\ 2.2$  нм, а также при ширине общей ямы b=10.7 нм и толщине внешних барьеров  $\Delta_1=3.9$  нм для трех значений толщин внутреннего барьера ( $\Delta=1.1,\ 3.4,\ 7.8$  нм).

Из рис. 2 видно следующее. С увеличением ширины суммарной ямы b величины резонансных энергий  $E_n$  всех квазистационарных состояний уменьшаются приблизительно по квадратичному закону, а с увеличением толщин обоих внешних барьеров значения  $E_n$  практически не изменяются по величине. Со смещением положения внутреннего барьера вдоль общей ямы от входного до выходного барьера все резонансные энергии монотонно изменяются в интервалах энергий  $\Delta E_n = \max E_n - \min E_n$ , причем n-му резонансному состоянию соответствует n одинаковых по величине максимальных значений  $\max E_n$  и (n-1) одинаковых минимальных значений  $\min E_n$  (кроме значений на краях ямы).

Увеличение толщины внутреннего барьера в доколлапсном интервале  $0 < \Delta \leq 2\Delta_1$  качественно не изме-

няет характер эволюции всех  $E_n$  в зависимости от его положения в яме, но увеличивает все интервалы  $\Delta E_n$  до максимальных значений, причем величины резонансных энергий  $E_n$  и  $E_{n+1}$  в точках антикроссингов всех состояний постепенно сближаются так, что при  $\Delta \geq 2\Delta_1$  происходит коллапс соответствующих пар резонансных энергий.

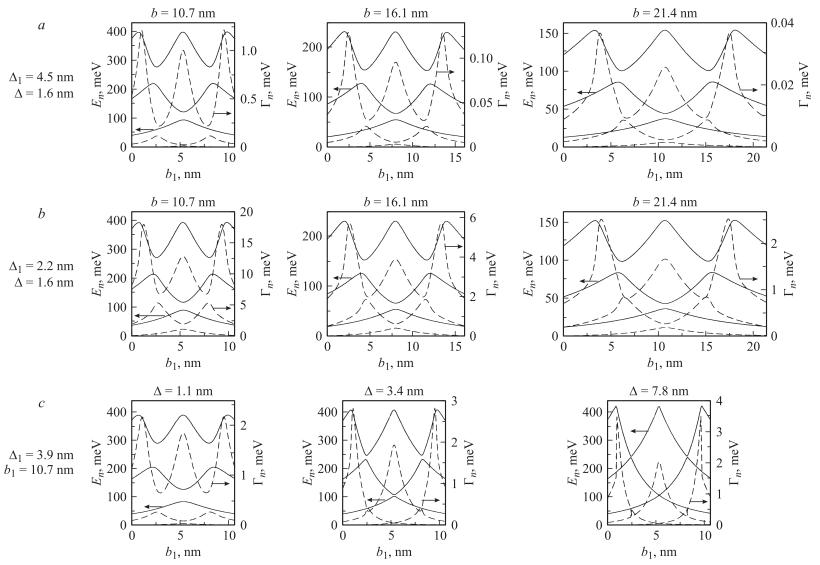
Эволюция резонансных ширин ( $\Gamma_n$ ) всех квазистационарных состояний в зависимости от положения внутреннего барьера в яме РТС качественно похожа на эволюцию резонансных энергий, хотя есть важные отличия, связанные с сильной (экспоненциальной) зависимостью  $\Gamma_n$  от толщины внешних барьеров и от ширины потенциальной ямы. Главные свойства  $\Gamma_n$  как функции геометрических параметров РТС таковы. Все величны  $\Gamma_n$  с увеличением толщины внешних барьеров или ширины потенциальной ямы уменьшаются. Последнее обстоятельство обусловлено тем, что при увеличении ширины ямы резонансные энергии квазистационарных состояний опускаются. Это эквивалентно увеличению эффективной мощности потенциальных барьеров, а потому и приводит к экспоненциальному уменьшению  $\Gamma_n$ .

С перемещением внутреннего барьера по яме от входного до выходного внешнего барьера все  $\Gamma_n$  монотонно меняются в интервалах значений  $\Delta\Gamma_n = \max \Gamma_n - \min \Gamma_n$ . При этом положения  $\max \Gamma_n$  и  $\min \Gamma_n$  почти совпадают с положениями  $\max E_n$  и  $\min E_n$  соответственно. Кроме тех экстремумов  $\Gamma_n$ , которые расположены точно посредине ямы, все остальные немного смещены к ее середине относительно соответственных им экстремумов резонансных энергий.

Увеличение толщины внутреннего барьера в интервале  $0 < \Delta \leq 2\Delta_1$  не меняет качественный характер эволюции всех  $\Gamma_n$  в зависимости от его положения в яме, увеличивая все интервалы  $\Delta\Gamma_n$  до максимальных значений. При этом в области антикроссингов пары квазистационарных состояний коллапсируют и вследствие этого вырождения оба состояния из коллапсирующей пары имеют близкие (практически одинаковые) значения резонансных ширин.

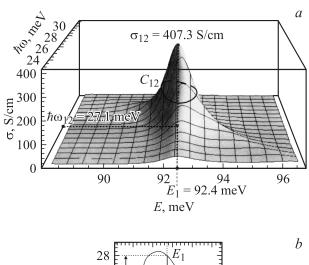
Кроме того что активная проводимость  $\sigma$  через спектральные параметры квазистационарных состояний электрона зависит от геометрии РТС, она также очень существенно зависит и от энергии E налетающих на систему электронов, и от энергии  $\hbar\omega$  взаимодействующего с ними электромагнитного поля.

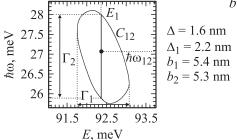
Основные свойства  $\sigma$  как функции от E и  $\hbar\omega$  видны на рис. 3, на котором приведен типичный пример этой величины, рассчитанной для системы с геометрическими параметрами РТС  $\Delta_1=2.2$  нм,  $\Delta=1.6$  нм,  $b_1=5.4$  нм,  $b_2=5.3$  нм. Расчет  $\sigma(E,\hbar\omega)$  выполнялся в таком интервале энергий E, который содержит энергию первого электронного резонанса  $E_1$ , и в интервале энергий поля  $\hbar\omega$ , который содержит энергию электромагнитной волны  $\hbar\omega_{12}=E_2-E_1$ , поглощенной в результате квантового перехода из квазистационарного состояния электрона с резонансной энергией  $E_1$  в состояние с



**Рис. 2.** Зависимости спектральных параметров (резонансных энергий — сплошная линия, резонансных ширин — штриховая линия) квазистационарных состояний электрона от положения внутреннего барьера в общей потенциальной яме РТС при разных значениях ее геометрических параметров (указаны).

392 *Н.В. Ткач, Ю.А. Сети* 





**Рис. 3.** Зависимость динамической проводимости  $\sigma(E,\hbar\omega)$  (a) и контура  $C_{12}$  (b) от энергий электрона (E) и электромагнитного поля ( $\hbar\omega$ ).

резонансной энергией  $E_2$ . При этом предполагается, что моноэнергетический пучок попадающих в РТС электронов имеет не очень большую концентрацию  $(n_0 \approx 10^{16} \, {\rm cm}^{-3})$ , так что межэлектронным взаимодействием можно пренебречь.

Из рис. 3, а видны важные общие свойства функции  $\sigma(E, \hbar \omega)$ , которые обусловлены квантовыми переходами между электронными квазистационарными состояниями в процессе поглощения энергии электромагнитного поля. В точке  $(E_1, \hbar\omega_{12} = E_2 - E_1)$ , расположенной в плоскости  $(E, \hbar \omega)$ , функция  $\sigma(E, \hbar \omega)$  достигает максимального значения  $\sigma_{12} = \max\{\sigma(E_1, \hbar\omega_{12})\}$ . Сечения поверхности  $\sigma(E,\hbar\omega)$  вертикальными плоскостями, проходящими через  $\sigma_{12}$ , образуют линии, имеющие квазилоренцеву форму. Сечение поверхности  $\sigma(E,\hbar\omega)$  горизонтальной плоскостью, проходящей на высоте  $\sigma_{12}/2$ , образует замкнутый контур  $C_{12}$  (рис. 3, b), параметры которого совпадают со спектральными характеристиками обоих квазистационарных состояний, между которыми происходит квантовый переход, формирующий пик  $\sigma(E, \hbar\omega)$ .

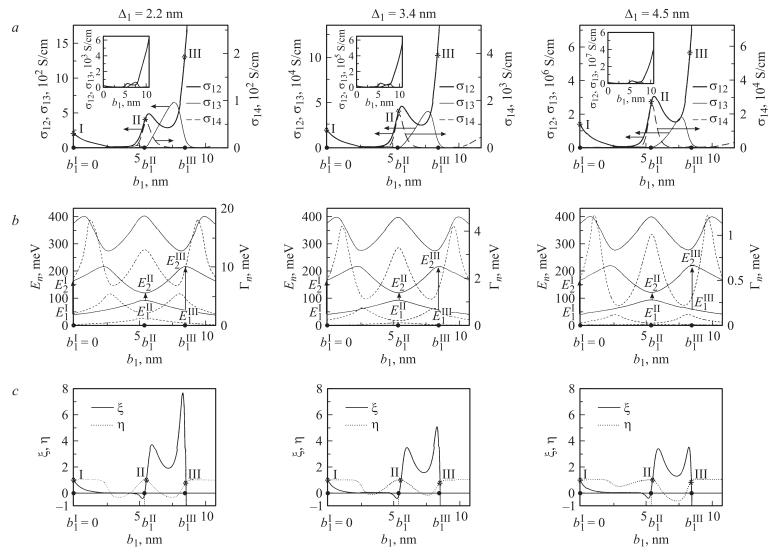
Действительно, как уже отмечалось, положение максимального значения  $\sigma_{12}$  в шкале энергий определяется резонансной энергией  $E_1$  первого квазистационарного состояния электрона, а его положение в шкале  $\hbar\omega$  определяется резонансной энергией  $E_2=\hbar\omega_{12}+E_1$  второго квазистационарного состояния. Проекция контура  $C_{12}$  на ось E совпадает с резонансной шириной первого квази-

стационарного состояния  $(\Gamma_1)$ , а отрезок, образованный прямой  $E=E_1$  между точками ее пересечения с контуром  $C_{12}$ , совпадает с резонансной шириной второго квазистационарного состояния  $(\Gamma_2)$ . Так как аналогичные соотношения справедливы для всех пиков  $\sigma(E,\hbar\omega)$  в окрестностях переходов между произвольными квазистационарными состояниями, измерение соответствующих параметров  $\sigma(E,\hbar\omega)$  и их контуров  $C(E,\hbar\omega)$  дает практическую возможность измерения спектральных параметров электронных квазистационарных состояний в трехбарьерных РТС.

Выяснив свойства спектральных параметров  $(E_n, \Gamma_n)$  и активной проводимости  $\sigma(E,\hbar\omega)$  в зависимости от геометрических параметров трехбарьерной РТС, можно приступить к изучению вопроса о том, как оптимизировать геометрическую конфигурацию РТС, так чтобы она как активный элемент ККД была чувствительна к электромагнитному полю в нужной области частот  $\omega$  и в заданном (как правило, достаточно узком) интервале  $\Delta\omega$ . С этой целью выполнялся расчет максимальных значений проводимости  $\sigma(E,\hbar\omega)$  в зависимости от положения  $(b_1)$  внутреннего барьера в общей потенциальной яме  $(b=b_1+b_2)$  трехбарьерной РТС при различных величинах трех остальных независимых геометрических параметрах  $(\Delta_1, \Delta, b)$  наносистемы.

Поскольку выяснилось, что общие свойства зависимости максимальных значений активной проводимости, формируемой во всех квантовых переходах с первого в остальные квазистационарные состояния  $(\sigma_{12}, \sigma_{13}, \ldots)$ , оказываются качественно одинаковыми и только количественно зависят от ширины общей потенциальной ямы (b), толщины внешних барьеров  $(\Delta_1)$  и толщины внутреннего барьера (в доколлапсной области  $0 \le \Delta \le 2\Delta_1$ ), мы привели на рис. 4, a результаты расчетов зависимостей  $\sigma_{12}$ ,  $\sigma_{13}$ ,  $\sigma_{14}$  от  $b_1$  только на примере трехбарьерной РТС с шириной ямы b=10.7 нм, толщиной внутреннего барьера  $\Delta=1.6$  нм при трех различных толщинах внешних барьеров  $\Delta_1=2.2$ , 3.4, 4.5 нм.

Из рис. 4, а видно, что, хотя с увеличением толщины внешнего барьера ( $\Delta_1$ ) величины  $\sigma_{1n=2,3,4}$  экспоненциально увеличиваются, характер их функциональной зависимости от  $b_1$ , т. е. от положения внутреннего барьера в общей потенциальной яме, остается одинаковым. Важные свойства  $\sigma_{1n}$  таковы. Во всей области изменения положения внутреннего барьера в общей яме  $(0 \le b_1 \le b)$ величина  $\sigma_{12}$  имеет два минимума и три максимума (независимо от размеров других составляющих РТС). Три конфигурации РТС, при которых  $\sigma_{12}$  имеет максимумы, соответствуют:  $b_1 = 0$  — двухбарьерная структура с более толстым входным барьером толщиной  $\Delta_1 + \Delta$  и тонким выходным толщиной  $\Delta_1$ ;  $b_1 \approx b_2 \approx b/2$  — почти симметричная трехбарьерная РТС;  $b_1 = b$  — двухбарьерная система с более толстым выходным барьером толщиной  $\Delta_1 + \Delta$  и тонким входным толщиной  $\Delta_1$ . При любых положениях внутреннего барьера в общей яме выполняется неравенство  $\sigma_{12} \gg \sigma_{1n>4}$ .



**Рис. 4.** Зависимости максимумов  $\sigma_{1n=2,3,4}$  динамической проводимости (a), спектральных параметров  $(E_n, \Gamma_n)$  (b) и параметров оптимизации  $(\xi, \eta)$  (c) от положения внутреннего барьера в общей потенциальной яме.

394 Н.В. Ткач, Ю.А. Сети

Что касается  $\sigma_{13}$ , то, как видно из рис. 4, a, b, для нее условие  $\sigma_{12}\gg\sigma_{13}$  выполняется везде, за исключением двух интервалов, расположенных при таких значениях  $b_1$ , при которых происходят антикроссинги спектральных параметров второго и третьего квазистационарных состояний.

Теперь ясно, что для обеспечения оптимальной работы трехбарьерной РТС как активного элемента ККД необходимо одновременное выполнение двух условий:

- 1) величина  $\sigma_{12}$  должна быть максимально возможной, причем ее парциальная составляющая  $\sigma_{12}^+$ , формируемая потоком на выход из РТС, должна существенно преобладать над величиной  $\sigma_{12}^-$ , формируемой обратным потоком на вход  $(\sigma_{12}^+\gg\sigma_{12}^-)$ ;
- 2) величина  $\sigma_{12}$  должна существенно преобладать над  $\sigma_{13}$  ( $\sigma_{12}\gg\sigma_{13}$ ), так как условие  $\sigma_{12}\gg\sigma_{1n\geq 4}$  выполняется независимо от положения внутреннего барьера.

Математически оба условия можно характеризовать двумя безразмерными (за счет удобного выбора нормировок) параметрами:

$$\xi = \frac{\sigma_{12}(\sigma_{12}^+ - \sigma_{12}^-)}{|\sigma_{12}(\sigma_{12}^+ - \sigma_{12}^-)|_{b_1 = 0}}, \quad \eta = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{13}}{\sigma_{12} + \sigma_{13}}.$$

Из введенных определений видно (рис. 4, c), что, чем больше величины этих параметров в области их положительных значений ( $\xi, \eta > 0$ ), тем лучше выполняются условия оптимизации работы РТС. Наиболее оптимальный режим реализуется, когда  $\xi = \eta > 0$ .

Из рис. 4, c видно, что независимо от геометрических параметров трехбарьерной РТС существуют три конфигурации положения внутреннего барьера относительно внешних, при которых работа активного элемента ККД наиболее оптимальна: I)  $b_1=0$ , II)  $b_1\approx b/2$ , III)  $b_1=3b/4$ . Как видно из рис. 4, все три конфигурации реализуют соответствующие экстремумы спектральных параметров первого и второго квазистационарных состояний, квантовые переходы между которыми и формируют максимальные проводимости с такой иерархией:  $\sigma_{12}^{\rm II}\approx 2\sigma_{12}^{\rm II}\approx 4\sigma_{12}^{\rm I}$ .

Каждая из конфигураций имеет свои преимущества и недостатки. Так, при заданных геометрических параметрах РТС первая (I) и третья (III) конфигурации характеризуются приблизительно одинаковой величиной энергии  $(E_1)$  и эффективным интервалом энергии  $(\Delta E_1 = \Gamma_1)$  электронов, попадающих в РТС, а также приблизительно одинаковыми величинами энергий  $(\hbar \omega_{12}^{I,III} = E_2^{I,III} - E_1^{I,III})$  детектируемого поля. Эффективный интервал детектируемых энергий поля  $(\Delta \omega_{12} = \Gamma_2)$  несколько больше в третьей, чем в первой конфигурации. Вторая (II) конфигурация (почти симметричная РТС) по сравнению с первой и третьей характеризуется большими энергией  $(E_1^{II})$  и эффективным интервалом  $(\Delta E_1^{II} = \Gamma_1^{II})$ , а также меньшей энергией  $(\hbar \omega_{12}^{II})$  и интервалом  $(\Delta \omega_{12}^{II})$  детектируемого электромагнитного поля.

Следует отметить, что по сравнению с первыми двумя конфигурациями третья создает наибольшую величину  $\sigma_{12}$ , но ее недостаток в том, что в отличие от

двух первых она очень чувствительна, а поэтому и нестабильна относительно даже небольших отклонений положения внутреннего барьера от оптимального положения  $(b_1^{\rm III})$ . Действительно, как видно из рис. 4, c, даже небольшое отклонение внутреннего барьера от положения  $b_1^{\rm III}$  в сторону увеличения  $b_1$  приводит к резкому увеличению обратного тока (так как  $\xi < 0$  из-за  $\sigma^- \gg \sigma^+$ ), а отклонение в сторону уменьшения  $b_1$  от  $b_1^{\rm III}$  приводит к тому, что  $\sigma_{12}$  и  $\sigma_{13}$  становятся соразмерными (или даже  $\sigma_{13} > \sigma_{12}$ ), поэтому РТС будет одновременно реагировать не только на электромагнитные волны с энергией  $\hbar\omega_{12} = E_2 - E_1$  в диапазоне  $\hbar\Delta\omega_{12} = \Gamma_2^{\rm III}$ , но и на электромагнитные волны с большими энергиями ( $\hbar\omega_{13} = E_3 - E_1$ ) в более широком диапазоне, что приводит к неопределенности в работе ККД.

Наконец, из рис. 4 видно, что увеличение толщин ( $\Delta_1$ ) внешних барьеров приводит к экспоненциальному увеличению  $\sigma_{12}$  во всех конфигурациях РТС. В реальных условиях толщина барьеров  $\Delta_1$  ограничивается тем, что с их увеличением экспоненциально увеличивается время жизни ( $\tau = \hbar/\Gamma$ ) электронов в обоих квазистационарных состояниях, между которыми происходят квантовые переходы, а из элементарных физических соображений следует, что они должны быть если не меньше, то хотя бы незначительно больше времен релаксационных процессов, происходящих с электронами в РТС. При конечных температурах к ним относятся процессы электронфононного взаимодействия. Так как известные из литературы [4] оценки времен релаксации из-за взаимодействия с фононами в типичных наносистемах при типичных температурах находятся в интервале  $0.1-10\,\mathrm{nc}$ , то это означает, что предложенная теория может применяться для трехбарьерных РТС с толщинами барьеров, не превышающими несколько нанометров, и с ширинами ям, не превышающими двух-трех десятков нанометров.

#### 4. Заключение

Измерение активной проводимости  $\sigma(E,\hbar\omega)$  позволяет определить спектральные параметры (резонансные энергии и ширины) квазистационарных состояний электрона в трехбарьерной РТС, которыми, в свою очередь, определяются диапазон и величины энергий электронов, проходящих сквозь РТС, а также диапазон и величина энергии электромагнитных волн, детектируемых наносенсором.

Установлено, что в зависимости от расположения внутреннего потенциального барьера относительно внешних существуют три конфигурации трехбарьерной РТС с оптимальным режимом ее работы как активного элемента ККД, при котором одновременно достигаются максимально возможные значения активной проводимости за счет прямого потока электронов сквозь РТС при условии, что этот поток, образованный квантовыми переходами между первым и вторым квазистационарными состояниями, значительно превышает остальные.

Выбором ширин потенциальных ям и толщин потенциальных барьеров трехбарьерной РТС как активного элемента ККД можно достигать оптимальной работы прибора в нужном диапазоне электромагнитных волн (в частности в актуальном терагерцовом).

#### Список литературы

- J. Faist, F. Capasso, D.L. Sivco, C. Sirtori, A.L. Hutchinson, A.Y. Cho. Science, 264, 553 (1994).
- [2] J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori. Appl. Phys. Lett., 66, 538 (1995).
- [3] Р.Ф. Казаринов, Р.А. Сурис. ФТП, 6, 135 (1972).
- [4] C. Gmachl, F. Capasso, D.L. Sivco, A.Y. Cho. Rep. Progr. Phys., 64, 1533 (2001).
- [5] G. Scalari, L. Ajili, J. Faist, H. Beere, E. Linfield, D. Ritchie, G. Davies. Appl. Phys. Lett., 82, 3165 (2003).
- [6] L. Diehl, D. Bour, S. Corzine, J. Zhu, G. Hofler, M. Loncar, M. Troccoli, F. Capasso. Appl. Phys. Lett., 88, 201 115 (2006).
- [7] D. Hofstetter, M. Beck, J. Faist. Appl. Phys. Lett., 81, 2683 (2002).
- [8] L. Gendron, M. Carras, A. Huynh, V. Ortiz, C. Koeniguer, V. Berger. Appl. Phys. Lett., 85, 2824 (2004).
- [9] Qi Jie Wang, C. Pflug, L. Diehl, F. Capasso, T. Edamura, S. Furuta, M. Yamanishi, H. Kan. Appl. Phys. Lett., 94, 011 103 (2009).
- [10] F.R. Giorgetta, E. Baumann, D. Hofstetter, C. Manz, Q. Yang, K. Kohler, M. Graf. Appl. Phys. Lett., 91, 111 115 (2007).
- [11] D. Hofstetter, F.R. Giorgetta, E. Baumann, Q. Yang, C. Manz, K. Kohler. Appl. Phys. Lett., 93, 221 106 (2008).
- [12] В.Ф. Елесин. ЖЭТФ, 126, 131 (2005).
- [13] В.Ф. Елесин, И.Ю. Катеев. ФТП, 42, 586 (2008).
- [14] В.Ф. Елесин, И.Ю. Катеев, М.А. Ремнев. ФТП, **43**, 269 (2009).
- [15] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. ФТП, 28, 954 (1994).
- [16] Е.И. Голант, А.Б. Пашковский, А.С. Тагер. ФТП, **28**, 740 (1994)
- [17] А.Б. Пашковский. Письма ЖЭТФ, 82, 228 (2005).
- [18] Э.А. Гельвич, Е.И. Голант, А.Б. Пашковский. Письма ЖТФ, **32**, 13 (2006).
- [19] А.Б. Пашковский. Письма ЖЭТФ, 89, 32 (2009).
- [20] Н.В. Ткач, Ю.А. Сети. ФНТ, 35, 710 (2009).
- [21] M. Tkach, Ju. Seti, O. Voitsekhivska, R. Fartushynsky. AIP Conf. Proc., 1198, 174 (2009).
- [22] M.V. Tkach, Yu.O. Seti. Ukr. J. Phys., 54 (6), 611 (2009).

Редактор Л.В. Шаронова

# Optimization of configuration of a symmetric three-barrier resonance-tunnel structure as an active element of a quantum cascade detector

N.V. Tkach, Ju.A. Seti

Yu. Fedkovich Chernivtsi National University, 58012 Chernivtsi, Ukraine

**Abstract** Within the model of rectangular potentials and different electron effective masses in wells and barriers of an open three-barrier resonance-tunnel structure with equal outer barriers it is developed the theory and performed the calculation of dynamic conductivity arizing due to interaction between electromagnetic field and electron current in the structure. At the example of three-barrier resonance-tunnel structure with In<sub>0.53</sub>Ga<sub>0.47</sub>As wells and In<sub>0.52</sub>Al<sub>0.48</sub>As barriers it is shown that independently of geometric sizes of potential wells and barriers there are three geometric configurations (position of the inner barrier respectively the outer ones) at which the nanosystem, as an active element, provides the optimal regime of quantum cascade detector action.