

# Подвижность неосновных носителей заряда при низком уровне инжекции в полупроводниках

© Л.И. Поморцева<sup>†</sup>

Федеральное государственное унитарное предприятие  
„Всероссийский электротехнический институт им. В.И. Ленина“,  
111250 Москва, Россия

(Получена 19 августа 2010 г. Принята к печати 20 сентября 2010 г.)

Из кинетических уравнений получены функции распределения основных и неосновных носителей заряда при низком уровне инжекции. Для описания электронно-дырочных столкновений носителей использовался интеграл столкновения Ландау. Учтено рассеяние носителей на ионизованной, нейтральной примесях и на акустических фононах. Функция распределения основных носителей заряда представлена в аналитическом виде. Вычислена и проанализирована подвижность неосновных носителей заряда, и выявлены особенности ее поведения при низких температурах. Из развитой теории следует, что подвижность дырок в материале  $n$ -типа проводимости возрастает при увеличении легирования и концентрации нейтральной примеси. Этот эффект объясняется влиянием взаимных столкновений носителей заряда и различием эффективных масс носителей разного знака.

## 1. Введение

Теоретические и экспериментальные исследования  $\mu_{\alpha}^{(\min)}$  — подвижности неосновных носителей заряда при низком уровне инжекции в полупроводниках, где  $\alpha = n, p$  — электроны и дырки соответственно, являются важной составной частью изучения свойств материала. Изучение  $\mu_{\alpha}^{(\min)}$  представляет несомненный интерес для разработки приборов. Знание величины  $\mu_{\alpha}^{(\min)}$  необходимо для понимания работы солнечных элементов, переключающихся мощных GaN-диодов [1], биполярных транзисторов и для ряда других задач. Трудность измерения подвижности неосновных носителей вынуждает исследователей пользоваться косвенными данными, как в традиционном Si [2–7], так и в новых материалах, например, в GaN, GaAs, SiC [1,8–13]. В методах измерений [1–13] необходимо использовать модели, учитывающие взаимные столкновения носителей заряда, поскольку электронно-дырочное ( $eh$ ) и межэлектронное ( $ee$ ) взаимодействие сильно влияет на подвижность неосновных носителей [14,15].

Ранее в работах [16–19] была предложена феноменологическая схема расчета подвижности носителей при высоком уровне инжекции и подвижности неосновных носителей при низком уровне инжекции, учитывающая  $eh$ -столкновения. Построение адекватной теоретической модели требует корректных расчетов подвижности  $\mu_{\alpha}^{(\min)}$  и является актуальной задачей. В данной работе представлены результаты расчета подвижности  $\mu_{\alpha}^{(\min)}$ , основанного на решении кинетических уравнений для функций распределения основных и неосновных носителей.

При учете взаимного рассеяния носителей друг на друге будем следовать формализму Ландау [20]. Расчет подвижности носителей в этом случае проводится вариационным методом [21], причем функция распределения  $f_{\alpha}(v)$  носителей по скоростям  $v$  берется в

следующем виде:

$$f_{\alpha}(v) = f_{\alpha}^{(0)}(v) + f_{\alpha}^{(1)}(v) = f_{\alpha}^{(0)}(v) \left( 1 + v_z \sum_{i=1}^M a_i^{(\alpha)} v^{2(i-1)} \right), \quad (1)$$

где  $f_{\alpha}^{(0)}(v) = A_{\alpha} \exp(-m_{\alpha} v^2 / 2k_B T)$  — равновесная максвелловская функция распределения,  $f_{\alpha}^{(0)}(v)$  и  $f_{\alpha}^{(1)}(v)$  — симметричная и антисимметричная части  $f_{\alpha}(v)$  соответственно,  $A_{\alpha} = N_{\alpha} / \sqrt{(2\pi m_{\alpha} k_B T)^3}$ ,  $m_{\alpha}$  — эффективная масса носителя,  $N_{\alpha}$  — концентрация носителей заряда,  $N_{\alpha} = m_{\alpha}^3 \int f_{\alpha}(v) dv$ ,  $k_B$  — постоянная Больцмана,  $T$  — температура в кельвинах,  $a_i^{(\alpha)}$  — коэффициенты. Предполагается, что электрическое поле  $E$  направлено по оси  $z$ . Подвижность носителей  $\mu_{\alpha}$  вычисляется по формуле [22]

$$\mu_{\alpha} = [m_{\alpha}^3 / (N_{\alpha} E)] \int v_z f_{\alpha}^{(1)}(v) dv. \quad (2)$$

Значительный интерес представляет расчет  $\mu_{\alpha}^{(\min)}$ , учитывающий  $eh$ - и  $ee$ -взаимодействие наряду с рассеянием на акустических фононах, ионизованной и нейтральной примеси, не получивший достаточного освещения в литературе.

## 2. Теоретическое описание

Для определенности мы рассмотрим полупроводник  $n$ -типа проводимости с концентрациями электронов  $N_n$ , неосновных носителей — дырок  $N_p$ , ионизованной примеси  $N_I = N_n$ , нейтральной  $N_0$ . Низкий уровень инжекции означает, что  $N_n \gg N_p$ .

Сформулируем основные допущения рассматриваемой модели.

1) Влияние механизмов релаксации на фононах, на ионизованной и нейтральной примеси описывается

<sup>†</sup> E-mail: lipom@list.ru

обычным способом [22], с использованием приближения времени релаксации  $\tau_\alpha^{(k)}(v)$ :

$$I_k = -[f_\alpha(v) - f_\alpha^{(0)}(v)]/\tau_\alpha^{(k)}(v), \quad (3)$$

где  $I_k$  — интеграл столкновений  $k$ -типа,  $\tau_\alpha^{(k)}(v)$  — время релаксации импульса носителя при рассеянии, где  $k = I, F, N$  означает рассеяние на ионизованной примеси, на акустических фононах, на нейтральной примеси с концентрацией  $N_0$  соответственно.

2) Электрическое поле  $E$  в полупроводнике достаточно мало, симметричная часть  $f_\alpha^{(0)}(v)$  функции распределения  $f_\alpha(v)$  велика по сравнению с антисимметричной добавкой  $f_\alpha^{(1)}(v)$  и характеризуется температурой решетки.

3) Для описания взаимного рассеяния носителей друг на друге используется формализм Ландау [20].

4) Вследствие низкого уровня инжекции влиянием рассеяния электронов на дырках и дырок друг на друге пренебрегается [14].

5) Расчет подвижности носителей проводится вариационным методом [21] с использованием разложения (1). Отметим, что при  $M = 1$   $ee$ -столкновения не учитываются [23,24], потому что в этом приближении интеграл столкновений Ландау  $I_n^{(n)}$ , который ответствен за  $ee$ -столкновения, становится равным нулю. Для учета  $ee$ - и  $eh$ -взаимодействий в работе используется  $M = 2$  и, следовательно, разложение (1) принимает вид

$$f_\alpha = f_\alpha^{(0)}(v)[1 + v_z(v)(a_1^{(\alpha)} + a_2^{(\alpha)}v^2)], \quad (4)$$

где коэффициенты  $a_1^{(\alpha)}$  и  $a_2^{(\alpha)}$  находятся вариационным методом.

6) В интеграл столкновений  $I_p^{(n)}$ , описывающий рассеяние неосновных дырок на электронах в соответствии с формализмом Ландау [20], входят функции распределения дырок,  $f_p(v^{(p)})$ , и электронов,  $f_n(v^{(n)})$ . Существенно, что, согласно п. 4, функция  $f_n(v^{(n)})$  не зависит от  $f_p(v^{(p)})$ . Расчет ее является самостоятельной задачей.

Для определения  $f_n(v^{(n)})$  находим коэффициенты разложения (4)  $a_1^{(n)}$  и  $a_2^{(n)}$ , учитывая механизмы релаксации (3) и  $ee$ -взаимодействия интегралом столкновений  $I_n^{(n)}$ . Для определения  $f_p(v^{(p)})$  вычислим коэффициенты  $a_1^{(p)}$  и  $a_2^{(p)}$ , учитывая механизмы релаксации (3) и используя найденные значения  $a_1^{(n)}$  и  $a_2^{(n)}$  при расчете  $I_p^{(n)}$ .

Уравнение для коэффициентов  $a_1^{(p)}$  и  $a_2^{(p)}$  функции распределения дырок (4) в приближении слабого электрического поля  $E$  при использовании (3) имеет вид

$$\begin{aligned} -e_p E f_p^{(0)}(v) v_z / (k_B T) &= -I_p^{(\tau-r)} - I_p^{(n)}, \\ I_p^{(\tau-r)} &= f_p^{(0)}(v) v_z (v/v_p^{(T)})^{-3} (a_1^{(p)} + a_2^{(p)} v^2) / \tilde{\tau}_p^{(I)} \\ &+ f_p^{(0)}(v) v_z (v/v_p^{(T)}) (a_1^{(p)} + a_2^{(p)} v^2) / \tilde{\tau}_p^{(F)} \\ &+ f_p^{(0)}(v) v_z (a_1^{(p)} + a_2^{(p)} v^2) / \tilde{\tau}_p^{(N)}, \end{aligned} \quad (5a)$$

где  $e_p = e$  — положительный заряд дырки,

$$v_\alpha^{(T)} = \sqrt{2k_B T / m_\alpha}, \quad (5b)$$

$v_\alpha^{(T)}$  — тепловая скорость носителя,  $\tilde{\tau}_p^{(k)}$  — время релаксации импульса дырок, имеющих при рассеянии скорость  $v_p^{(T)}$  (5b), где  $k = I, F, N$  означает рассеяние на ионизованной примеси, на акустических фононах, на нейтральной примеси с концентрацией  $N_0$  соответственно. В правой части (5a) слагаемое  $I_p^{(\tau-r)}$  описывает рассеяние импульса дырки на ионизованной примеси, на акустических фононах, на нейтральной примеси. Соответственно, что для нахождения коэффициентов  $a_1^{(n)}$ ,  $a_2^{(n)}$ ,  $a_1^{(p)}$  и  $a_2^{(p)}$  мы используем явное выражение интеграла Ландау как функцию этих коэффициентов.

Для удобства перейдем к безразмерным переменным, используя (5b):

$$x = v/v_p^{(T)}. \quad (6)$$

Принимая во внимание (4), (6), получим для интеграла столкновений Ландау  $I_p^{(n)}$  выражение

$$I_p^{(n)} = A_n A_p B c_n^2 m_n \bar{I}_p^{(n)}, \quad c_n^2 = m_n / m_p, \quad (7)$$

где  $B = 2\pi^3 e^4 \ln(h/b_0) / \epsilon^2$ ,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость материала,  $h$  — дебаевский радиус экранирования,  $b_0 = e^2 / (3\epsilon k_B T)$  — минимальный прицельный радиус.

Вычисляя  $\bar{I}_p^{(n)}$ , пренебрежем квадратичными слагаемыми по коэффициентам  $a_1^{(\alpha)}$  и  $a_2^{(\alpha)}$ , так как поле  $E$  мало. Тогда после выполнения интегрирования и дифференцирования в (7)  $\bar{I}_p^{(n)}$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \bar{I}_p^{(n)}(x, c, q_1^{(n)}, q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)}) &= x_z (\pi / c^7 x^3) \\ &\times (2cx \exp[-(1+c^2)x^2] I_p^{(n1)} + e^{-x^2} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(cx) I_p^{(n2)}), \\ I_p^{(n1)} &= -11q_2^{(n)} - c^2(2q_1^{(n)} + 5q_2^{(n)} + 6x^2 q_2^{(n)}) - 2c^4(q_1^{(n)} \\ &- q_1^{(p)} + 2q_2^{(p)} + 3x^2 q_2^{(n)} - 3x^2 q_2^{(p)}) + 2c^6(q_1^{(p)} + 3x^2 q_2^{(p)}), \\ I_p^{(n2)} &= -11q_2^{(n)} - c^2(2q_1^{(n)} + 5q_2^{(n)}) \\ &- 2c^4(q_1^{(n)} - q_1^{(p)} + 2q_2^{(p)} - 3x^2 q_2^{(p)}) + 2c^6(q_1^{(p)} + x^2 q_2^{(p)}), \end{aligned} \quad (8)$$

где  $x$  определено в (6),  $\operatorname{erf}(x)$  — функция ошибок,

$$\begin{aligned} q_1^{(n)} &= \gamma^{-1} a_1^{(n)} v_p^{(T)}, \quad q_2^{(n)} = \gamma^{-1} a_2^{(n)} (v_p^{(T)})^{3/2}, \\ q_1^{(p)} &= \gamma^{-1} a_1^{(p)} v_p^{(T)}, \quad q_2^{(p)} = \gamma^{-1} a_2^{(p)} (v_p^{(T)})^{3/2}, \\ \gamma_n &= N_n E \mu_n^{(I)} (v_n^{(T)})^{-4} / (m_n^3 A_n \pi^{3/2}), \end{aligned} \quad (9)$$

$q_1^{(p)}$  и  $q_2^{(p)}$  — безразмерные коэффициенты функции  $f_p(v)$  (4),  $q_1^{(n)}$  и  $q_2^{(n)}$  — коэффициенты функции  $f_n(v)$  (4),  $\gamma_p$  получается при замене  $n$  на  $p$  в выражении для  $\gamma_n$  и  $\gamma_p = \gamma_n = \gamma$ .

Введем безразмерные величины

$$\begin{aligned}\tau_1^{(n)} &= \tilde{\tau}_n^{(I)}/\tilde{\tau}_n^{(F)} = \mu_n^{(I)}/(6\mu_n^{(F)}), \\ \tau_2^{(n)} &= \tilde{\tau}_n^{(I)}/\tilde{\tau}_n^{(N)} = \mu_n^{(I)}/(4.5\mu_n^{(N)}),\end{aligned}\quad (10)$$

где  $\mu_\alpha^{(k)}$  — подвижность с верхним индексом  $k = I, F, N$ , ограниченная рассеянием импульса носителя на ионизованной примеси с концентрацией  $N_I$ , на акустических фононах, на нейтральной примеси с концентрацией  $N_0$  соответственно. Как следует из определения  $I_\alpha^{(\tau-r)}$  и формул (10), параметры  $\tau_1^{(\alpha)}$  и  $\tau_2^{(\alpha)}$  являются характеристиками рассеяния на фононах и на нейтральной примеси соответственно. Заметим, что  $\tau_1^{(\alpha)}$  — возрастающая функция температуры, а параметр  $\tau_2^{(\alpha)}$  увеличивается с ростом концентрации нейтральной примеси.

Используя (7)–(10), из уравнения (5а) получим вариационным методом два уравнения для нахождения коэффициентов  $q_1^{(p)}, q_2^{(p)}$ :

$$\begin{aligned}e_p\pi/8 &= R_p^{(\tau-r,1)} + (c_n/2)R_1(c_n, c_n q_1^{(n)}, c_n^3 q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)}), \\ 5e_p\pi/16 &= R_p^{(\tau-r,2)} + (c_n/2)R_2(c_n, c_n q_1^{(n)}, c_n^3 q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)}).\end{aligned}\quad (11)$$

Здесь

$$\begin{aligned}R_p^{(\tau-r,1)} &= (2/3)(q_1^{(p)} + q_2^{(p)}) + (4/3)\tau_1^{(p)}(q_1^{(p)} + 3q_2^{(p)}) \\ &\quad + \tau_2^{(p)}(2q_1^{(p)} + 5q_2^{(p)})/(4\sqrt{\pi}), \\ R_p^{(\tau-r,2)} &= (4/3)(q_1^{(p)}/2 + q_2^{(p)}) + (4/3)\tau_1^{(p)}(3q_1^{(p)} + 12q_2^{(p)}) \\ &\quad + 5\tau_2^{(p)}(2q_1^{(p)} + 7q_2^{(p)})/(8\sqrt{\pi}), \\ R_1(c, q_1^{(n)}, q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)}) &= 2R_1^{(1)}/[3c^4(1+c^2)^{3/2}], \\ R_1^{(1)} &= -2c^2(1+c^2)q_1^{(n)} - (2+5c^2)q_2^{(n)} + 2c^4(1+c^2)q_1^{(p)} \\ &\quad + c^4(5+2c^2)q_2^{(p)}, \\ R_2(c, q_1^{(n)}, q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)}) &= R_2^{(1)}/[3c^4(1+c^2)^{5/2}], \\ R_2^{(1)} &= -2c^2(1+c^2)(5+2c^2)q_1^{(n)} - (10+47c^2+10c^4)q_2^{(n)} \\ &\quad + 2c^4(1+c^2)(5+2c^2)q_1^{(p)} + c^4(55+36c^2+8c^4)q_2^{(p)}.\end{aligned}$$

Члены уравнений (11)  $R_p^{(\tau-r,1)}$  и  $R_p^{(\tau-r,2)}$  описывают процессы релаксации импульса носителя при рассеянии: первое слагаемое в выражениях для  $R_p^{(\tau-r,1)}$  и  $R_p^{(\tau-r,2)}$  — на ионизованной примеси, второе — на акустических фононах, третье — на нейтральной примеси. Выражения  $R_1(c, c q_1^{(n)}, c^3 q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)})$  и  $R_2(c, c q_1^{(n)}, c^3 q_2^{(n)}, q_1^{(p)}, q_2^{(p)})$  отвечают за  $eh$ -взаимодействие. В уравнениях (11) коэффициенты  $q_1^{(n)}$  и  $q_2^{(n)}$ , как отмечалось выше, не зависят от искомой функции  $f_p(v)$  и ее коэффициентов  $q_1^{(p)}$  и  $q_2^{(p)}$ .

Для нахождения  $q_1^{(n)}$  и  $q_2^{(n)}$  положим в системе уравнений (11)  $c_n = 1$ , заменим  $p$  на  $n$ ,  $e_n = -e$ . Решение полученной системы уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}q_1^{(n)} &= -3\pi q_1^{(n,1)}/[4(4+8\tau_1^{(n)}+3\tau_2^{(n)})q_1^{(n,2)}], \\ q_1^{(n,1)} &= 16 - 32\sqrt{2} - 16(16+4\sqrt{2})\tau_1^{(n)} + 576(\tau_1^{(n)})^2 \\ &\quad - 24(2\sqrt{\pi} + \sqrt{2\pi})\tau_2^{(n)} - 336\tau_1^{(n)}\tau_2^{(n)}\sqrt{\pi} - 45(\tau_2^{(n)})^2\pi; \\ q_1^{(n,2)} &= 32(1+\sqrt{2}) + (512+64\sqrt{2})\tau_1^{(n)} + 384(\tau_1^{(n)})^2 \\ &\quad + (138\sqrt{\pi} + 24\sqrt{2\pi})\tau_2^{(n)} + 276\tau_1^{(n)}\tau_2^{(n)}\sqrt{\pi} + 45(\tau_2^{(n)})^2, \\ q_2^{(n)} &= -3(3-2\tau_1^{(n)})\pi/q_1^{(n,2)}.\end{aligned}\quad (12)$$

Отметим, что из формул (12) следует:  $q_1^{(n)} < 0$  и  $q_2^{(n)} < 0$ . Для получения коэффициентов разложения функции  $f_p(v)$  в материале  $p$ -типа проводимости положим  $q_1^{(n)} = -q_1^{(p)}$ ,  $q_2^{(n)} = -q_2^{(p)}$  и заменим  $n$  на  $p$  в остальных величинах выражений (12). Учитывая определение (9), для отношения подвижностей  $\mu_\alpha/\mu_\alpha^{(I)}$  основных и неосновных носителей, описываемых функцией распределения (4), получим выражение

$$\mu_\alpha/\mu_\alpha^{(I)} = -(0.5q_1^{(\alpha)} + 1.25q_2^{(\alpha)}),\quad (13)$$

где  $\mu_\alpha$  — подвижность основных или неосновных носителей, при  $\alpha = n$  выражение (13) справедливо для электронов. Для расчета подвижностей дырок требуется подставить в (13)  $q_1^{(n)} = -q_1^{(p)}$  и  $q_2^{(n)} = -q_2^{(p)}$ . Величина подвижности основных носителей  $\mu_\alpha^{(\text{maj})} \propto \mu_\alpha^{(I)}$  существенно определяется  $ee$ - или  $hh$ -взаимодействием, рассеянием на фононах ( $\tau_1^{(\alpha)}$ ), на ионизованной и нейтральной ( $\tau_2^{(\alpha)}$ ) примеси. Зависимость  $\mu_n^{(\text{maj})}/\mu_n^{(I)}$  от  $\tau_1^{(n)}$  при  $\tau_2^{(n)} = 0$  совпадает с отношением подвижностей, полученным в работах [23,24].

Подставив выражения (12) для  $q_1^{(n)}$  и  $q_2^{(n)}$  в (11), получим уравнения для искоемых коэффициентов разложения  $q_1^{(p)}$  и  $q_2^{(p)}$  функции распределения неосновных дырок  $f_p(v^{(p)})$ . Решения  $q_1^{(p)}$  и  $q_2^{(p)}$  имеют громоздкий вид и здесь не приводятся. При  $\tau_1^\alpha = \tau_2^\alpha = 0$  зависимость  $\mu_\alpha^{(\text{min})}/\mu_\beta^{(I)}$  от параметра  $c_\alpha$  (7) идентична функции, найденной в работе [14].

### 3. Результаты расчетов

С помощью развитой выше теории учтем влияние кулоновских взаимодействий и рассеяния на акустических фононах и на нейтральной примеси на подвижность основных,  $\mu_\alpha^{(\text{maj})}$ , и неосновных,  $\mu_\alpha^{(\text{min})}$ , носителей в материалах  $n$ - и  $p$ -типа проводимости.

Выражение  $\mu_p^{(min)}/\mu_p^{(I)}$ , которое получается из решения системы (11) и формулы (13), изобразим для материала  $n$ -типа проводимости как зависимость  $\mu_p^{(min)}/\mu_n^{(I)}$  от переменной  $\tau_1^{(n)}$  и параметра  $\tau_2^{(n)}$ , чтобы иметь возможность совместить на одном рисунке  $\mu_p^{(min)}/\mu_n^{(I)}$  и  $\mu_n^{(maj)}/\mu_n^{(I)}$ . В случае материала  $p$ -типа проводимости представим  $\mu_n^{(min)}/\mu_n^{(I)}$  как зависимость функции  $\mu_n^{(min)}/\mu_p^{(I)}$  от переменной  $\tau_1^{(p)}$  и параметра  $\tau_2^{(p)}$ .

Используем очевидные соотношения [22]

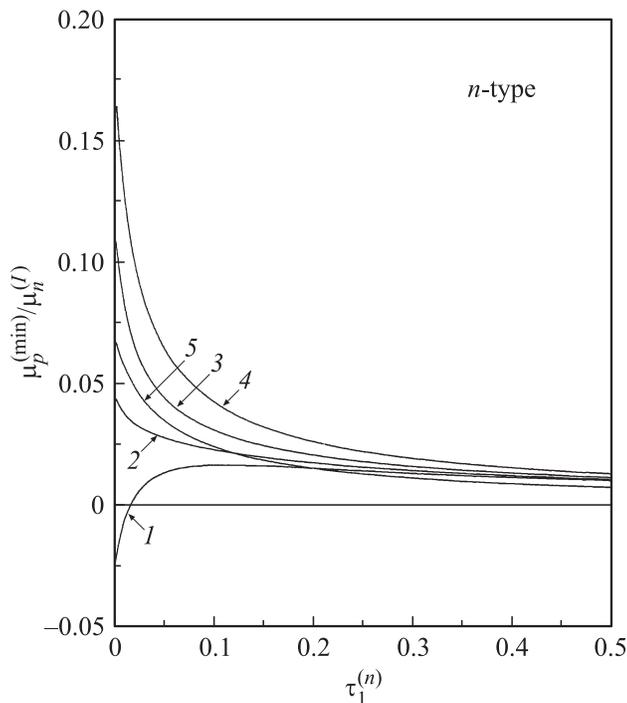
$$\mu_n^{(F)}/\mu_p^{(F)} = c_n^{-5}, \quad \mu_n^{(I)}/\mu_p^{(I)} = c_n^{-1}, \quad \mu_n^{(N)}/\mu_p^{(N)} = c_n^2. \quad (14)$$

Тогда в соответствии с формулами (10) и (14) получим

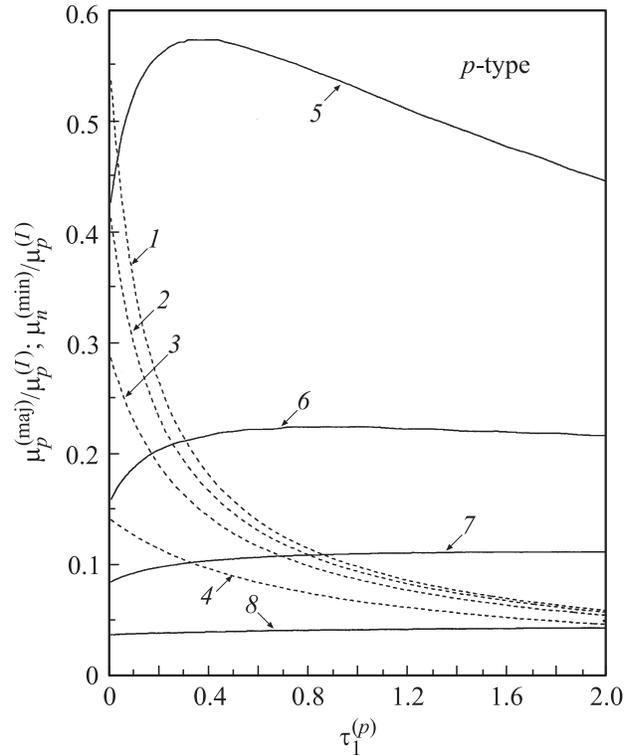
$$\tau_1^{(n)}/\tau_1^{(p)} = c_n^4, \quad \tau_2^{(n)}/\tau_2^{(p)} = c_n^{-3}. \quad (15)$$

Возьмем в качестве  $m_\alpha$  параметры GaN [1]:  $m_n = 0.2$ ,  $m_p = 0.8$ ; следовательно, в материале  $n$ -типа проводимости  $c_n = 0.5$ . Согласно соотношениям (14),  $\mu_p^{(min)}/\mu_n^{(I)} = c_n \mu_p^{(min)}/\mu_p^{(I)}$ . Величина  $\mu_p^{(min)}/\mu_n^{(I)}$  как функция переменной  $\tau_1^{(n)}$  и параметра  $\tau_2^{(n)}$  изображена на рис. 1.

В материале  $p$ -типа проводимости заменим  $n$  на  $p$  и  $p$  на  $n$  в (7), тогда получим  $c_p = 2$ . На рис. 2 представлен результат расчета  $\mu_p^{(maj)}/\mu_p^{(I)}$  и  $\mu_n^{(min)}/\mu_p^{(I)}$  в зависимости от переменной  $\tau_1^{(p)}$  и параметра  $\tau_2^{(p)}$ . Согласно рис. 1, при  $c_n = 0.5$  и  $\tau_2^{(n)} = 0$  в материале  $n$ -типа существует область увлечения дырок электронами, так как подвижность дырок в этой области отрицательна. Однако в



**Рис. 1.** Зависимости отношения подвижностей  $\mu_p^{(min)}/\mu_n^{(I)}$  от переменной  $\tau_1^{(n)}$  и параметра  $\tau_2^{(n)}$  в материале  $n$ -типа проводимости. Значения  $\tau_2^{(n)}$ : 1 — 0, 2 — 0.1, 3 — 0.3, 4 — 1, 5 — 5.



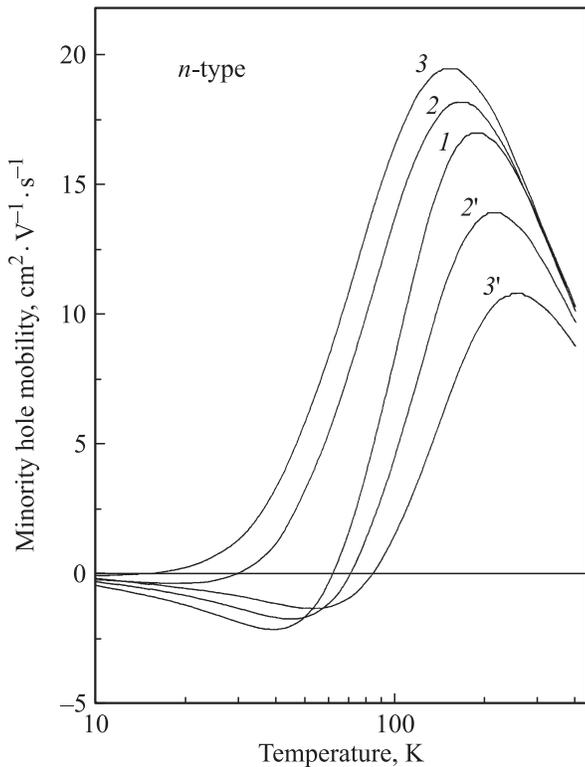
**Рис. 2.** Зависимости отношения подвижностей  $\mu_p^{(maj)}/\mu_p^{(I)}$  (1–4) и  $\mu_n^{(min)}/\mu_p^{(I)}$  (5–8) от переменной  $\tau_1^{(p)}$  в материале  $p$ -типа проводимости. Значения  $\tau_2^{(p)}$ : (1, 5) — 0, (2, 6) — 0.1, (3, 7) — 0.3, (4, 8) — 1.

материале  $p$ -типа ( $c_p > 2$ , рис. 2) легкие электроны не увлекаются тяжелыми дырками, что согласуется с выводами работ [14,15] о транспорте неосновных носителей в системе с кулоновскими взаимодействиями. В отличие от работ [14,15], в нашей работе благодаря учету рассеяния на акустических фононах найдена область увлечения при  $c_n = 0.5$  и  $\tau_2^{(n)} = 0$ :  $\tau_1^{(n)} < 0.02$ .

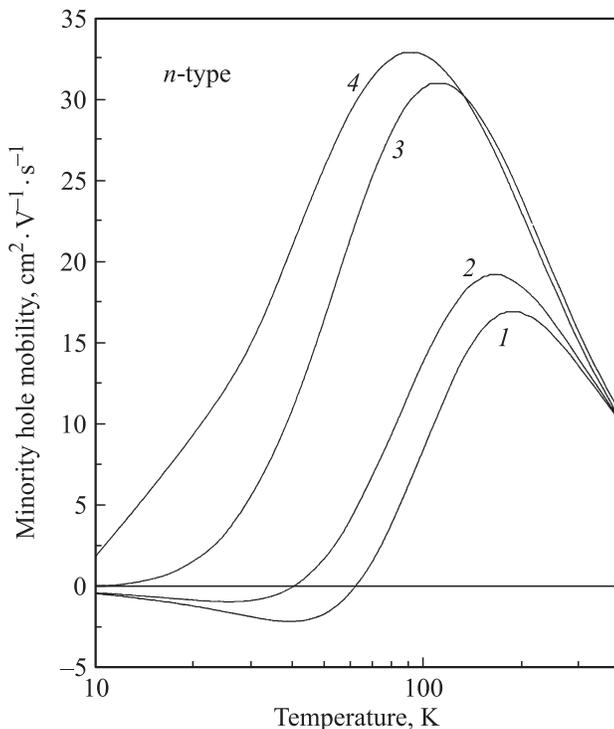
Различие в поведении подвижности неосновных носителей разного знака при изменении концентрации нейтральной примеси иллюстрируется рис. 1 и 2. Согласно рис. 1, функция  $\mu_p^{(min)}/\mu_n^{(I)}$  растет с увеличением  $\tau_2^{(n)}$  при выполнении неравенства  $\tau_2^{(n)} < 2$  и малой величине  $\tau_1^{(n)}$ . Отношение  $\mu_n^{(min)}/\mu_p^{(I)}$  (рис. 2) в этих же условиях уменьшается, подобно зависимости  $\mu_p^{(maj)}/\mu_p^{(I)}$ .

В работе [7] приведены результаты измерения температурной зависимости подвижности  $\mu_p^{(min)}$  в  $n$ -Si в образцах с различной степенью легирования. Авторами работы отмечено возрастание  $\mu_p^{(min)}$  при увеличении величины  $N_I$  от  $1.5 \cdot 10^{18}$  до  $2.4 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . Если предположить, что с увеличением легирования материала в структуры вводится нейтральная неконтролируемая примесь, то отмеченные закономерности укладываются в рамки развиваемой нами теории.

Данные рис. 3 свидетельствуют о качественном согласии теории с экспериментом [7]. Для расчета кривых на



**Рис. 3.** Зависимости подвижности дырок в материале  $n$ -типа проводимости от температуры при разных концентрациях  $N_I$  и  $N_0$ ,  $\text{см}^{-3}$ : 1 —  $N_I = 10^{18}$ ,  $N_0 \ll N_I$ ; 2 —  $N_I = 1.5 \cdot 10^{18}$ ,  $N_0 = 3 \cdot 10^{17}$ ; 2' —  $N_I = 1.5 \cdot 10^{18}$ ,  $N_0 \ll N_I$ ; 3 —  $N_I = 2.5 \cdot 10^{18}$ ,  $N_0 = 1.5 \cdot 10^{18}$ ; 3' —  $N_I = 2.5 \cdot 10^{18}$ ,  $N_0 \ll N_I$ .



**Рис. 4.** Зависимости подвижности дырок в материале  $n$ -типа проводимости от температуры при  $N_I = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ .  $N_0 \ll N_I$  (1),  $N_0 = 10^{17}$  (2),  $10^{18}$  (3),  $10^{19} \text{ см}^{-3}$  (4).

рис. 3 использованы следующие зависимости:

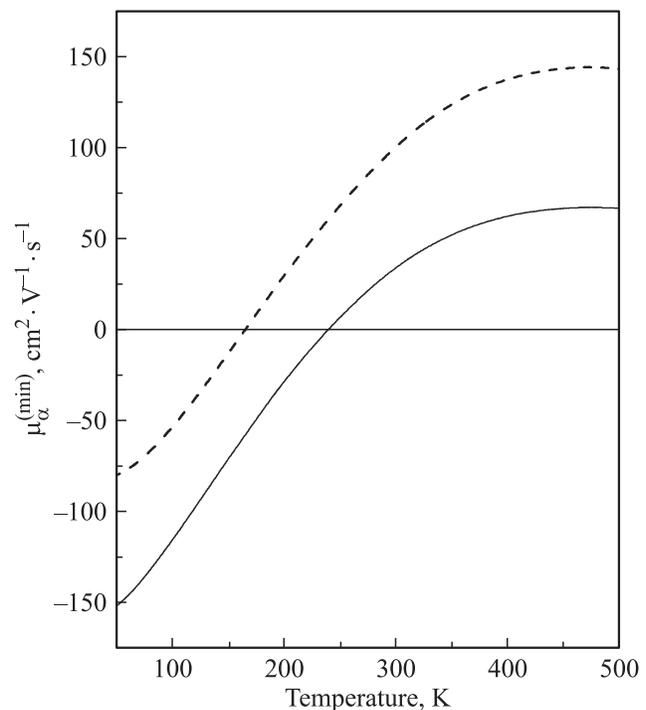
$$\mu_n^{(I)} = 20(10^{18}/N_n)(T/10)^{1.5}, \quad \mu_n^{(F)} = 100(T/1000)^{-1.5},$$

$$\mu_n^{(N)} = (1.44 \cdot 10^{22} m_n)/(N_0 \epsilon), \quad c_n = 0.5, \quad m_n = 0.2. \quad (16)$$

При замене  $n$  на  $p$  в  $\mu_n^{(k)}$  формулы (16) изменяются согласно соотношениям (14). Выражения (16) позволяют перевести рис. 1 в безразмерных координатах  $\mu_p^{(\min)}/\mu_n^{(I)}$  и  $\tau_1^{(n)}$  в рис. 3 с размерными координатами  $\mu_p^{(\min)}$  и  $T$ . На рис. 3 изображены зависимости  $\mu_p^{(\min)}(T)$  в материале  $n$ -типа при различных значениях концентраций ионизованной и нейтральной примеси. Из кривых рис. 3 следует, что подвижность  $\mu_p^{(\min)}$  растет при одновременном увеличении концентраций  $N_I$  и  $N_0$ , как получено в [7], в то время как при условии  $N_0 \ll N_I$   $\mu_p^{(\min)}$  уменьшается с ростом уровня легирования.

На рис. 4 приведены зависимости  $\mu_p^{(\min)}(T)$  в материале  $n$ -типа проводимости при фиксированной концентрации  $N_I = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $c_n = 0.5$  для разных концентраций нейтральной примеси. В расчете были использованы соотношения (16). Подвижность  $\mu_p^{(\min)}$  становится отрицательной при  $N_0 \ll N_I$  для  $T \approx 60 \text{ К}$ ,  $N_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$  для  $T \approx 30 \text{ К}$ . При  $N_0 \geq 10^{18} \text{ см}^{-3}$  область увлечения исчезает. При  $N_0 = 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и  $T < 120 \text{ К}$  величина  $\mu_p^{(\min)}$  больше, чем при  $N_0 = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , но меньше, чем при  $N_0 = 10^{19} \text{ см}^{-3}$ .

Представляет интерес сравнить результаты расчетов, проведенных выше, с расчетами подвижности неоснов-



**Рис. 5.** Зависимости подвижности неосновных носителей в  $n$ - и  $p$ -Si от температуры при  $N_I = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ : сплошная линия — дырки, штриховая — электроны.

ных носителей по феноменологической модели [16–19] на примере Si  $n$ - и  $p$ -типа проводимости. На рис. 5 представлены температурные зависимости подвижности неосновных носителей — дырок в  $n$ -Si и электронов в  $p$ -Si при концентрации легирующей примеси  $10^{18} \text{ см}^{-3}$ , рассчитанные по модели [16–19], из которых можно сделать вывод о существовании области увлечения в обоих материалах. С другой стороны, расчеты [14,15] и рис. 2 данной статьи показывают, что легкие неосновные носители не увлекаются тяжелыми основными, поэтому область увлечения может наблюдаться лишь в материале одного типа проводимости: либо  $n$ -, либо  $p$ -типа.

#### 4. Обсуждение результатов расчета

Выясним вклад механизмов релаксации (3) и  $eh$ -взаимодействия в подвижность неосновных носителей. Нас интересует выявление основных каналов релаксации (3) при изменении параметров  $\tau_1^{(\alpha)}$  и  $\tau_2^{(\alpha)}$ . Для этого в первое уравнение (11) подставим решение системы (11) для  $q_1^{(p)}$ ,  $q_2^{(p)}$  и формулы (12), определяющие  $q_1^{(n)}$ ,  $q_2^{(n)}$ .

Рассмотрим случай  $\tau_1^{(n)} = \tau_2^{(n)} = 0$ . В материале  $n$ -типа (рис. 1) функция  $(c_n/2) \times R_1 > 0.4 > \pi/8 = 0.393$  и, следовательно,  $R_p^{(\tau-r,1)} < 0$  ( $q_1^{(p)} < 0$ ,  $q_2^{(p)} < 0$ ). Поэтому  $\mu_p^{(\min)}$ , согласно (13), меняет знак относительно  $\mu_p^{(\text{maj})}$ . В материале  $p$ -типа (рис. 2) левая часть и оба слагаемых в правой части отрицательны, и  $(c_p/2) \times R_1 \approx -0.37 > -\pi/8$ . Это означает, что  $R_n^{(\tau-r,1)} < 0$  и знаки  $\mu_n^{(\min)}$  и  $\mu_n^{(\text{maj})}$  (13) совпадают.

Отметим, что модуль функции  $(c_\alpha/2) \times R_1$  падает с увеличением  $\tau_1^{(\alpha)}$  и  $\tau_2^{(\alpha)}$ , в то время как модуль функции  $R_\alpha^{(\tau-r,1)}$  растет. Проследим за изменением вклада релаксации на фонах в сумму  $R_\alpha^{(\tau-r,1)}$ , пренебрегая рассеянием на нейтральной примеси:  $\tau_2^{(\alpha)} = 0$ .

В материале  $n$ -типа проводимости в первом уравнении (11)  $\tau_1^{(p)} = 16\tau_1^{(n)}$  (15), поэтому при увеличении  $\tau_1^{(n)}$  (рис. 1) вклад релаксации на фонах в слагаемое  $R_p^{(\tau-r,1)}$  становится преобладающим. При  $(c_n/2) \times R_1 \geq \pi/8$  модуль отношения подвижностей  $\mu_p^{(\min)}/\mu_n^{(I)}$  падает до нуля из-за уменьшения  $(c_n/2) \times R_1$ , а затем  $\mu_p^{(\min)}/\mu_n^{(I)}$  начинает возрастать до тех пор, пока  $(c_n/2) \times R_1 > R_p^{(\tau-r,1)}$ . Расчет показывает, что  $\mu_p^{(\min)}/\mu_n^{(I)}$  начинает уменьшаться с ростом  $\tau_1^{(n)}$  при  $\tau_1^{(n)} \approx 0.1$ , т.е. в материале  $n$ -типа проводимости при  $\tau_2^{(n)} = 0$   $eh$ -столкновения и релаксация на фонах ответственны за поведение подвижности дырок в области низких температур, релаксация на ионизованной примеси несущественна.

В материале  $p$ -типа проводимости (рис. 2), где  $\tau_1^{(n)} = 0.0625\tau_1^{(p)}$  (15), возрастание  $\tau_1^{(p)}$  не сказывается на изменении функции  $R_n^{(\tau-r,1)}$ . Величина  $R_n^{(\tau-r,1)}$  в первом уравнении (11) растет за счет первого слагаемого, характеризующего вклад рассеяния на ионизован-

ной примеси. Функция  $\mu_n^{(\min)}/\mu_p^{(I)}$  возрастает в области  $R_n^{(\tau-r,1)} \ll (c_p/2) \times R_1$ . Рис. 2 показывает, что величина  $\mu_n^{(\min)}/\mu_p^{(I)}$  начинает уменьшаться при  $\tau_1^{(p)} \approx 0.3$ . В материале  $p$ -типа проводимости  $eh$ -взаимодействие и рассеяние на ионизованной примеси определяют поведение подвижности электронов в области  $\tau_1^{(p)} < 0.3$ , релаксация на фонах не играет роли.

Исследуем изменение подвижностей  $\mu_p^{(\min)}$  и  $\mu_n^{(\min)}$  с увеличением концентрации нейтральной примеси, оценивая вклад от релаксации на  $N_0$  в  $R_\alpha^{(\tau-r,1)}$ . Рассмотрим изменение подвижности с увеличением параметра  $\tau_2^{(\alpha)}$  (рис. 1 и 2) при  $\tau_1^{(\alpha)} = 0$ . Так как в материале  $n$ -типа проводимости (рис. 1)  $\tau_2^{(p)} = 0.125\tau_2^{(n)}$  (15), рассеяние на нейтральной примеси не вносит существенного вклада в величину  $R_p^{(\tau-r,1)}$  и функция  $R_p^{(\tau-r,1)}$  имеет вид  $(2/3)(q_1^{(p)} + q_2^{(p)})$  при  $0 < \tau_2^{(n)} < 2$ . При выполнении неравенства  $R_p^{(\tau-r,1)} < (c_n/2) \times R_1$  коэффициенты  $q_1^{(p)}$ ,  $q_2^{(p)}$ , а с ними и функция  $\mu_p^{(\min)}/\mu_n^{(I)}$  возрастают. При  $\tau_1^{(n)} = 0$  и  $\tau_2^{(n)} > 2$  функция  $\mu_p^{(\min)}/\mu_n^{(I)}$  падает с ростом концентрации нейтральной примеси. При описании этого эффекта при  $\tau_2^{(n)} < 2$  необходимо учитывать  $eh$ -взаимодействие и рассеяние на ионизованной примеси; рассеяние на нейтральной примеси вклада не вносит.

В материале  $p$ -типа проводимости при  $\tau_1^{(p)} = 0$  (рис. 2)  $\tau_2^{(n)} = 8\tau_2^{(p)}$  (18). Поэтому роль рассеяния на нейтральной примеси в механизмах релаксации (3) возрастает с увеличением параметра  $\tau_2^{(p)}$ . Функция  $R_n^{(\tau-r,1)}$  растет из-за уменьшения влияния  $eh$ -взаимодействия, и при  $\tau_1^{(p)} = 0$  величина  $\mu_n^{(\min)}/\mu_p^{(I)}$  уменьшается с ростом  $\tau_2^{(p)}$ . В этом случае существенны  $eh$ -столкновения и рассеяние на нейтральной примеси.

Суммируем результаты этого раздела следующим образом.

1) В материалах  $n$ - и  $p$ -типа проводимости при описании особенностей поведения подвижности неосновных носителей при низкой температуре необходим учет  $eh$ -взаимодействия.

2) При  $\tau_1^{(n)} = \tau_2^{(n)} = 0$  в  $n$ -материале (рис. 1) функция  $(c_n/2) \times R_1 > 0.4 > \pi/8$  и, следовательно,  $R_p^{(\tau-r,1)} < 0$ , поэтому  $\mu_p^{(\min)}$  меняет знак (эффект увлечения). В  $p$ -материале (рис. 2) функция  $(c_p/2) \times R_1 \approx -0.37 > -\pi/8$ , значит,  $R_n^{(\tau-r,1)} < 0$ , знаки  $\mu_n^{(\min)}$  и  $\mu_n^{(\text{maj})}$  совпадают (эффект увлечения отсутствует).

3) В материале  $n$ -типа проводимости при  $\tau_2^{(n)} = 0$  и  $\tau_1^{(p)} = 16\tau_1^{(n)}$  существенна релаксация на фонах, а релаксация на ионизованной примеси не играет роли. При  $\tau_1^{(n)} = 0$ ,  $\tau_2^{(p)} = 0.125\tau_2^{(n)}$  и выполнении неравенства  $\tau_2^{(n)} < 2$  превалирует рассеяние на ионизованной примеси, а рассеяние на нейтральной примеси не вносит вклада.

4) В материале  $p$ -типа проводимости при  $\tau_2^{(p)} = 0$  и  $\tau_1^{(p)} = 0.0625\tau_1^{(n)}$  в области  $\tau_1^{(p)} < 0.3$  преобладает

рассеяние на ионизованной примеси, в то время как релаксация на фононах незначительна. При  $\tau_1^{(p)} = 0$  и  $\tau_2^{(n)} = 8\tau_2^{(p)}$  требуется учет рассеяния на нейтральной примеси.

Характер зависимостей, приведенных на рис. 1–4, обусловлен, наряду с взаимными столкновениями носителей, различием эффективных масс носителей разного знака ( $m_n \neq m_p$ ) и зависимостью подвижностей  $\mu_a^{(I)}$ ,  $\mu_a^{(F)}$  и  $\mu_a^{(N)}$  от массы носителя.

## 5. Заключение

Выведенные уравнения для функций распределения основных и неосновных носителей заряда, в которых наряду с взаимными столкновениями носителей учтены механизмы рассеяния в приближении времени релаксации (3), позволяют развить теорию, выходящую за рамки феноменологической модели [16–19]. С помощью этих уравнений проведено исследование подвижности неосновных носителей. В работе выявлено и проанализировано необычное поведение подвижности неосновных носителей в области низких температур.

Построенная теория, учитывающая  $eh$ - и  $ee$ -взаимодействия, рассеяние на акустических фононах, на ионизованной и нейтральной примеси, позволяет найти в полупроводнике область увлечения тяжелых носителей легкими. На рис. 3 и 4 показано, что граница области увлечения определяется легированием материала и концентрацией нейтральной примеси.

При низкой температуре ( $T < 100$  К) и увеличении концентрации нейтральной примеси до значений, превышающих уровень легирования, развиваемая теория предсказывает рост подвижности дырок  $\mu_p^{(\min)}$  в материале  $n$ -типа проводимости. При этом поведение носителей (рис. 1) определяется  $eh$ -взаимодействием и рассеянием на ионизованной примеси. Обсуждаемое возрастание подвижности с ростом уровня легирования и концентрации нейтральной примеси является качественным объяснением эксперимента работы [7].

Важно отметить, что поведение функций  $\mu_a^{(\min)}$  при низкой температуре, наряду с взаимными столкновениями, во многом определяется различием эффективных масс носителей разного знака и зависимостью подвижностей  $\mu_a^{(I)}$ ,  $\mu_a^{(F)}$  и  $\mu_a^{(N)}$  от массы носителя.

Автор приносит искреннюю благодарность А.С. Кюргину за интерес к работе и полезные обсуждения.

## Список литературы

- [1] Z.P. Guan, J.Z. Li, G.Y. Zhang, S.X. Jin, X.M. Ding. *Semicond. Sci. Technol.*, **15**, 51 (2000).
- [2] J. Dziewior, D. Silber. *Appl. Phys. Lett.*, **35**, 170 (1979).
- [3] D.E. Burk, V. De La Torre. *IEEE Electron. Dev. Lett.*, **EDL-5**, 231 (1984).

- [4] R.P. Mertens, J.L. Meerbergen, I.P. Nijs, Van Overstraeten. *IEEE Trans. Electron. Dev.*, **ED-27**, 949 (1980).
- [5] A. Newgroschel. *IEEE Trans. Electron. Dev. Lett.*, **EDL-6**, 425 (1985).
- [6] E. Susi, L. Passari, M. Merly, M.C. Carrotta. *Phys. Status Solidi A*, **106**, 835 (1988).
- [7] C.H. Wang, K. Misiakos, A. Newgroschel. *Appl. Phys. Lett.*, **57**, 159 (1990).
- [8] L. Chernyak, A. Osinsky, H. Temkin, J.W. Yang, Q. Chen, M.A. Khan. *Appl. Phys. Lett.*, **69**, 2531 (1996).
- [9] O. Brandt, H. Yang, H. Kostial, K.H. Ploog. *Appl. Phys. Lett.*, **69**, 2707 (1996).
- [10] Z.Z. Bandic, P.M. Bridger, E.C. Picuette, T.C. McGill. *Appl. Phys. Lett.*, **72**, 3166 (1998).
- [11] A.Y. Polyakov, Q. Li, S.W. Huh, M. Skowronski, O. Lopatiuk, L. Chernyak, E. Sanchez. *J. Appl. Phys.*, **97**, 053 703 (2005).
- [12] R.A. Hopfel, J. Shah. *Phys. Rev. Lett.*, **56** (25), 2736 (1986).
- [13] R.A. Hopfel, J. Shah. *Appl. Phys. Lett.*, **49** (10), 572 (1986).
- [14] И.М. Дыкман, П.М. Томчук. *ФТТ*, **6**, 1388 (1964).
- [15] З.С. Грибников, В.И. Мельников. *ФТП*, **2**, 1352 (1968).
- [16] В.А. Кузьмин, Т.Т. Мнацаканов, В.В. Шуман. *Письма ЖТФ*, **7**, 689 (1980).
- [17] Т.Т. Mnatsakanov. *Phys. Status Solidi B*, **3**, 225 (1987).
- [18] Т.Т. Mnatsakanov, I.L. Rostovtsev, N.I. Philatov. *Sol. St. Electron.*, **30**, 579 (1987).
- [19] Т.Т. Mnatsakanov, B.N. Gresserov, L.I. Pomortseva. *Sol. St. Electron.*, **38**, 225 (1995).
- [20] Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. *Физическая кинетика* (М., Наука, 1979) гл. 4.
- [21] Дж. Займан. *Электроны и фононы* (М., Иностран. лит., 1962).
- [22] В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. *Физика полупроводников* (М., Наука, 1977) гл. 13.
- [23] И.М. Дыкман, П.М. Томчук. *ФТТ*, **2**, 2228 (1960).
- [24] П.М. Томчук. *ФТТ*, **3**, 1258 (1961).

Редактор Л.В. Шаронова

## Minority carrier mobility at low injection level in semiconductors

L.I. Pomortseva

Federal State Unitary Enterprise „All-Russian Electrotechnical Institute named after V.I. Lenin“, 111250 Moscow, Russia

**Abstract** Majority and minority carrier distribution functions at the low injection level is derived from kinetic equations. The Landau collision integral was used for description of electron–hole scattering. The carrier scattering on acoustic phonons, ionized and neutral impurities was taken into account. It is found an analytic expression for the majority carrier distribution function. Minority carrier mobility at the low injection level was calculated and some peculiarities at low temperatures were explained. It is shown that the minority hole mobility increases with rising doping level and neutral impurity concentration. This effect is explained by influence of mutual charge carriers scattering and by the difference in the effective masses of carriers with opposite signs.