

# Продольная электропроводность слоистых зарядово-упорядоченных кристаллов в сильном квантующем магнитном поле

© П.В. Горский

Черновицкий национальный университет им. Ю. Федьковича,  
58012 Черновцы, Украина

(Получена 19 августа 2010 г. Принята к печати 23 ноября 2010 г.)

Определена продольная электропроводность слоистых зарядово-упорядоченных кристаллов в сильном квантующем магнитном поле, перпендикулярном слоям. При этом рассмотрены условия, когда параметр упорядочения и химический потенциал носителей тока являются осциллирующими функциями индукции магнитного поля  $B$ . Продольная электропроводность рассчитана для двух моделей времени релаксации: времени, пропорционального продольной скорости носителей тока, и постоянного времени. Показано, что в первой модели относительный вклад осциллирующей части проводимости меньше, чем во второй. В сильных магнитных полях полная электропроводность слоистого кристалла в случае времени релаксации, пропорционального продольной скорости, вначале превышает полную продольную электропроводность для случая постоянного времени релаксации. Однако в очень сильных магнитных полях в условиях сосредоточения носителей тока в единственной заполненной подзоне Ландау полная электропроводность в случае времени релаксации, пропорционального продольной скорости, снова меньше, чем в случае постоянного времени релаксации. В этих условиях при постоянном времени релаксации полная электропроводность стремится к нулю по закону  $\sigma_{zz} \propto B^{-2}$ , а при времени релаксации, пропорциональном продольной скорости, — по закону  $\sigma_{zz} \propto B^{-3}$ .

## 1. Введение

Простейшая модель электронного спектра слоистого кристалла, в которой движение носителей тока в плоскости слоев описывается методом эффективной массы, а поперек слоев — методом сильной связи, была предложена Р. Фивазом [1] в 1967 году. Д. Греку и В. Протопопеску, были, по-видимому, первыми, кто рассчитал осциллирующую часть термодинамического потенциала электронного газа таких кристаллов в квантующем магнитном поле, перпендикулярном слоям [2]. Этот расчет был выполнен для случая открытых поверхностей Ферми, т.е. в ситуации, когда  $\xi/\Delta \gg 1$ , где  $\xi$  — химический потенциал (энергия Ферми) электронного газа при достаточно низких температурах,  $\Delta$  — полуширина мини-зоны, характеризующей движение электронов в направлении, перпендикулярном слоям. С тех пор и вплоть до настоящего времени в подавляющем большинстве теоретических работ, посвященных, например, гальваномагнитным явлениям в слоистых кристаллах [3–6], в качестве последних рассматриваются исключительно кристаллы с сильно открытыми поверхностями Ферми. Таким образом, считается, что слоистость вообще никак не проявляется, если  $\xi/\Delta \leq 2$ , т.е. в случае замкнутых поверхностей Ферми (знак равенства отвечает переходу от замкнутых поверхностей Ферми к открытым). По мнению автора настоящей статьи неучет эффектов слоистости корректен только при  $\xi/\Delta \ll 1$ , т.е. когда мы имеем дело с трехмерным кристаллом, электронный спектр которого описывается законом эффективной массы, пусть даже сильно анизотропной.

В данной статье в целях демонстрации проявления эффектов слоистости при замкнутых поверхностях Ферми и при переходе от открытых поверхностей Ферми к

замкнутым рассматривается продольная электропроводность слоистых кристаллов с межслоевым зарядовым упорядочением в случае, когда квантующее магнитное поле и электрическое поле перпендикулярны слоям. При этом, в отличие от работы [7], в которой рассматривался случай квазиклассического магнитного поля, в данном случае рассматривается более широкий диапазон квантующих магнитных полей, в котором необходимо учитывать зависимость параметра порядка и химического потенциала электронного газа от магнитного поля. Электропроводность рассчитывается для двух моделей времени релаксации носителей тока: времени, пропорционального модулю продольной скорости носителей тока, и постоянного времени. Первая модель корректна для случая сильно анизотропного рассеяния носителей тока на акустических фононах, в том числе для спонтанного и индуцированного рассеяния в квантующем магнитном поле [8]. В случае рассеяния на заряженных примесях более корректна, по крайней мере для сильно открытых поверхностей Ферми, например, модель, в которой время релаксации постоянно [3].

## 2. Уравнения, определяющие химический потенциал газа носителей тока и параметр упорядочения в сильном квантующем магнитном поле, и их решение

Данные уравнения в отсутствие магнитного поля приводились, например, в работе [7]. Для вывода этих уравнений в сильном квантующем магнитном поле с индукцией  $B$  можно воспользоваться результатами ра-

боты [9], в которой приведено уравнение, определяющее химический потенциал электронного газа в квантующем магнитном поле. Рассматривая зарядовое упорядочение как простое чередование слоев, более и менее заполненных носителями тока, например электронами, слоев и вводя поверхностную плотность носителей тока на  $i$ -м слое по формуле

$$n_i = n_0 a [1 + (-1)^i \delta], \quad (1)$$

где  $n_0$  — объемная концентрация носителей тока,  $a$  — расстояние между соседними слоями,  $\delta$  — относительный параметр упорядочения, получим следующую систему уравнений, определяющих  $\delta$  и химический потенциал газа носителей тока  $\xi$  в сильном квантующем магнитном поле при низких температурах:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi\xi_0} \left[ \int_{\xi+R \geq 0} (\xi + R) dx + \int_{\xi-R \geq 0} (\xi - R) dx \right] \\ & + \frac{kT}{\xi_0} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l}{\text{sh}(\pi^2 l kT / \mu^* B)} \left[ \int_{\xi+R \geq 0} \sin\left(\pi l \frac{\xi + R}{\mu^* B}\right) dx \right. \\ & \left. + \int_{\xi-R \geq 0} \sin\left(\pi l \frac{\xi - R}{\mu^* B}\right) dx \right] = 1, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{W_0}{2\pi\xi_0} \left[ \int_{\xi+R \geq 0} (\xi + R) R^{-1} dx - \int_{\xi-R \geq 0} (\xi - R) R^{-1} dx \right] \\ & + \frac{kTW_0}{\xi_0} \sum_{l=1}^{\infty} \frac{(-1)^l}{\text{sh}(\pi^2 l kT / \mu^* B)} \left[ \int_{\xi+R \geq 0} R^{-1} \sin\left(\pi l \frac{\xi + R}{\mu^* B}\right) dx \right. \\ & \left. - \int_{\xi-R \geq 0} R^{-1} \sin\left(\pi l \frac{\xi - R}{\mu^* B}\right) dx \right] = 1. \quad (3) \end{aligned}$$

В этих уравнениях  $R = \sqrt{W_0 \delta^2 + \Delta^2 \cos^2 x}$ ,  $W_0$  — эффективное притяжение между носителями, приводящее к зарядовому упорядочению,  $\Delta$  — полуширина мини-зоны в отсутствие зарядового упорядочения,  $\mu^* = \mu_B t_0 / m^*$ ,  $\mu_B$  — магнетон Бора,  $t_0$  — масса свободного электрона,  $m^*$  — эффективная масса электрона в плоскости слоев,  $\xi_0 = n_0 a h^2 / 4\pi m^*$  — энергия Ферми идеального двумерного Ферми-газа при абсолютном нуле температуры,  $\text{sh}(\dots)$  — гиперболический синус,  $T$  — температура,  $k$  — постоянная Больцмана. Интегрирование выполняется по положительным значениям  $x$  из промежутка  $0 \leq x \leq \pi$ , удовлетворяющим указанному в уравнениях ограничению областей интегрирования.

Полевые зависимости химического потенциала  $\xi$  и параметра порядка  $\delta$ , полученные в результате численного решения системы уравнений (2), (3) для случая  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\Delta = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$  в диапазоне магнитных полей  $0.05 \leq \mu^* B / \Delta \leq 5$ , изображены на рис. 1, 2.

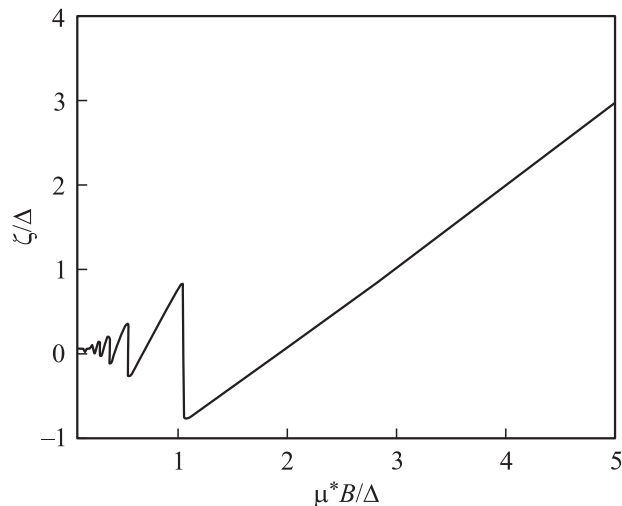


Рис. 1. Полевая зависимость химического потенциала газа носителей тока в области  $0.05 \leq \mu^* B / \Delta \leq 5$  при  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\Delta = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$ .

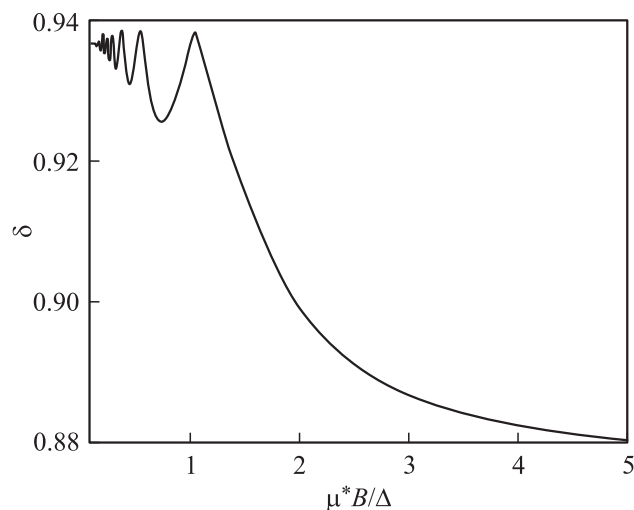


Рис. 2. Полевая зависимость относительного параметра упорядочения в области  $0.05 \leq \mu^* B / \Delta \leq 5$  при  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\Delta = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$ .

Из этих рисунков видно, что указанные величины, как и следовало ожидать, являются осциллирующими функциями магнитного поля. Указанные параметры задачи выбраны потому, что в этом случае при  $B = 0$  уровень химического потенциала газа носителей тока лежит точно посередине псевдощели между мини-зонами, обусловленными зарядовым упорядочением и определяющими межслоевое движение носителей тока в зарядово-упорядоченном кристалле. Поэтому в отсутствие магнитного поля поверхность Ферми слоистого зарядово-упорядоченного кристалла является открытой, хотя в отсутствие упорядочения при выбранных параметрах задачи она замкнута. Однако при достаточно сильных магнитных полях зависимость химического потенциала

от магнитного поля становится практически линейной. Это имеет место потому, что в сильных магнитных полях уравнение (2) имеет следующее асимптотическое решение:

$$\xi = \mu^* B - \sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 \cos^2 \frac{\pi \xi_0}{4\mu^* B}}. \quad (4)$$

Такая форма решения обусловлена, в частности, и тем, что при  $-\sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2} < \xi - \mu^* B < -W_0 \delta$  поверхность Ферми кристалла в пределах первой одномерной зоны Бриллюэна состоит из трех „магнитных трубок“, одна из которых имеет плоскость симметрии  $k_z = 0$ , а две другие, являющиеся половинами первой, начинаются от плоскостей  $k_z = \pm\pi/a$  и сужаются внутрь зоны Бриллюэна. Соотношение (4) означает, что в сильных магнитных полях происходит конденсация носителей тока на дно единственной заполненной мини-зоны Ландау с номером  $n = 0$ . Поэтому и имеет место топологический переход, заключающийся в постепенном превращении поверхности Ферми из открытой в замкнутую. Это обстоятельство обязательно должно учитываться при расчете продольной электропроводности. Следует, однако, отметить, что в строгом смысле в квантующем магнитном поле поверхность Ферми кристалла не определена, поэтому о ней говорят условно, представляя ее как совокупность полых соосных гофрированных открытых цилиндров, так называемых „магнитных трубок“, оси которых параллельны направлению магнитного поля. Тогда такая поверхность Ферми считается открытой, если хотя бы один цилиндр имеет длину  $2\pi/a$ , и замкнутой в противном случае.

В точке перехода параметр упорядочения достигает наибольшего значения, а химический потенциал — наименьшего, причем изменяется почти скачком (в рассматриваемой модели точно скачком). В реальности, однако, этот скачок несколько размывается из-за фактора Дингла, связанного с рассеянием носителей тока на примесях и дефектах, приводящим к уширению уровней Ландау [8,10]. Мы тем не менее будем считать этот фактор близким к единице. Основное условие, при котором это можно делать, оговорим при расчете продольной электропроводности.

Из рис. 2 видно, что даже при  $B = 0$   $\delta < 1$ , т.е. упорядочение является неполным, а также что в сильных магнитных полях упорядочение разрушается, хотя и весьма медленно. Вышеуказанное происходит потому, что, с одной стороны, межслоевое трансляционное движение электронов при  $\Delta > 0$  стремится сгладить неравномерность их послыоного распределения и, с другой стороны, при наличии уровней Ландау полная энергия газа носителей тока больше, чем в отсутствие этих уровней. Последнее, если исходить из термодинамических соображений, должно противодействовать зарядовому упорядочению.

### 3. Расчет продольной электропроводности и обсуждение результатов расчета

Прежде чем переходить к расчету продольной электропроводности зарядово-упорядоченного слоистого кристалла, напомним общие формулы, аналогичные приведенным, например, в работе [9]. Для обеих рассматриваемых моделей времени релаксации при низких температурах эту электропроводность можно разбить на две составляющие:

$$\sigma_{zz} = \sigma_0 + \sigma_{os}, \quad (5)$$

которые определяются так:

$$\sigma_0 = \frac{16\pi^2 e^2 m^* a}{h^4} \int_{W(x) \leq \xi - \mu^* B} \tau(x) |W'(x)|^2 dx, \quad (6)$$

$$\sigma_{os} = \frac{32\pi^2 e^2 m^* a}{h^4} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l f_l^\sigma \times \int_{W(x) \leq \xi - \mu^* B} \tau(x) |W'(x)|^2 \cos \left[ \pi l \frac{\xi - W(x)}{\mu^* B} \right] dx. \quad (7)$$

В этих формулах  $W(x) = \pm \sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 \cos^2 x}$ ,  $\tau(x)$  — какая-либо модельная функция, описывающая зависимость времени релаксации от параметров задачи и продольного квазимпульса, и, кроме того,

$$f_l^\sigma = \frac{\pi^2 l k T / \mu^* B}{\text{sh}(\pi^2 l k T / \mu^* B)}. \quad (8)$$

Ограничения области интегрирования в формулах (6) и (7) явно учитывают соотношение (4), физический смысл которого обсуждался выше.

Модельные функции для  $\tau(x)$  определим так. В случае времени релаксации, пропорционального модулю продольной скорости, положим  $\tau(x) = C |W'(x)|$ , а в случае постоянного времени релаксации положим  $\tau(x) = \tau_0$ . Явные выражения для  $C$  и  $\tau_0$  будут даны далее. Переходя в формулах (6) и (7) к интегрированию по энергии продольного движения и учитывая модельные зависимости для времени релаксации, а также то, что мы рассматриваем ситуацию, когда в отсутствие магнитного поля уровень химического потенциала системы лежит в псевдощели между мини-зонами, окончательно приходим к следующим выражениям для составляющих продольной электропроводности:

$$\sigma_0 = \frac{16\pi^2 e^2 m^* a C}{h^4} \int_{-(\xi - \mu^* B)}^{\sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2}} y^{-2} (W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 - y^2)(y^2 - W_0^2 \delta^2) dy, \quad (9)$$

$$\sigma_{os} = \frac{32\pi^2 e^2 m^* a C}{h^4} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l f_l^{\sigma} \int_{-(\xi - \mu^* B)}^{\sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2}} y^{-2} (W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 - y^2) \times (y^2 - W_0^2 \delta^2) \cos\left(\pi l \frac{\xi + y}{\mu^* B}\right) dy \quad (10)$$

в случае времени релаксации, пропорционального продольной скорости, и

$$\sigma_0 = \frac{16\pi^2 e^2 m^* a \tau_0}{h^4} \int_{-(\xi - \mu^* B)}^{\sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2}} y^{-1} \sqrt{(W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 - y^2)(y^2 - W_0^2 \delta^2)} dy, \quad (11)$$

$$\sigma_{os} = \frac{32\pi^2 e^2 m^* a \tau_0}{h^4} \sum_{l=1}^{\infty} (-1)^l f_l^{\sigma} \int_{-(\xi - \mu^* B)}^{\sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2}} y^{-1} \times \sqrt{(W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 - y^2)(y^2 - W_0^2 \delta^2)} \cos\left(\pi l \frac{\xi + y}{\mu^* B}\right) dy \quad (12)$$

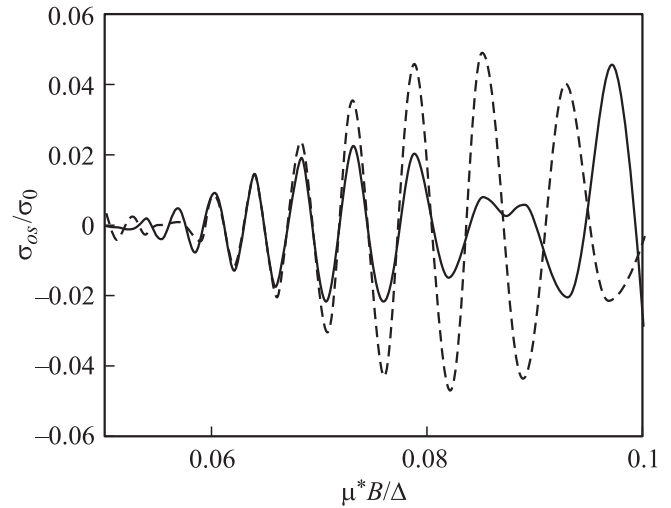
в случае постоянного времени релаксации. В этих формулах нижнюю границу интегрирования по  $y$  при  $-W_0\delta \leq \xi - \mu^*B \leq W_0\delta$  следует заменить на  $W_0\delta$ .

Полевая зависимость осциллирующей части электропроводности при  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\xi_0 = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$ ,  $0.05 \leq \mu^*B/\Delta \leq 0.1$  изображена на рис. 3. Сплошная кривая соответствует модели времени релаксации, пропорционального продольной скорости, а штриховая — модели постоянного времени релаксации. В обеих моделях, как и следовало ожидать, осцилляции продольной электропроводности имеют двоякопериодическую структуру, причем меньшие периоды осцилляций связаны с максимальными сечениями поверхности Ферми перпендикулярными полю плоскостями  $k_z = 0$  и  $k_z = \pm\pi/\alpha$ . Большие периоды осцилляций связаны с минимальными сечениями поверхности Ферми плоскостями  $k_z = \pm\pi/2a$ . Соответствующие частоты осцилляций определяются по формулам

$$F_l = \pi l \frac{\xi + \sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2}}{\mu^*}, \quad (13)$$

$$F'_l = \pi l \frac{\xi + W_0 \delta}{\mu^*}. \quad (14)$$

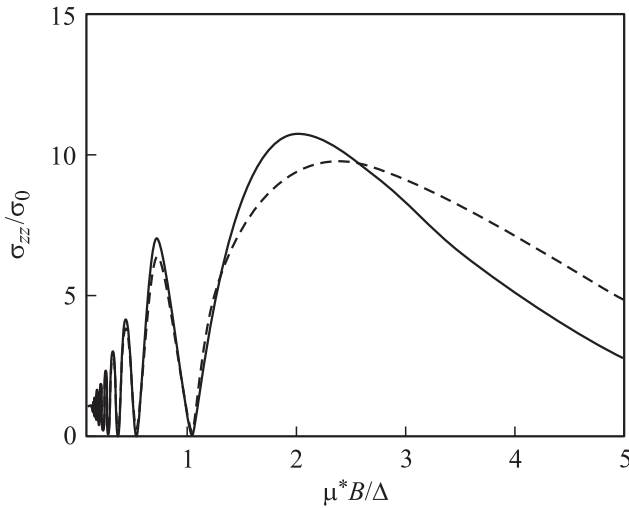
В зарядово-упорядоченном слоистом кристалле эти частоты близки друг к другу, поэтому осцилляции продольной электропроводности имеют вид высокочастотных колебаний, на которые наложены низкочастотные биения. Что касается амплитуд и фаз осцилляций, то они, как видно из рис. 3, существенно зависят от того, как именно моделируется время релаксации носителей



**Рис. 3.** Полевая зависимость осциллирующей части продольной электропроводности в области  $0.05 \leq \mu^*B/\Delta \leq 0.1$  при  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\Delta = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$  для времени релаксации, пропорционального продольной скорости (сплошная линия) и постоянного времени релаксации (штриховая) в предположении независимости рассеяния от магнитного поля.

тока. В случае времени релаксации, пропорционального модулю продольной скорости, относительный вклад осцилляций в целом меньше, чем в случае постоянного времени релаксации. Кроме того, в случае времени релаксации, пропорционального модулю продольной скорости, осцилляции опережают по фазе осцилляции, которые должны наблюдаться в случае постоянного времени релаксации. В пределах основной части осцилляций в исследуемом диапазоне магнитных полей при времени релаксации, пропорциональном продольной скорости, относительный вклад осцилляций достигает 2%. При постоянном же времени релаксации он достигает 5%. Это происходит потому, что, как показывает анализ, в слабых магнитных полях в случае времени релаксации, пропорционального продольной скорости, относительный вклад осцилляций пропорционален  $(\mu^*B/\Delta^*)^2$ , а при постоянном времени релаксации он пропорционален  $(\mu^*B/\Delta^*)^{3/2}$ , где  $\Delta^* = 0.5(\sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2} - W_0\delta)$  [9]. Эти результаты можно использовать для опытной проверки применимости указанных моделей времени релаксации.

На рис. 4 изображена полевая зависимость полной продольной электропроводности слоистого кристалла при  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\xi_0 = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$ ,  $0.05 \leq \mu^*B/\Delta \leq 0.1$ . Из рисунка видно, что по мере увеличения напряженности магнитного поля полевая зависимость продольной электропроводности приобретает вид, характерный для одномерного кристалла с конечной шириной зоны проводимости. Поэтому продольная электропроводность обращается в нуль всякий раз, когда уровень Ландау пересекает верхнюю или нижнюю границу какой-либо из заполненных подзон, и достигает максимума, когда уровень Ландау проходит через ее середину. Вслед-



**Рис. 4.** Полевая зависимость полной продольной электропроводности в области  $0.05 \leq \mu^*B/\Delta \leq 5$  при  $\xi_0/\Delta = 1$ ,  $W_0/\Delta = 2$ ,  $kT/\Delta = 0.03$  для времени релаксации, пропорционального продольной скорости (сплошная линия) и постоянного времени релаксации (штриховая) в предположении независимости рассеяния от магнитного поля.

ствие полевой зависимости химического потенциала и параметра упорядочения нули продольной электропроводности неэквидистантны. Этот результат коренным образом отличается от полученного в работе [3], где проанализирована продольная электропроводность неупорядоченного слоистого проводника с сильно открытой поверхностью Ферми в таких магнитных полях, для которых можно пренебречь полевой зависимостью химического потенциала. Там нули электропроводности эквидистантны, и причиной их появления выступают осцилляции вероятности рассеяния носителей заряда на случайном потенциале хаотически расположенных заряженных примесей.

При  $\mu^*B/\Delta = 1$  достигается последний нуль электропроводности и происходит топологический переход, заключающийся в превращении поверхности Ферми из открытой в замкнутую, или из связной в несвязную. После точки перехода продольная электропроводность для обеих моделей времени релаксации начинает возрастать и достигает максимума, приблизительно в 10 раз превышающего электропроводность в отсутствие магнитного поля, когда уровень Ферми проходит через середину единственной заполненной мини-зоны. Именно в наличии этого максимума и проявляется слоистость при замкнутых поверхностях Ферми. Далее в обеих моделях электропроводность начинает убывать и постепенно снова обращается в нуль, но не тождественно, а по некоторым асимптотическим законам, о которых будет сказано далее. Пересечение кривых в точке, лежащей в диапазоне  $2 < \mu^*B/\Delta < 3$ , объясняется тем, что при сильных магнитных полях, когда  $\mu^*B/\Delta > 1$ , до максимума электропроводности в модели времени релаксации, пропорционального продольной скорости, полная

продольная электропроводность возрастает быстрее, чем в модели постоянного времени релаксации. После максимума электропроводности продольная электропроводность в модели времени релаксации, пропорционального продольной скорости, напротив, убывает быстрее, чем при постоянном времени релаксации.

Оценим теперь для обеих моделей времени релаксации электропроводность  $\sigma_0$  при  $B = 0$ , с которой сравниваются все составляющие продольной электропроводности при построении графиков. Например, при резко анизотропном рассеянии носителей тока на акустических фононах в слабом магнитном поле, принимая во внимание, что поверхность Ферми является открытой, можно положить [8]

$$C = \frac{4h^5 \rho s_0^6}{31\Gamma(5)\xi(5)\pi^3 a (kT)^5 \Xi^2}. \quad (15)$$

В этой формуле  $\rho$  — плотность кристалла,  $s_0$  — скорость звука в нем,  $\Xi$  — постоянная деформационного потенциала,  $\Gamma(\dots)$  — гамма-функция,  $\xi(\dots)$  — дзета-функция Римана, остальные обозначения объяснены выше или являются общепринятыми. Подставляя (15) в (9), принимая во внимание открытость поверхности Ферми и то, что для выбранных параметров задачи при  $B = 0$   $\xi = 0$  и  $\delta \approx 0.937$ , а также полагая  $\xi_0 = \Delta = 0.01$  эВ,  $m^* = 0.01m_0$ ,  $\rho = 5 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>,  $s_0 = 5 \cdot 10^3$  м/с,  $a = 1$  нм,  $T = 3$  К,  $\Xi = 10$  эВ, получим: при  $B = 0$   $\sigma_0 = 1.059 \cdot 10^4$  См/м.

Для рассеяния же на заряженных примесях более адекватна модель постоянного времени релаксации. Его мы определим как

$$\tau_0 = \frac{2\pi l_0}{hk_0 m_{es}^*}. \quad (16)$$

В этой формуле  $l_0$  — длина свободного пробега носителей заряда, определяемая концентрацией рассеивающих центров и сечением рассеяния носителей тока на них,  $k_0$  — эквивалентный радиус Ферми-сферы, которой заменяется реальная цилиндрическая поверхность Ферми слоистого зарядово-упорядоченного кристалла, для того чтобы рассеяние носителей тока можно было считать изотропным,  $m_{es}^*$  — эквивалентная эффективная масса носителей тока на этой сфере. Последние два параметра определяются из требования, чтобы химический потенциал газа носителей тока и их объемная концентрация были такими же, как в реальном кристалле. Поэтому при выбранных параметрах задачи имеем

$$k_0 = \sqrt[3]{\frac{3m^*}{4\pi a h^2} \int_0^\pi \sqrt{W_0^2 \delta^2 + \Delta^2 \cos^2 x} dx}, \quad (17)$$

что, если принять во внимание приведенные выше числовые значения параметров, дает  $k_0 = 3.707 \cdot 10^7$  м<sup>-1</sup>.

Учитывая определение  $m_{es}^*$ , окончательно для времени релаксации получим

$$\tau_0 = \frac{Nahk_0}{4\pi\sqrt{W_0^2\delta^2 + \Delta^2}}, \quad (18)$$

где  $N = l_0/a$ . Принимая, например,  $N = 50\,000$ , что соответствует достаточно чистому и совершенному образцу, подставляя (18) в (11) и учитывая вышеприведенные числовые значения параметров задачи, найдем: при постоянном времени релаксации в отсутствие магнитного поля  $\sigma_0 = 689$  См/м. Величина  $\omega_c\tau_0$ , где  $\omega_c$  — циклотронная частота, при вышеприведенных числовых значениях параметров задачи и  $\mu^*B/\Delta = 0.05$ , т.е. на нижнем пределе исследуемого диапазона магнитных полей, составляет 43.6. Поэтому в первом приближении влиянием фактора Дингла при  $N \geq 50\,000$  можно пренебречь.

Установим теперь асимптотические законы, которым подчиняется продольная электропроводность слоистого зарядово-упорядоченного кристалла в сильных магнитных полях вдали от точки топологического перехода. Вначале предположим, что время релаксации не зависит от магнитного поля, т.е. является таким же, как и в его отсутствие. Воспользуемся формулами (6) и (7). Подставим в них явные выражения для времен релаксации в соответствии с обеими моделями и значение химического потенциала в соответствии с (4). Учтем то обстоятельство, что поверхность Ферми вдали от точки топологического перехода в каждой половине одномерной зоны Бриллюэна состоит из двух одинаковых магнитных трубок длиной (по  $x$ ), равной  $4\pi\xi_0/\mu^*B$ . Удержим в  $W^l(x)$  только линейный по  $x$  член. Принимая во внимание, что в тригонометрических членах после подстановки (4) множитель  $(-1)^l$  компенсируется и они в сильном магнитном поле могут быть заменены единицами и что, как показывает численный анализ, в сильных магнитных полях справедливо соотношение

$$\sum_{l=1}^{\infty} f_l^\sigma = \frac{2.467\mu^*B}{\pi^2kT}, \quad (19)$$

окончательно при времени релаксации, пропорциональном модулю продольной скорости, получим следующее выражение для продольной электропроводности:

$$\sigma_{zz} = \frac{1.217 \cdot 10^{-3} e^2 h m^* \rho s_0^6 \Delta^6 \xi_0^4}{\Xi^2 (W_0^2 \delta^2 + \Delta^2)^{3/2} (kT)^6 (\mu^* B)^3}. \quad (20)$$

В магнитном поле  $B = 60$  Тл, это даст 2.673 См/м, т.е. в 3962 раза меньшую величину, чем в отсутствие магнитного поля, если считать, что в этом поле  $\delta \approx 0.88$ .

Полностью аналогично в модели постоянного времени релаксации получаем следующий результат:

$$\sigma_{zz} = \frac{1.015 e^2 m^* a^2 k_0 \Delta^4 \xi_0^3 N}{h^3 (W_0^2 \delta_1^2 + \Delta^2)^{1/2} (W_0^2 \delta_2^2 + \Delta^2) kT (\mu^* B)^2}. \quad (21)$$

В этой формуле дополнительно введены такие обозначения:  $\delta_1$  — параметр упорядочения в отсутствие магнитного поля,  $\delta_2$  — параметр упорядочения в сильном

магнитном поле. При ранее оговоренных параметрах задачи, принимая  $\delta_1 = 0.937$ ,  $\delta_2 = 0.88$ , в том же магнитном поле получим 2.207 См/м, т.е. в 312 раз меньшую величину, чем в отсутствие магнитного поля.

Поскольку все перечисленные результаты получены в предположении, что время релаксации не зависит от того, сильные или слабые квантующие магнитные поля рассматриваются, полезно рассмотреть также некоторые физические следствия, к которым приведет отказ от этого модельного предположения.

Начнем со случая рассеяния носителей тока на акустических фононах. Учтем, что при  $B = 60$  Тл и ранее оговоренных параметрах задачи безразмерный параметр  $\kappa = \pi(kT)^2/h s^2 e B = 0.034 \ll 1$ , в силу чего рассеяние носителей тока на акустических фононах является спонтанным. В соответствии с этим следует считать [8], что

$$C = \frac{3h^3 a \rho s_0^4}{4\pi^2 \Xi^2 (kT)^3}. \quad (22)$$

Поступая так же, как и ранее, в этом случае придем к следующему выражению для продольной электропроводности:

$$\sigma_{zz} = \frac{0.571 e^2 m^* a^2 \rho s_0^4 \Delta^6 \xi_0^4}{h (\Delta^2 + W_0^2 \delta^2)^{3/2} \Xi^2 (kT)^4 (\mu^* B)^3}. \quad (23)$$

При оговоренных выше параметрах задачи и  $B = 60$  Тл получим 0.196 См/м, т.е. в 54000 раз меньшую величину, чем в отсутствие магнитного поля. Температурная зависимость продольной проводимости в данном случае обусловлена главным образом температурной зависимостью коэффициента  $C$  при спонтанном рассеянии. Последняя объясняется тем, что в сильном магнитном поле в условиях вымерзания межподзонных переходов эффективные с точки зрения рассеяния фононы расположены вдоль контуров сечений трубок Ландау, а не занимают трехмерного объема, как в слабом поле. Следовательно, число столкновений пропорционально  $T$ , а не  $T^3$ , как в трехмерном случае. Транспортный же фактор при  $\kappa \ll 1$  пропорционален квадрату импульса фонона, т.е.  $T^2$ , как и при традиционном подходе.

Рассмотрим теперь случай рассеяния на ионизованных примесях. Прежде всего отметим, что для случая сильно открытых поверхностей Ферми эта задача рассматривалась в работе [3]. В ней методом решения кинетического уравнения для каждой из занятых полностью или частично подзон Ландау показано, что продольную электропроводность в сильном квантующем магнитном поле можно вычислять по формуле типа (6), но постоянное время релаксации следует заменить временем, зависящим от магнитного поля:

$$\tau = \tau_0 \left( 1 - \cos \frac{\pi \xi}{\mu^* B} \right), \quad (24)$$

где  $\tau_0$  и  $\xi$  — соответственно время релаксации носителей тока и химический потенциал системы в отсутствие

магнитного поля. Однако, если этот результат верен, его можно применить и после точки топологического перехода, но нужно учесть зависимость химического потенциала от магнитного поля в соответствии с (4). Тогда в сильном магнитном поле время релаксации равно  $2\tau_0$ . Поэтому так же, как и в предыдущих случаях, получаем следующий результат:

$$\sigma_{zz} = \frac{\pi^4 e^2 m^* a^2 k_0 \Delta^4 \xi_0^3 N}{24h^3 (W_0^2 \delta_1^2 + \Delta^2)^{1/2} (W_0^2 \delta_2^2 + \Delta^2) (\mu^* B)^3}. \quad (25)$$

При ранее оговоренных параметрах задачи и  $B = 60$  Тл получаем  $3.282 \cdot 10^{-3}$  См/м, т.е. в 210 000 раз меньшую величину, чем в отсутствие магнитного поля.

Таким образом, учет влияния сильного магнитного поля на рассеяние носителей тока приводит к более сильному убыванию продольной электропроводности с магнитным полем после точки топологического перехода.

#### 4. Заключение

В статье показано, что в слабом магнитном поле осцилляции продольной электропроводности зарядово-упорядоченного кристалла имеют двоякопериодическую структуру вследствие того, что фазовый переход в зарядово-упорядоченное состояние является топологическим, т.е. таким, при котором первоначально замкнутая поверхность Ферми слоистого кристалла превращается в открытую. При этом в квазиклассических магнитных полях в случае рассеяния носителей заряда на заряженных примесях при малости влияния фактора Дингла относительный вклад осцилляций в полную проводимость больше, чем в случае рассеяния на акустических фононах. Зависимость химического потенциала и параметра упорядочения от магнитного поля приводит к неэквидистантности максимумов и нулей продольной электропроводности в диапазоне магнитных полей до точки топологического перехода в сильном магнитном поле, в которой происходит превращение поверхности Ферми зарядово-упорядоченного слоистого кристалла из открытой в замкнутую. В этой точке достигается последний нуль продольной электропроводности. Далее достигается последний максимум ее, и она начинает вновь спадать до нуля, но не тождественно, а асимптотически. В предположении, что магнитное поле не влияет на рассеяние, асимптотический закон ее спада при рассеянии носителей на акустических фононах имеет вид  $\sigma_{zz} \propto T^{-6} B^{-3}$ , а при рассеянии на заряженных примесях —  $\sigma_{zz} \propto T^{-1} B^{-2}$ . При учете влияния магнитного поля на рассеяние получаются законы вида  $\sigma_{zz} \propto T^{-4} B^{-3}$  в случае рассеяния на акустических фононах и вида  $\sigma_{zz} \propto B^{-3}$  в случае рассеяния на заряженных примесях.

Отметим, что свой результат для случая сильного магнитного поля и сильно открытых поверхностей Ферми авторы [10] считают не вполне корректным при

магнитных полях, в которых уровень Ландау пересекает уровень Ферми, поскольку в этих точках, как следует из формулы (24), полная продольная электропроводность обращается в нуль вместе с временем релаксации. В то же время, как, впрочем, и в нашем случае, физических причин для перехода проводник–изолятор нет. Однако в действительности такой трудности не возникает, поскольку в этих точках необходимо учитывать также не осциллирующую, но зависящую от магнитного поля часть электропроводности [11], которая при низких температурах для сильно открытых поверхностей Ферми экспоненциально мала, но не равна тождественно нулю.

Разумеется, все указанные законы требуют экспериментальной проверки с целью отбора тех из них, которые имеют место в действительности. Однако автору настоящей статьи известны только экспериментальные работы, проведенные на слоистых проводниках с сильно открытыми поверхностями Ферми в области применимости квазиклассического приближения. Одним из исключений, пожалуй, является довольно давняя работа, поставленная на графите, интеркалированном бромом [12], где как раз и рассмотрен топологический переход от открытой поверхности Ферми к замкнутой при увеличении концентрации брома.

Автор надеется, что данное теоретическое исследование послужит стимулом для проведения экспериментальных работ по изучению электропроводности слоистых проводников в неквазиклассической области магнитных полей и что при этом будут исследоваться слоистые проводники не только с открытыми, но и с замкнутыми поверхностями Ферми.

#### Список литературы

- [1] R.F. Fivaz. J. Phys. Chem. Sol., **28**, 839 (1967).
- [2] D. Grecu, V. Protopopescu. Rev. Roum. Phys., **18**, 981 (1973).
- [3] B. Laikhtman, D. Menache. Phys. Rev. B, **52** (12), 8974 (1994).
- [4] В.Г. Песчанский. ЖЭТФ, **121**, 1204 (2002).
- [5] P.D. Grigoriev. Phys. Rev. B, **67**, 144 401 (2003).
- [6] V.M. Gvozdkov. Phys. Rev. B, **76**, 235 125 (2007).
- [7] П.В. Горский. ФТП, **40** (3), 296 (2006).
- [8] В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон. *Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках* (М., Наука, 1984).
- [9] П.В. Горский. УФЖ, **50** (11), 1265 (2005).
- [10] Д. Шенберг. *Магнитные осцилляции в металлах* (М., Мир, 1986).
- [11] П.В. Горский. ФНТ, **28** (10), 1073 (2002).
- [12] A.S. Bender, D.A. Young. Phys. Status Solidi B, **47K** (2), 95 (1974).

Редактор Л.В. Шаронова

## Longitudinal conductivity of layered charge-ordered crystals in a strong quantizing magnetic field

*P.V. Gorskyi*

Yu. Fed'kovich National University,  
58012 Chernivtsi, Ukraine

**Abstract** The longitudinal conductivity of charge-ordered layered crystals in a strong quantizing magnetic field is determined. We considered conditions when chemical potential and order parameter are oscillatory functions of magnetic induction  $B$ . Longitudinal conductivity is calculated for two lifetime models: lifetime proportional to longitudinal velocity of current carriers and constant lifetime. For the first lifetime model comparative contribution of oscillatory conductivity part in quasi-classical magnetic fields is less than for the second one. But in strong magnetic fields and for the first lifetime model total conductivity in the beginning is higher than for the second one. However in very strong magnetic fields under conditions of current carriers concentration in alone fulfilled Landau subband the total longitudinal conductivity for the first lifetime model again is less than for the second one. In this conditions for constant lifetime total longitudinal conductivity tends to zero as  $\sigma_{zz} \propto B^{-2}$ , and for lifetime proportional to longitudinal velocity as  $\sigma_{zz} \propto B^{-3}$ .