Исследования подвижности в низкоразмерных системах в постоянном поперечном электрическом поле

© Э.П. Синявский[¶], С.А. Карапетян[*¶¶]

Институт прикладной физики академии наук Молдовы,
MD-2028 Кишинев, Молдова
[*] Приднестровский государственный университет им. Т.Г. Шевченко,
MD-3300 Тирасполь, Молдова

(Получена 25 ноября 2010 г. Принята к печати 13 января 2011 г.)

Вычислена подвижность μ в параболической квантовой яме в электрическом поле $\mathbf{E}$, направленном вдоль оси пространственного квантования. Показано, что при учете рассеяния носителей на шероховатой поверхности μ уменьшается с ростом $\mathbf{E}$. Предлагается физическая интерпретация рассмотренного эффекта.

В параболических квантовых ямах (ПКЯ), когда постоянное электрическое поле $\mathbf{E}$ направлено вдоль оси z пространственного квантования, потенциальная энергия электрона определяется соотношением

$$U(z) = \frac{m\omega^2}{2} z^2 + eEz.$$

Следовательно, с ростом напряженности электрического поля минимум $U(z)$ смещается в область отрицательных значений z и опускается на величину $\Delta_c = e^2E^2/(2m\omega^2)$. Волновая функция уравнения Шредингера с потенциальной энергией $U(z)$ известна [1], и собственные значения энергии электрона с эффективной массой m в зоне проводимости имеют вид

$$E_{n,k_\perp} = \frac{\hbar^2 k_\perp^2}{2m} + E_n, \quad E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right) - \Delta_c,$$
$$k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2, \tag{1}$$

где $k_\perp$ — волновой вектор электрона в плоскости низкоразмерной системы, $\hbar\omega$ — энергия размерного квантования, которая простым образом связана с величиной потенциальной энергии ΔE_c на границе ПКЯ шириной a,

$$\hbar\omega = \frac{2\hbar}{a}\sqrt{\frac{2\Delta E_c}{m}}.$$

Заметим, что энергия размерного квантования убывает как $1/a$ (в прямоугольных квантовых ямах она уменьшается как $1/a^2$). Для типичных параметров квантовой системы $m = 0.06m_0$, $\Delta E_c \approx 0.255$ эВ при $a = 10^3$ Å$\hbar\omega = 14.6$ мэВ, т.е. при температурах $T \ll 170$ K исследуемая система является квантовой. Исследования кинетических и оптических явлений в размерно-ограниченных системах с использованием параболического потенциала широко проводятся в настоящее время [2,3].

Как непосредственно следует из (1), минимум зоны проводимости опускается в область запрещенной зоны на величину Δ_c. В дальнейшем рассматриваем такие значения напряженности поперечного электрического поля $\mathbf{E}$, при которых параболическая форма потенциальной энергии сохраняется, и в ней остается много эквидистантных уровней размерного квантования, т.е. решения уравнения Шредингера с потенциальной энергией $U(z)$ остаются справедливыми [4]. Для типичных параметров ПКЯ это соответствует $E \le 3 \cdot 10^4$ В/см. При низких температурах T в нелегированных системах с пониженной размерностью важным является механизм рассеяния носителей на шероховатой поверхности [5,6]. В направлениях x, y свободного движения носителей заряда ширина ПКЯ изменяется случайным образом и, следовательно, энергия размерного квантования E_n, определяемая шириной квантовой системы, флуктуирует. Именно по этой причине энергию взаимодействия носителей с шероховатой поверхностью можно записать следующим образом [5]:

$$W_n = \frac{\partial E_n}{\partial a}\Delta(x,y) \equiv -\frac{1}{a}[E_n + 2\Delta_c]\Delta(x,y) = V_n\Delta(x,y). \tag{2}$$

Здесь $\Delta(x,y)$ — случайная функция.

Заметим, что энергия взаимодействия именно для рассматриваемого механизма рассеяния носителей определяется величиной поперечного электрического поля, что приводит, как показано выше, к зависимости подвижности от E.

Для δ-образной флуктуации поверхности

$$\{\Delta(x,y)\Delta(x',y')\} = \gamma\delta(x-x')\delta(y-y') \equiv F^{(\delta)}(x-x', y-y'). \tag{3}$$

В случае гауссовой флуктуации поверхности автокорреляционная функция для различных точек поверхности имеет вид [5]

$$\{\Delta(x,y)\Delta(x',y')\} = \Delta^2 \exp\left[-\frac{1}{\Lambda^2}\left((x-x')^2 + (y-y')^2\right)\right] \equiv F^{(G)}(x-x', y-y'), \tag{4}$$

Δ — высота гауссовой флуктуации, Λ — ее длина, $\{\}$ — описывает усреднение по реализации случайного процесса. Заметим, что при низких температурах

[¶] E-mail: sinyavskii@gmail.com
[¶¶] E-mail: karapetyan.sa@gmal.com

вид флуктуации поверхности практически не влияет на конечные результаты рассчитываемой физической величины (например, на электропроводность).

Именно для гауссовой корреляционной функции (4) были проведены теоретические исследования подвижности в V-подобных квантовых проволоках [7], изучено межподзонное поглощение света в прямоугольных ямах GaAs [8], обсуждалось влияние постоянного электрического поля на вероятность рассеяния носителей на шероховатой поверхности в прямоугольных квантовых ямах [9].

Расчет электропроводности проведем, используя формулу Кубо [10]. В приближении времени релаксации [11] конечное выражение для электропроводности может быть записано в следующем виде (слабое тянущее электрическое поле направлено вдоль оси x):

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{k_0 T V m^2} \sum_{\alpha,\beta} |\mathrm{P}_{\alpha\beta}^{(x)}|^2 \tau_\alpha n_\alpha (1 - n_\beta), \tag{5}$$

α, β — квантовые числа, описывающие состояния электрона, V — объем основной области размерно-квантованной системы, T — температура в K, k_0 — постоянная Больцмана, $P_{\alpha\beta}^{(x)}$ — матричный элемент x-компоненты оператора импульса на волновых функциях электрона в зоне проводимости, n_α — равновесная функция распределения носителей с энергией $E_{n,k_\perp}$, $1/\tau_\alpha$ — квантово-механическая вероятность рассеяния электронов на шероховатой поверхности,

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_\beta \tilde{W}_{\alpha\beta} \delta(E_\alpha - E_\beta) V_\alpha V_\beta, \tag{6}$$

$$\tilde{W}_{\alpha\beta} = \int \Psi_\alpha^*(\mathbf{r}) \Psi_\beta^*(\mathbf{r}_1) F^{(\delta)}(x - x_1, y - y_1)$$
$$\times \Psi_\alpha(\mathbf{r}_1) \Psi_\beta(\mathbf{r}) d\mathbf{r} d\mathbf{r}_1,$$

$\Psi_i(\mathbf{r})$, где $i = \alpha, \beta$, — волновые функции электрона в ПКЯ в продольном электрическом поле [1].

В случае δ-образной флуктуации поверхности нетрудно получить

$$\frac{1}{\tau_\alpha} = \frac{8\gamma \Delta E_c}{\hbar a^4} \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) + N_c \right]^2, \quad N_c = \frac{2\Delta_c}{\hbar\omega}. \tag{7}$$

При расчете времени релаксации для случая гауссовой флуктуации поверхности, когда $(\hbar^2/2m)\Lambda^{-2} \gg (3/2)k_0 T$, что выполняется в широкой области температур, $1/\tau_a$ описывается соотношением (7), в котором нужно γ заменить на $\pi\Delta^2\Lambda^2$. Заметим, что τ_α (для любого типа флуктуации) в точности равно транспортному времени релаксации, используемому при решении кинетического уравнения Больцмана. Как непосредственно следует из (7), время релаксации определяется только номером подзоны проводимости. После суммирования по $k_\perp$ в (5) электропроводность можно записать в виде

$$\sigma_{xx} = \frac{e^2}{a\pi\hbar^2\beta_0} \sum_n \tau_n \ln(1 + e^{-\beta\xi_n}), \quad \xi_n = E_n - \xi, \tag{8}$$

ξ — химический потенциал, $\beta_0 = 1/k_0 T$.

Для невырожденного электронного газа ($\beta_0 \xi_n \gg 1$) при низких температурах, когда все носители находятся в нижней подзоне размерно-квантованной зоны проводимости ($n = 0$), подвижность определяется соотношением

$$\mu_{xx} = \mu_{xx}(0) \frac{1}{(1 + 2N_c)^2}, \quad \mu_{xx}(0) = \frac{e}{m} \frac{\hbar a^4}{2\gamma \Delta E_c}, \tag{9}$$

где $\mu_{xx}(0)$ — подвижность в ПКЯ в отсутствие поперечного электрического поля.

Для параметров ПКЯ ($m = 0.06 m_0$), $\hbar\omega = 14.5/a$ эВ (a — ширина ПКЯ в Å), $N_c = 1.7 \cdot 10^{-18} E^2 a^3$ (E измеряется в В/см). Таким образом, при $a = 10^3$ Å, $E = 2.5 \cdot 10^4$ В/см, $N_c = 1$ и подвижность уменьшается почти на порядок. С ростом **E** носители тока „прижимаются“ к одной из поверхностей квантовой ямы, поэтому их взаимодействие с шероховатой поверхностью увеличивается, что приводит к уменьшению времени релаксации, а следовательно, и подвижности.

С ростом температуры процессы рассеяния носителей на длинноволновых акустических колебаниях начинают влиять на величину подвижности. Для случая упругого рассеяния электронов, находящихся на нижнем уровне зоны проводимости $n = 0$ ($\hbar\omega \gg k_0 T$), на акустических фононах при высоких температурах ($N_q \approx k_0 T / h v q \gg 1$) обратное время релаксации $1/\tau_f$ имеет вид

$$\frac{1}{\tau_f} = \left(\frac{m\omega}{2\pi\hbar} \right)^{1/2} \frac{E_1^2 m k_0 T}{\hbar^3 v^2 \rho}, \tag{10}$$

E_1 — константа деформационного потенциала, ρ — плотность исследуемой квантовой системы, v — скорость звука, N_q — функция распределения равновесных фононов.

Заметим, что τ_f не зависит от волнового вектора электрона и поперечного электрического поля. Электропроводность с учетом рассеяния носителей на шероховатой поверхности (характерное время τ_0) и на акустических фононах (характерное время τ_f) определяется соотношением (8), в котором $1/\tau_n = 1/\tau_0 + 1/\tau_f$. Конечное выражение для подвижности принимает вид

$$\mu_{xx} = \mu_{xx}(0) \frac{1}{(1 + 2N_c)^2 + \Delta},$$

$$\Delta = \left(\frac{m\omega}{2\pi\hbar} \right)^{1/2} \left(\frac{E_1}{\hbar\omega} \right)^2 \frac{4 k_0 T a^2}{\rho v^2 \gamma}. \tag{11}$$

Для ПКЯ с параметрами $E_1 = 10$ эВ, $\rho = 4$ г/см^3, $v = 3 \cdot 10^5$ см/с, $\gamma^{1/4} = 40$ Å при $E = 2.5 \cdot 10^4$ В/см рассеяния носителей на акустических колебаниях определяет величину подвижности при $T \geq 100$ K.

С ростом напряженности поперечного электрического поля минимум зоны проводимости смещается в запрещенную зону на Δ_c, а экстремум валентной зоны поднимается на величину $\Delta_v = e^2E^2/(2m_v\omega_v^2)$ ($\hbar\omega_v$ — шаг размерного квантования валентной зоны). Следовательно, ширина запрещенной зоны E_g в рассматриваемой модели низкоразмерных систем уменьшается на $\Delta_c + \Delta_v$. Именно это обстоятельство приводит к тому, что с увеличением **E** однозонное приближение при исследовании явлений переноса может оказаться недостаточным. В этом случае для расчета электропроводности необходимо учитывать нестандартность зоны проводимости [12,13]. В результате процессы рассеяния электрона на акустических колебаниях становятся зависящими от **E**.

В заключение отметим, что рассмотренное в настоящей работе влияние поперечного поля **E** на электропроводность принципиально отличается от эффекта поля в условиях размерного квантования, исследованного в [14,15]. В этих работах низкоразмерная система (пленка висмута) является одной из обкладок конденсатора, и ее заряжают, прикладывая поле **E**, изменяя в ней концентрацию заряда. Именно поэтому при фиксированной толщине квантовой ямы меняется положение уровня Ферми, что приводит к зависимости электропроводности от величины поперечного электрического поля.

Работа выполнена при частичном финансировании Научным и технологическим центром Украины и Академией наук Молдовы (грант 5062).

Список литературы

[1] E.P. Sinyavskii, S.M. Sokovnich, F.I. Pasechnik. Phys. Status Solidi B, **209**, 55 (1998).
[2] V. Moldoveanu, A. Manolescu, C.-S. Tang, V. Gudmundsson. Phys. Rev. B, **81**, 155 442 (2010).
[3] G.M. Gusev, Yu.A. Pusep, A.K. Bakarov, A.I. Toropov, J.C. Portal. Phys. Rev. B, **81**, 165 302 (2010).
[4] Э.П. Синявский, Е.Ю. Канаровский. ФТТ, **37**, 2639 (1995).
[5] H. Sakaki, T. Noda, K. Hirakawa, M. Tanaka, T. Matsusue. Appl. Phys. Lett., **51**, 1934 (1987).
[6] I. Vurgaftman, J.R. Meyer. Phys. Rev. B, **60**, 14 294 (1999).
[7] M. Tsetseri, G.P. Triberis. Phys. Rev. B, **69**, 075 313 (2004).
[8] T. Unuma, T. Takahashi, T. Noda, M. Yoshita, H. Sakaki, M. Baba, H. Akiyama. Appl. Phys. Lett., **78**, 3448 (2001).
[9] G.B. Ibragimov. Semicond. Phys. Quant. Electron. & Optoelectron., **5** (1), 39 (2002).
[10] R. Kubo. J. Phys. Soc. Jpn., **12**, 570 (1957).
[11] Э.П. Синявский, Р.А. Хамидуллин. ФТП, **36**, 989 (2002).
[12] B. Lax, J.G. Mavroides, H.J. Zeiger, R.J. Keyes. Phys. Rev. Lett., **5**, 241 (1960).
[13] M.H. Cohen. Phys. Rev., **121**, 387 (1961).
[14] В.Б. Сандомирский. ЖЭТФ, **52**, 158 (1967).
[15] A.V. Butenko, V. Sandomirsky, Y. Schlesinger, Dm. Shvarts. J. Appl. Phys. **82**, 1266 (1997).

Редактор Л.В. Шаронова

Studies of mobility in low-dimensional systems in a constant transverse electric field

*E.P. Sinyavskii, S.A. Karapetyan**

Institute of Applied Physics,
Academy of Sciences of Moldova,
MD-2028 Chisinau, Moldova
* T.G. Shevchenko Pridnestrovskii State University,
MD-3300 Tiraspol, Moldova

Abstract The mobility μ in a parabolic quantum well in the electric field **E** directed along the axis of spatial quantization is calculated. We show that at taking into account of carrier scattering on a rough surface, μ decreases with increasing **E**. Physical interpretation of the effect is proposed.