

01;05

## Моделирование температурного поля в микрополосковом сверхпроводниковом мостике

© К.А. Титков, Е.И. Верносова, М.Ф. Ситникова, И.Б. Вендик

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет,  
197376 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: MWLab@eltech.ru

(Поступило в Редакцию 17 апреля 2002 г.)

Анализируется распределение температуры в микрополосковом мостике на основе высокотемпературных сверхпроводников, возникающее вследствие неоднородного разогрева сверхвысокочастотным током. Дифференциальные уравнения теплопроводности решаются в одномерном и двумерном приближениях. Произведена оценка размера локализованной нормальной области. Выполнен сравнительный анализ полученных результатов.

### Введение

Важной проблемой, возникающей при разработке и эксплуатации сверхвысокочастотных (СВЧ) устройств и приборов на основе пленок высокотемпературных сверхпроводников (ВТСП), особенно при работе на повышенных мощностях, является локальный перегрев сверхпроводниковой пленки СВЧ током и связанное с ним последующее разрушение сверхпроводимости и самопроизвольный переход ВТСП пленки в нормальное состояние ( $S/N$ -переход) [1–3]. СВЧ ток в ВТСП пленке вызывает джоулев нагрев, следствием которого может стать образование области с нормальной проводимостью (нормальной зоны или домена) в пленке, находящейся в целом в сверхпроводящем состоянии. Причиной этого является неоднородный разогрев пленки из-за присутствия в ней структурных неоднородностей. Возникшая нормальная область способна при определенных условиях расширяться, распространяясь на всю пленку, переводя ее в нормальное состояние. Наличие нормальной зоны существенно влияет на величину СВЧ потерь и приводит к нежелательным нелинейным эффектам, ведущим к изменению рабочих характеристик и нарушению работоспособности приборов. Таким образом, границей возникающей тепловой нелинейности может считаться уровень СВЧ мощности, при котором создается возможность сосуществования нормальных и сверхпроводящих областей. В связи с этим представляется важной задача моделирования распределения температуры в сверхпроводниковой пленке при протекании СВЧ тока в условиях заданного отвода тепла. Нахождение уровня СВЧ мощности и связанной с ней плотности СВЧ тока, определяющих границу тепловой нелинейности приборов на основе ВТСП пленок, а также моделирование тепловых полей в ВТСП пленках на диэлектрических подложках осуществляется решением дифференциального уравнения теплопроводности.

В настоящей работе выполнено одномерное и двумерное моделирование тепловых полей в пленке и подложке, что позволяет найти соответствующее распределе-

ние температуры в сверхпроводниковой пленке. Дано сравнение полученных результатов для разных условий моделирования.

### Определение характерной плотности тока

Рассмотрим СВЧ микрополосковый мостик [2], геометрия которого представлена на рис. 1. Как правило, ширина мостика много меньше его длины и толщины подложки.

Для описания тепловых процессов в одномерном приближении используем уравнение теплопроводности для бесконечно длинного образца следующего вида:

$$K_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q(T) - w(T) = c_f(T) \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (1)$$

$$T(\pm\infty) = T_0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{\pm\infty} = 0,$$

где  $q(T)$  и  $w(T)$  — удельные мощности джоулева тепловыделения и теплоотвода соответственно,  $K_f$  — коэффициент теплопроводности пленки,  $T_0$  — температура термостата,  $c_f(T)$  — коэффициент теплоемкости пленки.

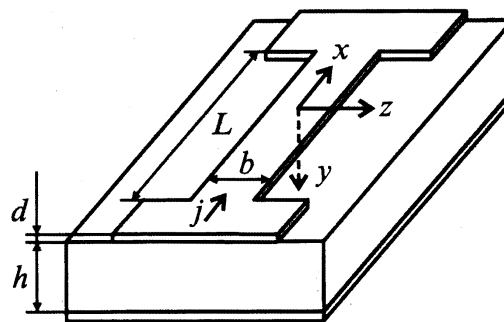


Рис. 1. Модель ВТСП микрополоскового мостика.

Удельная мощность  $q(T)$  определяется следующим выражением:

$$q(T) = \frac{R_{\text{sur}}(T)j_{\text{sur}}^2}{d \cdot 2}, \quad (2)$$

где  $j_{\text{sur}}$  — поверхностная плотность тока,  $R_{\text{sur}}(T)$  — поверхностное сопротивление пленки.

Поверхностное сопротивление определяется феноменологической моделью [4] и является функцией рабочей частоты  $f$  и текущей температуры  $T$ . Указанная модель дает адекватное количественное описание  $R_{\text{sur}}(T)$  как в области температур ниже критической температуры  $T_c$ , так и при  $T > T_c$ . Критическая температура является неотъемлемым параметром данной модели поверхностного сопротивления.

Критическая плотность тока  $j_c$  является функцией температуры и может быть описана следующей аппроксимацией [5]

$$j_c(T) = j_c(0) \left( 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^\gamma \right)^{1.5}, \quad (3)$$

где  $j_c(0)$  — критическая плотность тока при  $T = 0$ ,  $\gamma$  — феноменологический параметр.

Удельная мощность теплоотвода

$$w(T) = \frac{K_s}{d_{\text{eff}}d}(T - T_0), \quad (4)$$

где  $K_s$  — теплопроводность материала подложки, которая в рассматриваемой задаче считается изотропной и не зависящей от температуры.

Пренебрегая другими видами теплоотвода ввиду их малости, считаем, что тепло отводится только в подложку. Если ширина пленки  $b$  много меньше толщины подложки  $h$ , за источник тепла можно принять стержень диаметром  $b$  с цилиндрическим растеканием теплового потока в полубесконечную подложку и линейным изменением температуры в слое толщиной  $d_{\text{eff}}$  [3]

$$d_{\text{eff}} \cong \frac{b}{\pi} \ln \frac{2h}{b}. \quad (5)$$

В общем случае как ВТСП пленка, так и подложка могут содержать структурные неоднородности, что для рассматриваемой задачи приведет к появлению координатной зависимости удельных мощностей теплового деления и (или) теплоотвода  $q(T, x)$  и  $w(T, x)$  в выражениях (1)–(4). Неоднородность может представлять собой как включение несверхпроводящего дефекта [1], так и локальное изменение параметров пленки, сохраняющей при этом свои сверхпроводящие свойства.

Характерная величина поверхностной плотности СВЧ тока  $j_p$ , определяющая возможность сосуществования нормальной и сверхпроводящих областей, может быть определена согласно процедуре, описанной в [6]. Величина  $j_p$  соответствует минимальной поверхностной плотности тока распространения  $S$ – $N$ -границы. При токе  $j < j_p$  устойчивое существование областей нормальной фазы конечного размера в сверхпроводящем образце

становится невозможным. При  $j > j_p$  невозможно существование сверхпроводящих областей конечного размера. Значения  $j_p$  и соответствующей максимальной температуры в пределах нормальной области  $T_m$  определяются системой уравнений

$$w(T_m, x) - q(T_m, j_p, x) = 0,$$

$$\int_{T_0}^{T_m} K_f \cdot [w(T, x) - q(T, j_p, x)] dT = 0. \quad (6)$$

Полученная таким образом зависимость  $j_p(x)$  позволяет оценить [6] протяженность нормальной области при заданной поверхностной плотности тока  $j$ . В дальнейшем будем предполагать, что неоднородность расположена симметрично относительно начала координат

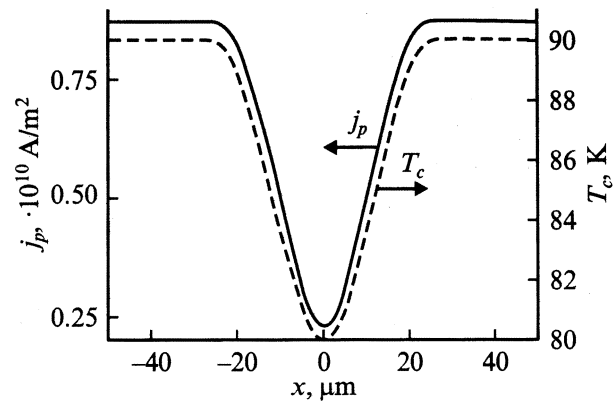


Рис. 2. Распределения критической температуры  $T_c$  (штриховая кривая) и характерной плотности тока  $j_p$  (сплошная кривая) вдоль продольной координаты  $x$  микрополоскового мостика.

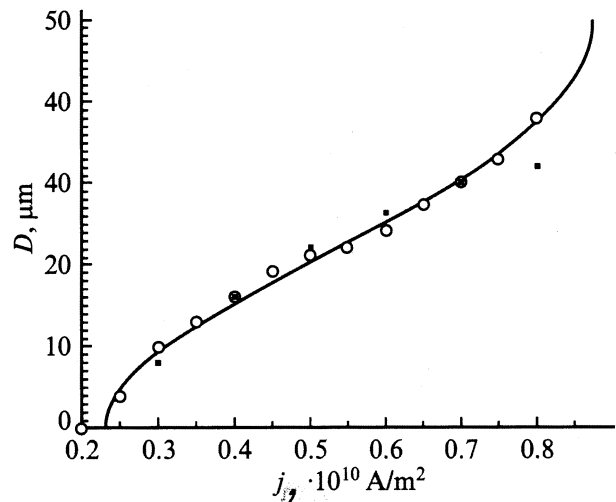
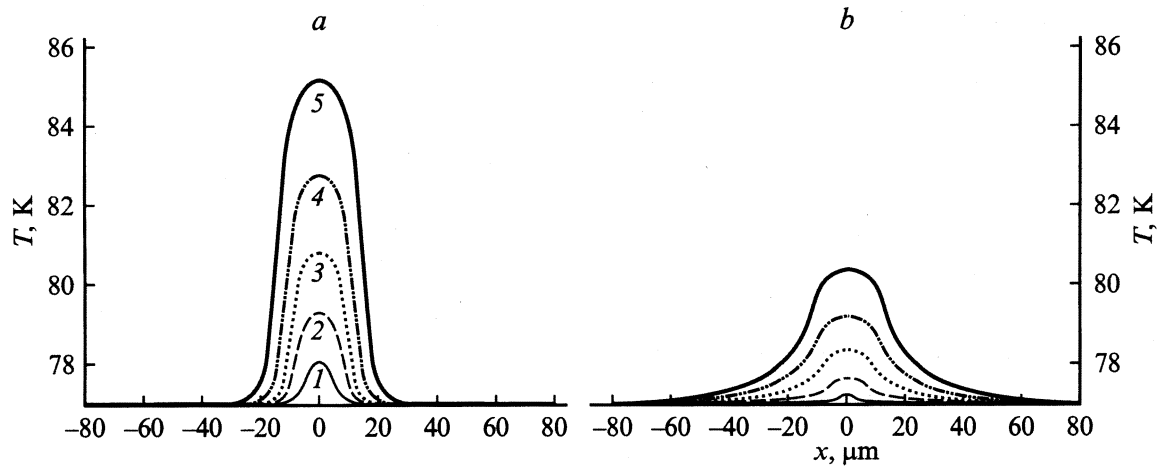


Рис. 3. Протяженность нормальной области (теплового домена) для различных значений плотности тока: сплошная кривая — рассчитанная из системы уравнений (6);  $\circ$ ,  $\bullet$  — извлеченная из результатов одномерного и двумерного моделирования тепловых полей соответственно.



**Рис. 4.** Температурные распределения в микрополосковом мостике для различных значений плотности тока. *a* — одномерное, *b* — двумерное моделирование тепловых полей. 1 —  $j = 3.0 \cdot 10^9$ , 2 —  $4.0 \cdot 10^9$ , 3 —  $5.0 \cdot 10^9$ , 4 —  $6.0 \cdot 10^9$ , 5 —  $7.0 \cdot 10^9$  A/m<sup>2</sup>.

в центре мостика и обусловлена изменением параметров пленки.

Введем для рассматриваемой модели следующее представление неоднородности: будем предполагать критическую температуру  $T_c$  величиной, плавно изменяющейся по продольной координате. Модельное представление распределения по длине мостика, используемое в работе (рис. 2), отвечает указанному требованию. Распределение  $j_p(x)$ , являющееся решением системы уравнений (6) для представленной неоднородности, так же показано на рис. 2. Соответствующие значения протяженности нормальной области  $D$ , возникающей на неоднородности при различных значениях плотности тока, представлены на рис. 3.

Приведенные вычисления проводились для следующих типичных параметров модели и геометрии мостика:  $h = 0.5$  mm,  $d = 0.2$  μm,  $b = 25$  μm,  $L = 100$  μm,  $T_0 = 77$  K,  $K_s = 18.5$  W/(m · K) (алюминат лантана),  $K_f = 30$  W/(m · K) (YBaCuO),  $f = 10$  GHz,  $j_c(0) = 1.5 \cdot 10^7$  A/cm<sup>2</sup> (при  $T_c = 90$  K).

## Моделирование тепловых полей

Моделирование стационарного температурного поля в микрополосковом мостике основывается на решении стационарного уравнения теплопроводности. При линейном изменении температуры по толщине подложки справедливо одномерное приближение. При этом стационарное уравнение теплопроводности записывается в виде

$$K_f \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q(T, x) - w(T) = 0. \quad (7)$$

Для нахождения температурного поля в мостике данное уравнение решается методом конечных разностей с использованием следующей разностной аппрок-

симации исходного дифференциального уравнения:

$$\frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{\Delta x^2} = K_f^{-1} [w(T_i) - q(T_i, x_i)],$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1; N \cdot \Delta x = l_x; T(x_0) = T(x_N) = T_0, \quad (8)$$

где  $l_x$  — область, включающая в себя микрополосковый мостик, а также участки подводящей линии протяженностью  $d_{\text{eff}}$ .

Тепловыделением в подводящих линиях можно пренебречь в силу уменьшения плотности тока по сравнению с плотностью тока в мостике. Решение системы (8) может быть найдено различными способами, например методом итерации по схеме

$$T_i^{(k+1)} = b^{-1} \cdot \left[ \frac{T_{i-1}^{(k)} + T_{i+1}^{(k)}}{\Delta x^2} \right] + b^{-1} f_i^{(k)};$$

$$i = 1, 2, \dots, N-1,$$

$$T_0^{(k+1)} = T_N^{(k+1)} = T_0,$$

$$b = \frac{2}{\Delta x^2}, \quad f_i^k = K_f^{-1} [q(T_i, x_i) - w(T_i)]. \quad (9)$$

Более корректное описание температурного поля требует учета двумерности задачи. Распределение температуры описывается в данном случае двумерным уравнением

$$K(y) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K(y) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + q(T, x, y) = 0,$$

$$K(y) = \begin{cases} K_f & y \leq d, \\ K_s & y > d, \end{cases} \quad (10)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0, \quad T(\pm 0.5l_x, y) = T(x, d+h) = T_0. \quad (11)$$

Как и в одномерном случае, решение находится методом конечных разностей с разностной схемой, аналогичной схеме (8), (9). Результаты моделирования представлены на рис. 4. Полученные распределения позволяют оценить размер нормальной области  $D$ , локализованной на неоднородности. Искомые размеры определяются по уровню  $0.5(T_{\max} - T(0.5L))$ ,  $T_{\max}$  — максимальная температура в распределении. Сопоставление полученных оценок с результатами расчета в одномерном приближении для бесконечного образца дано на рис. 4.

## Результаты и обсуждение

В работе на основании решения дифференциального уравнения теплопроводности определены величины плотности СВЧ тока, определяющие возможность существования нормальных и сверхпроводящих областей, а также выполнено моделирование стационарных тепловых полей в ВТСП неоднородных пленках.

Полученные распределения тепловых полей позволяют оценить размер нормальной области, локализованной на неоднородности при различных значениях плотности тока. Сравнение одномерного и двумерного приближений позволяет говорить о приемлемом совпадении результатов вычисления как между собой, так и с результатами, полученными для бесконечного образца. Максимальное отклонение не превышает 10%, что при используемом шаге дискретизации  $\pm 1$  является допустимым. Таким образом, для определения границ тепловой нелинейности и для оценки размеров нормальной области может быть использована модель бесконечного образца.

Различие температурных распределений в микрополосковом мостике, полученных при одномерном и двумерном моделировании, объясняется неоднородным прогревом подложки, что приводит к отличию модели теплоотвода от линейной и, следовательно, к уменьшению удельной мощности теплоотвода. Таким образом, несмотря на отмеченное совпадение в оценках размеров нормальной области, полученных в одно- и двумерной постановках задачи, предпочтительным является двумерный расчет, более корректно учитывающий влияние подложки. Полученные температурные распределения могут быть использованы при расчете рабочих характеристик приборов на основе ВТСП пленок для учета тепловой нелинейности.

## Список литературы

- [1] Жаров А., Резник А. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 1. С. 131–133.
- [2] Loskot E., Sitnikova M., Kondratiev V. // Applied Superconductivity. Inst. Phys. Conf. Ser. 1999. N 167. P. 367–370.
- [3] Veroslova E., Titkov K., Sitnikova M. et al. // Proc. IEEE Members. 2000. N 1. P. 46–49.
- [4] Vendik I. // Supercond. Sci. Technol. 2000. Vol. 13. P. 974–982.

- [5] Vendik I., Vendik O. High Temperature Superconductor Devices For Microwave Signal Processing. St. Petersburg: Skladden, 1997.
- [6] Гуревич А.В., Муц П.Г. // УФН. 1984. Т. 142. № 1. С. 61–98.