

03;12

Определение гидродинамического сопротивления по траекторным данным инерционного движения объекта

© А.С. Девятисильный, В.М. Дорожко, В.М. Гриняк

Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН,
690041 Владивосток, Россия
e-mail: devyatish@iacp.dvo.ru

(Поступило в Редакцию 24 апреля 2002 г.)

Рассматривается модель оценки гидродинамического сопротивления по данным измерений пройденного пути и (или) скорости инерционного движения объекта. Приведены и обсуждаются результаты обработки данных натуральных экспериментов для морских судов.

Введение

Актуальность разработки и исследования методологических аспектов определения характеристик взаимодействия движущегося объекта со средой общеизвестна [1,2].

Настоящая работа посвящена проблеме оценки гидродинамического сопротивления в условиях натурального эксперимента. Прикладная значимость этой проблемы проявляется, например, при проектировании обводов корпусов объектов водного транспорта, при создании систем управления движением, наконец, при оценке эффективности эксплуатации объектов на водных путях и т.п.

Среди методов определения гидродинамического сопротивления движению объектов в натуральных условиях известны буксировочный [3,4] и инерционный [1] методы. Буксировочный метод реализуем только в условиях специально оборудованных полигонов. В отличие от него инерционный метод не требует специальных организационно-технических мер и может быть легко адаптирован в оперативную практику эксплуатации реальных объектов. Это дает основания рассматривать инерционный метод как основу для разработки метода оценки гидродинамического сопротивления на основе траекторных данных инерционного движения объекта и обуславливает актуальность его исследования.

Постановка задачи и основные модельные представления

Прежде всего отметим комплекс недостатков, характерных для буксировочного метода, и преимущества предлагаемой методики. Для измерения гидродинамического сопротивления буксировочным методом необходимо наличие буксира и буксировочных приспособлений, для получения зависимости гидродинамического сопротивления от скорости проводятся повторные буксировки с различными скоростями, для оценки волнообразующих свойств судна требуется проведение дополнительных измерений его корабельных волн, отсутствует принци-

пиальная возможность исключить влияние волн, генерируемых буксиром, на результаты измерения гидродинамического сопротивления.

Хотя инерционный метод свободен от вышеперечисленных недостатков, однако в том виде, как он сформулирован в работе [1], инерционный метод позволяет оценивать лишь волновую составляющую гидродинамического сопротивления.

В связи с изложенным и принимая во внимание технологические преимущества инерционного метода, сформулируем требования к разрабатываемому инерционному методу, реализация которых позволит получать зависимость гидродинамического сопротивления от скорости движения объекта: оценка гидродинамического сопротивления должна производиться на основе данных одной траектории инерционного движения; в связи с тем, что ускорение инерционного движения объектов в большинстве случаев составляет незначительные величины ($\sim 0.02 \text{ m/s}^2$), должны быть применены соответствующие методы обработки траекторных данных, обеспечивающие точность оценки гидродинамического сопротивления; инерционный метод должен позволять идентификацию переходных процессов движения; разрабатываемый метод должен обеспечивать возможность сравнительной оценки волнообразующих свойств объектов.

Формальная суть задачи состоит в том, что на основе измеряемых компонент вектора движения (положение и (или) скорость) должна быть выполнена оценка неизмеряемой компоненты — ускорения, на основе которой в свою очередь определяется гидродинамическое сопротивление.

Как видим, рассматриваемая задача, если апеллировать к исходным теоретико-механическим понятиям, с очевидностью декларируется как первая задача механики и является, таким образом, классической обратной задачей динамики для объекта, движущегося в среде.

Перейдем к формальному описанию постановки задачи. Традиционно гидродинамическое сопротивление рассматривается как функция от установившихся значений скорости $r_x(v)$ [3,4]. В настоящей работе эта традиция сохраняется, однако соответствующая функция является

результатом пересчета ускорения инерционного движения в гидродинамическое сопротивление с учетом известной зависимости [3,4]

$$r_x = -(1 + n_r)\ddot{x} \quad \text{или} \quad r_x = -(1 + n_r)\dot{v}, \quad (1)$$

где r_x — удельное (на единицу массы объекта) гидродинамическое сопротивление (далее просто сопротивление); x — линейная координата, вдоль которой осуществляется движение объекта (рассматриваем только одномерное движение); n_r — поправочный коэффициент, учитывающий нестационарность движения и геометрию объекта.

Строгая теоретико-механическая интерпретация коэффициента n_r достаточно очевидна и хорошо известна [3,4], вместе с тем прикладной аспект задачи требует его конструктивного эмпирического представления, которое в свете изложенного выше целесообразно отождествить с зависимостью

$$n_r = b_0 + b_1 v + \dots + b_\phi v^\phi + \dots + b_\gamma v^\gamma, \quad (2)$$

где $b_\phi = b_{\phi,0} + b_{\phi,1}\psi + b_{\phi,2}\psi^2 + \dots + b_{\phi,s}\psi^\theta$ — коэффициенты, зависящие от геометрии объекта, а именно от его длины (L) и объемного водоизмещения (V_{vol}), так что $\psi = L/V_{\text{vol}}^{1/3}$.

В настоящей работе (несколько ниже) коэффициент n_r в виде (2) представлен для случая $\gamma = \theta = 2$ в результате интерпретации типовых зависимостей, приведенных в [4] и обобщающих данные натурных испытаний, для морского судна грузового класса.

Как видим из (1) и (2), для определения оценки сопротивления $r_x(t)$, а значит, в соответствии с упомянутой традицией и $r_x(v)$ необходимо знание оценок значений положения $x(t)$ или скорости $v(t)$, ускорения $\ddot{x}(t)$ или $\dot{v}(t)$ соответственно. Далее, следуя реалиям практики, примем, что доступными источниками информации о движении объекта являются измерения значений $v(t)$ и (или) $x(t)$. Полагая, что измерения выполняются в дискретные моменты времени t_i^* , $i = \overline{1, n}$, в интервале $[t_1^*, t_n^*]$, начало которого t_1^* соответствует началу инерционного движения объекта, и вводя нормированное время $t \in [-1, 1]$ ($t = (t^* - t_1^* - S_c)/S_c$, $S_c = (t_n^* - t_1^*)/2$), модели этих измерений представим в виде

$$x(t_i) = \sum_{j=0}^{k-1} h_{xj}(t_i) p_{x,j+1}, \quad k < n, \quad (3)$$

$$v(t_i) = \sum_{j=0}^{m-1} h_{vj}(t_i) p_{v,j+1}, \quad m < n, \quad (4)$$

где $\varepsilon_x(t_i) = \varepsilon_{xi}$ и $\varepsilon_v(t_i) = \varepsilon_{vi}$ — чисто случайные гауссовские инструментальные погрешности измерений, т.е. $\varepsilon_x : N(0, \sigma_x^2)$, $\varepsilon_v : N(0, \sigma_v^2)$; $h_j(t)$ — базисные функции; $j = 1, 2, \dots$

Выражения (3), (4) можно записать в следующей векторно-матричной форме:

$$Z_x = H_x p_x + \varepsilon_x, \quad (5)$$

$$Z_v = H_v p_v + \varepsilon_v, \quad (6)$$

где смысл и состав векторов и матриц вполне очевиден.

Уравнения (5) и (6) могут быть определены как декларативные модели двух задач, одна из которых апеллирует к измерениям только положения объекта на траектории, другая — только скорости.

Апелляция (в случае необходимости для повышения качества оценки удельного сопротивления) к одновременным измерениям положения и скорости приводит к модели третьей задачи

$$\begin{pmatrix} Z_x \\ Z_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_x \\ \dot{H}_x \end{pmatrix} p_{xv} + \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_v \end{pmatrix}, \quad (7)$$

или, вводя очевидные обозначения, $Z_{xv} = H_{xv} p_{xv} + \varepsilon_{xv}$.

Адамаровские требования корректности постановок [5] указанных трех задач легко удовлетворяются, если базисы пространств определения x и v представлены системами ортогональных на отрезке $[-1, 1]$ функций $h_j(t)$; при этом достигаются идеальная обусловленность и высокая точность решения задач (5) и (6). В качестве таких функций далее используются ортогональные полиномы, полученные Хейсом (Hayes [6]).

Заметим, что размерность линейного пространства решений задач (5)–(7) — числа k, m зависит от сложности движения объекта (или с учетом того, что здесь рассматривается только одномерное в физическом пространстве движение, от сложности маневра скоростью) и априорно неизвестна, что в процессе продвижения к конечным результатам решения этих задач требует дополнительных процедур — проверок гипотез $G : \dim(p_x) = \dim(p_{xv}) = k$ или $\dim(p_v) = m$.

Таким образом, формальная постановка исходной задачи — применение инерционного метода для оценки гидродинамического сопротивления как функции скорости в значительной степени ориентирована на результат решения одной из задач — (5), (6) или (7) в условиях альтернирующих гипотез о сложности движения и интерпретации области определения этой функции с учетом физических реалий движения объекта.

Концепция формального решения и прикладного результата

В достаточно общем виде модель решения поставленной выше задачи может быть представлена следующим короткежем:

$$\{\hat{x}, \hat{\dot{x}}, \hat{\ddot{x}}, \hat{v}, \hat{\dot{v}}, \hat{k}, \hat{\sigma}_x, \hat{m}, \hat{\sigma}_v, \hat{r}_x(\hat{v}), \sigma_r(\hat{v}), [\hat{v}_{\min}, \hat{v}_{\max}]\}, \quad (8)$$

где уголок сверху — признак оценки соответствующей величины; σ_r — среднеквадратическая погрешность оценивания значения сопротивления \hat{r}_x ; $[\hat{v}_{\min}, \hat{v}_{\max}]$ — интервал области определения функции $\hat{r}_x(\hat{v})$, интерпретируемый, как только что указано выше, с учетом физических реалий движения.

Очевидно, что в модели (8) определяющую роль играют первые девять компонент — $\{\hat{x}, \hat{\dot{x}}, \hat{\ddot{x}}, \hat{v}, \hat{\dot{v}}, \hat{k}, \hat{\sigma}_x, \hat{m}, \hat{\sigma}_v\}$, связанные с решением задач (5), (6) или (7) так как остальные получаются достаточно простым пересчетом.

Остановимся сначала на задачах (5) и (6). Прибегая к решению методом наименьших квадратов [5] какой-либо из них, получаем следующие оценки (индексы принадлежности к типу измерения x или v опускаем):

$$\hat{p}_{j+1} = \left(\sum_i w_i h_j(t_i) Z_i \right) / \sum_i w_i h_j^2(t_i);$$

$$\hat{\sigma}_p^2 = \hat{\sigma}^2 \left(\sum_i w_i h_j^2(t_i) \right)^{-1}, \quad (9)$$

где $i = \overline{1, n}$; $j = \overline{0, k-1}$ — для измерения положения, $j = \overline{0, m-1}$ — для измерения скорости; Z_i — значение i -й компоненты вектора Z ; $w_i \equiv 1$ в соответствии с гипотезой, принятой ранее, о равноточности однотипных измерений; $\hat{\sigma}^2$ — оценка дисперсии инструментальных погрешностей измерения; $\hat{\sigma}_p^2$ — оценка дисперсии погрешности определения вектора p .

Перейдем к задаче (7). Прежде всего заметим, что система полиномов, образуемых дифференцированием по времени из исходной системы ортогональных полиномов, вообще говоря, уже не является ортогональной. С учетом этого решения задачи (7) можно представить в матричном виде

$$\hat{p}_{xv} = (H_{xv}^T Q_{xv}^{-1} H_{xv})^{-1} H_{xv}^T Q_{xv}^{-1} Z_{xv},$$

$$Dp_{xv} = \hat{\sigma}^2 (H_{xv}^T Q_{xv}^{-1} H_{xv})^{-1}, \quad (10)$$

где Dp_{xv} — дисперсионная матрица вектора \hat{p}_{xv} , $Q_{xv} = M[\varepsilon_{xv} \varepsilon_{xv}^T]$.

Следует иметь в виду, что добавление к измерениям координат объекта измерений скорости позволяет улучшить оценку всех компонент спектров p_x и p_v моделей (5), (6) движения объекта, кроме первой.

В качестве значения величины $\hat{\sigma}^2$ принимается значение $\hat{\sigma}_x^2$ или $\hat{\sigma}_v^2$ при гипотезе $G : \dim(p) = \xi$ (ξ принимает одно из значений: k — для $\hat{\sigma}_x^2$, m — для $\hat{\sigma}_v^2$), вычисляемое из выражения (индексы x, v, xv опускаем)

$$\hat{\sigma}^2 = \|Z - H\hat{p}\|^2 / (n - \xi). \quad (11)$$

Проверка гипотезы выполняется с целью отыскания минимального значения ξ в области установившихся значений $\hat{\sigma}^2$ путем сравнения соседних по ξ значений $\hat{\sigma}^2$ между собой или с априорным значением $\hat{\sigma}_a^2$, если оно известно с необходимой степенью достоверности.

С учетом (1), (2), (4)–(7), (9), (10), а также указанной ранее связи $dt = S_c^{-1} dt^*$ оценка удельного сопротивления $\hat{r}_x(\hat{v})$ как функции оцененной скорости для рассмотренных типов задач (5)–(7) представляется

путем исключения времени t_i^* из нижеследующих систем выражений соответственно

$$\begin{cases} \hat{r}_x(t_i^*) = \ddot{W}_x \hat{p}_x / S_c^2, \\ \hat{r}_x(t_i^*) = \dot{W}_v \hat{p}_v / S_c, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{r}_x(t_i^*) = \ddot{W}_x \hat{p}_{xv} / S_c^2, \\ \hat{v}(t_i^*) = \dot{H}_x \hat{p}_x / S_c; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{v}(t_i^*) = H_v \hat{p}_v; \\ \hat{v}(t_i^*) = \dot{H}_x \hat{p}_{xv} / S_c. \end{cases} \quad (12)$$

Качество оценок функции $\hat{r}_x(\hat{v})$ для задач (5)–(7) характеризуется величинами диагональных элементов $\sigma_r^2(\hat{v})$ дисперсионных матриц $D_{rx}(\hat{v})$, получаемых путем исключения времени t_i^* из соответствующих систем выражений

$$\begin{cases} D_{rx}(t_i^*) = \ddot{W}_x D_{px}^* \ddot{W}_x^T, \\ D_{rx}(t_i^*) = \dot{W}_v D_{pv}^* \dot{W}_v^T, \end{cases}$$

$$\begin{cases} D_{rx}(t_i^*) = \ddot{W}_x D_{pxv}^* \ddot{W}_x^T, \\ \hat{v}(t_i^*) = \dot{H}_x \hat{p}_x / S_c; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{v}(t_i^*) = H_v \hat{p}_v; \\ \hat{v}(t_i^*) = \dot{H}_x \hat{p}_{xv} / S_c, \end{cases} \quad (13)$$

где (опуская индексы x, v, xv) $W = -(1 + n_r)H$, $D_p = \hat{\sigma}^2 (H^T H)^{-1} / S_c^2$, $D_p^* = D_p / S_c^2$.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Экспериментальные исследования модели оценки удельного сопротивления как функции от установившихся значений скорости были выполнены на базе измерительной информации, полученной во время сдаточных испытаний судна грузового класса „Витус Беринг“.

Фиксированные параметры модели: длина судна по ватерлинии $L = 150$ м; объемное водоизмещение $V_{\text{vol}} = 20\,200$ м³; начальная скорость движения судна $v_1 = 8.2$ м/с; длительность инерционного движения 1500 с; измеряемые параметры движения — скорость и положение судна измерялись в штатных погодных условиях штатными судовыми средствами измерений (радиолокатор и лаг); максимальное число измерений $n = 500$; элементы вектора b для $\gamma = \theta = 2$ получены аппроксимацией типовых зависимостей [3,4] коэффициента n_r от скорости применительно к длине и объемному водоизмещению рассматриваемого судна: $b_0 = 0.2017 - 0.0321\psi + 0.0010\psi^2$, $b_1 = (-0.4871 + 0.1193\psi - 0.0034\psi^2) / \sqrt{gL}$, $b_2 = (5.9608 - 1.3184\psi + 0.0679\psi^2) / (gL)$, $\psi = L / V_{\text{vol}}^{1/3}$; $g = 9.81$ м/с²; максимальное допустимое значение среднеквадратического отклонения $\sigma_{r,\text{max}}$, нормированного к максимальному значению функции \hat{r}_x : $w_{\text{max}} = \sigma_{r,\text{max}} / \hat{r}_{x,\text{max}} = 0.01$.

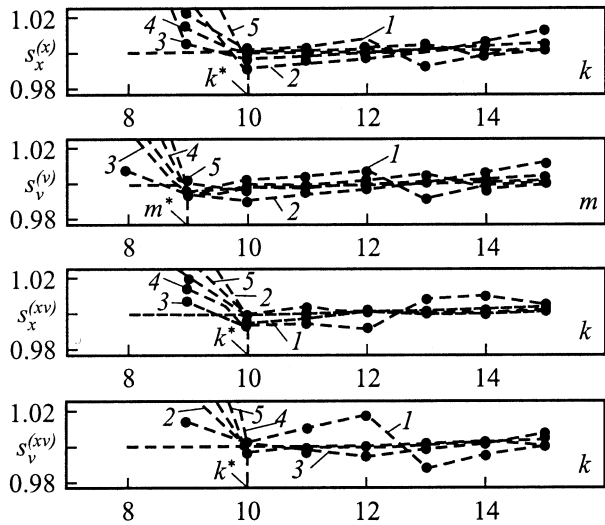


Рис. 1. Нормированные оцененные дисперсии $s_v^{(\xi)}$ ошибок измерений для числа отсчетов: $n = 100, 200, \dots, 500$ (1, 2, ..., 5 соответственно). Индекс $v = \{x, v\}$ относит s к рассматриваемой величине — положению или скорости соответственно; индекс $\xi = \{x, v, xv\}$ — к типу измерений по положению, скорости или объединению указанных измерений соответственно.

Размерность векторов p для различных схем оценки определена как минимальные значения k^* или m^* в области установившихся значений (рис. 1) величины (11) $s = \hat{\sigma}^2 / \bar{\sigma}^2$, где $\bar{\sigma}^2$ — среднее значение оцененной дисперсии в области ее установившихся значений.

Для анализа особенностей сопротивления, вычисленного по измеренным параметрам инерционного движения, дополнительно приведем результаты оценки нормированного к максимальному значению удельного сопротивления судна другого типа — яхты „Rowdy“, вычисленного на основе временных профилей скорости [1] для двух значений стартовых скоростей 5 узлов (кривая c_2 , на рис. 2) и 6 узлов (кривая c_3).

Как известно [4], зависимость полного сопротивления от установившейся скорости движения судна можно представить выражением $R_x = C(0, 5\rho S v^2)$, где C — безразмерный коэффициент сопротивления, ρ — плотность жидкости, S — величина площади смоченной поверхности судна, $C = C_{fe} + C_w$, C_{fe} и C_w — коэффициенты вязкостной и волновой составляющих полного сопротивления соответственно. Принимая во внимание монотонный характер изменения C_{fe} от v [3], а также постоянство величин ρ и S , приходим к заключению, что характер изменчивости как полного, так и удельного сопротивления определяется коэффициентом C_w , поведение которого характеризуется генеральным возрастанием крутизны вплоть до значений чисел Фруда: $Fr = v / \sqrt{gL} \leq 0.2$ [3,4,7]. Поэтому для определения влияния волнообразования инерционного движения на удельное сопротивление рассмотрим его зависимость от относительной скорости (числа Фруда).

На рис. 2 представлены графики нормированных к их максимальным значениям, оцененных удельных сопротивлений (12) инерционного движения судна „Витус Беринг“ (кривая c_1 , для $n = 100$) и яхты „Rowdy“ (кривые c_2, c_3), а также их производных (кривые c'_1, c'_2, c'_3) максимальным значениям последних соответствуют точки перегиба (b_1, b_2, b_3) на кривых (c_1, c_2, c_3). С учетом упомянутого поведения коэффициента C_w из графика кривой c_1 следует, что область определения удельного сопротивления судна „Витус Беринг“ является интервал относительных скоростей $[Fr_{min}, Fr_{max}]$, где $Fr_{max} = \arg\{\max_{Fr}(\partial \hat{r}_x / \partial Fr)\}$. Интересно отметить, что положение точек b_2 и b_3 не зависит от величин стартовых скоростей, т. е. значение Fr_{max} является мерой

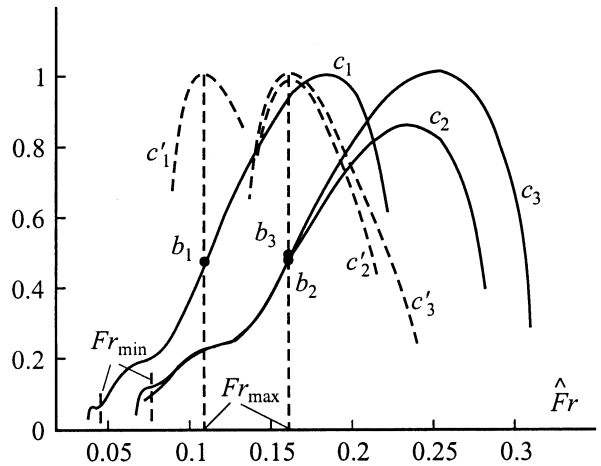


Рис. 2. Нормированные оцененные удельные сопротивления и их производные по числу Фруда. Значения кривой c_2 нормированы к максимальному значению кривой c_3 .

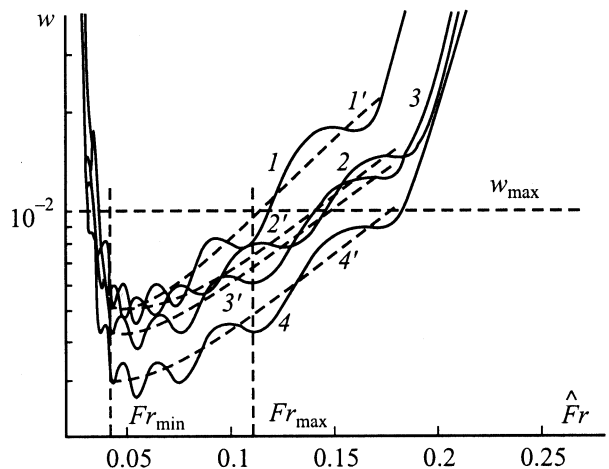


Рис. 3. Нормированные среднеквадратические отклонения w оцененного удельного сопротивления: 1 и 2 — по измерениям положения или скорости соответственно, 3 и 4 — по объединенным измерениям положения и скорости для числа измерений $n/2$ и n соответственно, 1'–4' — осредненные значения указанных кривых.

сравнения волнообразующих свойств различных судов. Выбор Fr_{\min} обуславливается представлениями о влиянии на движение, а следовательно, и на сопротивление судна факторов, проявляющихся при малых скоростях (уменьшение устойчивости продольного движения, естественные флуктуации среды и т.п.).

На рис. 3 представлены диаграммы (для $n = 100$) нормированных среднеквадратических отклонений (13) ($w = \sigma_r / \hat{r}_{x,\max} < w_{\max}$) для судна „Витус Беринг“, характеризующие высокую степень точности оценки удельного сопротивления, обусловленную применением в настоящей задаче метода наименьших квадратов в соединении с регрессией наблюдений на ортогональном базисе. Наибольшая точность оценки (наименьшая дисперсия — кривые 3 и 4) удельного сопротивления достигается при объединении измерений положения и скорости движения объекта.

Заключение

Таким образом, в отличие от буксировочного метода разработанный инерционный метод, как следует из конкретных результатов экспериментальных исследований, предоставляет возможность на основе обработки данных одной траектории инерционного движения получать зависимость силы сопротивления от скорости движения и сравнивать волнообразующие свойства различных объектов. Очевидно, что лучшие обводы и меньшее волнообразование соответствуют яхте „Rowdy“, так как у нее завершение влияния корабельных волн на удельное сопротивление наблюдается при более высоких значениях чисел Фруда, чем это происходит у судна „Витус Беринг“. При этом положение максимума производной удельного сопротивления определяет точку завершения переходного процесса, обусловленного характером инерционного движения, ниже которой искомые зависимости удельного сопротивления свободны от каких-либо искажений. В то время как для буксировочного метода исключить искажающее влияние посторонних процессов (корабельные волны буксира) на результаты измерений принципиально невозможно.

Очевидно, что получаемые разработанным методом результаты в силу его технологичности могут использоваться для экспресс-оценки фактических значений удельного сопротивления, что при поддержании достаточной периодичности подобных оценок может служить средством (принимая во внимание преобладающий вес вязкостной составляющей полного сопротивления при малых числах Фруда) для объективного контроля состояния (обрастания) поверхности корпуса судна.

Список литературы

- [1] *Selness J.N.* // Marine Technology. 1989. Vol. 26. N 3. P. 210–217.
- [2] *Подласкин А.Б.* // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 6. С. 32–36.
- [3] Справочник по теории корабля. Т. 1. Гидромеханика. Сопротивление движению судов. Судовые движители / Под ред. Я.И. Войткунского. Л.: Судостроение, 1985. 768 с.
- [4] *Войткунский Я.И.* Сопротивление движению судов. Л.: Судостроение, 1988. 288 с.
- [5] *Лоусон Ч., Хенсон Р.* Численное решение задач метода наименьших квадратов. М.: Наука, 1989.
- [6] *Себер Дж.* Линейный регрессионный анализ. Пер. с англ. / Под ред. М.Б. Малютова. М.: Мир, 1980. 456 с.
- [7] *Готман А.Ш.* Определение волнового сопротивления и оптимизация обводов судов. Ч. 1. Волновое сопротивление судов. Новосибирск: Новосиб. гос. академия водн. трансп., 1995. 162 с.