

04;12

Моделирование формирования плазмы в прикатодном слое разряда эффективных эксилламп

© А.Н. Ткачев, С.И. Яковленко

Институт общей физики РАН,
119991 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 22 апреля 2002 г. В окончательной редакции 15 августа 2002 г.)

На основе моделирования имеющихся экспериментальных данных предложены аналитические аппроксимации величин, характеризующих процесс размножения электронов в прикатодной области. Получено критическое значение поля, при превышении которого наблюдается убегание электронов. На основе предложенных аппроксимаций рассмотрена задача о зависимости параметров плазмы (электронных и ионных плотностей и токов, напряженности электрического поля) от расстояния до поверхности катода. Предложены простые формулы, определяющие полный ток, ширину прикатодной области и падение потенциала как функцию напряженности поля на поверхности катода.

Введение

В последнее время значительно возрос интерес к исследованию эксилламп, т.е. источников спонтанного излучения на переходах эксиплексных и эксимерных молекул [1–5]. В частности, активно развиваются эксилламп на димерах ксенона ([3–5]). Наиболее широко для накачки эксилламп применяется барьерный разряд, позволяющий получать излучение с длиной волны 172 нм и эффективностью более 50% [5]. Столь высокие эффективности излучения ранее были получены при накачке ксенона повышенного давления электронным пучком или разрядом, контролируемым пучком электронов [6–8].

Наибольшие эффективности достигнуты в лампах, где однобарьерный разряд зажигается между тонким катодом-проволочкой, находящимся в центре трубки, и анодом, расположенным на внешней поверхности кварцевой трубки. При этом плотность ксенона довольно высока ($\sim 100 \div 200$ Torr). Результаты моделирования [9] показывают, что такая плотность для накачки пучком электронов действительно оптимальна. Однако кинетика плазмы, накачиваемой электронным пучком, существенно отличается от кинетики плазмы электрического разряда (см., например, [10]). В связи с этим представляет интерес исследование физики разряда в плотном ксеноне. Важную роль в формировании характеристик разряда играет прикатодная область. Исследованию формирования параметров плазмы в этой области посвящена данная работа.

Рассмотрены следующие вопросы. Сначала проведено моделирование процесса размножения электронов вблизи катода, где еще несущественна экранировка электрического поля плазмой. На основе результатов моделирования и имеющихся экспериментальных данных получены зависимости от напряженности поля ионизационного коэффициента Таунсенда, дрейфовой скорости, средней энергии электронов и других характеристик ионизации. Эти данные использованы при решении системы урав-

нений, описывающей формирование тока в прикатодной области. На основе моделирования предложены простые аналитические выражения для параметров прикатодной области.

1. Моделирование ионизации

а) Моделирование размножения электронов. Ниже рассматривается цилиндрическая геометрия. Анод является цилиндром радиуса $R_{\max} \sim 1$ см. Потенциал на нем равен нулю. Катод представляет собой цилиндрическую проволочку радиусом $r_0 = 0.5$ мм, расположенную по оси цилиндра и находящуюся под потенциалом $U_0 \sim -(0.5-3)$ кВ.

В отсутствие плазмы зависимость напряженности внешнего электрического поля от расстояния r до центра проволочки имеет вид

$$E(r) = E_0 \frac{r_0}{r}, \quad E_0 \equiv E(r_0) = \frac{-U_0}{\ln(r_0/R_{\max})} \frac{1}{r_0}. \quad (1)$$

Для приведенных выше параметров значение напряженности поля вблизи катода в отсутствие плазмы лежит в диапазоне $E_0 \sim 3-20$ кВ/см.

Моделирование размножения электронов производилось для поля (1) методом частиц. Движение электронов прослеживается на некотором интервале расстояний $r_1 < r < r_2$ ($r_1 \geq r_0, r_2 \leq R_{\max}$). Интервал расстояний разбивается на 10–100 ячеек, полученная сетка используется при наборе статистики для исследуемых параметров (частоты ионизации, скорости электронов, их средней энергии и т.д.). В ходе моделирования из точки $r = r_1$ с некоторой задаваемой частотой выбрасываются электроны. Энергия выбрасываемых электронов ε распределена по закону Пуассона $P_1 = \varepsilon_0 \exp(-\varepsilon/\varepsilon_0)$ с характерной энергией ε_0 (конкретно бралось значение $\varepsilon_0 = 0.2$ эВ). На отрезках времени между актами испускания электронов прослеживается эволюция системы всех находящихся в области моделирования

электронов и набирается статистика. Для этого делаются шаги по времени, величина временного шага Δt (для рассматриваемых условий обычно $\Delta t = 0.5 \text{ fs}$) выбирается так, чтобы при любой энергии электрона до 3 keV величина перемещения не превосходила 0.3 длины свободного пробега. На каждом шаге по времени решаются уравнения движения всех электронов (вновь выброшенных и находящихся в области моделирования) во внешнем поле и электроны продвигаются в новые положения.

Достигшие границ ($r \geq R_{\max}$ или $r \leq R_{\min}$) электроны исключаются из рассмотрения (гибнут). Для остальных электронов разыгрываются столкновения. Для этого с помощью закона Пуассона определяется вероятность столкновения

$$P_2(\Delta l) = 1 - \exp(-\Delta l/L).$$

Здесь Δl — расстояние, пройденное электроном за последний шаг по времени; L — длина свободного пробега электрона.

Для определения вероятности столкновения выбрасывается случайное число u , распределенное равномерно на интервале $[0,1]$. Если $u < P_2$ для данного Δl , то столкновение считается состоявшимся. При генерации случайных чисел используется мультипликативный генератор.

Длина свободного пробега L выражается через сечения

$$L^{-1} = N_{\text{Xe}} \cdot [\sigma_{el}(\varepsilon) + \sigma_{ex}(\varepsilon) + \sigma_i(\varepsilon)],$$

где ε — энергия электрона; σ_{el} , σ_{ex} , σ_i — сечения упругого рассеяния, возбуждения первого резонансного уровня и ионизации соответственно (см. ниже раздел 1 б).

Далее по отношению сечений с помощью генератора случайных чисел определяется, какое именно столкновение произошло — упругое рассеяние, возбуждение или ионизация.

В случае упругого соударения скорость электрона поворачивается на углы φ , χ относительно направления скорости электрона. Для распределения по углам использовалось предложенное в [11] выражение, моделирующее столкновение электрона с экранированным заряженным центром при малых и средних энергиях ε ,

$$f(\varphi, \chi) \cdot d\varphi \cdot d(\cos \chi) = \frac{\tilde{\varepsilon}}{4\pi \ln(1 + \tilde{\varepsilon})} \frac{d\Omega}{(\tilde{\varepsilon} \cdot \sin^2 \frac{\chi}{2} + 1)},$$

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}, \quad (2)$$

где ε_1 — характерная энергия.

В приводимых ниже расчетах эта энергия полагалась равной 1 eV . Для определения углов рассеяния, распределенных в соответствии с этим выражением, выбрасывались пары случайных чисел u_1 , u_2 , равномерно

распределенных на $[0,1]$, а углы рассеяния вычислялись с помощью соотношений

$$\cos \chi = 1 - 2 \frac{(1 + \tilde{\varepsilon})^{u_1} - 1}{\tilde{\varepsilon}}, \quad \varphi = 2\pi u_2.$$

Если имело место возбуждение, энергия электрона уменьшалась на величину энергии возбуждения, а направление скорости изменялось так же, как при упругом столкновении. Счетчик атомов возбужденных в данной ячейке пространства увеличивается на 1.

В случае ионизации рождается новый электрон и счетчик числа рожденных в данной ячейке пространства ионов увеличивается на 1. Координаты родившегося электрона полагаются равными координатам родителя. Энергия ε родившегося электрона считается распределенной согласно модели Томсона $F(\varepsilon) = I/(\varepsilon - I)^2$, исходному электрону отдается остаток энергии. Скорости каждого из электронов (рожденного и исходного) распределяются так же, как при упругом столкновении с помощью формулы (2).

В процессе моделирования накапливается статистика — частота ионизации в разных ячейках пространства, средняя энергия электронов и средняя радиальная скорость в зависимости от радиуса, распределение электронов по энергии и т. д.

Процесс продвижения электронов повторяется до тех пор, пока не истечет время моделирования. Время моделирования выбирается достаточно большим, чтобы произошло не только установление процесса размножения электронов, но и была набрана надежная статистика для моделируемых величин.

б) Аппроксимация сечений электрон-атомных столкновений. Сечение упругого рассеяния вычислялось путем интерполяции по табличным данным. Данные для энергий $0.01\text{--}20 \text{ eV}$ были взяты из справочника [12], в диапазоне $20\text{--}36 \text{ eV}$ дополнены данными из книги [13, рис. 3] при энергиях в диапазоне $36 \text{ eV}\text{--}3 \text{ keV}$ считалось, что сечение убывает как $1/\varepsilon$. Сечение ионизации в диапазоне $0\text{--}3 \text{ keV}$ рассчитывалось путем интерполяции по таблице из работы [14].

Для удобства моделирования были получены аппроксимационные формулы, обобщающие имеющуюся информацию о зависимости различных сечений от энергии налетающего электрона.

Сечение упругого рассеяния в диапазоне энергий $0.01 \text{ eV}\text{--}3 \text{ keV}$ с точностью 20% аппроксимировалось выражением

$$\sigma_{el}(\varepsilon) = \left(\frac{2\varepsilon^2}{1 + 0.0045\varepsilon^3} + \frac{12 \exp(-6.6\varepsilon^{1.1})}{\sqrt{\varepsilon}} \right) \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2,$$

где ε — энергия налетающего электрона, измеренная в eV .

Сечение однократной ионизации в том же диапазоне энергий с точностью 15% может быть аппроксимировано

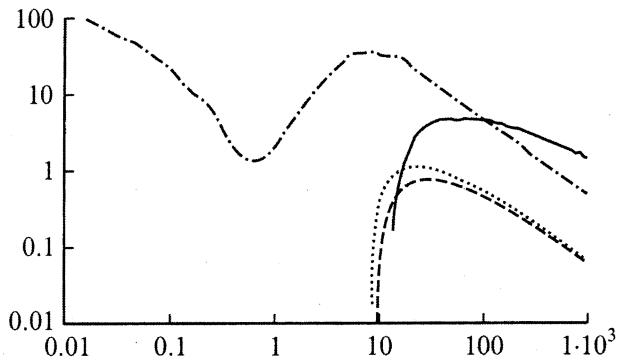


Рис. 1. Зависимость полных сечений столкновения электронов с атомом ксенона (в 10^{-16} cm^2) от энергии налетающих электронов (в eV). Сплошная кривая — ионизация, пунктир и штриховая — возбуждение первого и второго резонансного состояний, штрихпунктир — упругие столкновения.

но выражением

$$\sigma_i(\varepsilon) = \frac{16 \cdot (\varepsilon - I)^{1.25}}{1 + 0.0032 \cdot (\varepsilon - I)^{1.77}} \cdot 10^{-18} \text{ cm}^2, \quad \varepsilon \geq I,$$

где $I = 12.13 \text{ eV}$ — потенциал ионизации атома Хе, энергия электрона ε измерена в eV.

Для сечения возбуждения в диапазоне энергий 0-3 keV использовалась простая аппроксимация

$$\sigma_{ex}(\varepsilon) = 4.24 \cdot 10^{-16} \cdot \text{cm}^2 \cdot \frac{(23 - E_1)(\varepsilon - E_1)}{(\varepsilon + 23 - 2E_1)^2} \quad (\varepsilon > E_1, \text{ энергии — в eV}). \quad (3)$$

Формула (3) аппроксимирует известную формулу Дравина [15, рис. 9.4] для перехода из основного состояния в первое резонансное состояние $5p^56s(J=1)$

$$\sigma(\varepsilon) = 4\pi a_0^2 \left(\frac{Ry}{E_1}\right)^2 f \times \left\{ \frac{u}{(u+1)^2} \ln[1.25(u+1)] + \frac{0.3}{u+1} \right\},$$

$$u = \frac{\varepsilon - E_1}{E_1},$$

построенной по энергии $E_1 = 8.437 \text{ eV}$ и силе осциллятора перехода $f = 0.26$. Параметры (3) подобраны так, чтобы интеграл от сечения и положение максимума совпадали с интегралом и положением максимума аппроксимации Дравина.

В части проведенных нами расчетов для оценки влияния процессов возбуждения на локальные ионизационные характеристики учитывалось также и возбуждение атомов ксенона во второе резонансное состояние

$5p^56s'[3/2]_1$ с сечением, равным

$$\sigma_{ex}^{(2)}(\varepsilon) = 2.9 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2 \cdot \frac{(30 - E_2)(\varepsilon - E_2)}{(\varepsilon + 30 - 2 \cdot E_2)^2}$$

$$(\varepsilon > E_2, \text{ энергии — в eV})$$

(формула получена аналогично (3) подгонкой под аппроксимацию Дравина с параметрами $E_2 = 9.57 \text{ eV}$ и $f = 0.27$). Используемые в расчетах зависимости сечений от энергии даны на рис. 1.

Скорости ионизации. На основе приведенных выше аппроксимаций вычислены скорости столкновительных переходов $k = \int \sigma(\varepsilon) \cdot (2\varepsilon/m_e)^{1/2} f(\varepsilon) d\varepsilon$, где $f(\varepsilon)$ — функция распределения электронов по энергиям.

На рис. 2, а приведены скорости столкновительных переходов, вычисленные для случая максвелловского распределения электронов по энергиям,

$$f(\varepsilon) = f_M(\varepsilon) \equiv \frac{2\sqrt{\varepsilon}}{\sqrt{\pi} T_e^{3/2}} \exp(-\varepsilon/T_e).$$

Здесь m_e — масса электрона, T_e — температура электронов. Видно, что существенное возбуждение и ионизация имеют место при средней энергии электрона более 1 eV.

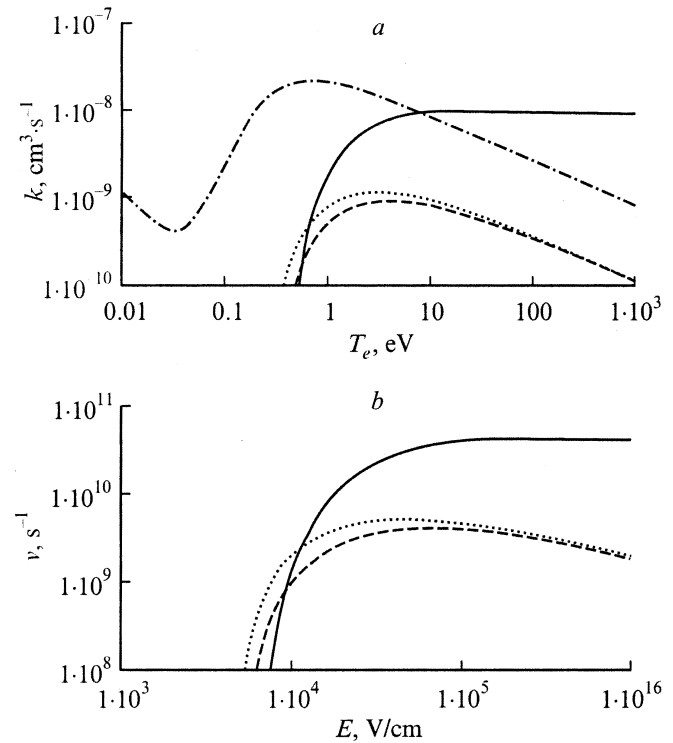


Рис. 2. Зависимость скоростей ионизации и возбуждения атома ксенона электронами от температуры электронов (а) и частот ионизации и возбуждения от напряженности электрического поля (б). Сплошные кривые — скорость k_i и частота ионизации v_i (порог ионизации 12.13 eV), пунктир — скорость k_{ex1} и частота v_{ex1} возбуждения состояния $5p^56s[3/2]_1$ (порог возбуждения 8.437 eV), штрихи — скорость k_{ex2} и частота v_{ex2} возбуждения состояния $5p^56s'[3/2]_1$ (порог возбуждения 9.57 eV), штрихпунктир — скорость упругих столкновений k_{el} .

Однако для эффективного развития ионизации недостаточно того, чтобы средняя энергия электронов составляла несколько электрон-вольт. Это не согласуется с результатами моделирования процесса размножения электронов методом частиц. Согласно расчетам (см. ниже), средняя энергия электронов превышает 1 eV уже при напряженности поля $E \sim 100$ V/cm. В то же время ионизация начинает превышать возбуждение при значительно больших полях. Дело в том, что вблизи поверхности катода распределение электронов по энергии ближе к древстейновскому, чем к максвелловскому.

Результат усреднения сечений с использованием распределения Дривестейна

$$f(\epsilon) = f_D(\epsilon) \equiv \frac{2}{\Gamma(3/4)} \left(\frac{3m_e}{m_{Xe}}\right)^{3/4} \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}} \exp\left(-\frac{3m_e\epsilon^2}{m_{Xe}\epsilon_0^2}\right)$$

иллюстрирует рис. 2, b. Здесь $\Gamma(3/4) = 1.225$; m_{Xe} — масса атома ксенона; $\epsilon_0 = eE/(\sigma_{e1}N_{Xe})$ — энергия, набираемая электроном в электрическом поле напряженности E при пролете расстояния $l = 1/(\sigma_{e1}N_{Xe})$ от одного упругого столкновения до другого.

Частоты ионизации $\nu_i = k_i N_{Xe}$ и возбуждения $\nu_{ex} = k_{ex} N_{Xe}$, усредненные по распределению Дривестейна при заданной плотности атомов ксенона, оказываются функцией лишь напряженности электрического поля E . Видно, что высокая эффективность ионизации $\nu_{ex} < \nu_i \sim 10^{10} \text{ s}^{-1}$ имеет место при $E \sim 10^4$ V/cm.

в) Результаты расчетов и аппроксимации. **Размножение электронов.** Ниже в конкретных расчетах мы ориентируемся на сравнительно большую плотность ксенона $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. При этом интенсивное размножение электронов и экранировка электрического поля имеют в узком слое, много меньшем диаметра катода. Для определения зависимости локальных ионизационных характеристик от напряженности электрического поля необходимо, вообще говоря, проводить моделирование процесса размножения в плоской геометрии задачи (при однородном внешнем электрическом поле). В проведенной нами серии расчетов ионизационных характеристик плоская геометрия обеспечилась выбором большого по сравнению с другими характерными размерами задачи радиуса кривизны катода $r_0 = 10^3$ mm. Результаты одного из этих расчетов приведены на рис. 3.

Расчеты показали, что число возбужденных и ионизованных электронами атомов ксенона при увеличении расстояния x от поверхности катода экспоненциально возрастает (рис. 3, a). При этом средняя скорость электронов u_x вдоль направления поля (вдоль оси x), средняя энергия электрона ϵ^* и частота ионизации ν_i слабо зависят от координаты x (рис. 3, b–d). Функция распределения электронов имеет максимум при энергии, меньшей, чем энергия ионизации, а при энергиях выше энергии ионизации имеет место экспоненциальный спад функции распределения (рис. 3, e).

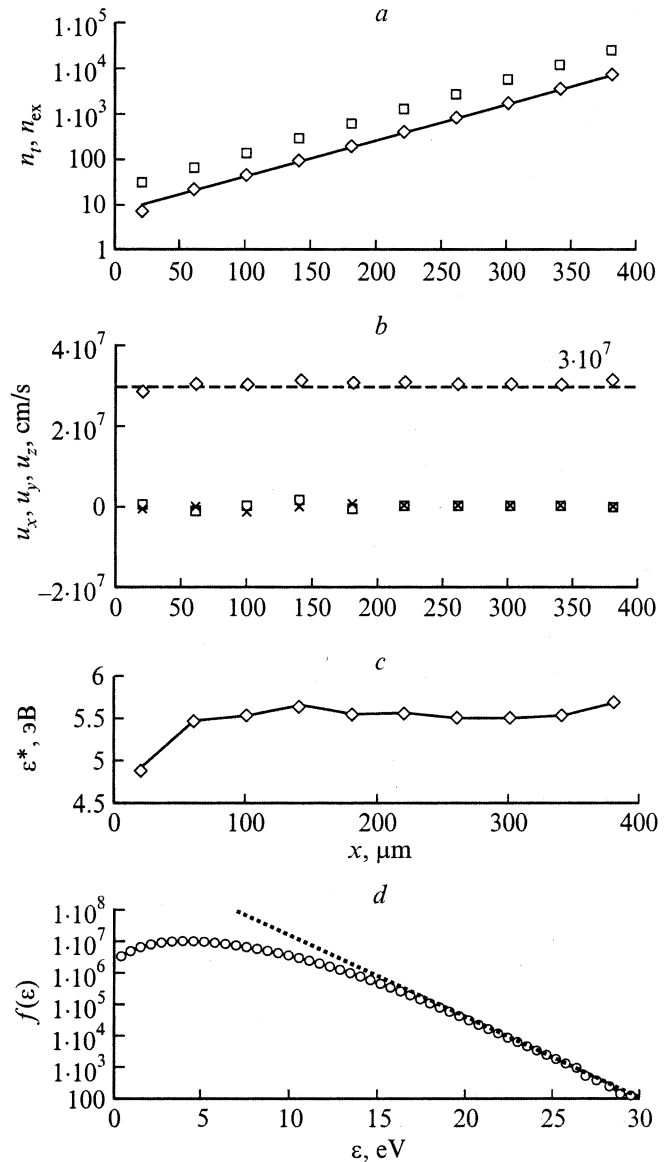


Рис. 3. Характеристики размножения электронов в случае плоской геометрии при напряженности поля $E_0 = -9400$ V/cm, плотности атомов ксенона $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ (соответствует давлению 137 Торг при комнатной температуре). a — количество рожденных ионов n_i (кружки) и возбужденных атомов n_{ex} (квадратики) в зависимости от расстояния до катода x ; сплошная кривая — $n_i(x) = 7 \exp(180x/\text{cm})$; b — средняя скорость электронов в зависимости от расстояния до катода x ; u_x (кружки) — проекция средней скорости на ось x , направленную по электрическому полю; u_y, u_z (крестики и квадратики) — проекция на оси y, z , перпендикулярные напряженности поля; c, d — частота ионизации ксенона электронами и средняя энергия электронов в зависимости от расстояния до катодов x ; e — распределение электронов по энергии, полученное усреднением по всем электронам в диапазоне расстояний 250–400 μm (произвольные единицы): маркеры — результат расчета; пунктир — зависимость $f(\epsilon) = 0/5 \exp(-0.59\epsilon)$.

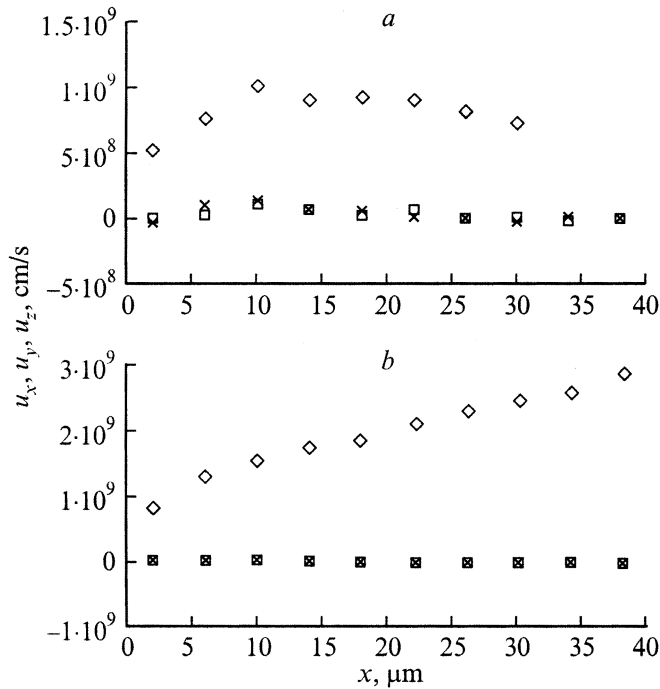


Рис. 4. Иллюстрация перехода к режиму убегания электронов. Средняя скорость электронов в зависимости от расстояния до катода x при напряженности поля $E_0 = -1.07 \cdot 10^6$ (а), $-2.13 \cdot 10^6$ В/см (б). u_x (кружки) — проекция средней скорости на ось x , направленную по электрическому полю; u_y, u_z (крестики и квадратики) — проекции на оси y, z , перпендикулярные напряженности поля.

Это соответствует теории Таунсенда. Как известно, в соответствии с этой теорией частота ионизации ν_i связана с ионизационным коэффициентом Таунсенда α простым соотношением

$$\nu_i = \alpha \cdot u_e.$$

Здесь u_e — средняя скорость электрона в направлении поля; коэффициент Таунсенда дает число ионизаций, совершаемых электроном на единицу длины пути. Важным обстоятельством является то, что величины α и u_e наиболее существенно зависят лишь от параметра E/N и не зависят от координаты x . Этот факт подтверждается результатами нашего моделирования для плотности газа, в сто раз меньшей, т.е. для $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{16}$ см $^{-3}$.

Отметим также, что теория Таунсенда справедлива для не слишком больших значений напряженности электрического поля, меньших некоторого критического значения $E < E_{cr}$. При $E < E_{cr}$ средняя скорость электронов как функция координаты непрерывно растет, имеет место явление убегания электронов. Переход к режиму убегания электронов иллюстрирует рис. 4. При $E = 1.1 \cdot 10^6$ В/см $^{-3}$ скорость электронов практически постоянна. При $E = 2.1 \cdot 10^6$ В/см $^{-3}$ средняя скорость электронов линейно растет.

Согласно проведенным нами расчетам, значение критического поля для ксенона составляет величину

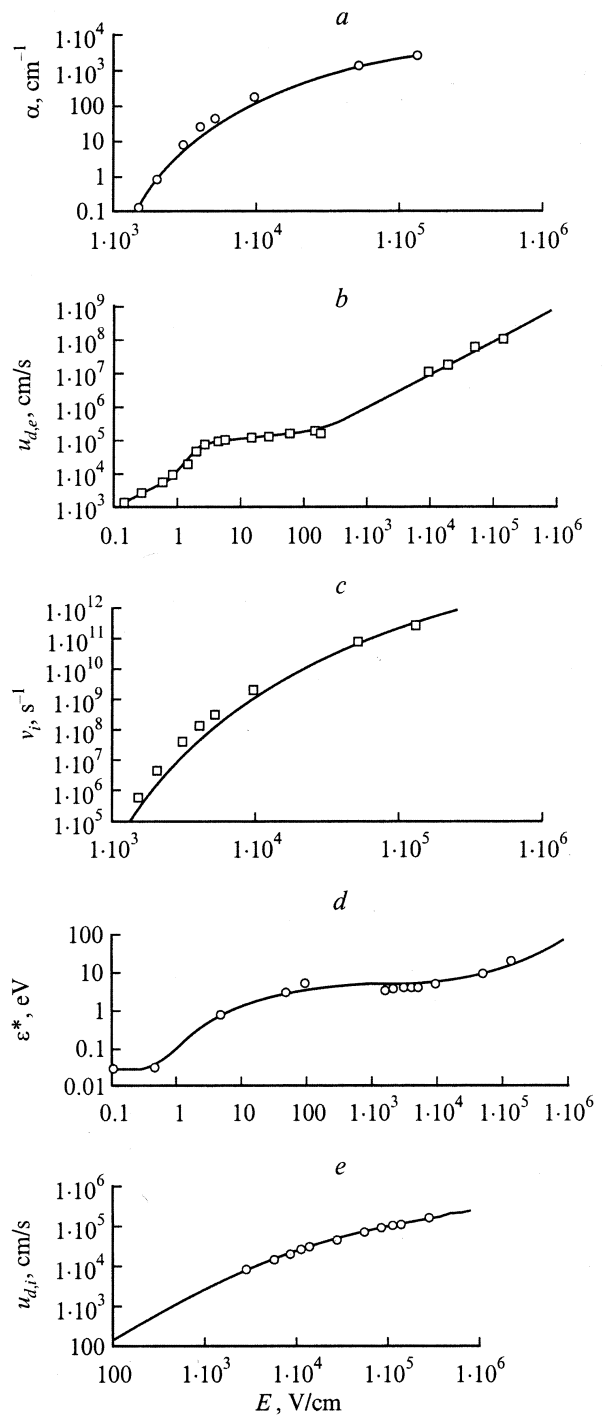


Рис. 5. Зависимость ионизационных и дрейфовых характеристик от напряженности поля при $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{18}$ см $^{-3}$. а — коэффициент Таунсенда, полученный в моделировании (значки) и аппроксимация (5) (сплошная кривая); б — дрейфовая скорость по данным [13,15] (значки, $E = 0.1 - 1.6 \cdot 10^4$ В/см) и моделирования (значки, $E > 1000$ В/см), сплошная кривая — аппроксимация (6); в — сравнение частоты ионизации полученной из моделирования (значки) и из аппроксимаций (5), (6) для дрейфовой скорости и коэффициента Таунсенда (сплошная кривая); г — сравнение характеристической энергии электрона полученной из моделирования (значки, $E = 10^3 - 10^5$ В/см), с данными из книги [15] (точки в диапазоне 0.1–100 В/см) и аппроксимацией (7) (сплошная кривая).

$E_{cr} \approx 10^4 (N_{Xe}/3.2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}) \cdot V/\text{cm}$. Предлагаемые ниже аппроксимации характеристик размножения электронов даны для $E < E_{cr}$.

Аппроксимация характеристик размножения. Мы провели серию расчетов (аналогичных представленным на рис. 3, 4) для различных значений напряженности поля. На основе этих расчетов и экспериментальных данных были предложены аппроксимации зависимости от E и N некоторых величин, используемых далее в системе уравнений, описывающих формирование плазмы в прикатодной области (рис. 5).

Зависимость коэффициента Таунсенда от напряженности поля хорошо согласуется с известной [13] аппроксимацией

$$\alpha(E) = C_1 N \exp(-C_2 (N/E)^{1/2}), \quad (5)$$

где $C_1 = 2.03 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$, $C_2 = 2.014 \cdot 10^{-7} \text{ cm}^{3/2} \cdot V^{1/2}$ — подгоночные константы (рис. 5, а).

Экспериментальную зависимость дрейфовой скорости от напряженности поля [13; 16, табл. 3, 4], дополненную результатами моделирования, мы аппроксимировали выражением (рис. 5, б)

$$u_{d,e}(E) = \frac{4.18 \cdot 10^{22} \cdot E/N + 1.44 \cdot 10^{115} (E/N)^6}{1 + 4.06 \cdot 10^{106} \cdot (E/N)^{5.8}} + 4.18 \cdot 10^{21} \cdot \frac{E}{N} \exp\left(-6.82 \cdot 10^{-17} \frac{N}{E}\right), \text{ cm/s.} \quad (6)$$

Здесь и ниже в аппроксимационных формулах N — в cm^{-3} , E — в V/cm .

Результаты расчета частоты ионизации v_i (рис. 5, с) для различных значений поля с точностью до фактора 3 аппроксимируются произведением выражений (5) и (6). Результаты расчета средней энергии электрона и экспериментальные данные [16] описываются аппроксимацией (рис. 5, д)

$$\varepsilon^* = 0.026 + (5.5 - 0.026) \times \exp\left[-2.05 \cdot 10^{-9} \left(\frac{N}{E}\right)^{0.5}\right] + 4.4 \cdot 10^{14} \frac{E}{N}, \text{ eV.} \quad (7)$$

Для решений уравнений, описывающий процесс формирования плазмы в прикатодной области (см. ниже), необходима также зависимость дрейфовой скорости ионов от напряженности поля. Для этой зависимости мы использовали аппроксимацию, описывающую экспериментальные данные [15, 16],

$$u_{d,i} = 3.3 \cdot 10^{18} \frac{1 + 2.1 \cdot 10^8 \cdot \left|\frac{E}{N}\right|^{12}}{1 + 1.056 \cdot 10^{15} \cdot \left|\frac{E}{N}\right|} \cdot \left|\frac{E}{N}\right|, \text{ cm/s.} \quad (8)$$

2. Моделирование электронного и ионного токов

а) **Постановка задачи. Система уравнений.** В прикатодном слое образуется плазма, которая экранирует электрическое поле. Эти процессы описываются

уравнениями переноса импульса и уравнениями непрерывности для электронов и ионов, а также уравнением Пуассона. В квазистационарном приближении, когда процессы ионизации и переноса в прикатодной области установились в соответствии с заданной на границе напряженностью электрического поля, исходная система уравнений имеет вид [11, 17, 18]

$$\mathbf{u}_e = -eb_e \mathbf{E} - (D_e/N_e) \text{grad}(\text{Ne}),$$

$$\text{div}(N_e \mathbf{u}_e) = v_i N_e,$$

$$\text{div}(\mathbf{E}) = 4\pi e(N_i - N_e);$$

$$\mathbf{u}_i = eb_i \mathbf{E} - (D_i/N_i) \text{grad}(N_i),$$

$$\text{div}(N_i \mathbf{u}_i) = v_i N_e.$$

Здесь e — заряд электрона; \mathbf{u} — средние скорости; b — подвижности; D — коэффициенты диффузии; N — плотности; \mathbf{E} — напряженность электрического поля; индексы e относятся к характеристикам электронов, i — к характеристикам ионов.

Перейдем к цилиндрической геометрии: $\text{grad} \rightarrow d/dr$, $\text{div} \rightarrow (1/r)d(r \cdot)/dr$. При этом удобно ввести линейные плотности тока

$$j_e = -2\pi e u_e N_e r, \quad j_i = -2\pi e u_i N_i r. \quad (9)$$

Далее, используя закон сохранения заряда в виде $j_e + j_i = j_0 = \text{const}$ и выражая плотности частиц через плотности токов, приходим к следующей системе уравнений:

$$\frac{dj_e}{dr} = -2\pi e r v_i N_e,$$

$$\frac{dN_e}{dr} = \frac{j_e}{2\pi e r D_e} - \frac{b_e E N_e}{D_e},$$

$$\frac{dN_i}{dr} = \frac{j_e - j_0}{2\pi e r D_i} + \frac{b_i E N_e}{D_i},$$

$$\frac{dE}{dr} = 4\pi e(N_i - N_e) - \frac{E}{r}, \quad j_i = j_0 - j_e. \quad (10)$$

Правые части уравнений (10) задаются с помощью соотношений

$$u_{di}(E) \equiv eb_i(E) \cdot E, \quad u_{de}(E) \equiv eb_e(E) \cdot E,$$

$$D_i(E) = T_i b_i(E), \quad D_e(E) = \varepsilon^*(E) \cdot b_i(E), \quad (11)$$

где $T_i = 0.03 \text{ eV}$ — температура ионов, а величины u_{di} , u_{de} , ε^* определены формулами (5)–(7).

Граничные условия. Для системы уравнений (10) следует, вообще говоря, ставить краевую задачу. В частности, надо требовать равенства ионной и электронной плотностей на больших расстояниях от поверхности катода

$$N_e(r \rightarrow \infty) = N_i(r \rightarrow \infty). \quad (12)$$

Мы использовали „метод стрельбы“. Система уравнений решалась путем задания всех граничных условий на

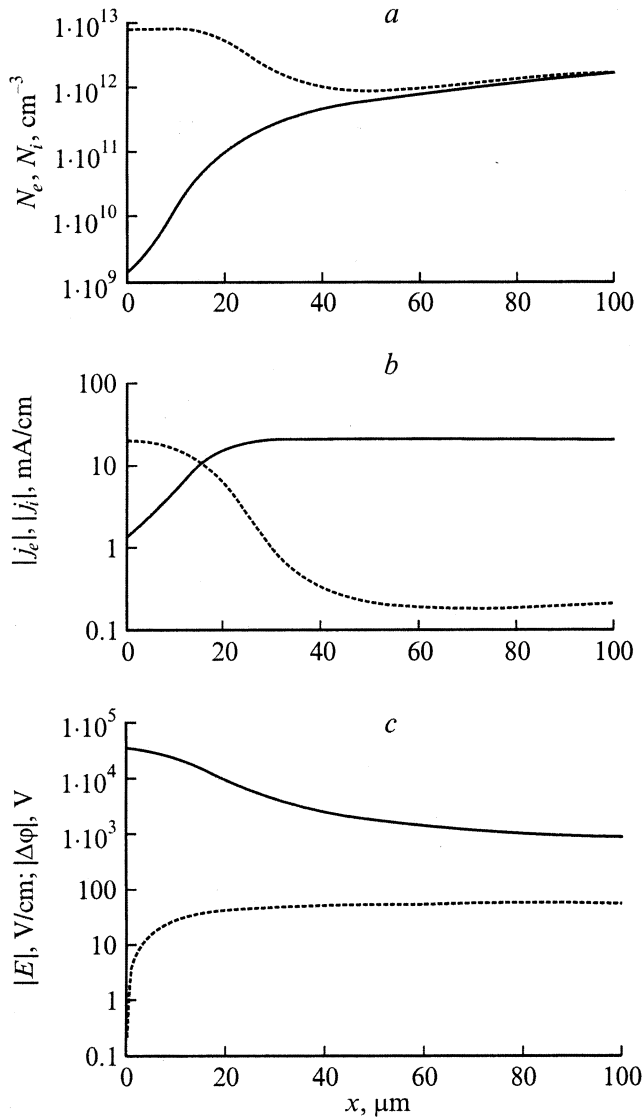


Рис. 6. Зависимость параметров плазмы от расстояния до поверхности катода $x = r - r_0$. $j_0 = -20$ mA/cm, $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{18}$ cm $^{-3}$, $E_0 = -34$ kV/cm, $\xi = 0.07$, $\xi \approx 1.16$. *a* — плотность электронов (сплошная кривая) и ионов (пунктир); *b* — электронный (сплошная кривая) и ионный (пунктир) токи; *c* — напряженность электрического поля (сплошная кривая) и изменение потенциала электрического поля $\Delta\varphi(r) = \varphi(r_0) - \varphi(r)$ (пунктир).

поверхности катода, т.е. при $r = r_0$. Задавались значения электронного тока, плотности электронов и ионов, напряженность поля

$$\begin{aligned} j_{e0} &= j_e(r = r_0), & N_{e0} &= N_e(r = r_0), \\ N_{i0} &= N_i(r = r_0), & E_0 &= E(r = r_0). \end{aligned} \quad (13)$$

Величина j_{e0} определялась с помощью задаваемых значений полного тока j_0 и коэффициента вторичной эмиссии электронов ξ

$$j_{e0} = j_0 \xi / (1 + \xi). \quad (14)$$

Плотность ионов на границе задавалась из условия, что градиент плотности ионов на границе равен нулю

$$N_{i0} = j_0 / (2\pi e r_0 b_i(E_0) \cdot E_0). \quad (15)$$

Начальное приближение для плотности электронов на границе получено из условия, что градиент плотности числа электронов на границе задается таунсендовским размножением

$$N_{e0} = \xi \cdot j_0 [2\pi e r_0 (b_e(E_0) \cdot E_0 + D_e(E_0) \cdot \alpha(E_0))], \quad (16)$$

ξ — некоторый подгоночный коэффициент.

Далее система уравнений (10) решалась для заданных значений j_0 и E_0 с граничными условиями (13)–(16) при $\xi = 1$. Результат решения обычно не удовлетворял условию (12). Условие (12) удовлетворялось подбором коэффициента ξ . Отметим, что, хотя результирующее значение ξ несильно отличалось от единицы, результат решения очень чувствителен к его численному значению.

б) Результаты расчетов. Пример расчета параметров плазмы в прикатодной области иллюстрирует рис. 6. Значение полного тока $j_0 = 20$ mA/cm было взято из экспериментальных данных. Граничная напряженность поля взята несколько большей, чем это следует из формулы (1) для поля в отсутствие плазмы, поскольку при учете экранировки падение потенциала происходит в очень узком слое (см. ниже).

Согласно рис. 6, картина физических процессов выглядит так. В слое толщиной $\Delta x \sim 30$ μ m происходит интенсивное размножение электронов. В этом же слое ионный заряд экранирует поле. Поэтому при $x \sim \Delta x$ оно падает до величины, при которой размножение практически прекращается. Далее плотности электронов и ионов становятся практически равными друг другу, а ток определяется электронами.

Скачок потенциала на всем рассмотренном слое невелик $\Delta\varphi_0 = |\varphi(r_0) - \varphi(r_0 + 100 \mu\text{m})| = 59$ V. Он составляет малую долю напряжения $U_0 \sim 0.5 - 3$ kV, подаваемого на разрядный промежуток. Остальное падение напряжения $U_0 - \Delta\varphi_0 \sim U_0$ должно происходить в плазме, где существен термический разогрев электронов и соответственно термическая ионизация. Здесь мы эту область не рассматриваем.

3. Параметры плазмы в прикатодной области

а) Зависимость от напряженности поля на катоде. Полагая, что ток определяется прикатодной областью $j_0 = 2\pi e u_i N_{i0} r_0$, выразим его как функцию напряженности поля на катоде E_0 . Для этого определим плотность ионов из условия экранирования поля

$$N_{i0}(E_0) = E_0 / (4\pi e \Delta x(E_0)). \quad (17)$$

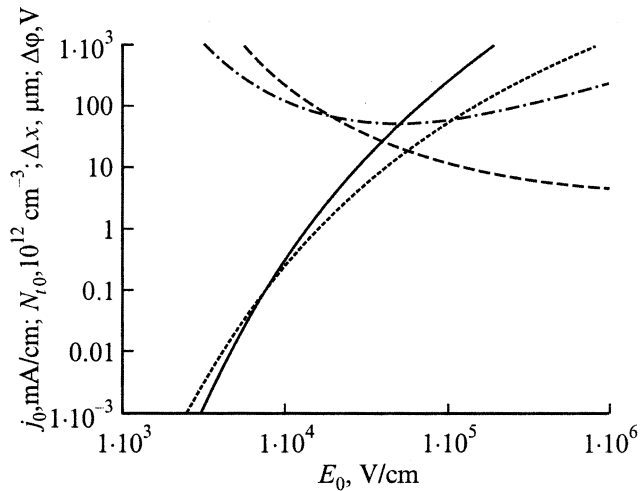


Рис. 7. Зависимости: линейной плотности тока j_0 (сплошная кривая); плотности ионов N_{i0} (пунктир); ширины прикатодной области Δx (штриховая линия) и падения потенциала $\Delta\varphi_0$ (штрихпунктир) от напряженности поля на катоде E_0 . $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

Толщину слоя оценим через коэффициент Таунсенда

$$\Delta x(E_0) = \ln(1/\xi)/\alpha(E_0). \quad (18)$$

В результате получаем

$$j_0(E_0) = \frac{u_{i,d}(E_0) \cdot E_0 r_0}{2\Delta x(E_0)}. \quad (19)$$

Величины, входящие в правую часть этого выражения, определяются формулами (4), (7), (17), (18).

Падение потенциала в прикатодной области можно оценить выражением

$$\Delta\varphi_0(E_0) = E_0 \Delta x(E_0)/2. \quad (20)$$

Зависимость этих величин от E_0 и плотности ксенона дана на рис. 7, 8. Следует отметить, что полученные зависимости (17)–(20) в общем случае не позволяют предсказывать параметры плазмы в прикатодном слое. Дело в том, что величина E_0 заранее из эксперимента неизвестна. Известно лишь напряжение на разрядном промежутке U_0 , которое необходимо связать с E_0 . Для этой связи нельзя использовать формулу (1). Поскольку падение потенциала в прикатодной области $\Delta\varphi_0$ мало по сравнению с U_0 , для нахождения E_0 следует рассмотреть область, далекую от катода, что выходит за рамки данной работы.

б) Времена релаксации. Время установления электронной плотности вблизи катода характеризуется частотой ионизации ν_i . При $E \sim 3 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ это время довольно мало: $\nu_i^{-1} \sim 5 \cdot 10^{-11} \text{ с}$ при $N_{Xe} = 4.4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$.

Время установления ионного тока τ_{ion} вблизи катода ($x \ll \Delta x$) существенно больше

$$\tau_{\text{ion}} \sim (u_{di}(E) \cdot \Delta x)^{-1} \sim 10^{-7} \text{ с}.$$

Здесь $u_{di}(E)$ — дрейфовая скорость ионов, при $E \sim 10^4 \text{ V/cm}$ она составляет величину $\sim 5 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$. Оптимальная длительность импульса накачки должна превышать τ_{ion} .

В промежутках между импульсами имеет место рекомбинация. Оптимальная частота повторения импульсов накачки не должна быть слишком малой. Нужно, чтобы за время между импульсами плазма в прикатодном слое не прорекомбинировала полностью.

Рассмотрим два механизма рекомбинации ионов и электронов в прикатодном слое: поверхностный и объемный. Время рекомбинации на поверхности катода в промежутках между импульсами накачки определяется временем диффузии ионов

$$\tau_{\text{dif}} \sim (v_{Xe}/\sigma_{tr}N_{Xe}\Delta x^2)^{-1} \sim 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ с}$$

в слое толщиной $\Delta x \sim 30 \mu\text{m}$. Здесь $\sigma_{tr} \sim 1.2 \cdot 10^{14} \text{ cm}^2$ — сечение резонансной перезарядки атома ксенона на ионе; $v_{Xe} \sim 2.7 \cdot 10^4 \text{ cm/s}$ — тепловая скорость атомов ксенона.

Время объемной рекомбинации

$$\tau_{\text{dis}} \sim (\alpha_{\text{dis}}N_i)^{-1} \sim 5 \cdot 10^{-7} \text{ с}$$

определяется скоростью диссоциативной рекомбинации $\alpha_{\text{dis}} \sim 2 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3/\text{s}$, поскольку конверсия атомарных ионов в молекулярные происходит при этих давлениях довольно быстро. Здесь на основе расчетов параметров в прикатодной области плотности ионов положено $N_i \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

Видно, что при частоте повторения импульсов в диапазоне $f \sim 10\text{--}100 \text{ kHz}$ плотность ионов в прикатодной области падает не ниже величины $N_i \sim 10^{10}\text{--}10^{11} \text{ cm}^{-3}$.

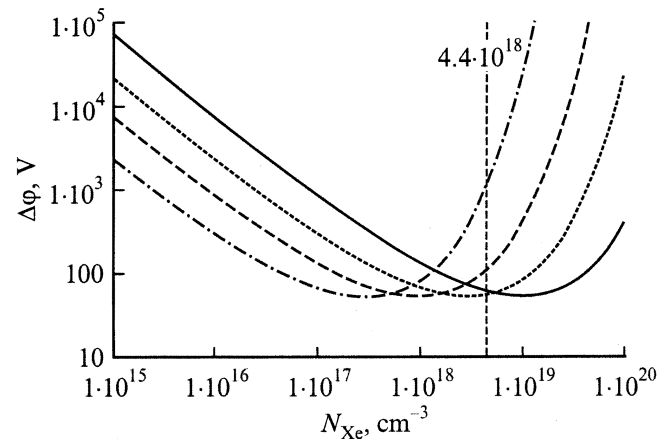


Рис. 8. Зависимость падения потенциала $\Delta\varphi_0$ от плотности газа при различных значениях напряженности поля на катоде E_0 : сплошная кривая — 10^5 , пунктир — $3 \cdot 10^4$, штриховая линия — 10^4 , штрихпунктир — $3 \cdot 10^3 \text{ V/cm}$.

Заключение

Итак, в данной работе проведено моделирование процесса развития электронной лавины в ксеноне. На основе моделирования и имеющихся экспериментальных данных предложены аналитические аппроксимации величин, характеризующих процесс размножения электронов в прикатодной области. Получено критическое значение поля, при превышении которого наблюдается убежание электронов. Показано, что в ксеноновых лампах большой плотности отсутствуют убегающие электроны, соответственно они не являются первопричиной формирования объемного разряда в однобарьерной ксеноновой эксилампе.

На основе предложенных аппроксимаций рассмотрена задача о зависимости параметров плазмы (электронных и ионных плотностей и токов, напряженности электрического поля) от расстояния до поверхности катода. Предложены простые формулы, определяющие полный ток, ширину прикатодной области и падение потенциала как функцию напряженности поля на поверхности катода.

Проведенное рассмотрение позволяет сделать некоторые выводы относительно катодного слоя в ксеноновой лампе с цилиндрическим электродом диаметром порядка миллиметра.

В прикатодном слое происходит размножение электронов и экранирование электрического поля зарядами ионов. Прикатодный слой при давлении порядка 100 Torr и напряженности поля порядка 10 kV/cm оказывается на порядок меньше радиуса проволоочки. Из-за малой толщины катодного слоя падения потенциала в прикатодной области оказывается существенно меньше высокого напряжения, приложенного к разрядному промежутку. Экранировка поля в прикатодном слое ограничивает плотность тока через прикатодную область при заданном значении напряженности поля на катоде.

Полученные результаты позволяют самосогласованно рассмотреть задачу о возбуждении разрядных ксеноновых ламп.

Авторы признательны В.Ф. Тарасенко за стимулирующие обсуждения.

Работа поддержана грантом МНТЦ-1270.

Список литературы

- [1] *Kogelshatz U.* // Pure & Appl. Chem. 1990. V. 62. N 62. P. 1667–1674.
- [2] *Sasaki W., Kudobera S., Kawanaka J.* // Proc. SPIE. 1997. Vol. 3092. P. 378–381.
- [3] *Panchenko A.N., Sosnin E.A., Tarasenko V.F.* // Opt. Commun. 1990. Vol. 161. P. 249–252.
- [4] *Arnold E., Dreiskemper R., Reber S.* // Proc. of the 8th Intern. Symp. on Science and Technol. of Light Sources (LS-8), Graifswald (Germany), 1998. Vol. IL 12. P. 90–98.
- [5] *Vollkommer F., Hitzschke L.* // Proc. of the 8th Intern. Symp. on Science & Technology of Light Sources, Greifswald, 1998. P. 51–60.
- [6] *Rhodes C.K., Hoff P.W.* // Excimer Lasers. Springer Verlag, 1979. Ch. 6. P. 220–228.
- [7] *Duzy C., Boness J.* // IEEE J QE-16. 1980. Vol. 16. N 6. P. 640–649.
- [8] *Eckstrom D.J., Nakano H.H., Lorents D.C., Rothem T., Betts J.A., Lainhart M.E., Dakin D.A., Maenchen J.E.* // J. Appl. Phys. 1988. Vol. 64. P. 1679–1690.
- [9] *Boichenko A.M., Yakovlenko S.I., Tarasenko V.F.* // Laser and Particle Beams. 2000. Vol. 18. P. 655–660.
- [10] *Яковленко С.И.* Газовые и плазменные лазеры. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / Под ред. В.Е. Фортова. Вводный том IV. С. 262–291.
- [11] *Surendra M., Graves D.B., Jellum G.M.* // Phys. Rev. A. 1990. Vol. 41 (2). P. 1112–1125.
- [12] *Физические величины. Справочник / Под ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова.* М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с. ISBN 5-283-04013-5.
- [13] *Райзер Ю.П.* Физика газового разряда. М.: Наука, 1992. 536 с.
- [14] *Krishnakumar E., Srivastava S.K.* // J. Phys. B. 1998. Vol. 21. N 6. P. 1055–1082.
- [15] *Смирнов Б.М.* Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М.: Атомиздат, 1968. 364 с.
- [16] *Елецкий А.М., Смирнов Б.М.* Физические процессы в газовых лазерах. М.: Энергоатомиздат, 1985. 152 с.
- [17] *Брагинский С.И.* // Вопросы теории плазмы. Вып. 1 / Под ред. М.А. Леонтовича. М.: Госатомиздат, 1963. С. 183–234.
- [18] *Drawin H.W., Emard F.* // Physica. 1977. Vol. 87C. P. 333.