01

# О роли зависящих от долготы полей в звездной конвекции

© Ю.В. Вандакуров

Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия

(Поступило в Редакцию 17 сентября 2002 г.)

Показано, что во вращающихся звездных конвективных зонах осуществление теплопереноса связано с возбуждением несбалансированных азимутальных сил в радиально поднимающемся нагретом или опускающемся холодном веществе. В присутствии зависящего от долготы магнитного поля появляются дополнительные азимутальные силы, так что возникают новые возможности для компенсации вышеупомянутых несбалансированных сил. Вообще говоря, это дополнительное поле нестационарно, но в слоях, где происходит переход от конвективного равновесия к лучистому, возможны и приблизительно стационарные структуры. Рассмотрены такие стационарные состояния и выведено условие их осуществления с обычными структурами. В рассматриваемых моделях становится необходимым присутствие соответствующего осесимметричного азимутального магнитного поля, энергия которого порядка энергии вращения. В обсуждаемых конфигурациях могут создаваться условия для генерации магнитных полей, как это происходит на Солнце.

## Введение

Стандартная модель конвективной зоны вращающейся звезды обычно рассматривается в предположении, что существенную роль играет эффективная турбулентная вязкость среды, способствующая как формированию дифференциального вращения среды, так и генерации магнитного поля (см., например, [1]). Однако неоднократные попытки построения соответствующей теоретической модели, описывающей природу как дифференциального вращения, так и активности Солнца, до сих пор не привели к успеху. Кроме того, сам факт самопроизвольного поддержания нетвердотельного вращения среды вязкими силами находится, как уже отмечалось в работе [2], в противоречии с законами термодинамики.

С этой точки зрения более обоснованными представляются модели, построенные на основании принципа минимальной диссипации и при условии пренебрежимо малой турбулентной вязкости среды [3]. Все же и эти модели не снимают обсуждаемых противоречий между теорией и наблюдениями. В частности, дифференциальное вращение типа наблюдаемого на Солнце действительно самопроизвольно формируется в моделях с минимумом полной диссипации [3], однако величина широтной дифференциации намного превышает ту, которая соответствует солнечному вращению. Кроме того, в этих моделях существенную роль играет широтная дифференциация, описываемая модами высокого порядка, что также не подтверждается данными наблюдений.

Не исключено, что решение сформулированной задачи нужно искать, учитывая условия конвективного переноса тепла в присутствии кориолисовой силы. В связи с этим мы хотим обратить внимание на тот факт, что во вращающейся среде в любом радиально движущемся конвективном элементе возбуждается несбалансированная азимутальная сила, которая до сих пор не учитывалась при построении различных моделей.

Условие азимутального баланса в невязкой вращающейся намагниченной среде записывается в виде

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial t} + \Big[(\operatorname{rot}\mathbf{v}) \times \mathbf{v} - \frac{1}{4\pi\rho}(\operatorname{rot}\mathbf{B}) \times \mathbf{B}\Big]\mathbf{i}_\varphi = 0, \qquad (1)$$

где $\mathbf{v}$ — скорость, $\mathbf{B}$ — магнитное поле, $\rho$ — плотность среды (которая принимается приблизительно сферически симметричной), $t$ — время, $\varphi$ — азимутальный угол, $\mathbf{i}_\varphi$ — азимутальный единичный вектор.

Например, в твердотельно вращающейся (с угловой скоростью $\Omega$) среде $\operatorname{rot}\mathbf{v} = \mathbf{i}_z 2\Omega$, где ось $z$ параллельна оси вращения, так что в случае радиально движущегося (со скоростью $v_r$) конвективного элемента кориолисова сила в уравнении (1) является азимутальной. Эта сила не равна нулю везде, кроме точек на полюсах. Ясно, что подобная азимутальная сила возникает при любом дифференциальном вращении среды.

Конвективная скорость в звездах не является малой величиной. Например, по оценке Спруита [4], в нижних слоях солнечной конвективной зоны радиальная скорость $v_r$ порядка $10^3-10^4$ cm/s. Подстановка таких скоростей в уравнение (1) приводит к характерным временам изменения скорости вращения $v_\varphi$ от года до месяца, если, как на Солнце, $v_\varphi \sim 2$ km/s. Конечно, в действительности речь идет о генерации азимутальной силы в поднимающихся нагретых или опускающихся более холодных струях вещества, тем не менее несбалансированная боковая сила может, вероятно, приводить к заметным отклонениям от радиального движения конвективных элементов и, следовательно, к возбуждению каких-то хаотических вариаций скорости вращения, затрудняющих конвективный перенос тепла. Таким образом, важную роль могут играть процессы, способствующие регуляризации конвективного теплопереноса в звездах.

В присутствии зависящих от долготы скоростных и магнитных полей в обсуждаемый баланс сил будут вносить вклад дополнительные азимутальные силы. Если последние будут преобладающими, то появятся дополнительные возможности компенсации вышеупомянутого сравнительно небольшого дисбаланса. Как будет видно из дальнейшего, эти дополнительные силы являются обычно нестационарными, что может иметь отношение к проблеме солнечной активности. Обсуждаемая проблема представляет также интерес для теории как дифференциального вращения Солнца, так и возможного нетвердотельного вращения конвективных ядер звезд.

Все же на первом этапе целесообразно ограничиться изучением стационарной модели, позволяющей дать оценку тем трудностям, которые возникают перед общей теорией. В частности, можно предполагать, что условие стационарности будет выполняться в тех случаях, когда речь идеть о равновесии в каких-то пограничных слоях между конвективными и лучистыми зонами звезд. В разделе 1 мы рассматриваем основное условие существования азимутального равновесия в стационарном случае, имея в виду, что выведенные соотношения являются необходимыми при переходе к более общей нестационарной проблеме. В разделе 2 проводится обсуждение полученных результатов.

## 1. Азимутальное равновесие

Для нахождения решения сформулированной задачи равновесия намагниченной вращающейся гравитирующей среды можно воспользоваться разработанным в квантовой механике аппаратом представления векторных полей в виде разложений по ортогональным векторным сферическим гармоникам $Y_{JM}^{(\lambda)}$, где $\lambda = 0$ или $\pm 1$, $J \geq 0$ — целое, а $M = -J, -J+1, \ldots, J$. Детальное изложение всех основных соотношений приведено в книге Варшаловича и др. [5]. Важно, что в этом случае разделение переменных радиус-время и угловых в общих нелинейных уравнениях движения осуществляется без потери точности. Заметим, что преобразование основных соотношений к виду, удобному для приложений в астрофизике, проводилось в работах [6,7]. Существенно еще, что в связи с нелинейностью уравнений движения могут возникать трудности, обусловленные несуществованием решения [7–9].

Упомянутые во введении нарушения азимутального равновесия являются неосесимметричными ($M \neq 0$). В этом случае система уравнений для зависящих от долготы переменных включает в себя уравнение (1) и аналогичное уравнение для $\varphi$ — составляющей уравнения индукции. Мы будем рассматривать эти поля с $M \neq 0$ на фоне симметричных относительно оси вращения вращательных и магнитных структур.

С учетом приведенных в работе [6] соотношений основные уравнения после упомянутого разделения переменных и в случае пренебрежимо малых полоидальных составляющих полей принимают вид

$$r\,\frac{\partial}{\partial t}\,\upsilon_{JM}^{(0)} = -\,\frac{M}{(2J+1)^{1/2}}\sum_{J_1J_2} T_{J_1J_2}^{J}(J_1-J_2) \times (J_1+J_2+1)\big(\upsilon_{J_1M}^{(0)}\upsilon_{J_20}^{(0)} - A_{J_1M}^{(0)}A_{J_20}^{(0)}\big), \quad (2)$$

$$r\,\frac{\partial}{\partial t}\,A_{JM}^{(0)} = \frac{MJ(J+1)}{(2J+1)^{1/2}} \times \sum_{J_1J_2} T_{J_1J_2}^{J}\big(\upsilon_{J_1M}^{(0)}A_{J_20}^{(0)} - A_{J_1M}^{(0)}\upsilon_{J_20}^{(0)}\big), \quad (3)$$

где $M \neq 0$, $A_{JM}^{(0)} = B_{JM}^{(0)}/(4\pi\rho)^{1/2}$ — альвеновская скорость, $\upsilon_{J0}^{(0)}$ (или $B_{J0}^{(0)}$) — коэффициент в формуле для скорости вращения (или осесимметричного азимутального магнитного поля), $T_{J_1J_2}^{J} = C_{J_1MJ_20}^{JM}\Theta_{J_1J_2}^{J}/M$ — численный множитель, который рассматривается ниже в Приложении, а сумма $J + J_1 + J_2$ является нечётной.

Ограничимся изучением зависящих от долготы стационарных полей с различными значениями индексов $M$, принимая, что скорость вращения симметрична относительно экватора (т.е. коэффициенты $\upsilon_{J0}^{(0)}$ имеют нечётные $J$), а азимутальное магнитное поле характеризуется дополнительной симметрией ($J$ — чётное). Считаем, что симметрия коэффициентов с индексом $M \neq 0$ является дополнительной по отношению к коэффициентам с $M = 0$. Кроме того, в дальнейшем вводятся обозначения: $u_J = u_{J0}^{(0)}/\upsilon_{10}^{(0)}$ и $a_L = A_{L0}^{(0)}/\upsilon_{10}^{(0)}$, где $J = 1, 3, 5, \ldots$, $L = J + 1$.

В общем случае уравнения (2)–(3) определяют гармонические вариации зависящих от долготы полей. В частности, в случае жесткого стационарного вращения немагнитной среды первое из них описывает, как уже отмечалось в работе [10], волны Россби, угловая частота которых, отнесенная к угловой скорости вращения, равна $-M(J-1)(J+2)/[J(J+1)]$. Заметим еще, что при изучении генерации зависящего от долготы магнитного поля необходимо пользоваться более точными уравнениями, в которых учитываются полоидальные составляющие полей (см. расчеты в работах [11,12]).

Все же некоторые важные выводы можно получить, изучая стационарное равновесное состояние. В этом случае правые части уравнений (2), (3) представляют собой однородную линейную систему уравнений для величин $\upsilon_{JM}^{(0)}$ и $A_{JM}^{(0)}$ с $M \neq 0$. Очевидно, что для существования решения обсуждаемых уравнений необходимо, чтобы параметры $\upsilon_{J0}^{(0)}$ и $A_{J0}^{(0)}$ (или $u_J$ и $a_L$) удовлетворяли соответствующему условию разрешимости, т.е. условию равенства нулю определителя, составленного из коэффициентов, стоящих перед упомянутыми величинами с $M \neq 0$.

Как будет видно из нижеизложенного, наибольший интерес представляет стационарная одномодовая модель, которая определяется тем условием, что в разложениях для осесимметричных полей существенными являются лишь первые коэффициенты $u_1$ и $u_2$, где величина $u_1$ принята равной единице. Если еще на начальном этапе положить, что $M = \pm 1$, то уравнения (2), (3) запишутся в виде

$$\frac{(5)^{1/2}a_2}{J(2J-1)^{1/2}}\,v^{(0)}_{J-1,M} - \frac{(2J+1)^{1/2}}{J(J+1)}A^{(0)}_{JM} + \frac{(5)^{1/2}a_2}{(J+1)(2J+3)^{1/2}}\,v^{(0)}_{J+1,M} = 0; \quad J = 1, 3, \ldots, \tag{4}$$

$$\frac{(5)^{1/2}a_2(J-3)(J+2)}{J(2J-1)^{1/2}}A^{(0)}_{J-1,M} - \frac{(J-1)(J+2)(2J+1)^{1/2}}{J(J+1)}\,v^{(0)}_{JM} + \frac{(5)^{1/2}a_2(J-1)(J+4)}{(J+1)(2J+3)^{1/2}}A^{(0)}_{J+1,M} = 0, \quad J = 2, 4, \ldots, \tag{5}$$

где в первом и последнем уравнении самый первый и последний члены (с индексами $J-1=0$ и $J+1>N$) следует опустить. Здесь $N$ — порядок определителя, вытекающего из условия разрешимости всей системы уравнений для $N$ неизвестных. Заметим, что число $N$ является четным. Конечно, интерес представляют только те решения, для которых зависимость от величины $N$ является несущественной. Видно, что матрица, соответствующая левой части последних уравнений, является трехдиагональной, т.е. в ней заполнена лишь главная диагональ и две смежные с главной диагонали.

Приведем еще условия разрешимости в том случае, когда учитываются первые поправочные члены, описывающие широтную дифференциацию вращения. При $N = 4$ и $M = \pm 1$ оно приводится к равенству нулю определителя

$$\begin{vmatrix} T^1_{11} & -T^1_{22}a_2 & T^1_{33}u_3 & -T^1_{44}a_4 \\ -4T^2_{12}a_2 & -4T^2_{21}+6T^2_{23}u_3 & 6T^2_{32}a_2-8T^2_{34}a_4 & -8T^2_{43}u_3 \\ T^3_{13}u_3 & -T^3_{22}a_2-T^3_{24}a_4 & T^3_{31}+T^3_{33}u_3 & -T^3_{42}a_2-T^3_{44}a_4 \\ -18T^4_{14}a_4 & 6T^4_{23}u_3 & 6T^4_{32}a_2-8T^4_{34}a_4 & -18T^4_{41}-8T^4_{43}u_3 \end{vmatrix} = 0. \tag{6}$$

Как уже отмечалось, истинное решение выписанных уравнений соответствует тому случаю, когда найденные их этих уравнений величины $v^{(0)}_{J0}$ и $A^{(0)}_{J0}$ практически не зависят от величины $N$. Кстати, при $N = 2$ решения нет. Заметим, что наблюдаемое на Солнце широтное дифференциальное вращение приблизительно соответствует условию $u_3 = v^{(0)}_{30}/v^{(0)}_{10} \approx -0.05$ [2,7]. Как оказывается, при условии, что $|u_3| < 0.1$, и при аналогичном ограничении на коэффициенты $u_5, u_7, \ldots, a_4, a_6, \ldots$ решение уравнений (2), (3), почти совпадающее с решением уравнений (4), (5), практически становится назависимым как от $N$, так и от величины всех коэффициентов, кроме $u_1$ (принятого за единицу) и $a_2$, если наибольшее значение $J$, равное $J_{\max}$, достаточно велико, например $J_{\max} \geq 100$, т.е. $N \geq 100$. Это решение определяет первый коэффициент в разложении азимутальной альвеновской скорости

$$a_2 = A^{(0)}_{20}/v^{(0)}_{10} \simeq \pm 0.449. \tag{7}$$

Заметим, что при $N = 4, 8, 12$ и в случае пренебрежимо малых поправок $u_3$, $a_4$ и т.п. величина $|a_2|$ была равна соответственно 0.847, 0.525, 0.482 и зависимость этой величины от коэффициентов $u_3$ и др. также была существенной. Например, при $N = 4$, $a_4 = 0$ и $u_3 = -0.05$ из уравнения (6) найдем решение $a_2 = 0.814$. Если же $N = 4$, $a_4 = u_3 = -0.05$, то получим $a_2 = 0.782$. Таким образом, при переходе от очень грубого к точному решению происходит значительное уменьшение величины $a_2$, причем решение становится нечувствительным к широтным вариациям полей.

Если же речь идет о конфигурации с $|M| > 1$, то все члены в главных уравнениях (4), (5) нужно умножить на $M$; кроме того, члены, содержащие коэффициенты с нижними индексами $J \pm 1$, $M$, нужно дополнительно умножить соответственно на $\{[(J+I)^2 - M^2]/[(J+I)^2 - 1]\}^{1/2}$, где $I = (1 \pm 1)/2$. Как нетрудно показать, сформулированные выше выводы остаются без изменений, если $M$ не слишком велико, т.е. отношение $|M|/J_{\max}$ является малой величиной.

Видно, что найденное стационарное решение описывает поля, которые практически не зависят от характера дифференциального вращения по широте. Если широтная дифференциация вообще отсутствует, зависящая от радиуса угловая скорость вращения

$$\Omega = v_\varphi/(r\sin\vartheta) = i[3/(8\pi)]^{1/2}(v^{(0)}_{10}/r) \tag{8}$$

и азимутальное магнитное поле

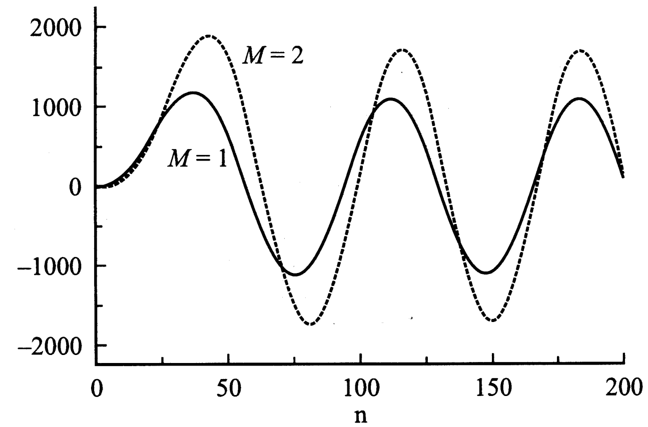
$$B_\varphi = i[15/(32\pi)^{1/2}B^{(0)}_{20}\sin(2\vartheta)] \tag{9}$$

будут связаны соотношением

$$B_\varphi = \pm 0.449(5\pi\rho)^{1/2}r\Omega\sin(2\vartheta). \tag{10}$$

Например, в случае подножия солнечной конвективной зоны скорость вращения $r\Omega \sim 2km/s$, плотность $\rho \sim 0.1\,\mathrm{g/cm^3}$, так что при выполнении обсуждаемого условия максимальное магнитное поле $B_\varphi \sim 110\,\mathrm{kG}$ будет достигаться на широте 45°.

Величину амплитуды обсуждаемых зависящих от долготы $M$-мод можно определить при помощи уравнений (4), (5), если нормировать амплитуду моды с наименьшим значением индекса $J$. Ниже полагаем, что $w_J = A^{(0)}_{JM}$, если $J$ нечетное, и $w_J = v^{(0)}_{JM}$ при $J$ четном. В случае $M = 1$ принимаем, что $A^{(0)}_{11} = 1$, если же $M = 2$, то $A^{(0)}_{12} = 0$ и $v^{(0)}_{22} = 1$. Распеределение амплитуд для этих двух вариантов приведены на рисунке соответственно сплошными и штриховыми кривыми. Видно, что имеют место сильные вращения амплитуд при изменении




Амплитуды зависящих от долготы относительных альвеновских (если $n$ нечётное) и вращательных (если $n$ чётное) скоростей при $M = 1$ (сплошные кривые) и $M = 2$ (штрихи) в зависимости от номера моды $n$. Приведены лишь начальные части кривых.

индекса $J$, например, в области $J \geq 30$ амплитуда может быть больше начальной более чем на 3 порядка величины.

## 2. Обсуждение

Найденное решение показывает, что условие регуляризации конвективного теплопереноса во вращающейся звезде может удовлетворяться в том случае, когда в ней присутствуют как соответствующее осесимметричное азимутальное магнитное поле, так и зависящие от долготы вращательные и магнитные поля. Если речь идет о подножии солнечной конвективной зоны, то величина обсуждаемого осесимметричного азимутального магнитного поля вне зависимости от того, присутствует или нет широтная дифференциация угловой скорости вращения, составляет около 110 kG. Можно провести сравнение этого поля с тем, которое определяется условиями механического равновесия. В случае, когда угловая скорость вращения зависит только от радиуса $r$, последние условия обсуждались в работе [11]. Мы будем рассматривать приблизительно адиабатически стратифицированную среду в подножии солнечной конвективной зоны. Сначала будем изучать только те эффекты, которые вносятся осесимметричными полями.

Как нетрудно показать, осесимметричная магнитная сила, поддерживающая дифференциальное по радиусу вращение среды, описывается вектором, содержащим 3 сферические гармоники с основными индексами $J = 0$, 2 и 4. В случае $J = 0$ проблем с удовлетворением условия равновесия не возникает. Если $J = 2$, равновесие возможно в присутствии соответствующего радиального градиента угловой скорости вращения, определяющегося уравнением (42) цитированной работы. В рассматриваемых нами условиях, когда $\rho \sim 0.1\,\mathrm{g/cm^3}$, для равновесия необходимо, чтобы угловая скорость вращения была пропорциональна $r^{0.38}$. Такая радиальная зависимость угловой скорости вращения в подножии солнечной конвективной зоны может быть в согласии с гелиосейсмическими данными, приведенными, например, в работе [13].

Однако сложная ситуация возникает в случае $J = 4$, когда справедливо уравнение (26) работы [11], в котором последний член в случае адиабатически стратифицированной среды будет равен нулю. Видно, что это уравнение могло бы быть удовлетворено, если бы магнитное поле убывало с увеличением радиуса, что эквивалентно уменьшению угловой скорости вращения с высотой. Однако такое заключение находится в противоречии как с полученным выше результатом, так и с гелиосейсмическими данными. Фактически мы приходим к выводу о неразрешимости уравнений равновесия в адиабатически стратифицированной среде в том случае, когда рассматриваются стандартные условия (т. е. все поля осесимметричны) и угловая скорость вращения зависит от радиуса. Этот вывод остается в силе вне зависимости от того, учитывается или нет условие (10) регуляризации конвективного теплопереноса. В присутствии широтной дифференциации вращения трудности становятся еще более серьерзными.

Сформулированный вывод о неразрешимости уравнений равновесия не связан с какими-либо модельными представлениями, так что речь идет о фундаментальной проблеме теоретической астрофизики. Дело в том, что в рассматриваемой нелинейной задаче равновесия при любом переходе от какого-то приближения к другому, более высокому, число подлежащих определению коэффициентов растет медленнее числа тех уравнений, с помощью которых эти коэффициенты определяются. Нам представляется, что единственной возможностью решения рассматриваемой теоретической проблемы является включение в общий баланс сил тех средних сил, которые вносятся зависящими от долготы $M$-модами. При этом в случае слоев, расположенных между конвективной и лучистой зонами, будут, конечно, появляться дополнительные уравнения равновесия (в самой конвективной зоне существенную роль, как мы ожидаем, должны играть нестационарные процессы). Не исключено, что удовлетворение упомянутых дополнительных уравнений равновесия возможно за счет возбуждения слабых горизонтальных движений среды. Такое предположение подтверждается недавними гелисейсмическими данными [14], свидетельствующими о присутствии динамических вариаций скорости вращения Солнца с периодами порядка года в слоях с относительными радиусами 0.63 и 0.72. Эти слои расположены ниже или на самой границе конвективной зоны. Важно также, что в присутствии зависящих от долготы полей становится возможным осуществление обсуждавшейся выше регуляризации конвективного теплопереноса.

Конечно, представляется маловероятным, чтобы амплитуды $M$-мод были сравнимы с теми, которые соответствуют осесимметричным модам. Однако возможно объединение эффектов, вносимых теми $M$-модами с большой амплитудой, которые расположены на рисунке в окрестности какого-то максимума или минимума. Например, если речь идет о модах с амплитудой от $(2/3)(w_J)_{\max}$ до $(w_J)_{\max}$, где $(w_J)_{\max}$ — наибольшее значение амплитуды, соответствующее упомянутому максимуму, вполне вероятно, что создаваемая $M$-модами сила будет сопоставима со стандартной силой, если величина зависящего от долготы поля будет на порядок меньше величины осесимметричного поля.

Приведенные результаты свидетельствуют в пользу того, что во вращающихся звездах конвекция тесно связана с магнитными явлениями. Мы рассматривали только близкую к стационарной ситуацию, которая имеет место либо вблизи нижней границы конвективной оболочки, либо возле верхней границы конвективного ядра. Если же речь идет о самой конвективной оболочке, то, как уже говорилось, становятся существенными нестационарные процессы, приводящие к генерации зависящего от долготы магнитного поля [11,12,15]. Важно, что в присутствии довольно слабой меридиальной циркуляции среды эти процессы генерации магнитного поля возбуждаются самопроизвольно. Например, в случае Солнца характерное время генерации поля порядка 10 лет, если по порядку величины скорость циркуляции в глубоких слоях составляет всего лишь 10 cm/s. Вопросы взаимосвязи между процессами генерации магнитного поля и регуляризацией конвективного теплопереноса нуждаются в дальнейшем изучении.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-02-16939).

## Приложение

Численные коэффициенты $T^J_{KL}$ определяются при помощи уравнений, приведенных в работе [6], однако форма записи уравнений (8), (9), (13) и (22)–(24) в этой работе неудачная. В упомянутых уравнениях нужно заменить $\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$ и $v^{(\lambda)}_{J_1M_1}$ соответственно на $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ и $u^{(\lambda)}_{J_1M_1}$, где вместо $\lambda$ может стоять $\pm 1$, 0 или $\lambda_1$. Аналогичные изменения следует внести в уравнения (34)–(37) работы [7], в которой самый последний верхний индекс в уравнении (36) должен быть равен $-1$.

Для численных коэффициентов $T^J_{KL}$, входящих в уравнения (2), (3), при помощи приведенных в [5] соотношений можно вывести следующие формулы:

$$T^J_{K1} = -f\,\frac{(2J+1)^{1/2}}{J(J+1)}\,\delta(J,K),$$

$$T'_{K2} = -f\,2(5)^{1/2}\,\frac{\delta(J,K+1)+\delta(J,K-1)}{(J+K+1)(2K+1)^{1/2}},$$

$$T^J_{K3} = -f\,\frac{(14)^{1/2}}{4}\left\{\frac{5[\delta(J,K+2)+\delta(J,K-2)]}{(J+K+1)(2K+1)^{1/2}} + \frac{6(J-1)(J+2)(2J+1)^{1/2}}{J(J+1)(2J-1)(2J+3)}\,\delta(J,K)\right\},$$

$$T^J_{K4} = -f\,\frac{9(15)^{1/2}}{4[2(2K+1)]^{1/2}} \times\left\{\frac{7(J+K+1)[\delta(J,K+3)+\delta(J,K-3)]}{(4J+2K+3)(2J+4K+3)} + \frac{(J+K-3)(J+K+5)[\delta(J,K+1)+\delta(J,K-1)]}{(J+K+1)(J+K-2)(J+K+4)}\right\}.$$

Здесь $f = [3/(8\pi)]^{1/2}$, а $\delta(J,K)$ равно единице при $J = K$ и нулю в противном случае.

## Список литературы


[1] *Паркер Е.* // Космические магнитные поля. М.: Мир, 1982. Parker E.N. Cosmical Magnetic Fields. Oxford: Clarendon press, 1979.

[2] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в астрон. журн. 1999. Т. 25. № 11. С. 868–878. Vandakurov Yu.V. Astronomy Lett. 1999. Vol. 25. N 11. P. 758–767.

[3] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в астрон. журн. 2002. Т. 28. № 8. С. 633–640. Vandakurov Yu.V. Astronomy Lett. 2002. Vol. 28. N 8. P. 560–567.

[4] *Spruit H.C.* // Solar Phys. 1974. Vol. 34. P. 277–290.

[5] *Варшалович Д.А., Москалев А.Н., Херсонский В.К.* Квантовая теория углового момента. Л.: Наука, 1975. Varshalovich D.A., Moskalev A.N., Khersonskii V.K. Quantum theory of angular momentum. Singapore: World Scientific Publishing Co., 1988.

[6] *Вандакуров Ю.В.* // Астрон. журн. 1999. Т. 76. № 1. С. 29–44. (Vandakurov Yu.V. Astronomy Reports. 1999. Vol. 43. N 1. P. 24–37.)

[7] *Вандакуров Ю.В.* //Астрон. журн. 2001. Т. 78. № 3. С. 253–268. (Vandakurov Yu.V. Astronomy Reports. 2001. Vol. 45. N 3. P. 216–229.)

[8] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в астрон. журн. 1999. Т. 25. № 2. С. 143–149. (Vandakurov Yu.V. Astronomy. Letters. 1999. V. 25. N. 2. P. 111-116.)

[9] *Вандакуров Ю.В.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. № 6. С. 1–9. (Vandakurov Yu.V., Technical Phys. 2001. V. 46. P. 645–653.)

[10] *Вандакуров Ю.В.* // Астрон. журн. 1997. Т. 74. № 1. С. 115–125 (Vandakurov Yu.V. Astronomy Reports. 1997. Vol. 41. N 1. P. 106–115.)

[11] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в астрон. журн. 2001. Т. 27. № 9. С. 700–713 (Vandakurov Yu.V. Astronomy Lett. 2001. Vol. 27. N 9. P. 596–607.)

[12] *Вандакуров Ю.В.* // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. № 9. С. 735–743. (Vandakurov Yu.V. Radiophys and Quantum Electronics. 2001. Vol. 44. P. 678–685.)

[13] *Schou J., Antia H.M., Basu S.* et al. // Astrophys. J. 1998. Vol. 505. P. 390–417.

[14] *Howe R., Christensen–Dalsgaard J., Hill F.* et al. // Science. 2000. Vol. 287. P. 2456–2460.

[15] *Вандакуров Ю.В.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. Вып. 18. С. 29–35. (Vandakurov Yu.V. Technical Physical lett. 2001. Vol. 27. N 9. P. 769–772).