07;12

Квазидифракционные эффекты при облучении движущихся поверхностей. II

© Д.Н. Дойников[1], К.И. Зорько[1], М.Ф. Кудояров[1], А.В. Матюков[1], С.А. Мухин[1], М.Я. Патрова[2]

[1] Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе РАН,
194021 Санкт-Петербург, Россия
[2] Закрытое акционерное общество „НПФ ТРЕМ“,
194021 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: mkud@cycla.ioffe.rssi.ru

(Поступило в Редакцию 27 мая 2002 г.)

Вторая часть публикуемой под общим названием работы посвящена применению изложенных в первой части общих принципов квазидифракционного подхода к анализу процесса облучения движущихся поверхностей импульсными потоками ускоренных заряженных частиц. При этом особое внимание уделено тому, что в процессе формирования таких потоков используется периодическое сканирование рабочей апертуры узким сфокусированным пучком.[1]

1. Пространственно-временны́е биения, возникающие при периодическом сканировании рабочей апертуры импульсным облучающим пучком

В отличие от электромагнитных и нейтронных облучающих потоков потоки заряженных частиц имеют ту отличительную особенность, что их формирование и управление могут производиться электростатическими и магнитными полями. В частности, для получения равномерной плотности облучения вдоль какой-либо из координат часто используют электростатическое или магнитное сканирование [1,2]. Если при этом ускоритель, формирующий исходный ионный или электронный поток, работает в импульсном режиме, то облучение обязательно сопровождается пространственно-временны́ми биениями, обусловленными существованием двух независимых частот: частоты сканирования и частоты следования облучающих импульсов. Рассмотрим процесс формирования таких биений.

Пусть интенсивность облучающих импульсов имеет прямоугольную форму, а из длительность равна T_{im} (рис. 1, диаграмма *1*). Предположим также, что сканирование облучающей апертуры пучком происходит по линейно-периодическому закону с периодом T_{sc}, причем выполняется условие $T_{\text{sc}} \le T_{\text{im}} < T_0$, где T_0 — период повторения импульсов. Диаграммы левого диаграммного столбца на рис. 1 этому условию удовлетворяют. Рассмотрим случай, когда период T_0 „почти“ кратен периоду сканирования T_{sc}, или, другими словами, когда существует такое натуральное $n > 1$, что

$$\left| \frac{n \cdot T_{\text{sc}} - T_0}{T_{\text{sc}}} \right| \ll 1. \quad (1)$$

При этом с приходом каждого очередного импульса происходит небольшой фазовый сдвиг функции сканирования $x(t)$ относительно начала этого импульса. На временно́й диаграмме *2* (рис. 1) начальные фазы процессов выбраны так, что плотность облучения $\rho(x)$ верхней части апертуры вдвое больше плотности облучения ее нижней части. Условимся считать, что фазовый сдвиг ΔT равен при этом нулю. На диаграмме *3* представлен случай, когда $\Delta T \ne 0$. Легко убедиться, что распределение плотности $\rho(x)$ вдоль апертуры в этом случае будет иметь вид трехступенчатой функции, приведенной слева от диаграммы. Дальнейшее увеличение ΔT постепенно приводит к полному выравниванию плотности облучения в интервале $-x_m \le x \le x_m$ (рис. 1, диаграмма *4*), а затем начинает преобладать плотность облучения в нижней части апертуры. Цикл изменения $\rho(x)$ завершится при $\Delta T = T_{\text{im}}$. Математически зависимость $\rho(x, \Delta T)$ для показанных на диаграммах случаев может быть представлена в виде

$$\rho(x, \Delta T) = \begin{cases} 4 & \dfrac{4x_m}{T_{\text{sc}}} \cdot \Delta T < x < x_m, \\[2ex] 3 & -\dfrac{4x_m}{T_{\text{sc}}} \cdot \Delta T \le x \le \dfrac{4x_m}{T_{\text{sc}}} \Delta T, \\[2ex] 2 & -x_m < x < -\dfrac{4x_m}{T_{\text{sc}}} \Delta T. \end{cases} \quad (2)$$

Из правого столбца диаграмм на рис. 1 видно, что если для каждого ΔT зависимость $\rho(x, \Delta T)$ аппроксимировать линейной функцией, проходящей через точку $x = 0$, $\rho = \rho_0$, где ρ_0 — средняя по апертуре интенсивность облучающего потока, то такая аппроксимирующая функция будет как бы периодически „раскачиваться“

[1] При написании первой части работы предполагалось, что вся работа будет состоять из двух частей, причем экспериментальные результаты будут приведены во второй части. Однако в дальнейшем авторы посчитали целесообразным расширить описание методики, связанной с обработкой эксперимента, и более подробно представить ее в отдельной третьей части работы.

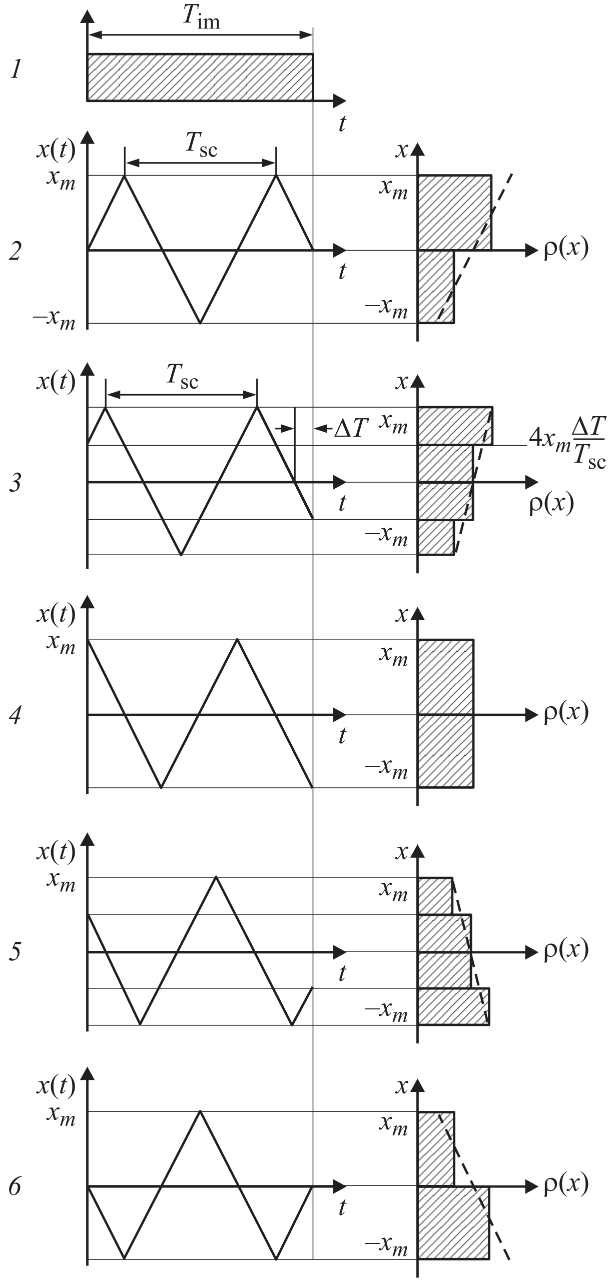

Рис. 1. Временны́е диаграммы, поясняющие формирование распределения плотности облучения $\rho(x)$ за время действия импульса $T_{\rm im}$ при различных фазах сканирующей функции $x(t)$.

во времени относительно указанной точки с периодом, который мы назовем периодом биений и обозначим T_b. Очевидно, что будет иметь место равенство

$$T_b = T_0 \cdot \frac{T_{\rm sc}}{\Delta T}. \tag{3}$$

При постоянных $T_{\rm sc}$ и $T_{\rm im}$ величины T_0 и ΔT не являются независимыми. Они связаны соотношением

$$\Delta T = |T_0 - nT_{\rm sc}|. \tag{4}$$

Из (3) и (4) получаем

$$T_b = \frac{T_0 T_{\rm sc}}{|T_0 - nT_{\rm sc}|} = \frac{1}{f_0 f_{\rm sc} \cdot \left|\frac{1}{f_0} - \frac{n}{f_{\rm sc}}\right|} = \frac{1}{|f_{\rm sc} - nf_0|} = \frac{1}{f_b}, \tag{5}$$

где $f_{\rm sc} = 1/T_{\rm sc}$, $f_0 = 1/T_0$, $f_b = 1/T_b$ — соответствующие частоты.

Из (5) вытекает, что $f_b = |f_{\rm sc} - nf_0|$. Если в этом соотношении f_b и f_0 считать постоянными, то частоты сканирования, которым соответствует заданная частота биений f_b, определяется выражением

$$f_{\rm sc} = nf_0 \pm f_b. \tag{6}$$

Если $f_{\rm sc} \gg f_b$, то при изменении частоты сканирования одна и та же частота биений будет повторяться очень часто. Например, пусть $f_{\rm sc} \approx 100 f_0$. Тогда при изменении $f_{\rm sc}$ в десятипроцентном интервале от $f_{\rm sc}$ до $1.1 f_{\rm sc}$ биения с заданной малой частотой f_b будут иметь место в двадцати точках этого узкого частотного диапазона (при целых n от 100 до 109 — для знака „+“ и при тех же значениях n — для знака „–“). В приведенные выражения не входит длительность импульса, однако легко показать, что величина $T_{\rm im}$ влияет только на амплитуду биений, но не на их частоту.

Таким образом, мы приходит к заключению, что если облучающий ионный пучок имеет импульсную временну́ю структуру, то сканирование таким пучком рабочей апертуры вдоль одной из ее координат приводит к тому, что усредненное за время действия импульса распределение плотности сформированного потока вдоль упомянутой координаты будет содержать переменную составляющую, частота которой задается выражением $f_b = |f_{\rm sc} - nf_0|$.

В линейном приближении пространственно-временна́я зависимость, описывающая эту переменную составляющую, соответствует выражению для стоячей волны, длина которой намного больше ширины апертуры, а узел располагается в ее центре. Складывая переменную и постоянную составляющие плотности облучения, можно записать выражение для плотности сформированного указанным способом облучающего потока как функцию координаты x и времени t

$$I(t,x) = I_0 + \frac{I_m}{x_m} x \cos(\omega_b t), \tag{7}$$

где I_0 — постоянная составляющая интенсивности; $\omega_b = 2\pi f_b$ — угловая частота биений; I_m — амплитуда переменной составляющей интенсивности на краю щели при $x = x_m$.

В выражении (7) линейно-периодическая зависимость от времени заменена на синусоидальную. Как показывает опыт, такая замена вполне правомерна: результаты основанного на этом выражении расчета описывают реальный процесс, сам же расчет при этом существенно упрощается.

2. Расчет коэффициента модуляции плотности облучения движущейся поверхности импульсным пучком с использованием продольного сканирования

В первой части работы [3] было показано, что процесс облучения движущейся поверхности синусоидально модулированным потоком через щелевой экран можно рассматривать как дифракцию Фраунгофера некоего волнового поля, происходящую в специфическом квазидифракционном пространстве. В настоящем разделе мы воспользуемся указанным соответствием не просто как удачной аналогией, а как расчетным аппаратом. А именно расчет плотности облучения движущейся поверхности через однощелевой экран облучающим потоком (7) мы изначально сведем к расчету дифракционной картины в квазидифракционном пространстве, а затем произведем переход от координат этого пространства к интересующим нас физическим величинам.

Для этого рассмотрим двумерное евклидово пространство XY с обычной евклидовой метрикой. Физический смысл координат этого пространства мы уточним позже, а пока будем их рассматривать как координаты обычного физического пространства. Пусть в пространстве XY на расстоянии R от плоскости наблюдения $A'A''$ расположен щелевой экран $B'B''$ (рис. 2). С верхней стороны на экран падает волновой поток, которому условно можно приписать электромагнитную природу. Предположим, что этот поток задает на линии щели линейное по x распределение поля, комплексная форма которого может быть представлена в виде

$$I_a(x,t) = \left(\frac{I_m\Delta x}{x_m+\Delta x} - \frac{I_m x}{x_m+\Delta x}\right)\exp(-j\omega t)$$

$$= \left(I_m\eta \frac{I_m x}{x_m}\right)\cdot\frac{\exp(-j\omega t)}{1+\eta}, \qquad (8)$$

где Δx — сдвиг точки нулевой амплитуды поля относительно центра щели; $\eta = \Delta x/x_m$ — относительная величина этого сдвига; I_m — амплитуда поля на краю щели, противоположном сдвигу Δx.

На рис. 2 распределение поля показано в момент $t = 0$, когда $\mathrm{Re}[I_a(x,t)]$ достигает одного из своих максимальных по абсолютной величине значений. Поле (8) можно рассматривать как фрагмент стоячей волны, распределенной вдоль координаты x, имеющей узел при $x = \Delta x$ и длину волны $\lambda \gg x_m$. Согласно принципу Гюйгенса–Френеля, задание поля в плоскости щели однозначно определяет его распределение за экраном. Если при расчете дифракционной картины ограничиться приближением Фраунгофера, то необходимо принять, что углы φ и α малы. Это дает возможность свести расчет дифракционной картины на плоскости $A'A''$ к расчету угловой дифракции на бесконечности.

Введем волновой вектор в направлении распространения поля $k = \omega/c$, где c — скорость распространения поля в квазидифракционном пространстве. Тогда для искомой зависимости поля дифракции от угла α будем иметь [4,5]

$$\bar{I_a}(\alpha,\eta) = \int_{-x_m}^{x_m} I_a(x,t)\exp(jk\alpha x)dx$$

$$= \frac{I_m\eta}{(1+\eta)}\exp(-j\omega t)\int_{-x_m}^{x_m}\exp(jk\alpha x)dx$$

$$- \frac{I_m}{(1+\eta)x_m}\int_{-x_m}^{x_m} x\cdot\exp(jk\alpha x)dx$$

$$= \frac{I_m\eta}{1+\eta}\exp(-j\omega t)\int_{-x_m}^{x_m}\cos(k\alpha x)dx$$

$$- j\frac{I_m}{(1+\eta)x_m}\exp(-j\omega t)\int_{-x_m}^{x_m} x\cdot\sin(k\alpha x)dx$$

$$= \frac{2I_m x_m\eta}{1+\eta}\cdot\frac{\sin(k\alpha x_m)}{k\alpha x_m}\exp(-j\omega t)$$

$$- j\frac{2I_m x_m}{(1+\eta)x_m}\left[\frac{\sin(k\alpha x_m)}{k\alpha x_m} - \cos(k\alpha x_m)\right]\exp(-j\omega t).$$

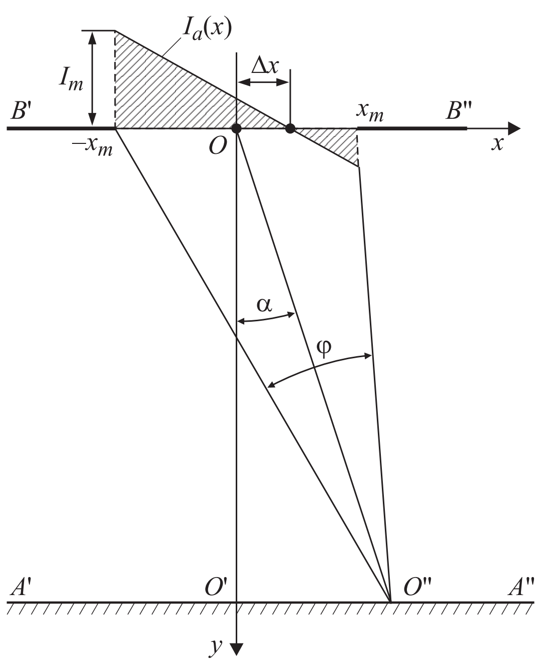

Рис. 2. К расчету квазидифракционной картины, формируемой однощелевым экраном с линейным распределением амплитуды поля вдоль щели (углы α и φ предполагаются малыми).

Производя подстановку $k\alpha x_m = \xi$, получаем

$$\bar{I}_a(\xi, \eta) = \frac{2I_m x_m \eta}{1+\eta}\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}} \cdot J_{1/2}(\xi)\exp(-j\omega t) - j\,\frac{2I_m x_m}{1+\eta}\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}} \cdot J_{3/2}(\xi)\exp(-j\omega t), \tag{9}$$

где $J_{1/2}(\xi)$ и $J_{3/2}(\xi)$ — функции Бесселя первого рода с полуцелым индексом.

Беря модуль от полученного выражения, приходим к результату

$$|\bar{I}_a(\xi, \eta)| = \frac{I_m l}{1+\eta}\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}\left[\eta^2 J_{1/2}^2(\xi) + J_{3/2}^2(\xi)\right]}, \tag{10}$$

где $l = 2x_m$ — ширина щели.

Согласно общему утверждению, выдвигаемому в работе [3], мы можем посмотреть на формулу (10) с других позиций, наделив входящие в нее переменные другим физическим смыслом, а именно рассматривать облучение движущейся со скоростью v поверхности через апертуру шириной l. При этом предположим, что облучающий поток подчиняется законам не волновой, а геометрической оптики, а распределение его интенсивности на линии апертуры задается выражением

$$I(x, t) = I_0 + \mathrm{Re}\left[I_a(x, t)\right] = I_0 + \left(\frac{I_m \eta}{1+\eta} - \frac{I_m x}{(1+\eta)x_m}\right)\cos(\omega t), \tag{11}$$

где I_0 — постоянная составляющая интенсивности; $I_a(x, t)$ определяется выражением (8).

Распределение (11) представлено на рис. 3 для $t = 0$. Из физических соображений ясно, что $I_0 \geq I_m$. Тогда, согласно [3], мы можем утверждать, что после прохождения ограничивающей апертуры коэффициент модуляции плотности облучения вдоль направления движения поверхности определится выражением

$$A_p(\xi, \eta) = C\left|\bar{I}_a(\xi, \eta)\right| = C\,\frac{I_m l}{1+\eta}\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}\left[\eta^2 \cdot J_{1/2}^2(\xi) + J_{3/2}^2(\xi)\right]}, \tag{12}$$

где C — постоянный коэффициент.

Рассмотрим предел

$$\lim_{\eta\to\infty} A_\rho(\xi, \eta) = C \cdot I_m l\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}\,J_{1/2}^2}. \tag{13}$$

Согласно (11), этому пределу соответствует не зависящая от x интенсивность облучения, изменяющаяся во времени по гармоническому закону. Но этот случай был рассмотрен в [3], где для коэффициента модуляции плотности облучения было получено выражение

$$A_{\rho 1} = \frac{I_m}{I_0}\left|\frac{\sin\xi}{\xi}\right|, \tag{14}$$

где $\xi = \omega_b l/2\nu$; ν — скорость движения поверхности; ω_b — угловая частота модуляции (в данном случае это частота биений); I_m — максимальная амплитуда модуляции интенсивности (в данном случае ей соответствует амплитуда переменной составляющей интенсивности на краю щели, противоположном сдвигу Δx (рис. 3)); I_0 — постоянная составляющая интенсивности облучения.

Сравнивая (13) и (14), заключаем, что $C\ 1/I_0 l$. Поскольку I_m и I_0 не зависят от η не только в предельном, но и в общем случае, то выражение (12) окончательно принимает вид

$$A_\rho(\xi, \eta) = \frac{I_m}{I_0(1+\eta)}\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}\left[\eta^2 J_{1/2}(\xi) + J_{3/2}^2(\xi)\right]}. \tag{15}$$

Возвращаясь к выводам раздела 1 настоящей работы, можно сказать, что выражение (11) является обобщением выражения (7) на случай, когда $\eta \neq 0$, т.е. когда ось сканирования проходит не через центр апертуры и даже может уходить за ее пределы. Если же ось сканирования проходит через центр апертуры, то $\eta = 0$ и, согласно (15), коэффициент модуляции плотности облучения может быть рассчитан по формуле

$$A_\rho(\xi, 0) = \frac{I_m}{I_0}\sqrt{\frac{\pi}{2\xi}\,J_{3/2}^2(\xi)}. \tag{16}$$

Для тех значений параметров, для которых $A_\rho = 0$, переменная составляющая плотности облучения отсутствует и мы имеем равномерно облученную по всей длине поверхность.

На рис. 4 представлены зависимости (15) для трех значений параметра η. Как видно из кривой *2* совпадение оси сканирования с центром щели (апертуры) дает нулевое значение коэффициента модуляции плотности, или, другими словами, не приводит к нарушению равномерности облучения, если частота биений достаточно низка. Однако, как было показано выше, удержать

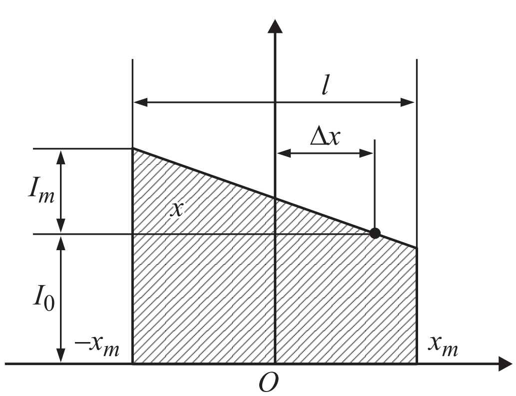

Рис. 3. Распределение средней интенсивности облучающего потока вдоль щели (апертуры) шириной l для фиксированного момента времени. Ось сканирования сдвинута относительно центра апертуры на расстояние Δx.

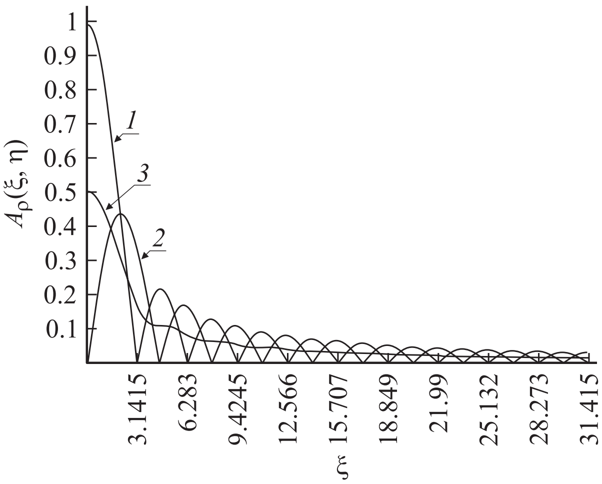

Рис. 4. Зависимость коэффициента модуляции плотности облучения A_ρ от ξ для различных значений относительного сдвига η: *1* — $\eta \to \infty$, *2* — $\eta = 0$, *3* — $\eta = 1$.

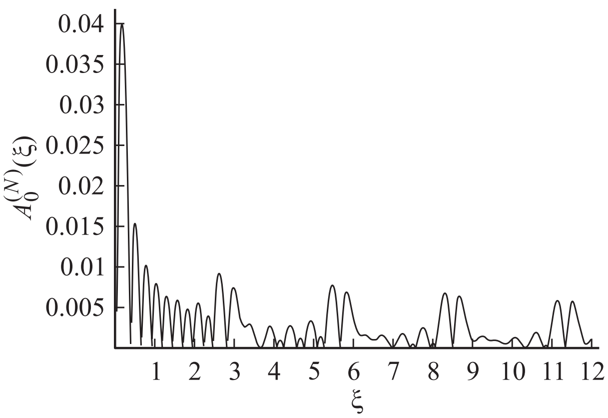

Рис. 5. Зависимость $A_\rho^{(N)}(\xi)$ для $N = 11$ и $(d-l)/d = 1$. Ось сканирования совпадает с центром средней щели решетки.

низкое значение этой частоты практически трудно. Самый незначительный уход $f_{\rm sc}$ или $f_{\rm im}$ может привести к резкому увеличению частоты биений f_b и к появлению периодической неравномерности в плотности облучения. По этой же причине частоту биений трудно удержать в любой другой точке, соответствующей $A_\rho = 0$. Повышение частоты сканирования также мало способствует устранению этого недостатка, поскольку спектр низкочастотных биений исключительно широк и для больших значений $f_{\rm sc}$. Наиболее эффективным средством борьбы с неравномерностью облучения в данном случае можно считать введение регулируемой апериодичности в процесс сканирования. Такой режим не позволяет возникающим биениям фиксироваться в определенной точке квазидифракционной картины и тем самым приводит как бы к „размазыванию“ негативного эффекта.

Интересным является случай для $\eta = 1$. В отличие от случаев $\eta = 0$ и $\eta = \infty$ зависимость A_ρ от ξ носит здесь достаточно гладкий и монотонный характер. Такой режим облучения можно использовать, если необходимо получить постоянный коэффициент модуляции плотности облучения при существенных колебаниях частоты биений или скорости движения облучаемой поверхности.

В заключение этого раздела приведем без вывода выражение для плотности облучения движущейся поверхности через периодическую пространственную решетку как функцию параметра ξ. Это выражение получено в предположении, что ось симметрии сканирования проходит через центр решетки, а число ее щелей N нечетно. Понятно, что при большом N последнее ограничение становится мало существенным.

$$A_\rho^{(N)}(\xi) = \frac{I_m}{I_0 N \cdot l[d(N-1)+l]} \times \sum_{i=1}^{N} (-1)^{i+1} l_i^2 \sqrt{\frac{\pi}{2\xi_i}}\, J_{3/2}(\xi_i), \qquad (17)$$

где

$$l_i = (i-1)d + \Psi(i)(d-l) = \Psi(i+1)l;$$

$$\xi_i = (\xi/l)\big\lfloor (i-1)d + \Psi(i)d + l(-1)^{i+1} \big\rfloor;$$

$$\Psi(i) = \frac{1+(-1)^i}{2};$$

$\xi = l\omega_b/2v$; l — ширина щели; d — период решетки; I_m — амплитуда интенсивности облучения на краях решетки; I_0 — постоянная составляющая интенсивности облучения.

Из физических соображений ясно, что $A_\rho^{(N)}$ не может превышать единицу. Отсюда, как и в вышеприведенных случаях, следует ограничение $I_0 \geq I_m$.

На рис. 5 представлен график функции (17) для $N = 11$ и $(d-l)/d = 0.1$. Видно, что сочетание импульсного облучения со сканированием приводит к характерному расщеплению квазидифракционных максимумов, включая нулевой.

3. Об интерпретации координат квазидифракционного пространства

В работе [3] мы отмечали, что трудно указать достаточно обоснованные предпосылки, исходя из которых можно было бы дать однозначную интерпретацию для координат пространства XY и придать физический смысл метрике этого пространства как его основному преобразовательному инварианту. Однако если не претендовать на однозначность и общность подхода, то для фиксированной координатной системы такая задача вполне выполнима. Действительно, предположим, что координатная система в XY фиксирована так, как показано на рис. 2. Если учесть налагаемые щелью граничные условия, то процесс дифракции в полном виде может быть описан волновым уравнением

$$\frac{1}{c^2}\cdot\frac{\partial^2 I(x,y,t)}{\partial t^2}=\Delta I(x,y,t), \tag{18}$$

где I — волновая функция поля, c — скорость перемещения поля в XY, Δ — двумерный лапласиан.

Если в выражение (14) вместо $1/v$ подставить α/c, где α — малый угол дифракции, то зависимость $A_{\rho 1}(\alpha)$ будет совпадать с модулем решения уравнения (18) на плоскости наблюдания $A'A''$ в приближении Фраунгофера [6,7]. Из проделанной подстановки следует, что $\alpha = c/v$. Поскольку приближение Фраунгофера предполагает $\alpha \ll 1$, то получаем $c \ll v$, т.е. скорость распространения волн в пространстве XY должна быть много меньше скорости движения облучаемой поверхности в реальном пространстве.

Пусть за реальное время τ произвольная точка поверхности переместится в реальном пространстве на расстояние R. Тогда

$$\alpha=\frac{c}{v}=\frac{c}{(R/\tau)}=\frac{c\cdot\tau}{R}. \tag{19}$$

Предположим, что пространство XY имеет метрику обычного евклидова пространства, в котором оси X и Y ортогональны. Если плоская волна падает на щелевой экран в направлении оси Y, а дифракционные отклонения наблюдаются в направлении оси X, то для малых углов $\alpha \approx \mathrm{tg}\,\alpha = x/y$. Отсюда, принимая во внимание (19), мы можем приписать координатам x и y следующий смысл:

$$x=c\cdot\tau,\quad y=R. \tag{20}$$

Иначе говоря, в квазидифракционном пространстве координата x является нормированным реальным временем τ (c — нормировочный коэффициент), а координата y равна длине участка поверхности, облученной за это время. При постоянной частоте модуляции облучающего потока переход в другую точку квазидифракционной картины соответствует изменению угла наблюдения и, следовательно, скорости движения поверхности.

В заключение публикуемой части работы авторы хотят выразить свою признательность профессору Г.В. Островской за конструктивную критику и ценные замечания, возникшие у нее после прочтения первых вариантов рукописи.

Список литературы

[1] *Кудояров М.Ф., Матюков А.В., Мухин С.А.* // Формирование потока ускоренных ионов при облучении широких полимерных пленок. Тез. докл. Мембрана-98. М., 1988. С. 123.
[2] *Гусинский Г.М.* и др. // ПТЭ. 1973. № 1. С. 25.
[3] *Зорько К.И., Кудояров М.В., Матюков А.В.* и др. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 10. С. 87–94.
[4] *Терлецкий Я.П., Рыбаков Ю.П.* Электродинамика. М., 1990. 352 с.
[5] *Yu, Fr.T.S.* Introduction to Diffraction, Information Processing and Holography. Massachusetts, 1973. 366 p.
[6] *Нагибина И.М.* Интерференция и дифракция света. Л., 1974.
[7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М., 1967. 460 с.