

01;04;06

Циклотронный дрейф вдоль границы областей с различной величиной ларморовского радиуса

© И.Д. Дубинова

Российский федеральный ядерный центр
 Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики,
 607188 Саров, Нижегородская область, Россия
 e-mail: dubinov@ntc.vniief.ru

(Поступило в Редакцию 25 июля 2002 г. В окончательной редакции 30 октября 2002 г.)

Рассмотрен циклотронный дрейф заряженных частиц вдоль границы, разделяющей области с различной величиной ларморовского радиуса. Получено выражение для скорости дрейфа и дрейфового тока вдоль прямолинейной границы, а также выражение для скорости дрейфа вдоль криволинейной границы. Проведены оценки пропорции, в которой дрейфовый ток может делиться по ветвям для разветвленной границы на примере одной из типичных конфигураций.

Введение

Известно, что классические заряженные частицы, находящиеся в магнитном поле в плазме или твердом теле вблизи жесткой стенки и испытывающие зеркальное отражение (ЗО) от нее, двигаются по траекториям, которые состоят из дуг окружностей. Многократно отражаясь от стенки, они перемещаются вдоль нее, создавая электрический ток дрейфовой природы [1,2].

Дрейфовый ток возникает также и на границе металл-сверхпроводник, находящейся в магнитном поле. В этом случае закон отражения иной: полный импульс заряженной частицы трансформируется при отражении на противоположный (так называемое андреевское отражение (АО)) [3–5]. Своеобразная траектория частицы в классическом рассмотрении для АО приводит к другому выражению для дрейфового тока, нежели для ЗО.

Приведенные примеры образуют класс явлений, которые можно обозначить общими терминами: „циклотронный дрейф вдоль границы“ или „циклотронный бильярд“. В данной работе рассмотрен еще один пример циклотронного дрейфа, когда граница разделяет области с различной величиной ларморовского радиуса.

Существует несколько физических причин, по которым в двух граничащих друг с другом областях заряженная частица может иметь различные ларморовские радиусы. Например, подобную границу может образовывать скачок магнитного поля, параллельного поверхности скачка. Такая структура магнитного поля может возникнуть вблизи токовых слоев в плазме [6]. Более того, сечения таких слоев плоскостью, перпендикулярной полю, как раз и являются такой границей. На возможность циклотронного дрейфа вдоль скачка магнитного поля указано в [6,7], там же на качественном уровне рассмотрены некоторые особенности такого дрейфа, среди которых огибание („смачивание“) границы, имеющей изломы, дрейфовой траекторией частицы и деление дрейфового тока по ветвям на разветвлении границы.

Такой же тип дрейфа может возникать и вдоль границы между двумя полупроводниками, в которых эффективные массы электронов различаются. В [4] приведена подборка значений эффективной массы носителей в различных полупроводниках, из которой можно заключить, что организовать такой дрейф достаточно несложно, подобрав материалы с как можно большим значением длины свободного пробега. Возможны и другие физические примеры, в которых может реализовываться циклотронный дрейф вдоль границы, разделяющей области с различной величиной ларморовского радиуса.

Целью данной работы являются вычисление дрейфового тока и оценка пропорции, в которой дрейфовый ток может делиться по ветвям для разветвленной границы.

В зависимости от конкретной физической ситуации при прохождении частицей границы областей с различной величиной ларморовского радиуса (далее — просто границы) параметры движения частиц могут меняться по-разному. В случае, когда граница образована скачком магнитного поля в плазме, векторы скорости и импульса, а также энергия сохраняются. Но для границы полупроводников некоторые из этих величин могут не сохраняться: скорость может измениться как по величине, так и по направлению, а контактная разность потенциала на границе и возбуждение переходных фононов может приводить к изменению энергии. Учет этих факторов, безусловно, внесет вклад в получаемые соотношения для токов, но качественные выводы для многих ситуаций оказываются сходными. Кроме того, как показано в [8], при близких значениях эффективных масс электронов в контактируемых полупроводниках вероятность прохождения границы без рассеяния близка к единице. В связи с последним обстоятельством абстрагируемся от динамики собственно пересечения границы частицей и будем просто считать, что в i -й области ларморовский радиус частицы равен r_i .

Допустим также, что скорость всех частиц одинакова и равна v , обобщение же на случай конкретной функции распределения частиц по скоростям при получении

выражений для токов сделать легко путем соответствующего интегрирования. И наконец, считаем, что движение заряженной частицы происходит без рассеяния как при прохождении границы, так и на расстоянии от нее. Последнее предположение справедливо, если $\omega_c \tau \gg 1$, где ω_c — циклотронная частота, τ — среднее время свободного пробега частицы, т.е. частица успевает сделать много оборотов без рассеяния. Это эквивалентно условию $\tan \vartheta = \nu B \gg 1$, где ϑ — угол Холла при измерении одноименного эффекта, ν — подвижность, B — величина магнитного поля. Известно, что это условие выполняется, например, в n -InSb в магнитном поле, превышающем 5 Т [9].

Дрейф вдоль прямолинейной и искривленной границ

Рассмотрим две области, разделенные прямолинейной границей, ларморовские радиусы частиц в которых равны r_1 и r_2 (рис. 1). Пусть для определенности $r_1 > r_2$. Найдем величину дрейфовой скорости частицы вдоль границы, касательная к траектории которой в точке влета в область 1 наклонена к границе под углом α . Для этого определим сначала длину сдвига частицы вдоль границы за один полный оборот — период L

$$L = 2(r_1 - r_2) \sin \alpha. \quad (1)$$

Если скорость частицы в обеих областях одинакова и равна v , то период обращения T равен

$$T = \frac{2\alpha r_1 - (2\pi - 2\alpha)r_2}{v}. \quad (2)$$

Обратим внимание, что T не равен периоду циклотронного вращения свободной частицы, находящейся вдали от границы. Тогда выражение для дрейфовой скорости можно записать как

$$v_{\text{др}} = v \frac{(r_1 - r_2) \sin \alpha}{\alpha r_1 - (\pi - \alpha)r_2}. \quad (3)$$

Полученная зависимость дрейфовой скорости от угла α графически представлена на рис. 2: она имеет вид кривой с максимумом, который смещается в сторону меньших значений α при росте отношения r_1/r_2 .

Допустим, что в каждой точке границы частицы равномерно распределены по углу α на отрезке $[0, \pi]$ вдоль границы и их число на единице длины границы равно n . При этих допущениях можно найти выражение для дрейфового тока

$$I = \int_0^\pi env_{\text{др}}(\alpha) d\alpha = env \frac{r_1 - r_2}{r_1 + r_2} \left[\text{Si} \frac{r_1}{\rho} \cos \frac{r_2}{\rho} + \text{Ci} \frac{r_1}{\rho} \sin \frac{r_2}{\rho} + \text{Si} \frac{r_2}{\rho} \cos \frac{r_2}{\rho} - \text{Ci} \frac{r_2}{\rho} \sin \frac{r_2}{\rho} \right], \quad (4)$$

где Si и Ci — интегральные синус и косинус, $\rho = (r_1 + r_2)/\pi$.

Легко видеть, что при $r_1 = r_2$ дрейфовый ток равен нулю, а при $r_2 \rightarrow 0$ выражение (4) приобретает вид для дрейфового тока при 3О

$$I_{3O} = env \text{Si}(\pi) \approx 1.852 env. \quad (5)$$

На рис. 3 показан график зависимости дрейфового тока от величины отношения r_2/r_1 на отрезке $[0, 1]$, крайние значения соответствуют 3О ($r_2 \rightarrow 0$) и отсутствию дрейфа ($r_1 = r_2$).

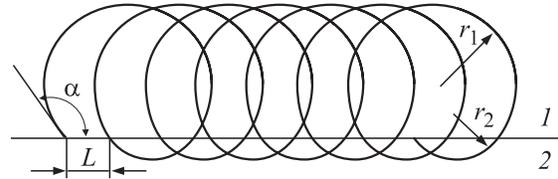


Рис. 1. Траектория циклотронного дрейфа заряженной частицы вдоль плоской границы областей с различной величиной ларморовского радиуса. Магнитное поле перпендикулярно плоскости рисунка; 1, 2 — номер области.

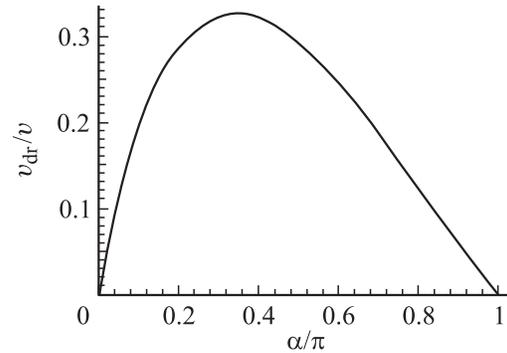


Рис. 2. Зависимость приведенной скорости дрейфа вдоль плоской границы от угла пересечения границы.

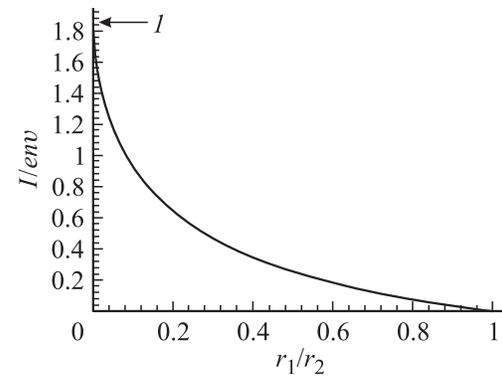


Рис. 3. Зависимость приведенного дрейфового тока вдоль плоской границы от величины отношения ларморовских радиусов в областях. Максимальное значение дрейфового тока при 3О (I) показано стрелкой.

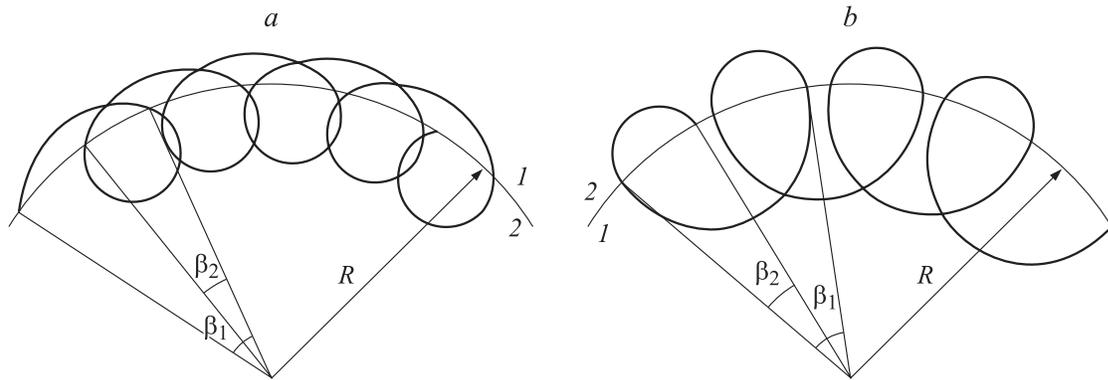


Рис. 4. Траектория циклотронного дрейфа заряженной частицы вдоль криволинейной границы областей с различной величиной ларморовского радиуса. Магнитное поле перпендикулярно плоскости рисунка; 1, 2 — номер области; *a* — диамагнитный случай, *b* — парамагнитный случай.

Рассмотрим теперь дрейф вдоль искривленной границы радиуса $R > r_1 > r_2$. Здесь возможны два случая, когда область с большим ларморовским радиусом r_1 находится снаружи окружности радиуса R (рис. 4, *a*) и когда эта область находится внутри (рис. 4, *b*). В первом случае дрейфовый ток создает диамагнитный эффект, а во втором — парамагнитный.

Вывод соотношения для скорости дрейфа здесь аналогичен, как и в случае прямолинейной границы. Опуская его, приведем лишь окончательный результат, который имеет вид соотношения, пригодного как для диамагнитного, так и парамагнитного случаев,

$$v_{\text{др}} = v \frac{R(\beta_1 - \beta_2)}{r_1(\alpha + \beta_1) + r_2(\pi - \alpha - \beta_2)}, \quad (6)$$

где α — угол между касательными к границе и к траектории в точке их пересечения; β_i — углы, под которыми из центра кривизны границы видны дуги между точками последовательных пересечений траектории границы при

прохождении i -й области,

$$\tan \beta_i = \frac{r_1}{R} \frac{\sin \alpha}{[1 - (r_i/R) \cos \alpha]}. \quad (7)$$

Из (6) легко видеть, что направление дрейфа определяется знаком разности углов $\beta_1 - \beta_2$. Легко также можно убедиться, что при $R \rightarrow \infty$ выражение (6) переходит в (3). На рис. 5 показана типичная зависимость скорости дрейфа от радиуса кривизны траектории R при фиксированных параметрах α и r_i . С ростом R скорость дрейфа падает и выходит на стационарный уровень, соответствующий формуле (3). Также формально эта зависимость имеет максимум при $R \gtrsim r_1$, однако при приближении R к r_1 сверху явление дрейфа, а также величина и направление скорости дрейфа теряют физический смысл. По этой причине слева от максимума кривая на рис. 5 показана пунктиром.

Но в общем случае токи, возникающие в результате рассмотренного дрейфа, являются стационарными и незатухающими при отсутствии трения в движении носителей. Важно, чтобы граница была или замкнутой, или безграничной.

Деление дрейфового тока по ветвям разветвленной границы

Если граница имеет двойное, тройное разветвление или разветвление на большее количество ветвей, то дрейфовый ток будет делиться по ветвям в некоторой пропорции, величина которой зависит от соотношения ларморовских радиусов в областях и от геометрии самой границы. Ниже в качестве примера показан расчет пропорции, в которой дрейфовый ток делится на Т-образном разветвлении (рис. 6).

Для определенности будем считать, что выполняется условие $r_1 > r_2 > r_3$. Тогда дрейфовый ток будет протекать вдоль ветви 1–3 границы, дойдя до разветвления, поделится в некоторой пропорции и далее будет проте-

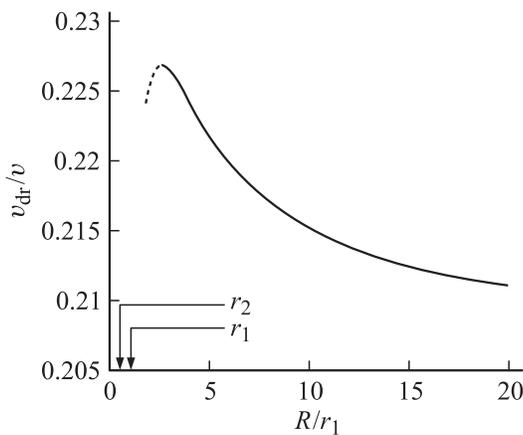


Рис. 5. Зависимость приведенной скорости дрейфа вдоль криволинейной границы от приведенного радиуса кривизны границы для $\alpha = \pi/2$ (соотношение (6)). Значения r_1 и r_2 отмечены стрелками.

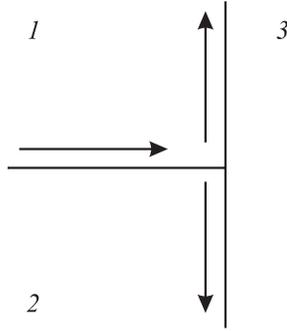


Рис. 6. Геометрия Т-образной разветвленной границы. Стрелками показано направление дрейфового тока; 1–3 — номер области.

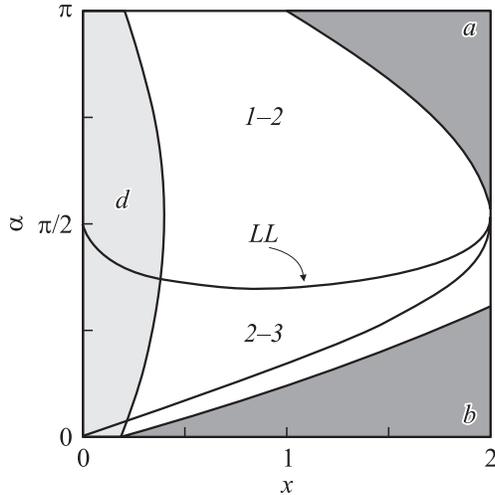


Рис. 7. Прямоугольник Ξ начальных параметров траектории дрейфа заряженной частицы. Фигуры a, b, d соответствуют траекториям, показанным на рис. 8, a, b, d ; фигуры 1–2 и 1–3 соответствуют уходу частиц по соответствующим ветвям границы, LL — линия уровня (11).

катель вдоль ветвей 1–2 и 2–3 в соответствии с законом Кирхгофа.

Проследим за всеми траекториями, которые начинаются в области 1 на ветви 1–3 и имеют значения угла α и координаты l вылета в прямоугольнике Ξ , определяемом отрезками $\alpha \in [0, \pi]$ и $x = l/r_1 \in [0, 2]$ (рис. 7).

Вычислим долю траекторий, уходящих вдоль ветви 1–2, от числа всех возможных траекторий. В этом случае искомая пропорция будет равна отношению площадей фигур в Ξ , каждая из которых соответствует траекториям, уходящим по разным ветвям границы. Все последующие рассуждения касаются определения границ этих фигур.

Сначала отсечем от прямоугольника Ξ лишние фигуры, соответствующие таким траекториям, которые не достигают разветвления при очередном пересечении границы, так как почти все такие траектории достигнут

разветвления после последующих пересечений границы (рис. 8, a, b). Не сделав этого отсечения, мы учли бы одни и те же траектории дважды, а то и трижды.

Как видно из рис. 8, a, b , границы отсекаемых фигур для тупых и острых начальных углов α должны определяться разными формулами

$$x = \begin{cases} 2 \sin \alpha & \text{при } 0 < \alpha < \pi/2, \\ 1 + \sin \alpha & \text{при } \pi/2 < \alpha < \pi. \end{cases} \quad (8)$$

Однако мы отсечем лишнее, если не учтем, что при некоторых острых углах α траектории могут сразу уйти вдоль ветви 2–3 границы (рис. 8, c). Поэтому из нижней части отсекаемой фигуры необходимо оставить участок, соответствующий траекториям, которые после пересечения ветви 1–3 достигают ветви 2–3. Этот участок находится между двумя кривыми, уравнение одной из которых есть верхняя строка (8), а другой —

$$x = \mu_3 + (\mu_3 + 2) \sin \alpha, \quad (9)$$

где $\mu_i = r_i/r_1$ для $i = 2, 3$.

В итоге отсекаемая фигура, за исключением оставляемого участка, например, для $\mu_3 = 0.2$ будет иметь вид, показанный на рис. 7 темно-серым цветом.

На оставшейся после отсечения прямоугольнике Ξ фигуре имеются такие начальные значения угла α и координаты l вылета, в которые частица могла попасть после нескольких пересечений границ, вылетов из точки, также лежащей внутри оставшейся части прямоугольника Ξ , и обогнув точку ветвления один или более раз (рис. 8, d). Неучет этого обстоятельства также может привести к тому, что некоторые траектории будут учтены несколько раз. Поэтому от оставшейся части прямоугольника Ξ отсечем еще одну фигуру, в точки которой частица может попасть, стартуя из этого прямоугольника. Уравнение для границы этой фигуры запишется в виде

$$\frac{x}{\mu_3} - \sin \alpha + \sqrt{1 - \left[(2\mu_2 - \mu_3 - 1) \sqrt{1 - \left(\frac{x}{\mu_3} - \sin \alpha \right)^2} + \mu_3 \cos \alpha \right]^2} = 2. \quad (10)$$

На рис. 7 отсекаемая в соответствии с (10) фигура показана светло-серым цветом для частного случая $\mu_2 = 0.25$ и $\mu_3 = 0.2$.

На оставшейся от прямоугольника Ξ после двух отсечений фигуре (на рис. 7 она показана белым цветом) определим те значения угла α и координаты l вылета, которые приведут к уходу частицы вдоль ветви 1–2, и те значения, которые приведут к уходу по ветви 2–3. Для этого рассмотрим теперь те траектории, которые, вылетая из начальной точки ветви 1–3, сразу достигнут ветви 1–2. Тогда если следующее пересечение границы произойдет выше точки разветвления, то частица пойдет по ветви 1–2, а если ниже, то по ветви 2–3. Это

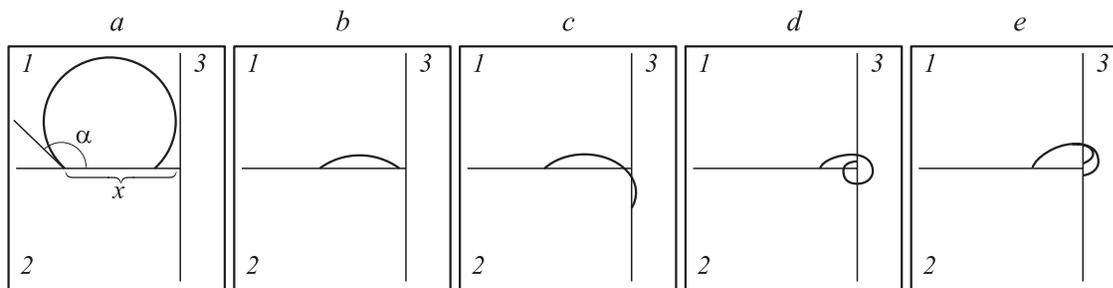


Рис. 8. Типичные траектории заряженной частицы вблизи разветвления границы.

иллюстрирует рис. 8, е. После несложных вычислений можно получить уравнение границы, которая разделяет значения угла α и координаты l вылета для частиц, уходящих вдоль ветви 1–2 и ветви 2–3. Эта граница является той линией уровня функции

$$f(x, \alpha) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{\cos^2 \alpha + 2x \sin \alpha - x^2}} \right), \quad (11)$$

значение функции $f(x, \alpha)$ на которой равно значению μ_2 . Если $\mu_2 \geq 0.5$, то эта линия практически не отличается от горизонтальной прямой $\alpha = \pi/2$, при уменьшении же μ_2 ниже значения 0.5 эта линия уровня изгибается книзу. Линия уровня для $\mu_2 = 0.25$ показана на рис. 7 и обозначена LL.

Таким образом, искомая пропорция, в которой дрейфовый ток делится на разветвлении Т-образной границы, равна отношению площадей белых фигур на рис. 7, разделенных линией уровня функции (11).

Отметим одно важное обстоятельство. Сумма токов, протекающих по ветвям, удовлетворяет закону Кирхгофа. Но если входной ток вдоль ветви 1–3 удовлетворяет соотношению (4), то токи в ветвях 1–2 и 2–3 не равны (4). В чем тут дело? Это объясняется тем, что соотношение (4) выведено для равномерного распределения по начальным углам, а после прохождения частицами точки разветвления такое равномерное распределение теряется.

В соответствии с последним замечанием возникает проблема определения максимального дрейфового тока вдоль сложно разветвленной границы и ветви, по которой течет такой ток. Если граница представляет собой односвязанный граф, то максимальный ток величиной, равной (4), протекает по ветви, разграничивающей области с максимальным отношением ларморовских радиусов. Электротехнически это означает, что в эту ветвь сложной цепи включен источник тока.

Заключение

В работе рассмотрен циклотронный дрейф заряженных частиц вдоль границы, разделяющей области с различной величиной ларморовского радиуса. Получено выражение для скорости дрейфа и дрейфового тока вдоль прямолинейной границы, а также выражение для

скорости дрейфа вдоль криволинейной границы. Проведены оценки пропорции, в которой дрейфовый ток может делиться по ветвям для разветвленной границы на примере одной из типичных конфигураций.

Рассмотренные процессы могут послужить основой для создания принципиально новых сложно разветвленных токовых структур в плазменных и полупроводниковых системах. Например, на основе замкнутой криволинейной границы (в простейшем случае — окружности) может быть реализован датчик магнитного поля, а на основе Т-образного разветвления может быть реализован сепаратор частиц (ионов в плазме) по массам или по энергиям.

В заключение выражаю благодарность Ю.Б. Кудасову за консультацию в работе.

Список литературы

- [1] *Вонсовский С.В.* Магнетизм. М.: Наука, 1971.
- [2] *Демиховский В.Я., Вугальтер Г.А.* Физика квантовых низкоразмерных структур. М.: Логос, 2000.
- [3] *Андреев А.Ф.* // ЖЭТФ. 1964. Т. 46. С. 1823.
- [4] *Гантмахер В.Ф., Левинсон И.Б.* Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. М.: Наука, 1984.
- [5] *Kosztin I., Maslov D.L., Goldbart P.M.* // Phys. Rev. Lett. 1995. Vol. 75. N 9. P. 1735.
- [6] *Жданов С.К., Курнаев В.А., Романовский М.К., Цветков И.В.* Основы физических процессов в плазме и плазменных установках. М.: МИФИ, 2000.
- [7] *Dodin I.Y., Fisch N.J.* // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 64. N 1. P. 016405.
- [8] *Стриха В.И.* Теоретические основы работы контакта металл–полупроводник. Киев: Наукова думка, 1974.
- [9] *Кобус А., Тушинский Я.* Датчики Холла и магниторезисторы. М.: Энергия, 1971.