

01;03

О спонтанном излучении волн быстрой ударной волной в наклонном магнитном поле

© А.А. Любич,¹ М.И. Пудовкин²¹ Полярный геофизический институт Кольского научного центра РАН,
183010 Мурманск, Россия² Научно-исследовательский институт физики Санкт-Петербургского государственного университета,
198904 Санкт-Петербург, Россия
e-mail: general@pgi.ru

(Поступило в Редакцию 21 октября 2002 г.)

Численными методами исследована гофрировочная устойчивость плоской поверхности магнитогидродинамической быстрой ударной волны в идеальном одноатомном газе с постоянной теплоемкостью. Ориентация магнитного поля относительно плоскости разрыва предполагалась произвольной. Расчеты показали, что только строго перпендикулярная ударная волна всегда остается устойчивой. При любом другом наклоне магнитного поля быстрая ударная волна при определенных условиях может спонтанно излучать уходящие магнитогидродинамические волны. Определено, при каких характеристиках набегающего потока должна наблюдаться такая спонтанная генерация.

Введение

Напомним результаты исследований устойчивости гидродинамических (в отсутствие магнитного поля) ударных волн. В работе [1] было показано, что при выполнении условий

$$j^2 \left(\frac{\partial V_2}{\partial P_2} \right)_H < -1 \quad \text{или} \quad j^2 \left(\frac{\partial V_2}{\partial P_2} \right)_H > 1 + 2M_2 \quad (1)$$

ударная волна оказывается абсолютно неустойчивой. Здесь j — поток вещества; V — удельный объем; M — число Маха; индекс H означает, что производная берется вдоль ударной адиабаты; индекс 2 относится к величинам в сжатой среде, за фронтом разрыва. В работах [1,2] методом возмущений в линейном приближении было показано, что при выполнении условия

$$\frac{1 - M_2^2 - \chi \cdot M_2^2}{1 - M_2^2 + \chi \cdot M_2^2} < j^2 \left(\frac{\partial V_2}{\partial P_2} \right)_H < 1 + 2M_2 \quad (2)$$

ударная волна будет спонтанно излучать звук (нейтральная неустойчивость). Здесь χ — сжатие в ударной волне. Более детальные (с использованием квадратичного приближения) исследования показали [3], что в области (2) излучение звука может происходить только под действием внешней причины, имеющей больший порядок малости и поэтому не учитываемой в линейной теории. Однако область значений (2) все равно остается физически выделенной. Например, за фронтом ударной волны, удовлетворяющей условиям (2), должна регистрироваться аномально большая амплитуда определенных компонент шумового фона [3]. Правда, неизвестно, может ли такая ударная волна существовать конечное время, так как оказалось, что в области значений производной по ударной адиабате, полностью включающей в себя области (1) и (2), ударная волна оказывается

структурно неустойчивой — она может распасться на ударную волну существенно иной интенсивности и другие элементы [3]. Ударные адиабаты, удовлетворяющие условиям (1) и (2), имеют весьма экзотический вид и трудно реализуемы в эксперименте. Однако в тех редких веществах, ударные адиабаты которых все же удовлетворяют требуемым условиям, наблюдается распад ударной волны на другие элементы, а не ее гофрировочная неустойчивость [4, с. 536]. Поэтому вопрос о том, может ли в обычной гидродинамике наблюдаться гофрировочная неустойчивость или спонтанное излучение звука, остается открытым.

В магнитной гидродинамике на предмет устойчивости анализировалась главным образом параллельная ударная волна. В работе [5] было показано, что для нее критерием абсолютной неустойчивости являются гидродинамические условия (1). Условия спонтанного излучения волн параллельной ударной волной анализировались в работе [6]. Оказалось, что верхняя граница области нейтральной устойчивости такая же, как и в случае обычной гидродинамики (2). Нижняя граница отличается от гидродинамической и определяется величиной магнитного поля. Причем даже в газе с постоянной теплоемкостью структурно устойчивая ударная волна достаточно большой интенсивности должна спонтанно излучать магнитозвуковые волны.

Но параллельная ударная волна — это идеализация, так как при любой флуктуации направления магнитного поля ударная волна перестает быть параллельной. Поэтому в данной работе численно исследуется нейтральная устойчивость ударной волны в наклонном магнитном поле в предположении, что среда ведет себя как идеальный газ с постоянной теплоемкостью. Целью работы является определение ориентации магнитного поля и характеристик разрыва, при которых должно наблюдаться спонтанное излучение волн разрывом. Ре-

зультаты исследования могут оказаться полезными для экспериментальной проверки существующей теории взаимодействия малых возмущений с ударными волнами.

Метод анализа

Предполагаем, что замагниченная среда ведет себя как идеальный газ с постоянной теплоемкостью. При расчетах примем политропный индекс $\gamma = 5/3$. Считаем, что газ разделен бесконечно тонкой плоской ударной волной на два полупространства. Используем лабораторную систему отсчета, связанную с невозмущенной поверхностью разрыва. Координатную ось x направим по нормали к невозмущенной поверхности разрыва в сторону течения вещества. Плоскость невозмущенного разрыва тогда будет совпадать с yz -плоскостью. Считаем, что перед ударной волной отсутствует тангенциальная компонента скорости потока. Это обеспечивается простым выбором системы координат. Интересующая нас проблема спонтанного излучения волн разрывом является частным случаем проблемы взаимодействия малых возмущений с магнитодинамическими (МГД) ударными волнами, впервые рассмотренной в [7]. Схема решения, сформулированная в [7], состоит из нескольких этапов.

А. Полная система МГД уравнений включает в себя два уравнения Максвелла, уравнение непрерывности потока вещества, уравнение Эйлера, уравнение сохранения энтропии и уравнение состояния

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{B} = 0; \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{B}]; \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \cdot \mathbf{v} = 0; \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \rho} [\mathbf{B} \times \operatorname{rot} \mathbf{B}]; \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) S = 0; \quad P(\rho, S) = \rho^\gamma \exp\left(\frac{S}{c_V}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Стандартная процедура линеаризации этой системы уравнений определяет все возможные типы плоских линейных МГД волн и их свойства в лабораторной системе отсчета.

Б. Система граничных условий, выражающих законы сохранения, определяет возможные типы плоских МГД разрывов и их свойства. Полная система законов сохранения включает в себя условия непрерывности потока вещества, потока энергии, нормальной и тангенциальной компонент потока импульса, тангенциальной компоненты электрического поля и нормальной компоненты магнитного поля

$$\begin{aligned} [\rho \cdot V_n] = 0; \\ \left[\rho v_n \left(\frac{v_1^2}{2} + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{P}{\rho} \right) + \frac{1}{4\pi} (v_n B^2 - B_n (\mathbf{v} \cdot \mathbf{B})) \right] = 0; \\ \left[P + \rho v_n^2 + \frac{1}{8\pi} (B_t^2 - B_n^2) \right] = 0; \quad \left[\rho v_n v_t - \frac{1}{4\pi} B_n B_t \right] = 0; \\ [B_n v_t - B_t v_n] = 0; \quad [B_n] = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $[A] = A_2 - A_1$ означают разность величины A с двух сторон от разрыва. Граничные условия в данной форме однозначно выводятся из интегральных МГД уравнений. Мы определяем характеристики быстрой ударной волны следующим образом. Считаем известными все необходимые параметры несжатой среды (число Маха, соотношение между тепловым и магнитным давлением β , ориентацию магнитного поля). Решая кубическое уравнение, полученное в [8], находим скачок тангенциальной компоненты магнитного поля поперек ударной волны. Затем из системы (4) легко определяем все интересующие нас параметры потока в сжатой среде.

Мы будем рассматривать только те значения параметров, для которых характеристики среды за фронтом разрыва определяются однозначно. Поэтому из рассмотрения будет исключен случай, когда при $\mathbf{B}_{t1} = 0$ одновременно выполняются еще два условия:

$$v_{x1} > c_{s1} \quad \text{и} \quad v_{A1}^2 \leq v_{n1}^2 \leq \frac{1}{\gamma - 1} [(\gamma + 1)v_{A1}^2 - 2c_{s1}^2]. \quad (5)$$

Как известно [9], в этом случае решением системы (4) является не только параллельная ударная волна, но и ударная волна включения.

В. Представляем все величины в форме $A = A_0 + \delta A$, где A_0 — фоновое значение величины в лабораторной системе отсчета, δA — ее малое возмущение. Линеаризуя граничные условия, получаем связь возмущенных величин с двух сторон от ударной волны.

Г. В рассматриваемой задаче сама поверхность ударной волны оказывается возмущенной — она испытывает линейные колебания около своего первоначального невозмущенного положения. Без ограничения общности считаем, что эти колебания распространяются вдоль оси y . Тогда уравнение возмущенной поверхности будет иметь вид $\eta = \eta_0 \exp(i(k_y y - \omega t))$, где η — смещение точек поверхности вдоль оси x . Такие колебания фронта разрыва могут быть либо спонтанными, либо иметь внешнюю причину (падающую линейную волну). В результате линеаризованные граничные условия оказываются записанными в локальной системе отсчета, связанной с колеблющимся фронтом разрыва. Требуется осуществить переход в лабораторную систему отсчета. По общепринятым на сегодняшний день представлениям для этого необходимо учесть деформацию и дополнительную скорость поверхности разрыва [7]. Если представить δA в виде $\delta A^W + \delta A^S$, где δA^S описывает искомым переход, то с учетом обоих эффектов получим

$$\begin{aligned} \delta v_{x1}^S = \frac{\omega}{k_y} i k_y \eta, \quad \delta v_{x2}^S = - \left(v_{y2} - \frac{\omega}{k_y} \right) i k_y \eta, \\ \delta v_{y1}^S = v_{x1} i k_y \eta, \quad \delta v_{y2}^S = v_{x2} i k_y \eta, \\ \delta B_{x1}^S = -B_{y1} i k_y \eta, \quad \delta B_{x2}^S = -B_{y2} i k_y \eta, \\ \delta B_{y1}^S = B_{x1} i k_y \eta, \quad \delta B_{y2}^S = B_{x2} i k_y \eta. \end{aligned} \quad (6)$$

Формально можно считать, что соотношения (6) описывают колебания поверхности разрыва в лабораторной системе отсчета.

Д. Возмущенные величины δA^W выражаются в терминах амплитуд и углов распространения падающей (если такая есть в задаче) и всех теоретически возможных уходящих МГД волн. В общем случае могут существовать шесть уходящих волн (одна энтропийная, две альвеновские и три магнитозвуковые). Все они будут распространяться за фронтом быстрой ударной волны, в сжатой среде. Направления распространения уходящих волн находятся из условий непрерывности на разрыве частоты ω и касательной компоненты волнового вектора k_y [7]. Непрерывность этих величин является прямым следствием малости возмущений и не зависит от конкретного вида граничных условий.

Некоторые сложности, возникающие при определении углов распространения магнитозвуковых волн, преодолеваются следующим образом [10]. Возмущения, переносимые магнитозвуковыми волнами, имеют вид $\delta A = \delta A_0 \exp(i(k_x x + k_y y - \omega t))$. Здесь ω и k_y являются заданными, а k_x (в общем случае комплексное) является искомой величиной. Из линеаризованной системы (3) следует алгебраическое уравнение четвертой степени, определяющее направления распространения четырех магнитозвуковых волн за фронтом разрыва (трех уходящих и одной падающей)

$$A_0 \left(\frac{k_x}{k_y}\right)^4 + B_0 \left(\frac{k_x}{k_y}\right)^3 + C_0 \left(\frac{k_x}{k_y}\right)^2 + D_0 \left(\frac{k_x}{k_y}\right) + E_0 = 0 \quad (7)$$

с коэффициентами

$$A_0 = v_{x2}^4 - v_{x2}^2(c_{s2}^2 + v_{A2}^2) + v_{Ax2}^2 c_{s2}^2,$$

$$B_0 = 2[v_{x2}(c_p - v_{y2})(c_{s2}^2 + v_{A2}^2 - 2v_{x2}^2) + v_{Ax2}v_{Ay2}c_{s2}^2],$$

$$C_0 = -(v_{x2}^2 + (c_p - v_{y2})^2)(c_{s2}^2 + v_{A2}^2) + c_{s2}^2(v_{Ax2}^2 + v_{Ay2}^2) + 6(c_p - v_{y2})^2 v_{x2}^2,$$

$$D_0 = 2[v_{x2}(c_p - v_{y2})(c_{s2}^2 + v_{A2}^2 - 2(c_p - v_{y2})^2) + v_{Ax2}v_{Ay2}c_{s2}^2],$$

$$E_0 = (c_p - v_{y2})^4 - (c_p - v_{y2})^2(c_{s2}^2 + v_{A2}^2) + c_{s2}^2 v_{Ay2}^2.$$

Здесь c_p — общая для всех МГД волн касательная к границе фазовая скорость; c_{s2} и v_{A2} — скорость звука и альвеновская скорость за фронтом разрыва. За фронтом быстрой ударной волны уравнение (7) имеет либо четыре вещественных корня, либо два вещественных и два комплексносопряженных корня. Последний вариант будет исключен из дальнейшего рассмотрения по следующим причинам. Мы поставили целью найти такие ситуации, при которых ударная волна генерирует уходящую быструю магнитозвуковую волну. А решение с комплексными k_x описывает поверхностную быструю

магнитозвуковую волну, распространяющуюся (в смысле переноса энергии) параллельно поверхности разрыва и поэтому не являющаяся уходящей.

В некоторых экзотических случаях за фронтом быстрой ударной волны уравнение (7) будет иметь четыре вещественных корня, описывающих четыре медленные магнитозвуковые волны, одна из которых оказывается падающей на разрыв [10]. Такая ситуация не противоречит [7,10] хорошо известному условию эволюционности быстрой ударной волны $v_{Ax2} < v_{x2} < u_{fast,2}$, полученному для волн, распространяющихся по нормали к разрыву [9]. Такие случаи мы также исключим из дальнейшего рассмотрения, поскольку и здесь разрыв не будет генерировать уходящей быстрой магнитозвуковой волны.

Таким образом, в дальнейшем будут рассматриваться только такие условия, при которых уравнение (7) имеет четыре вещественных корня, отвечающих двум медленным и двум быстрым магнитозвуковым волнам. Мода, у которой x -компонента волнового вектора наименьшая, окажется падающей на разрыв.

Кроме направлений распространения линеаризованная система уравнений (3) определяет поляризацию магнитозвуковых волн, причем, что весьма удобно, непосредственно в той системе отсчета, в которой решается задача

$$\delta \mathbf{B} = (\mathbf{B}_2 k^2 - \mathbf{k}(\mathbf{kB}_2))(\mathbf{k}\mathbf{v}_2 - \omega)\delta A,$$

$$\delta \mathbf{v} = [-\mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{v}_2 - \omega)^2 + k^2(\mathbf{k}\mathbf{v}_{A2})] \delta A,$$

$$\delta \rho = -\frac{\mathbf{k} \cdot \delta \mathbf{v}}{\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega} \rho; \quad \delta P = c_s^2 \delta \rho,$$

где δA — общая для всех возмущений, переносимых данной волной, амплитуда.

Е. Суммарные возмущения, выраженные через известные углы распространения, известную амплитуду падающей волны (если такая есть в задаче), неизвестные амплитуды уходящих волн и неизвестную амплитуду колебаний поверхности разрыва, подставляются в возмущенную систему граничных условий. В результате из восьми граничных условий (4) получается система из семи линейно независимых уравнений для семи неизвестных [7].

Исследовать ударную волну на устойчивость относительно излучения уходящих МГД волн можно двумя эквивалентными способами [11]. В первом из них, приравняв нулю детерминант системы линейных уравнений, получают характеристическое уравнение, определяющее общую для всех генерируемых волн касательную к разрыву фазовую скорость c_p . Анализ характеристического уравнения на наличие корней с вещественными c_p позволяет ответить на вопрос об устойчивости разрыва. Во втором способе анализируются коэффициенты трансформации падающей на разрыв волны. Обращение коэффициента трансформации в бесконечность (резонансное прохождение или отражение) означает неустойчивость разрыва относительно генерации уходящих волн.

Мы воспользуемся вторым способом и будем исследовать отражение от быстрой ударной волны быстрой магнитозвуковой волны, падающей со стороны сжатой среды. Поскольку задача решается численно, необходимо выбрать численный критерий того, что отражение стало резонансным. Мы будем считать, что разрыв стал неустойчивым относительно излучения уходящих волн, если амплитуда колебаний давления в отраженной быстрой магнитозвуковой волне будет более чем в 10 раз превышать амплитуду колебаний давления в падающей волне. Это значение на порядок выше коэффициента отражения, характерного для устойчивой ударной волны в магнитной гидродинамике. А в обычной гидродинамике в идеальном газе с постоянной теплоемкостью коэффициент отражения звука по модулю никогда не превышает единицы (отражение звука от гидродинамической ударной волны рассматривалось в [12]). Поэтому выбранный критерий представляется нам достаточно надежным. Если взять более жесткий критерий (например, коэффициент отражения больше 100), то возрастет вероятность того, что при численных расчетах область относительной неустойчивости останется незамеченной.

При расчетах использовалась компьютерная программа, написанная нами для более общего случая вычисления коэффициентов трансформации МГД волн на ударных волнах и вращательных разрывах. Программа тщательнейшим образом тестировалась. Например, мы убедились, что в специальных случаях, допускающих аналитическое решение, результаты численных расчетов полностью совпадают с соответствующими аналитическими решениями. Перечислим эти специальные случаи: 1) ударная волна в слабомагнитной плазме ($\beta \gg 1$); 2) сильная ударная волна ($c_{s1} \sim v_{A1} \ll v_{x1}$) [10]; 3) перпендикулярная ударная волна с магнитным полем, направленным по оси z , т.е. ортогональным всем волновым векторам [10,13]; 4) нормальное падение МГД волн на вращательный разрыв [10]; 5) вращательный разрыв в сильно замагниченной плазме ($\beta \ll 1$) [10]. Проведенное тестирование дает нам основание утверждать, что в рамках изложенного в этом разделе общепринятого метода приводимые ниже результаты являются математически обоснованными.

Результаты численных расчетов

Мы рассматриваем отражение плоской линейной быстрой магнитозвуковой волны, распространяющейся в сжатой среде, от плоской эволюционной быстрой ударной волны. Идет поиск таких параметров разрыва и ориентация падающей волны, когда коэффициент отражения для колебаний давления или плотности оказывается по модулю большим десяти. Данная ситуация интерпретируется как относительная неустойчивость быстрой ударной волны. Угол между нормалью к разрыву и внешним магнитным полем предполагается произвольным. Но основное внимание в расчетах будет уделяться случаю $V_x \geq 0$. Мы считаем, что замагниченная среда ведет себя как идеальный одноатомный газ ($\gamma = 5/3$).

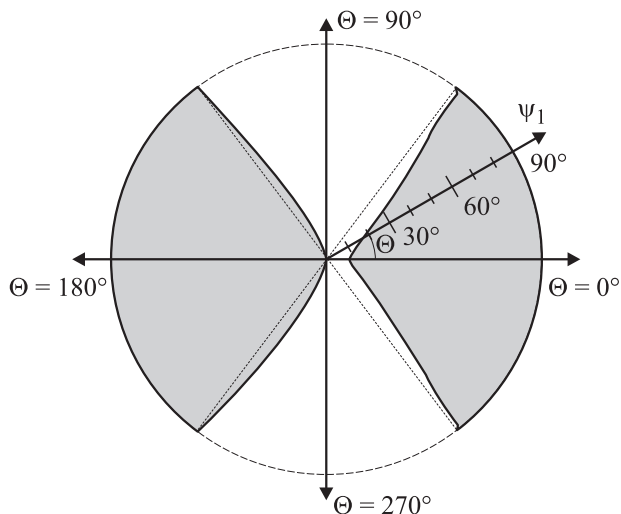


Рис. 1. Зависимость областей относительной неустойчивости (выделены серым цветом) быстрой ударной волны от ориентации внешнего магнитного поля в несжатой среде. Угол наклона магнитного поля относительно нормали к разрыву ψ_1 отложен по радиусу и меняется от $\psi_1 = 0$ (параллельная ударная волна) до $\psi_1 = 90^\circ$ (перпендикулярная ударная волна). Угол Θ между тангенциальными компонентами внешнего магнитного поля и волнового вектора излучаемой разрывом быстрой магнитозвуковой волны отложен как полярный угол. При $\Theta = 0$ (180°) векторы \mathbf{V}_1 и \mathbf{k} параллельны (антипараллельны), при $\Theta = 90^\circ$ или 270° — перпендикулярны. При расчетах предполагалось, что $M_1 \rightarrow \infty$.

Вначале проанализируем случай, когда перед ударной волной скорость звука c_s много меньше скорости потока v_n , т.е. $M_1 \rightarrow \infty$. На рис. 1 показана зависимость областей относительной неустойчивости от угла наклона внешнего магнитного поля ψ_1 и от угла Θ между тангенциальными компонентами волновых векторов и магнитного поля. Получаемая картина почти не зависит от знака V_x , „почти“, так как есть одна оговорка: при $V_x \geq 0$ угол Θ образуют векторы \mathbf{k} и \mathbf{V}_1 , тогда как при $V_x \leq 0$ — векторы \mathbf{k} и $-\mathbf{V}_1$. Видно, что существуют две области относительной неустойчивости, в основном лежащие в секторах, образованных пересекающимися под углом 106° прямыми. В рассматриваемой задаче отсутствует зависимость от знака z -компоненты магнитного поля (напомним, что \mathbf{k}_r ориентирован по оси y). Как следствие, области относительной неустойчивости симметричны относительно оси y . При подходящих условиях (соответствующие величина магнитного поля и направление волнового вектора падающей волны) быстрая ударная волна будет относительно неустойчивой при любом угле наклона магнитного поля. Исключение составляет только строго перпендикулярная ударная волна ($\psi = 90^\circ$), которая остается устойчивой при любом Θ . Этот результат не противоречит аналитическому решению задачи о трансформации МГД волн на ударной волне в случае, когда магнитное поле ориентировано по оси z [13]. Интересно, что предельный переход к перпендикулярной ударной волне не осуще-

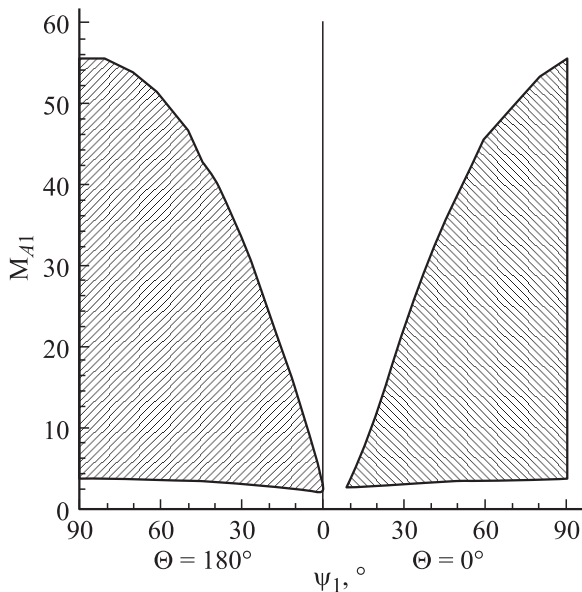


Рис. 2. Зависимость областей относительной неустойчивости (выделены штриховкой) быстрой ударной волны от угла наклона внешнего магнитного поля ψ_1 и числа Альвена M_{A1} в несжатой среде. При расчетах предполагалось, что число Маха $M_1 \rightarrow \infty$; векторы \mathbf{V}_1 , \mathbf{k} и нормаль к разрыву лежат в одной плоскости. Вертикальной линией отмечен случай параллельной ударной волны ($\psi_1 = 0$). Часть графика, расположенная правее (левее) вертикальной линии, описывает ситуацию, когда векторы \mathbf{V}_1 и \mathbf{k} являются параллельными (антипараллельными).

ствляется. При наличии сколь угодно малой нормальной компоненты магнитного поля ударная волна может быть неустойчивой (численные расчеты велись вплоть до угла $\psi_1 = 89.999^\circ$). На рис. 1 левая область относительной неустойчивости простирается вплоть до угла $\psi_1 = 0.1^\circ$ при $\Theta = 0$, т.е. включает в себя случай параллельной ударной волны. Это согласуется с результатами [6].

При какой величине магнитного поля может наблюдаться относительная неустойчивость ударной волны? Ответ на этот вопрос дает рис. 2. На нем показана зависимость областей неустойчивости для числа Альвена $M_{A1} = v_{n1}/v_{A1}$ от угла наклона магнитного поля. Расчеты проведены для случая, когда магнитное поле, все волновые векторы и нормаль к разрыву лежат в одной плоскости. По-прежнему предполагается, что $c_{s1} \ll v_{n1}$. Левая часть графика соответствует случаю, когда \mathbf{k} и \mathbf{V}_1 антипараллельны, а правая, наоборот, — случаю, когда они параллельны (мы считаем, что $V_x \geq 0$). Видно, что область неустойчивости довольно широкая для почти перпендикулярной ударной волны (напомним, что строго перпендикулярная ударная волна остается устойчивой) и уменьшается с уменьшением ψ_1 . Нижняя граница области неустойчивости слабо чувствительна к углу наклона магнитного поля и меняется от $M_{A1 \min} = 3.4$ до 1.8. Верхняя же граница, наоборот, сильно зависит от угла ψ_1 . Поскольку мы анализируем случай, когда

$M_1 \rightarrow \infty$, то можно сказать, что неустойчивость наблюдается в сильном магнитном поле ($v_{A1} \gg c_{s1}$).

На рис. 3 показано, при каких углах падения наблюдается резонансное отражение быстрой магнитозвуковой волны в зависимости от величины магнитного поля. При расчетах предполагалось, что $\Theta = 180^\circ$, $\psi_1 = 80^\circ$ и $c_{s1} \ll v_{n1}$. Угол падения отсчитывался от направления оси x , т.е. нормальному падению соответствовало 180° . Видно, что неустойчивости отвечают весьма большие углы падения, близкие к предельно допустимым углам распространения. При таких углах падения угол отражения, как правило, оказывается больше 90° , т.е. волновой вектор отраженной волны направлен к разрыву, но она сносится движущимся потоком. Для чисел Альвена, соответствующих границе области неустойчивости, резонансный угол стремится к предельному углу падения. В этом случае и падающая, и отраженная волны распространяются (в смысле переноса энергии) параллельно поверхности разрыва. Область сильного отражения весьма узкая и, как правило, по ширине не превышает 1° . С ужесточением численного критерия неустойчивости область сжимается, превращаясь в пределе в линию, — при фиксированном M_{A1} резонансному отражению соответствует конкретный угол падения.

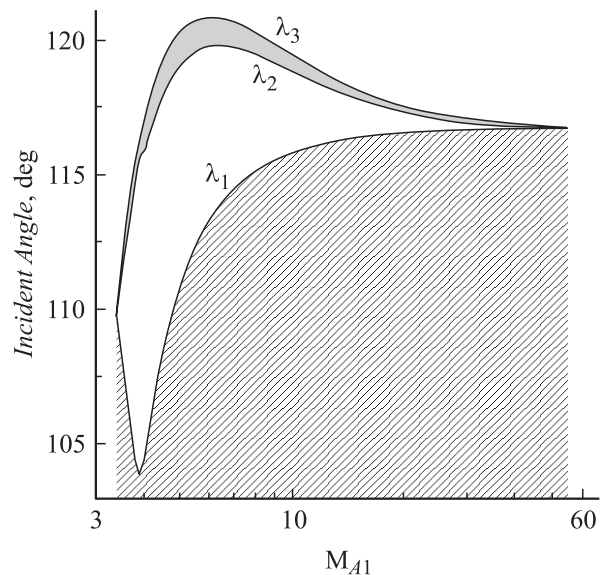


Рис. 3. Зависимость углов падения быстрой магнитозвуковой волны, при которых наблюдается ее резонансное отражение (коэффициент отражения для колебаний давления больше десяти), от числа Альвена в несжатой среде. Расчеты проводились при фиксированной ориентации внешнего магнитного поля ($\psi_1 = 80^\circ$, $\Theta = 180^\circ$) и предположении, что число Маха $M_1 \rightarrow \infty$. Волна падает со стороны сжатой среды. Угол падения λ отсчитывается от направления оси x (нормальному падению соответствует $\lambda = 180^\circ$). При фиксированном значении числа Альвена падающая волна может существовать только в диапазоне углов падения $\lambda_1 < \lambda \leq 180^\circ$ (штриховкой отмечена область запрещенных углов падения). Резонансное отражение наблюдается в диапазоне углов падения $\lambda_2 \leq \lambda \leq \lambda_3$. Эта область выделена серым цветом.

Согласно приведенным численным расчетам эволюционная быстрая ударная волна в наклонном магнитном поле может быть неустойчива относительно излучения быстрой магнитозвуковой волны. А можно ли в эксперименте создать условия, удовлетворяющие теоретическим критериям возникновения относительной неустойчивости? Для ответа на этот вопрос исследуем зависимость областей неустойчивости от числа Маха.

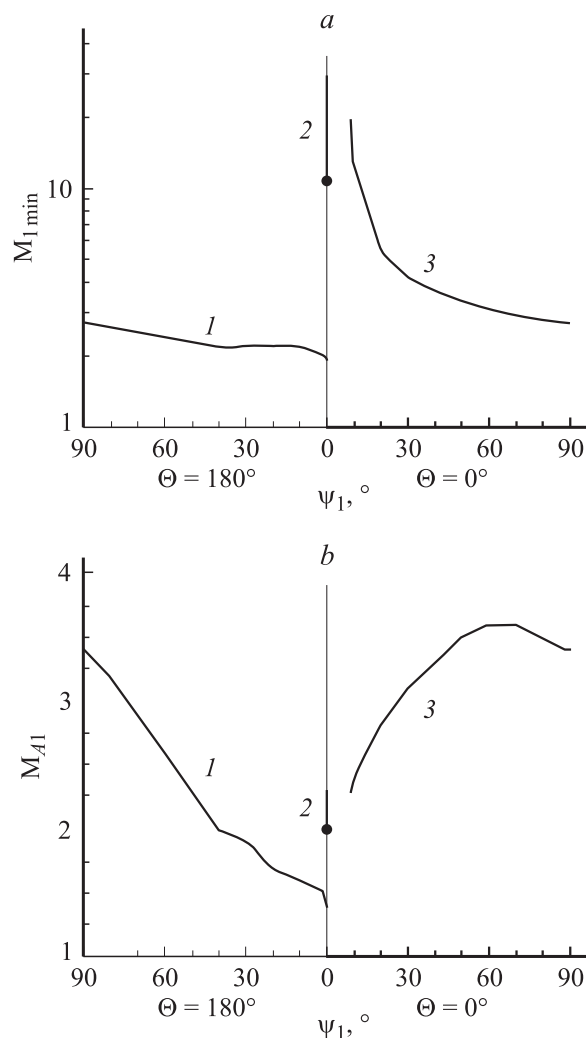


Рис. 4. *a* — зависимость минимального числа Маха $M_{1\min}$, при котором быстрая ударная волна может спонтанно излучать быструю магнитозвуковую волну, от угла наклона внешнего магнитного поля; *b* — число Альвена M_{A1} , при котором ударная волна с числом Маха $M_{1\min}$ относительно неустойчива. Вертикальной линией отмечен случай параллельной ударной волны ($\psi_1 = 0$). При $\Theta = 180^\circ$ спонтанное излучение может наблюдаться при углах наклона $0 < \psi_1 < 90^\circ$ (1). Предельный переход к условию относительной неустойчивости параллельной ударной волны не осуществляется. При $\Theta = 0^\circ$ спонтанное излучение может наблюдаться при $0 \leq \psi_1 \leq 0.1^\circ$ (2) и при $9 \leq \psi_1 < 90^\circ$ (3). В этом случае предельный переход к условию относительной неустойчивости параллельной ударной волны осуществляется. Перпендикулярная ударная волна остается устойчивой при любом угле Θ .

Θ , deg	$M_{1\min}$	M_{A1}
1–105	10.6	2.0
106	6.4	1.9
110	5.7	1.9
120	3.9	1.8
130	2.7	1.6
140	2.3	1.5
150	2.2	1.5
160	2.1	1.5
170–180	1.9	1.4

При уменьшении числа Маха приведенный на рис. 2 интервал величин магнитного поля, благоприятных для резонансного отражения, сужается, стремясь в пределе к некоторому фиксированному значению. На рис. 4 показана зависимость от ψ_1 минимального значения числа Маха $M_{1\min}$, при котором может наблюдаться относительная неустойчивость и соответствующее ему число Альвена. Расчеты проведены для случая, когда магнитное поле, все волновые векторы и нормаль к разрыву лежат в одной плоскости. Видно, что при антипараллельных \mathbf{k}_t и \mathbf{V}_t минимальные значения числа Маха лежат в интервале от 1.9 до 2.7. Ударную волну с такими характеристиками в лабораторных условиях создать несложно. Следовательно, явление спонтанного излучения волн разрывом вполне можно наблюдать экспериментально и тем самым проверить физическую корректность теории взаимодействия малых возмущений с ударными волнами. На рис. 4 хорошо видна особенность при малых углах наклона магнитного поля. Скажем о ней несколько слов. В работе [6] пришли к выводу, что параллельная ударная волна может быть неустойчивой при $M_1 \geq 7$. Наши численные расчеты показали, что эволюционная параллельная ударная волна неустойчива при $M_1 \geq 10.6$. При меньших значениях числа Маха неустойчивая параллельная ударная волна перестает удовлетворять условию (5), и нами не рассматривается. При стремлении ψ_1 к нулю мы в зависимости от угла между \mathbf{k}_t и \mathbf{V}_t будем получать разные значения $M_{1\min}$. В таблице приведены значения $M_{1\min}$ и соответствующие им M_{A1} для разных углов Θ . Расчеты были проведены для $\psi_1 = 0.00001^\circ$. Видно, что предельный переход к критерию неустойчивости эволюционной параллельной ударной волны ($M_{1\min} = 10.6$ и $M_{A1} = 2.0$) будет осуществляться не при всех значениях Θ .

Обсуждение

Проведенные численные расчеты показали, что устойчивая относительно распада на другие элементы быстрая ударная волна в наклонном магнитном поле может спонтанно излучать МГД волны. Математическая причина возникновения такого явления, на наш взгляд, связана

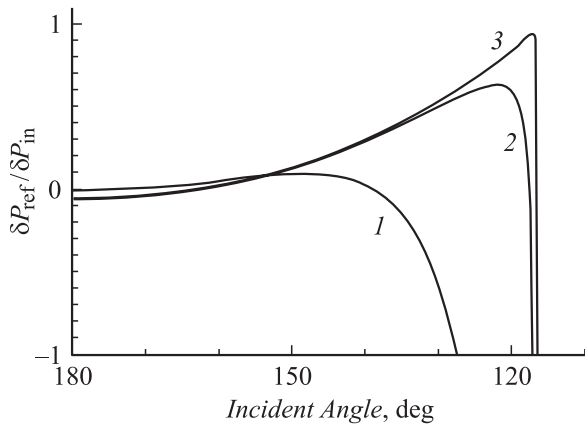


Рис. 5. Коэффициент отражения звука от гидродинамической ударной волны в зависимости от угла падения для трех чисел Маха $M_1 = 2, 10$ и 100 (1–3 соответственно). Нормальному падению соответствует угол 180° .

с особенностями отражения звука от гидродинамической ударной волны. Зависимость коэффициента отражения звука от угла падения для трех чисел Маха показана на рис. 5. При расчетах мы использовали аналитическое решение, полученное в [12]. Видно, что для достаточно сильной гидродинамической ударной волны при углах падения, близких к максимально допустимому, коэффициент отражения колебаний давления или плотности стремится к +1. В этом случае отраженная звуковая волна усиливает падающую. Одновременно достигают максимума коэффициенты генерации энтропийной, вихревой волн и колебаний поверхности разрыва

$$\begin{aligned} \frac{\delta \rho_{en}}{\delta \rho_s^{in}} &\rightarrow -2; & \frac{\delta v_{vor}}{\delta v_s^{in}} &\rightarrow \frac{2}{\gamma - 1}; \\ \frac{\delta v_{sur}}{\delta v_s^{in}} &\rightarrow -(\gamma + 1) \sqrt{\frac{\gamma}{2(\gamma - 1)}}. \end{aligned} \quad (8)$$

Хотя гидродинамическая ударная волна при этом остается устойчивой, но ситуация может измениться при наложении внешнего магнитного поля. С этой особенностью, по-видимому, связано то обстоятельство, что резонансные углы падения, показанные на рис. 3, оказываются близкими к максимально допустимым. При дальнейшем росте угла падения (для ударных волн конечной интенсивности), как видно из рис. 5, коэффициент отражения меняет знак и стремится к -1 . При этом амплитуды генерируемых волн стремятся к нулю, т.е. осуществляется переход к полному внутреннему отражению. Отметим, что для бесконечно сильной ударной волны перехода к полному внутреннему отражению не произойдет. Звук, распространяющийся параллельно поверхности такой ударной волны, приведет к генерации ее колебаний и уходящей энтропийно-вихревой волны с амплитудой (8).

Основным движущим мотивом написания статьи было желание привлечь внимание экспериментаторов к про-

блеме спонтанного излучения волн быстрой ударной волной. На наш взгляд, экспериментальные исследования в этой области оказались бы весьма полезными по крайней мере по двум причинам.

Во-первых, экспериментальное наблюдение спонтанного излучения звука чисто гидродинамической ударной волной, как следует из Введения, вряд ли возможно. Но предсказываемые теорией условия нейтральной неустойчивости магнитодинамической ударной волны являются весьма мягкими. Явление может наблюдаться в среде с обычными, а не экзотическими термодинамическими свойствами для ударной волны небольшой интенсивности и при умеренной величине магнитного поля, т.е. условия, благоприятные для спонтанного излучения МГД волн, вполне могут быть реализованы экспериментально. Причем нет необходимости специально создавать возмущения, падающие на магнитодинамическую ударную волну. Достаточно просто измерять уровень флуктуаций за ее фронтом. В области неустойчивости он должен резко возрасти. Исследования могли бы прояснить судьбу нейтрально неустойчивой ударной волны.

Второй, не менее важной, причиной, по которой экспериментальные исследования в этой области были бы весьма полезны, является возможность опытной проверки теории взаимодействия малых возмущений с ударными волнами. К сожалению, работ, описывающих результаты лабораторных исследований взаимодействия падающих волн малой амплитуды с ударными волнами, чрезвычайно мало, а имеющиеся носят в основном качественный характер. Нам известна только одна работа [14], в которой проводилось численное сопоставление экспериментальных результатов с предсказаниями теории. В этой работе исследовалось отражение звука от ударной волны в канале переменного сечения. Было показано, что экспериментальные данные согласуются с теорией при частотах $\omega < \omega^*$, где ω^* определяется геометрическими характеристиками канала. Однако в „низкочастотной“ области решение может определяться в основном не „волновыми“, а „стационарными“ процессами, связанными с геометрическими изменениями параметров разрыва. Поэтому, на наш взгляд, было бы весьма полезно проверить существующую теорию другим, независимым способом.

В заключение хотелось бы отметить, что целью исследования был анализ условий спонтанной генерации уходящих волн быстрой ударной волной, следующих из существующей, общепринятой на сегодняшний день теории. Обсуждение и анализ самой теории целью работы не являлись. Мы это особо подчеркиваем, так как существующий метод анализа в части используемой формы записи граничных условий на возмущенной поверхности ударной волны (в неинерциальной системе отсчета) представляется нам не бесспорным и вызывает ряд вопросов, но это — тема для отдельного исследования [15].

Список литературы

- [1] Дьяков С.П. // ЖЭТФ. 1954. Т. 27. Вып. 3 (9). С. 288–295.
- [2] Конторович В.М. // ЖЭТФ. 1957. Т. 33. Вып. 6 (12). С. 1525–1526.
- [3] Кузнецов Н.М. // УФН. 1989. Т. 159. № 3. С. 493–527.
- [4] Зельдович Я.Б., Райзер Ю.П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1963. 632 с.
- [5] Gardner C.S., Kruskal M.D. // Phys. Fluids. 1964. Vol. 7. N 5. P. 700–706.
- [6] Пименов С.Ф. // ЖЭТФ. 1982. Т. 83. Вып. 1. С. 106–113.
- [7] Конторович В.М. // ЖЭТФ. 1958. Т. 35. Вып. 5. С. 1216–1225.
- [8] Whang J.C. // JGR. 1987. Vol. 92. N A5. P. 4349–4356.
- [9] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [10] Любчик А.А. Взаимодействие магнитогидродинамических волн с магнитогидродинамическими разрывами. Канд. дис. Санкт-Петербург: СПбГУ, 1999.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [12] Конторович В.М. // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 3. С. 314–323.
- [13] Любчик А.А., Пудовкин М.И. // Сб. науч. тр. ПГИ КНЦ РАН „Моделирование процессов в верхней полярной атмосфере“. Мурманск, 1998. С. 29–62.
- [14] Глазнев В.Н. // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1974. № 3. Вып. 1. С. 99–106.
- [15] Любчик А.А., Пудовкин М.И. Взаимодействие малых возмущений с ударными волнами. Препринт ПГИ. Апатиты, 2002.