01;03

К вопросу о термофорезе твердой аэрозольной частицы сфероидальной формы

© Н.В. Малай, Е.Р. Щукин

Белгородский государственный университет,
308015 Белгород, Россия
e-mail: malay@bsu.edu.ru

(Поступило в Редакцию 13 ноября 2002 г. В окончательной редакции 26 февраля 2003 г.)

В приближении Стокса проведено теоретическое описание стационарного движения аэрозольной частицы сфероидальной формы, внутри которой действуют неравномерно распределенные источники (стоки) тепла во внешнем поле градиента температуры. При рассмотрении движения предполагалось, что средняя температура поверхности частицы незначительно отличается от температуры окружающей ее газообразной среды. В процессе решения газодинамических уравнений получено аналитическое выражение для термофоретической силы и скорости с учетом влияния движения среды.

Постановка задачи

В настоящее время достаточно подробно рассмотрен термофорез аэрозольных частиц сферической формы [1–4]. Многие частицы, встречающиеся в промышленных установках и в природе, имеют форму поверхности, отличную от сферической, например сфероидальную. Задача о термофоретическом движении сфероидальной аэрозольной частицы рассматривалась в ряде работ [5–7]. Однако при рассмотрении термофореза конвективные члены в уравнении теплопроводности не учитывались. Праудмен и Пирсон [8] для гидродинамической задачи, а Акривос и Тейлор [9] для тепловой показали, что, например, вдали от сферы инерционные и конвективные члены становятся одного порядка с членами молекулярного переноса и поэтому обычный метод разложения по малому параметру дает известную погрешность, так как уже во втором приближении не позволяет строго удовлетворить граничным условиям на бесконечности и получить точное единое решение, однородно справедливое для всей области течения. В связи с вышеизложенным представляет как теоретический, так и практический интерес рассмотреть вопрос о влиянии движения среды на силу и скорость термофореза сфероидальной частицы.

Рассмотрим установившееся движение твердой аэрозольной частицы сфероидальной формы (сплюснутый сфероид) со скоростью $\mathbf{U}$ в отрицательном направлении оси $0z$, внутри которой действуют неравномерно распределенные внутренние источники тепла с плотностью q_i. Предполагается, что на бесконечности газ покоится и с помощью внешних источников поддерживается малый постоянный градиент температуры ∇T. Движение частицы происходит при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности, т. е. когда $(T_s - T_\infty)/T_\infty \ll 1$, где T_s — средняя температура поверхности частицы, T_∞ — температура газа на большом расстоянии от нее. При выполнении этого условия коэффициенты теплопроводности, динамической и кинематической вязкости можно считать постоянными величинами, а газ рассматривать как несжимаемую среду. Размер частицы значительно больше длин свободного пробега молекул газовой смеси, поэтому поправки по числу Кнудсена во внимание приниматься не будут [3]. Индексы e и i здесь и в дальнейшем относятся к внешней среде и сфероиду соответственно.

Описание термофоретического движения частицы производится в сфероидальной системе координат (ε, η, φ) с началом в центре сфероида, т. е. выбирается начало неподвижной системы координат в мгновенном положении центра частицы. Криволинейные координаты $\varepsilon, \eta, \varphi$ связаны с декартовыми координатами следующими соотношениями [10]

$$x = c\,\mathrm{sh}\,\varepsilon \sin\eta \cos\varphi, \qquad y = c\,\mathrm{sh}\,\varepsilon \sin\eta \sin\varphi,$$
$$z = c\,\mathrm{ch}\,\varepsilon \cos\eta, \tag{1.1}$$
$$x = c\,\mathrm{ch}\,\varepsilon \sin\eta \cos\varphi, \qquad y = c\,\mathrm{ch}\,\varepsilon \sin\eta \sin\varphi,$$
$$z = c\,\mathrm{sh}\,\varepsilon \cos\eta, \tag{1.2}$$

где $c = \sqrt{b^2 - a^2}$ — в случае вытянутого сфероида ($a < b$, формула (1.1)) и $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ — в случае сплюснутого сфероида ($a > b$, формула (1.2)); a и b — полуоси сфероида; при этом положение декартовой системы координат фиксировано относительно частицы таким образом, чтобы ось $0z$ совпадала с осью симметрии сфероида.

При рассмотренных выше ограничениях распределение скорости $\mathbf{U}_e$, давления P_e, температур T_e и T_i описывается системой уравнений (1.3), (1.4) с граничными условиями (1.5)–(1.7)

$$\nabla P_e = \mu_e \Delta \mathbf{U}_e, \qquad \mathrm{div}\,\mathbf{U}_e = 0, \tag{1.3}$$

$$\rho_e c_{pe} (\mathbf{U}_e \cdot \nabla) T_e = \lambda_e \Delta T_e, \quad \Delta T_i = -q_i/\lambda_i, \tag{1.4}$$

$$U_\varepsilon = -\frac{cU\,\mathrm{ch}\,\varepsilon}{H_\varepsilon}\cos\eta, \; U_\eta = \frac{cU\,\mathrm{sh}\,\varepsilon}{H_\varepsilon}\sin\eta - K_{ts}\frac{\nu_e}{T_e}(\nabla T_e \cdot \mathbf{e}_\eta),$$

$$T_e = T_i, \quad \lambda_e(\nabla T_e \cdot \mathbf{e}_\varepsilon) = \lambda_i(\nabla T_i \cdot \mathbf{e}_\varepsilon) \text{ при } \varepsilon = \varepsilon_0, \tag{1.5}$$

$$\mathbf{U}_e \to 0, \quad T_e \to T_\infty + |\nabla T| c \operatorname{sh}\varepsilon \cos\eta,$$

$$P_e \to P_\infty \quad \text{при} \quad \varepsilon \to \infty, \tag{1.6}$$

$$T_i \neq \infty \quad \text{при} \quad \varepsilon \to 0. \tag{1.7}$$

Здесь $\mathbf{e}_\varepsilon$ и $\mathbf{e}_\eta$ — единичные векторы сфероидальной системы координат; λ — коэффициент теплопроводности; $U = |\mathbf{U}|$; $H_\varepsilon = \sqrt{\operatorname{ch}^2\varepsilon - \sin^2\eta}$ — коэффициент Ламе; c_{pe} — коэффициент теплоемкости; K_{ts} — коэффициент теплового скольжения, выражение для которого находится методами кинетической теории газов. В настоящее время наиболее полное выражение для коэффициента K_{ts} получено в случае сферической частицы [3]. При коэффициентах аккомодации тангенциального импульса α_τ и энергии α_E, равных единице, газокинетический коэффициент $K_{ts} = 1.152$ [3,4]. При численных оценках в работе предполагается, что коэффициент K_{ts} для сфероида незначительно отличается от сферы [6].

В граничных условиях (1.5) на поверхности частицы ($\varepsilon = \varepsilon_0$) учтено: условие скольжения для касательной компонент массовой скорости, равенство температур и непрерывность потоков тепла на поверхности частицы. На большом расстоянии от частицы ($\varepsilon \to \infty$) справедливы граничные условия (1.6), а конечность физических величин, характеризующих частицу при $\varepsilon \to 0$, учтена в (1.7).

Общая сила, действующая на сфероидальную частицу со стороны окружающей среды, определяется по формуле [11]

$$F_z = \int\limits_S \left(-P_e \cos\eta + \sigma_{\varepsilon\varepsilon} \cos\eta - \frac{\operatorname{sh}\varepsilon}{\operatorname{ch}\varepsilon} \sigma_{\varepsilon\eta} \sin\eta \right) dS, \tag{1.8}$$

где $dS = c^2 \operatorname{ch}^2\varepsilon \sin\eta \, d\eta \, d\varphi$ — дифференциальный элемент поверхности; $\sigma_{\varepsilon\varepsilon}$ и $\sigma_{\varepsilon\eta}$ — компоненты тензора напряжений в сфероидальной системе координат.

Распределение температуры в окрестности частицы. Определение силы и скорости термофореза

Обезразмерим уравнения (1.3), (1.4) и граничные условия (1.5)–(1.7), введя безразмерные скорость, температуру и давление следующим образом: $\mathbf{V}_e = \mathbf{U}_e/U$, $t_k = T_k/T_\infty$, $p_k = P_k/P_\infty$ ($k = e, i$). Здесь в качестве единицы измерения расстояния выберем наибольшую полуось сфероида, скорости — U, давления — $P_\infty = \mu_e U/a$, температуры — T_∞, где $U \sim \mu_e |\nabla T|/(\rho_e T_\infty)$.

В (1.3)–(1.7) имеется один контролируемый малый параметр $\xi = a|\nabla T|/T_\infty \ll 1$. Поэтому искать решение нашей краевой задачи будем в виде разложения по степеням ξ

$$\mathbf{V}_e = \mathbf{V}_e^{(0)} + \xi \mathbf{V}_e^{(1)} + \dots, \quad t = t^{(0)} + \xi t^{(1)} + \dots,$$

$$p_e = p_e^{(0)} + \xi p_e^{(1)} + \dots . \tag{2.1}$$

При нахождении силы, действующей на частицу, и скорости ее термофоретического движения во внешнем заданном поле градиента температуры, мы ограничимся поправками первого порядка малости по ξ. Чтобы найти их, необходимо знать распределение скорости, давления и температуры в окрестности сфероида. Найдем поля температур вне и внутри сфероида. Подставляя (2.1) в (1.4), оставляя члены $\sim \xi$, решая полученные системы уравнений методом разделения переменных, в конечном итоге получаем для нулевых приближений ($\xi = 0$)

$$t_e^{(0)}(\lambda) = 1 + \gamma\lambda_0 \operatorname{arcctg}\lambda \quad (\lambda = \operatorname{sh}\varepsilon), \tag{2.2}$$

$$t_i^{(0)}(\lambda) = D + \frac{\lambda_e}{\lambda_i}\gamma\lambda_0 \operatorname{arcctg}\lambda + \int\limits_{\lambda_0}^{\lambda} \operatorname{arcctg}\lambda \, f \, d\lambda - \operatorname{arcctg}\lambda \int\limits_{\lambda_0}^{\lambda} f \, d\lambda. \tag{2.3}$$

Здесь $\lambda_0 = \operatorname{sh}\varepsilon_0$; $\gamma = t_s - 1$ — безразмерный параметр; $t_s = T_s/T_\infty$; T_s — средняя температура поверхности сфероида, определяемая формулой

$$\frac{T_s}{T_\infty} = 1 + \frac{1}{4\pi\lambda_e c\lambda_0 T_\infty} \int\limits_V q_i \, dV,$$

$$D = 1 + \left(1 - \frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right)\gamma\lambda_0 \operatorname{arcctg}\lambda_0,$$

$$f = -\frac{c^2}{2\lambda_i T_\infty} \int\limits_{-1}^{+1} q_i(\lambda^2 + x^2)\, dx, \qquad x = \cos\eta. \tag{2.4}$$

В (2.4) интегрирование ведется по всему объему частицы для первых приближений ($\sim \xi$)

$$t_e^{(1)}(\lambda, x) = \cos\eta \left\{ \frac{c\lambda}{a} + \Gamma c(\lambda \operatorname{arcctg}\lambda - 1) + \omega\left[A_2\left(\operatorname{arcctg}\lambda - \frac{\lambda}{2}\operatorname{arcctg}^2\lambda\right) + \frac{A_1}{2}\left(\operatorname{arcctg}\lambda - \lambda \operatorname{arcctg}^2\lambda\right)\right]\right\}, \tag{2.5}$$

$$t_i^{(1)}(\lambda, x) = \cos\eta \left\{ Bc\lambda + \frac{3(1 - \lambda\operatorname{arcctg}\lambda)}{4\pi c^2 \lambda_i T_\infty} \int\limits_V q_i z \, dV - \lambda \int\limits_{\lambda_0}^{\lambda} (\lambda \operatorname{arcctg}\lambda - 1) f_1 d\lambda + (\lambda\operatorname{arcctg}\lambda - 1)\int\limits_{\lambda_0}^{\lambda} \lambda f_1 d\lambda \right\}. \tag{2.6}$$

Здесь $\omega = \Pr\gamma\lambda_0/(ac)$, $\Pr$ — число Прандтля. Постоянные интегрирования A_1 и A_2 входят в выражения для компонент массовой скорости и давления, определяемые из решения уравнения Стокса (1.3) в сплюснутой системе координат, и имеют вид [10]

$$U_\varepsilon(\varepsilon,\eta)=\frac{U}{c\,\mathrm{ch}\,\varepsilon H_\varepsilon}\cos\eta$$
$$\times\Big\{\lambda A_2+\big[\lambda-(1+\lambda^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda\big]A_1+c^2(1+\lambda^2)\Big\}, \tag{2.7}$$
$$U_\eta(\varepsilon\eta)=-\frac{U}{cH_\varepsilon}\sin\eta\Big\{\frac{A_2}{2}+(1-\lambda\,\mathrm{arcctg}\,\lambda)A_1+c^2\lambda\Big\}, \tag{2.8}$$
$$P_e(\varepsilon,\eta)=P_\infty+c\,\frac{\mu_e U}{H_\varepsilon^4}\,x(\lambda^2+x^2)A_2. \tag{2.9}$$

Константы Γ и B входят в выражения для полей температур вне и внутри частицы (2.5), (2.6) из соответствующих граничных условий на поверхности сфероида. Учитывая, что в дальнейшем нам потребуется выражение для коэффициента Γ, приведем его явный вид

$$\Gamma=-\frac{1-\delta}{\Delta a}+\frac{3}{4\pi c^3\lambda_i T_\infty\Delta\lambda_0(1+\lambda_0^2)}\int\limits_V q_i z\,dV$$
$$+\frac{\omega}{c\Delta}\Big\{A_2\Big[-\frac{\delta}{1+\lambda_0^2}+\Big(\delta\,\frac{\lambda_0^2}{1+\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda_0}\Big)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0$$
$$+\frac{1-\delta}{2}\,\mathrm{arcctg}^2\,\lambda_0\Big]+\frac{A_1}{2}\Big[-\frac{\delta}{1+\lambda_0^2}+(1-\delta)\,\mathrm{arcctg}^2\,\lambda_0$$
$$+\Big(\delta\,\frac{2\lambda_0}{1+\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda_0}\Big)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0\Big]\Big\},$$
$$\Delta=(1-\delta)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0+\delta\,\frac{\lambda_0}{1+\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda_0},\qquad \delta=\frac{\lambda_e^s}{\lambda_i^s}. \tag{2.10}$$

Здесь и далее индексом s обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности сфероида, равной T_s, определяемой формулой (2.4).

Подставляя (2.7)–(2.9) в выражение для силы (1.8), после интегрирования получаем

$$F_z=4\pi\,\frac{\mu_e U}{c}\,A_2. \tag{2.11}$$

Коэффициент A_2 определяется из граничных условий (1.5) с учетом выражений (2.7), (2.8) и (2.10) и имеет вид

$$A_2=-\frac{2c^2}{\beta\big[\lambda_0+(1-\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0\big]}$$
$$-2K_{ts}\,\frac{\nu_e^s}{t_s}\,\frac{c^2}{U}\,\frac{\delta}{1+\lambda_0^2}\,\frac{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}{\beta\big[\lambda_0+(1-\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0\big]}\,\frac{|\nabla T|}{T_\infty}$$
$$\times\Big\{1-\frac{3a(\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0-1)}{4\pi c^3\lambda_e T_\infty\lambda_0}\int\limits_V q_i z\,dV$$
$$+\mathrm{Pr}\,\frac{1+\lambda_0^2}{2}\,\lambda_0\gamma\,\frac{1-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0(2-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0)}{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}\Big\},$$

$$\beta=1-2K_{ts}\,\frac{\lambda_0}{t_s}\,\gamma\,\frac{\mathrm{Pr}}{\Delta}\,\frac{\delta}{1+\lambda_0^2}\,\frac{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}{\lambda_0+(1-\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}$$
$$\times\Big[1-\Big(\lambda_0+\frac{1}{2}\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0\Big)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0$$
$$-\frac{\lambda_0-(2-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0)\lambda_0^2\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}\Big].$$

Учитывая явный вид коэффициента A_2, получаем общее выражение для силы, действующей на сфероидальную частицу, которая будет аддитивно складываться из силы вязкого сопротивления среды F_μ и силы $F^{(1)}$

$$F=F_\mu+F^{(1)}, \tag{2.12}$$

где

$$F_\mu=-8\pi\mu_e^s U\,\frac{c^2}{\beta\big[\lambda_0+(1-\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0\big]}, \tag{2.13}$$

$$F^{(1)}=-8\pi\mu_e^s cK_{ts}\,\frac{\nu_e^s}{t_s}\,\frac{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}{\beta\big[\lambda_0(1-\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0\big]}\,\frac{\delta}{(1+\lambda_0^2)\Delta}$$
$$\times\frac{|\nabla T|}{T_\infty}\Big[1-\frac{3a(\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0-1)}{4\pi c^3\lambda_e T_\infty\lambda_0}\int\limits_V q_i z\,dV+\mathrm{Pr}\,\frac{1+\lambda_0^2}{2}\,\lambda_0\gamma$$
$$\times\frac{1-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0(2-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0)}{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}\Big]. \tag{2.14}$$

В общем случае сила $F^{(1)}$ складывается из суммы трех сил, появление которых обусловлено соответственно термофоретической силой (первое слагаемое), силой, пропорциональной дипольному моменту плотности тепловых источников, неоднородно распределенных в объеме частицы (второе слагаемое), и третьим слагаемым, учитывающим влияние движения среды (т. е. конвективных членов в уравнении теплопроводности).

Приравнивая общую силу F нулю, получаем общее выражение для скорости упорядоченного движения твердой сплюснутой сфероидальной частицы во внешнем заданном поле градиента температуры

$$U_{th}=-\frac{b}{a}\,K_{ts}\,\frac{\nu_e^s}{t_s}\,\delta$$
$$\times\frac{1-(\lambda_0+1/\lambda_0)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}{\sqrt{1+\lambda_0^2}\Big[(1-\delta)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0+\delta\,\frac{\lambda_0}{1+\lambda_0^2}-\frac{1}{\lambda_0}\Big]}$$
$$\times\Big[1-\frac{3a}{4\pi c^3\lambda_e T_\infty}\Big(\mathrm{arcctg}\,\lambda_0-\frac{1}{\lambda_0}\Big)\int\limits_V q_i z\,dV$$
$$+\mathrm{Pr}\,\frac{1+\lambda_0^2}{2}\,\lambda_0\gamma\,\frac{1-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0(2-\lambda_0\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0)}{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\,\mathrm{arcctg}\,\lambda_0}\Big]\,\frac{|\nabla T|}{T_\infty}. \tag{2.15}$$

Чтобы получить выражение для скорости термофореза вытянутого сфероида, необходимо заменить в (2.15) λ на $i\lambda$ и c на — ic (i — мнимая единица).

Таким образом, формулы (2.12) и (2.15) носят наиболее общий характер и позволяют оценить общую силу, действующую на твердую аэрозольную частицу сфероидальной формы и скорость ее упорядоченного движения во внешнем заданном поле градиента температуры, когда внутри частицы действуют неравномерно распределенные источники (стоки) тепла. При этом учитывается влияние движения среды при малых относительных перепадах температуры в ее окрестности.

Анализ полученных результатов

Если не учитывать влияния движения среды и внутренних источников тепла, (2.15) переходит в выражение для чистой скорости термофореза сфероидальной частицы

$$U_{th}^{b} = K_{ts}\nu_e \delta f_{th}^{(b)} \frac{|\nabla T|}{T_\infty}$$

$$\left(f_{th}^{(b)} = -\frac{b}{a}\, \frac{1-(\lambda_0+1/\lambda_0)\operatorname{arcctg}\lambda_0}{\sqrt{1+\lambda_0^2}\left[(1-\delta)\operatorname{arcctg}\lambda_0 + \delta\,\frac{\lambda_0}{1+\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_0}\right]} \right), \tag{3.1}$$

совпадающее с формулой (9) работы [5].

В случае сферы формула (2.15) переходит в выражение для термофоретической скорости твердой сферической частицы радиуса R, учитывающее влияние движения среды и внутренних источников тепла,

$$U^{(\mathrm{sph})}(a=b=R) = K_{ts}\nu_e^s \delta f^{(\mathrm{sph})} \frac{|\nabla T|}{T_\infty}, \tag{3.2}$$

где

$$\gamma_0 = \frac{1}{4\pi R \lambda_e T_\infty} \int\limits_V q_i\, dV,$$

$$f^{(\mathrm{sph})} = -\frac{2}{t_e^s(1+2\delta)}\left\{1 + \frac{1}{4\pi R^2 \lambda_e T_\infty}\int\limits_V q_i\, dV - \frac{\mathrm{Pr}}{12}\gamma_0\right\}.$$

Без учета влияния движения среды и внутренних источников тепла имеем классическую формулу для скорости термофореза крупной сферической частицы [1,2]

$$U_{th}(a=b=R) = -2K_{ts}\frac{\nu_e^s}{t_e^s}\,\frac{\delta}{1+2\delta}\,\frac{|\nabla T|}{T_\infty}. \tag{3.3}$$

Чтобы оценить, какое влияние движение среды оказывает на скорость термофореза сфероидальной частицы, необходимо конкретизировать природу тепловых источников, неоднородно распределенных в ее объеме. В качестве примера рассмотрим наиболее простой случай, когда частица поглощает излучение как черное тело. Когда частица поглощает излучение как черное тело, поглощение излучения происходит в тонком слое толщиной $\delta\varepsilon \ll \varepsilon_0$, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной $\delta\varepsilon$ равна [12,13]

$$q_i(\varepsilon,\eta) = \begin{cases} -\frac{\operatorname{ch}\varepsilon\cos\eta}{c(ch^2\varepsilon - \sin^2\eta)\delta\varepsilon} I_0, & \frac{\pi}{2} \le \eta \le \pi, \\ & \varepsilon_0 - \delta\varepsilon \le \varepsilon \le \varepsilon_0, \\ 0, & 0 \le \eta \le \frac{\pi}{2}, \end{cases} \tag{3.4}$$

где I_0 — интенсивность падающего излучения.

В выражения для скорости термофореза входят интегралы $\int\limits_V q_i\, dV$ и $\int\limits_V q_i z\, dV$. Подставляя в эти интегралы (3.4) и учитывая, что $\delta\varepsilon \ll \varepsilon_0$, после интегрирования имеем

$$\int\limits_V q_i\, dV = \pi I_0 c^2 \lambda_0^2\left(1 + \frac{1}{\lambda_0^2}\right),$$

$$\int\limits_V q_i z\, dV = -\frac{2}{3}\pi I_0 c^3 \lambda_0^3\left(1 + \frac{1}{\lambda_0^2}\right). \tag{3.5}$$

С учетом (3.5) выражение (2.15) принимает вид

$$U_{th}^{*} = K_{ts}\nu_e^s \delta f_{th}^{*}\frac{|\nabla T|}{T_\infty}, \tag{3.6}$$

$$f_{th}^{*} = -\frac{b}{a}\,\frac{1-(\lambda_0+1/\lambda_0)\operatorname{arcctg}\lambda_0}{\sqrt{1+\lambda_0^2}\,t_e^s\left[(1-\delta)\operatorname{arcctg}\lambda_0 + \delta\,\frac{\lambda_0}{1+\lambda_0^2} - \frac{1}{\lambda_0}\right]}$$
$$\times\left\{1 + \frac{\lambda_0^2 a}{2\lambda_e T_\infty} I_0\left(1+\frac{1}{\lambda_0^2}\right)\left[\lambda_0\operatorname{arcctg}\lambda_0 - 1\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\mathrm{Pr}}{4}\sqrt{1+\lambda_0^2}\,\frac{1-\lambda_0\operatorname{arcctg}\lambda_0(2-\lambda_0\operatorname{arcctg}\lambda_0)}{\lambda_0-(1+\lambda_0^2)\operatorname{arcctg}\lambda_0}\right]\right\}. \tag{3.7}$$

В случае сферы выражение (3.6) принимает вид

$$U_{th}^{(\mathrm{sph})} = K_{ts}\nu_e^s \delta f_{th}^{(\mathrm{sph})}\frac{|\nabla T|}{T_\infty}, \tag{3.8}$$

$$f^{(\mathrm{sph})} = -\frac{2}{t_e^s(1+2\delta)}\left[1 - \frac{RI_0}{6\lambda_e T_\infty}\left(1+\frac{\mathrm{Pr}}{8}\right)\right]. \tag{3.9}$$

Средняя температура поверхности сфероида связана с интенсивностью падающего излучения I_0 соотношением (3.10)

$$T_s = T_\infty + \frac{c\lambda_0}{4\lambda_e} I_0\left(1 + \frac{1}{\lambda_0^2}\right). \tag{3.10}$$

Чтобы проиллюстрировать вклад формфактора (отношения полуосей сфероида), влияния движения среды и внутреннего тепловыделения (неоднородного распределения плотности тепловых источников в объеме частицы) в скорость термофореза (3.6) в таблицах 1–4 приведены численные оценки для частиц борированного графита ($\lambda_i^s = 55$ W/m degree), взвешенных в воздухе при $T_\infty = 280$ K и $P_e = 10^5$ Pa.

Численный анализ показал, что при фиксированном отношении полуосей с увеличением интенсивности падающего излучения I_0 относительный

Таблица 1.

$a, \mu\mathrm{m}$	$b/a = 0.1$							
	$I_0 \cdot 10^2, \mathrm{W/m^2}$							
	0.5		2		5		10	
	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$
15	0.52	0.32	2.08	1.30	5.20	3.29	10.40	6.71
20	0.69	0.43	2.77	1.74	6.93	4.42	13.87	9.08
25	0.87	0.54	3.47	2.18	8.67	5.56	17.33	11.51

Таблица 2.

$a, \mu\mathrm{m}$	$b/a = 0.3$							
	$I_0 \cdot 10^2, \mathrm{W/m^2}$							
	0.5		2		5		10	
	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$
15	0.39	0.20	1.59	0.81	3.97	2.04	7.95	4.16
20	0.59	0.27	2.12	1.08	5.30	2.74	10.60	5.63
25	0.66	0.33	2.65	1.35	6.62	3.44	13.25	7.13

Таблица 3.

$a, \mu\mathrm{m}$	$b/a = 0.5$							
	$I_0 \cdot 10^2, \mathrm{W/m^2}$							
	0.5		2		5		10	
	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$
15	0.32	0.12	1.26	0.48	3.15	1.20	6.31	2.45
20	0.42	0.16	1.68	0.64	4.21	1.61	8.41	3.32
25	0.53	0.20	2.10	0.80	5.26	2.03	10.51	4.20

Таблица 4.

$a, \mu\mathrm{m}$	$b/a = 0.8$							
	$I_0 \cdot 10^2, \mathrm{W/m^2}$							
	0.5		2		5		10	
	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$	$f^{(1)}$	$f^{(2)}$
15	0.24	0.04	0.94	0.15	2.35	0.38	4.69	0.77
20	0.31	0.05	1.25	0.20	3.13	0.51	6.26	1.04
25	0.39	0.06	1.56	0.25	3.91	0.64	7.82	1.32

вклад выше указанных факторов увеличивается и это увеличение существенно зависит от экваториального радиуса сфероида (a). Например, в табл. 1 ($a = 15\,\mu\mathrm{m}$) при интенсивности $I_0 = 0.5 \cdot 10^2\,\mathrm{W/m^2}$ $f^{(1)} = 0.52$, а при $I_0 = 10 \cdot 10^2\,\mathrm{W/m^2}$ $f^{(1)} = 10.40$ $\left(f^{(1)} = \left(|f^{*}_{th} - f^{(b)}_{th}|/f^{(b)}_{th}\right) \cdot 100\%\right)$. Такой характер поведения функции $f^{(1)}$ объясняется тем, что, как видно из формул (3.10) и (3.7) и численных оценок, наибольший вклад вносят члены, пропорциональные дипольному моменту плотности тепловых источников, неоднородно распределенных в объеме частицы. В формуле (3.7) это член $\lambda_0 \operatorname{arcctg} \lambda_0 - 1$. Член, учитывающий движение среды (см. уравнение теплопроводности) в обезразмеренном виде, пропорционален числу Прандтля; в газе это число порядка единицы и поэтому его вклад на порядок отличается от первого. Это можно использовать, например, в установках, предназначенных для селективного разделения частиц по размерам, разработки методов тонкой очистки газов от аэрозольных частиц, оценки величины зоны просветления, образующейся при зондировании облаков и туманов лазерным излучением, и т.д. При увеличении интенсивности излучения влияние вышеназванных факторов будет усиливаться, но и средняя температура поверхности сфероида тоже будет увеличиваться (см. (3.10)). В этом случае мы уже не можем считать коэффициенты молекулярного переноса постоянными величинами, и тогда, чтобы не допустить большой погрешности, в формулы (2.15), (3.6) необходимо подставлять средние значения физических величин при данной температуре поверхности частицы, которая определяется формулами (2.4), (3.10). Представляет также интерес численное сравнение с термофоретической скоростью сферической частицы с радиусом, равным экваториальному радиусу сфероида, т.е. с формулой (3.8). Численный анализ показал, что с увеличением интенсивности и экваториального радиуса относительная погрешность также увеличивается. Например, в табл. 1 ($a = 15\,\mu\mathrm{m}$) при интенсивности $I_0 = 0.5 \cdot 10^2\,\mathrm{W/m^2}$ $f^{(2)} = 0.32$; при $I_0 = 10 \cdot 10^2\,\mathrm{W/m^2}$ $f^{(2)} = 6.71$ $\left(f^{(2)} = \left(|f^{\mathrm{sph}}_{th} - f^{(b)}_{th}|/f^{(b)}_{th}\right) \cdot 100\%\right)$. Однако это увеличение примерно в 1.5 раз меньше, чем в первом случае.

Список литературы

[1] *Баканов С.П., Дерягин Б.В.* // ДАН СССР. 1962. Т. 142. № 1. С. 139–142.

[2] *Яламов Ю.И., Санасарян А.С.* // ИФЖ. 1975. Т. 28. № 6. С. 1061–1064.

[3] *Яламов Ю.И., Поддоскин А.Б., Юшканов А.А.* // ДАН СССР. 1980. Т. 254. № 2. С. 1047–1050.

[4] *Поддоскин А.Б., Юшканов А.А., Яламов Ю.И.* // ЖТФ. 1982. Т. 52. Вып. 11. С. 2253–2262.

[5] *Leong K.H.* // J. Aerosol Sci. 1984. Vol. 15. N 4. P. 511–517.

[6] *Яламов Ю.И., Редчиц В.П., Гайдуков М.Н.* // ИФЖ. 1980. Т. 39. № 2. С. 538–540.

[7] *Гукасян А.А.* Термофорез умеренно крупной сфероидальной частицы // Деп. в ВИНИТИ. № 5320-81.

[8] *Praudman I., Pearson J.R.A.* // J. Fluid. Mesh. 1957. Vol. 2. P. 237–262.

[9] *Acrivos A., Taylor T.D.* // J. Phys. Fluids. 1962. Vol. 5. N 4. P. 387–394.

[10] *Хаппель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: 1976.

[11] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Механика сплошных сред. М., 1958.

[12] *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.

[13] *Брейтшгайдер Ст.* Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М., 1966.